R. P. PAULI
CASATI
MECHANICA.

R. P. PAULI CASATI PLACENTINI SOCIET. JESU

MECHANICORUM LIBRI OCTO,

IN QUIBUS UNO EODEMQUE principio Vectis vires Physicè explicantur & Geometricè demonstrantur,

Atque Machinarum omnis generis componendarum methodus proponitur.

LUGDUNI,
Apud ANISSONIOS, JOAN. POSUEL & CLAUDIUM RIGAUD.

M. DC. LXXXIV.

CUM PRIVILEGIO REGIS.

CHRISTIANISSIMO GALLIARUM ET NAVARRÆ REGI LUDOVICO MAGNO.

A*D Majestatis Tuæ pedes,* Rex Invictissime, *me, meámque hanc de rebus Mechanicis lucubrationem, ignotus homo, vix fortasse credibili confidentiâ, sisto: Sed quâ Regiâ comitate omnium animos concilias, eâdem sustentor, ne repulsam timeam. In Te Orbis universi conjecti sunt oculi, quos Tuæ Gloriæ splendor allicit: à communi feli-*

citate quid me paterer excludi? Amplissima Tua in Societatem nostram merita, quorum nullam partem, ne cogitandâ quidem gratiâ, consequi possumus, hoc saltem officij ab universo Ordine repetunt, ut singuli, quem cordi penitissimè impressum gestamus non ingrati LUDOVICUM, in libris palàm inscriptum velimus. Me verò Naturæ atque Artis mutuam societatem coëuntium in Machinis, ferè dixerim, miracula contemplari assuetum rapuere admirabundum, quæ ipse patrasti, & bello, & pace, egregia atque præclara facinora non modò mirabilia, sed prodigiis similia. Neque illa quidem aut ex rerum magnitudine ac difficultate, aut ex multiplicato numero, aut ex dissimilium varietate, aut ex serie non interruptâ, metienda duxi, quamquam & in his admirabilitatis plurimum insit: Verùm longè omnem admirationem multúmque superare mihi videtur, quòd paucis lustris vel sæcula complexus, unus pluribus Regibus par, tot, tantáque perficere valuisti. Ingentis ponderis gravitatem vincit adhibita Machina, sed diuturno impulsu agitanda, ut proficiat aliquid: At plurima immensis munita difficultatibus exiguo temporis spatio expugnare, atque ad optatum exitum perducere, ita Tuum est, REX INVICTISSIME, ut quemadmodum rerum gestarum gloriâ, ac nominis celebritate, nemini superiorum Regum secundus

prædica

prædicaris, ſic Tibi ſecundum, qui Tuis planè inſiſtat veſtigiis, ventura ſæcula ſperare vix audeant. Patere igitur pro ſummâ, quâ præditus es, humanitate, qualemcumque hanc rerum Mechanicarum tractationem Regio inſigniri Nomine, ut, quos meas haſce commentationes legere non piguerit, vel hinc diſcant, aliud eſſe non imitabile genus Facultatis, quâ ingentia citò perficiantur, ſi LUDOVICI MAGNI mens acceſſerit. Incolumem Te diu ſervet DEUS Catholicæ Fidei incremento, Regníque Tui felicitati; audiátque bonorum omnium Largitor vota, quæ pro Majeſtate Tuâ ſupplex nuncupat

MAJESTATIS Tuæ

Parmæ Kal. Maij 1683.

Humillimus atque Obſequentiſſimus
Servus
PAULUS CASATUS è Soc. JESU.

Facultas R. P. Provincialis Societatis Jesu in Provincia Veneta.

EGo Octavius Rubeus Societatis Jesu in Provincia Veneta Præpositus Provincialis, potestate ad id mihi factâ ab Adm. R. P. N. Præposito Generali Jo. Paulo Oliva, facultatem facio, ut Opus inscriptum, *Mechanichorum Libri octo, Authore P. Paulo Casato Societatis Nostræ Sacerdote*, ejusdem Societatis Doctorum hominum judicio approbatum, typis mandetur, si ita iis, ad quos pertinet, videbitur. Cujus rei gratiâ has litteras meâ manu subscriptas, & sigillo officij mei munitas dedi. Parmæ 23. Februarij 1681.

OCTAVIUS RUBEUS.

Summa Privilegij à Christianissimo Rege concessi.

LUDOVICUS MAGNUS Galliarum & Navarræ Rex Christianissimus, Diplomate suo sanxit, nequis per universos Regnorum suorum fines intra decem proximos annos à die publicationis exemplarium computandos, imprimat seu typis excudendum curet & venale habeat Opus quod inscribitur, *Mechanicorum Libri octo, Authore R. P. Paulo Casato Soc. Iesu*; præter Anissonios Bibliopolas Lugdunenses, aut illos quibus ipsimet concesserint. Prohibuit insuper eadem auctoritate Regia omnibus suis subditis, idem Opus extra Regni sui limites imprimendum curare, & impressum divendere, vel quempiam ubicumque fuerit ad id agendum impellere; ac instigare sine consensu dictorum ANISSONIORUM; Qui secus faxit, confiscatione librorum, aliaque gravi pœnâ multabitur, uti latius patet in diplomate regio. Dabatur Versaliis die vigesima prima Januarij anno Dom. 1684.

Ex mandato Regis.

JUNQUIERES.

MECHA

AD LECTOREM.

SERO in lucem prodit hæc Mechanicorum tractatio, & vix fide me abduco, quam dedi, cùm Diſſertationes de *Terrâ Machinis motâ* quaſi Prodromum emiſi ante plures annos: ſcilicet à ſtudiis tunc abſtractus, utpote alieni juris, & ad munera his non affinia tranſlatus, multam ſalutem & Mathematicis diſciplinis & Phyſicis dicere coactus ſum; adeò ut demum tot elapſis annis urgente jam ſenio cogitationem omnem abjecerim de hujuſmodi commentationibus, diffidens me poſſe ad hanc ſcriptionem ſatis temporis invenire, quin eam proxima mors interciperet, & ſuſceptum alieniſſimo tempore laborem irritum faceret. Adde quòd (pro meâ negligentiâ, quæ calamo parcit) temporis diuturnitate deletæ ex animo pleræque imagines vix tenue veſtigium reliquerant, cui novis inductis coloribus eas redintegrari poſſe confiderem. Amicorum tamen officioſis ſtimulis me urgeri paſſus ſum, ut ſubciſivis, quæ incurrebant, temporibus tentarem, an deſtinatam animo tractationem, cujus brevem Synopſim auditoribus meis in Romano Collegio, anno labentis ſæculi decimi ſeptimi quinquageſimo quarto, tradideram, redordiri, & aliquâ ratione perficere liceret. Licuit autem, præter ſpem, toties dimiſſum calamum reſumere, ut tan-

dem de ſingulis Mechanicis Facultatibus aliquid me ſcripſiſſe invenerim, quod Mathematicarum diſciplinarum candidatis profuturum amici cenſuerunt, ſi publici juris fieret. Quapropter alienæ utilitati ſerviendum potiùs fuit, quàm meæ voluntati.

Verùm ne te moveat, Amice Lector, quòd Mechanici inſcribantur libri, cùm tamen aliqua ad Centrobaryca, aliqua ad Statica pertineant. Cùm enim hæc ad pleniorem eorum intelligentiam, quæ de Machinis diſputanda erant, referantur, nomen à ſcopo deſumendum fuit: Nec deerat ex Ariſtotele (ſi tamen ipſi tribuenda ſit illa tractatio) ſuffragium, qui Mechanicas Quæſtiones inſcripſit libellum, in quo non de ſolis Mechanicis facultatibus agitur.

Methodum ne culpes, quòd non in Theoremata & Propoſitiones rem totam digeſſerim, ſed in Capita diſtribuerim, & quidem aliquando longiuſcula: Brevitati nimirum ſtudens non amavi codicem titulis implere, ne fortè, ad oſtendendam conſequentium cum præcedentibus connexionem, cogerer idem ſæpiùs inculcare. Facilius autem duxi ea, quæ conjuncta ſunt, uno eodemque capite complecti, ut ex ipsâ verborum conſecutione rerum cognatio innoteſcat. Præterquam quod, ſi formâ illâ Mathematicis familiari uſus fuiſſem, animum fortaſſe induxiſſes, me mihi ineptè blandiri, & quaſi Geometricas ratiocinationes obtrudere ea, quæ ſatis probabili conjecturâ ſtabilire conatus ſum. Quamvis enim non pauca attulerim, quæ Geometricas demonſtrationes recipiunt, nec mihi videar pſeudographis ſyllogiſmis deceptus; quia tamen & apud Phyſicos & apud Mathematicos agenda erat cauſa, multa fuere ad Philoſophicas rationes revocanda; & quidem, quoad ejus fieri potuit, à receptis in ſcho-

lis

lis opinionibus mihi non erat hìc recedendum, ne quid temerè ſine argumentis proferrem, aut ne longiùs ab inſtituto recederem, ſi quid novi, quæſitâ veri ſimilitudine, molirer. Hoc videlicet mihi potiſſimum curæ fuit, ut Phyſicam admirandorum per Machinas motuum cauſam inveſtigarem: in Phyſicis autem modum ſciendi Geometricum inquirens, ne ab Ariſtotele redarguerer, timerem. Quare alia Geometricè, alia Phyſicè tractata æquo animo patere.

Stylum autem quid excuſem? Non eſt, fateor, conſtans & perpetuus, ſuíque ſimilis: tum quia non eadem ſemper ſubjecta materia eſt, tum quia, prout tempus ferebat, animum inæqualiter affectum ad ſcribendum attuli; nec poterat æquabiliter fluere toties interciſa oratio.

Unum eſt inter cætera, quod fortaſſe deſideres, nimirum illorum, qui de hoc eodem argumento ſcripſerunt, ſententias explicari, & quæ à me dicuntur, eorum authoritate muniri. Plurimum ſanè mihi lucis affulſiſſet ex doctorum virorum Commentariis, neque contemnenda ornamenti acceſſio hujus meæ lucubrationis tenuitati fieret ex diverſis Authorum opinionibus: Verùm ut nunc res ſe habet, opportunâ librorum ſupellectile deſtitutus authorum mentionem facere plenam non potui, jejunam non debui, ne quis per contemptũ prætermiſſus videretur. Mihi autem non ea eſt memoriæ firmitas, quæ, quid aliquando legerim, aut ubi legerim, ſatis explicatâ recordatione ſuggerat. Quòd ſi placuiſſet, corrogatis aliunde libris, magnificam hanc eruditionis pompam meæ qualicumque commentationi adhibere, non ſatis otii ad legendum ſuppetebat, & nimium temporis poſtulaſſet ſcriptio, ſi exponendæ primùm, dein confirmandæ aut refellendæ fuiſſent aliorum

ſententiæ : propterea ſatius duxi, quæ animo occurrebant, pro meâ conſuetudine breviter ſimplicitérque ſcribere, vix aliquando tactâ alicujus Authoris opinione, quam in adverſariis jampridem notatam inveni.

Nec te pluribus volo, Amice Lector. Multa habebis, quæ pro tuâ humanitate mihi condones, plura quæ amanuenſi, plurima fortaſſe quæ Typographo, ubi præſertim de Numeris, & de Majori aut Minori Ratione ſermo eſt; facilis enim contingit oſcitanti hallucinatio, ut ab Autographo aberret exemplar, & Numerus numero, verbum verbo commutetur : Non ægrè tamen ex adjunctis peti poterit correctio. In iis verò, in quibus à me per imprudentiam peccatum fuerit, à tuâ Sapientiâ facilè patiar me dedoceri. Vale.

ELENCHUS

ELENCHUS CAPITUM.

LIBER PRIMUS. De Centro Gravitatis.

LIBER SECUNDUS. De Causis Motûs Machinalis.

LIBER TERTIUS. De Libra.

LIBER QUARTUS. De Vecte.

X. *An*

LIBER QUINTUS. De Axe in Peritrochio.

LIBER SEXTUS. De Trochlea.

LIBER SEPTIMUS. De Cuneo, & Percussionibus.

LIBER OCTAVUS. De Cochlea.

MECHANICORUM LIBER PRIMUS.

De Centro Gravitatis.

MACHINARUM vires, quibus innatæ corporum in motum aut quietem propensioni obsistimus, exploraturus, præterire non possum gravitatem ipsam: ne scilicet ignoretur, quid arte vincendum sit. Ideò primum hunc Librum Centro gravitatis tribuendum censui, cùm plura ex illo pendeant examinanda in posterioribus. Neque tamen hîc subtilissimam illam statices partem persequar, quæ in corporibus singulis gravitatis centrum investigat: id enim, & abundè ab aliis præstitum, & mihi in hac tractatione minimè necessarium; quippe cui satisfuerit centrum illud physicè perspectum habere, quatenus præcavendum est, ne alienâ ponderis ad machinam applicatione longè alia fiat momentorum ratio, quàm oporteat. Ut autem Centri gravitatis notitia clarior habeatur, non inutile ducam quæstiones aliquot ad illud enucleatiùs explicandum pertinentes addere, ut ipsis etiam tyronibus fiat satis: quamquam enim illis machinalis scientia carere posse alicui fortasse videatur, rem tamen penitiùs introspiciens eas extrà mechanicæ considerationis fines positas non esse cognoscet.

CAPUT I.

Quid sit Centrum gravium, & levium.

QUoniam hæc rerum universitas corpora diversæ inter se rationis complectitur, eorum ordo aliquis necessariu, fuit

ut ſuo unumquodque loco diſponeretur; atque adeò æquum fuit, ut ſingulis à natura ea tribueretur facultas, quâ & ſe ſuo in loco, hoc eſt, juxta inſitam propenſionem ſibi debito, conſervare poſſint, & ad illum ſe ipſa promovere, ſi fortè indè dimota fuerint. Quia verò æqualia non niſi æqualiter, ſimilique ratione diſponenda erant, nullum autem corpus præter ſphæram habet perfectam in partium diſpoſitione æqualitatem, debuerunt corpora omnia orbem unum conſtituere. At in ſphæra punctum unum eſt, à quo æqualibus radiis extremæ ſuperficiei partes removentur: igitur ex ordine ad punctum hoc, quod Centrum dicitur, comparanda ſunt corpora; quatenus cùm naturâ impellente moventur, ut in loco ſibi debito, à quo per vim ſejuncta fuere, demum conſiſtant, vel ad centrum hoc accedunt, vel ab eo recedunt.

Et quidem ſi ad centrum accedant, gravitare dicuntur, ſi verò recedant, levitare: & quæ propiora centro conſiſtunt, graviora, quæ autem remotiora, leviora quoque cenſentur ſecundùm ſpeciem gravitatis, & levitatis: quicquid ſit quod æqualia eſſe poſſint ſecundùm gravitatem abſolutam, aut etiam ſæpè contingat minus habere gravitatis abſolutæ id, quod eſt gravius ſecundùm ſpeciem. Sic libra plumbi æqualis eſt libræ aquæ, immò minor centum libris aquæ; quia tamen plumbum infra aquam deſcendens fit centro vicinius, etiam gravius eſt ſecundùm ſpeciem. Quod ſi comparare velis duo corpora ſolida, quæ ſibi ſua duritie ita obſiſtunt, ut neutrum intra alterum moveri poſſit tanquam in medio; illud eſſe ſecundùm ſpeciem gravius affirmabis, quod datâ paritate molis cum alio corpore, cum quo comparatur, ſtaterâ expenſum in eodem medio, in quo utrumque gravitat puta in aëre, plus habere ponderis deprehendes. Sic aurum eſt ferro gravius in ſpecie, quia ex æqualibus molibus auri & ferri, aurea eſt ponderoſior.

Generatim autem loquendo ea ſunt in ſpecie graviora, quæ ſunt denſiora, ea verò in ſpecie leviora, quæ rariora: nam & inflata veſica ob aërem conſtipatum gravior eſt, quàm flaccida; & Æolipilam candentem, aëre intus vi caloris raro, leviorem primùm, poſteà, ubi refrixerit, graviorem eſſe experimento didicimus, aëre aſſumptam raritatem abjiciente. Cùm enim radij à ſphæræ centro ad ſuperficiem ducti longiùs à ſe invicem

cem recedant, æquum fuit, ut quæ plus habent materiæ atque ſubſtantiæ ſub minori mole, in anguſtiore ſpatio collocarentur; ea verò, quæ ſub majoribus dimenſionibus continentur, ampliora ſpatia occuparent, ubi radij magis diſtant: ut videlicet hac ratione æqua ſubſtantiæ diſtributio fieret in totâ ſphærâ. Hinc vides, cur idem corpus, eo ipſo quod rarum ſit, aſcendat, ut aqua in vaporem reſoluta (niſi aliunde ad deſcendendum determinetur, ut aurum fulminans) quia materies eadem ſub majoribus dimenſionibus petit longiùs abeſſe à centro, ibiquè tantiſper conquieſcit, dum conſtipata, atque minorem in molem redacta, iterum deſcendat.

Quare centrum hoc, quod motus, vel quies corporum reſpicit, dicitur *Centrum gravium, & levium*; atque idem creditur eſſe cum centro univerſi: vel ſaltem (ne parùm utili nos diſputatione torqueamus) centrum eorum, quæ in hac ſphærâ elementari gravia, aut levia dicuntur, idem eſt cum centro terraquei hujus globi, ut quotidiana docet experientia: quicquid ſit, an pars lunaris globi, ſi à lunâ ſejungeretur, reditura eſſet ad lunam, ut ad centrum ſui motus. Tam itaquè, quæ hujuſmodi centro proxima ſunt, deorſum poſita dicuntur, ſurſum verò, quæ ab eo longiùs collocata ſunt. Hinc telluris ſuperficiei inſiſtentes caput ſurſum, pedes deorſum habere dicimur. Ille verò, quamvis rectus, & pedes, & caput ſurſum haberet, cujus umbilicus huic centro univerſi congrueret. Per quod pariter centrum ſi ſcala ducta intelligatur, duo poſſent ſibi non occurrere invicem, licet alter aſcenderet, alter deſcenderet; hic ſiquidem accederet ad centrum, ille inde recederet: per eam verò poſſet uterque aſcendere, & tamen licet, æquali motu moverentur, ſemper invicem diſtarent magis, quò à centro ad oppoſitas partes recederent.

CAPUT II.

An corpora prædita ſint gravitate, & levitate.

INter ea, quæ planè homogenea ſunt, ordo eſſe non poteſt à naturâ inſtitutus: hinc ſi nulla eſſet corporum diſſimilitudo,

ſed ex omninò ſimilibus ſubſtantiæ partibus totus hic orbis conflaretur, nulla quoque eſſet aut gravitas, aut levitas. Quid enim hæc potiùs pars, nulla naturæ conditione à cæteris diſcreta, petat abeſſe à centro, illa verò exigat in eo conquieſcere? verùm quia multiplici corporum genere coagmentata rerum univerſitas inconcinna eſſe non potuit, ſuum cuique locum natura tribuit, in quo ſe ſiſteret, ut infra hæc quidem deſcenderet, ſuprà illa verò aſcenderet, ſi quando ſibi invicem contigua fierent ordine præpoſtero, nec ullus eſſet motui obex. Cùm itaque corpora ſingula inſitam habeant propenſionem (ab Ariſtotele dicitur ὁρμή) qua petunt certum locum in univerſo; conſtat præter deſcendentium gravitatem dari etiam poſitivam levitatem, quâ corpus aliquod ſe ipſum promovet ad ſuperiores partes univerſi à centro magis diſtantes, neque ſolùm admittendam levitatem negativam, quâ corpora minùs gravia cenſentur levia, ſi eorum cum gravioribus fiat comparatio. Nam ſi ea, quæ levia dicuntur, eatenus dicas aſcendere, quatenus à gravioribus in inferiorem locum deſcendentibus propelluntur; mihi æquè liberum erit tollere omnem poſitivam gravitatem, ſolâ levitate admiſsâ; & omnia pariter ſolvam dicendo ea gravia cenſeri, quæ minùs levia ſunt, atque ideò tantùm deſcendere, quòd extrinſecùs à levioribus aſcendentibus loco pulſa detrudantur, non quòd ab internâ facultate deorſum impellantur. Quod ſi vel gravitas de medio tollenda ſit, vel levitas, ſatius eſt levitatem relinquere; naturâ videlicet ad altiora ſemper, & perfectiora aſpirante, nec adeò contendente de infimo loco. Quare cùm per gravitatem ſolam æquè ac per ſolam levitatem motus iſti explicentur, cæteroqui autem ingenita ſit unicuique corpori ſui loci exigentia; utramque admittere rationi maximè conſentaneum fuerit.

Vitreum globum vacuum, qui in tubulum recurvum deſinat, quoad fieri poteſt, calefactum, ut incluſus aër rareſcat, Hermeticè claude: tum adjiciatur congruens plumbi gravitas, quâ infra aquam deprimatur. Sit autem globus, unà cum adjecto plumbo, connexus cum exquiſitæ libræ brachio, aut lance, ejúſque gravitas intrà aquam exploretur: ubi gravitas innotuerit, adhuc ſub aquâ retineatur globus, ſed longiore forcipe extremum tubuli caput occluſum frangatur: & animadvertes

vertes globi vitrei cum appenſo plumbo gravitatem augeri; cujus incrementum indicabitur ab addito in oppoſitâ lance pondere ad conſtituendum æquilibrium. Cùm itaque idem maneat vitrum, idémque plumbum, & nulla facta ſit alicujus gravitatis acceſſio, illud unum ſupereſt, quòd aër rarus intrà globum concluſus levior, quàm idem aër, aperto tubulo, ſibi reſtitutus, plus elidit gravitatis plumbi & vitri; atque moles compoſita ex plumbo, vitro, & aëre raro, ſecundùm ſpeciem levior eſt, quàm moles ex plumbo, vitro, & aëre non raro. Aër igitur intra aquam ita levis eſt, ut aliquid gravitatis imminuat: Nam ſi globum eundem ex aquâ extractum, omni aëre excluſo, aquâ repleveris, & iterum eodem plumbo adjecto ejuſdem gravitatem intrà aquam examinaveris, illam adhuc majorem deprehendes; quia ſcilicet nulla levitas aëris adeſt, quæ aliquam deterat gravitatem, ſed illa ſolùm perire videtur, quam infert diſcrimen gravitatum ſecundùm ſpeciem, ut ex Hydroſtaticis conſtat. Neque ſuſpiceris hæc gravitatum incrementa oriri ex aquâ ſubeunte per apertum tubulum, cùm aër aſſumptam ex calore raritatem abjicit, ſe in naturalem ſuam molem reſtituens, ſivè, aëre prorſus excluſo, ex aquæ globum implentis gravitate. Si enim vitrum aliud aut nullius, aut modiciſſimæ aquæ capax, ſed ejuſdem in aëre ponderis cum aſſumpto globo, ſimiliter in aquâ expendas, eandem invenies gravitatem, ſive multâ, ſive modicâ aquâ repletum fuerit. Non igitur aqua intrà aquam gravitatem auget.

Sed illud, ut reliqua ſileam, non leviter ſuadere poteſt corpora ſuis nutibus non deorſum tantùm, ſed etiam ſurſum conari, quod mihi haud ita pridem aliud inveſtiganti contigit obſervare. Cum enim animadvertiſſem aliquando, quàm diſpar eſſet gravitas aquæ dimidiam ſitulam implentis, ſi illa in ſuperficie horizontali libraret ſeſe, ac quandò ſuppoſita ligneo globo firmiter cum ſuperiore tigillo cohærenti altiùs ad latera aſſurgebat locum globo concedens, quem tamen non ſuſtinebat; ſubiit animum cupido tentandi, an bubula veſica inflata transverſis virgulis infra vaſis labra depreſſa ita, ut eam aqua circumplecteretur, vim haberet pariter augendi momenta gravitatis; aquam ſiquidem cogebat aſſurgere ad altitudinem majorem perpendicularem, ac quandò, veſicâ liberè innatante,

ſubſidebat. Inveni tamen nullum planè obſervari poſſe in gravitate diſcrimen, quamvis tam ampla eſſet veſica, ut facilè dimidiam vaſis capacitatem impleret: in utroque enim caſu pondus fuit lib. $44\frac{1}{2}$. Id mihi, fateor, accidit præter opinionem: Nam ſi ex pariete extet tigillus, cui adnectatur cylindrus P, aut veſica ritè firmata, ferè implens capacitatem vaſis A B, vaſque illi ſupponatur ita, ut aqua deinde infuſa poſſit liberè cylindro circumfundi; percipies onus longè majus, quàm pro gravitate aquæ infuſæ, ſi permitteretur ſubſidere: & ſi vas ex ſtaterâ pendeat, adducto reductóve ſacomate apparebunt momenta gravitatis longè majora, quàm ſi tota illa aqua fundum peteret, & cylindri pars, quæ priùs immergebatur, abſciſſa, aut veſica innataret. Intelligebam id ex majori altitudine perpendiculari aquæ ſupra eandem baſim oriri; nam depreſſo vaſe ita, ut paulatim cylindus emergat, & aqua ſubſidat, ſemper minuitur pondus: idem futurum ſperabam, ſi veſica intra aquam non ab extrinſeco obice detineretur, ſed à virgulis cum vaſe ipſo connexis; quandoquidem aqua ad eandem pariter altitudinem aſſurgebat ſuper baſim eandem: at ſpem fefellit eventus. Nec alia mihi ſe obtulit probabilior ratio, quàm ut exiſtimarem aquam altiorem vehementius quidem deorſum niti, veſicam tamen leviorem altiùs depreſſam, conantem ſurſum, æqualiter contendere, ut emergeret; cùm verò niſus iſte ſurſum oppoſitas virgulas, atque adeò vas cum illis connexum urgeret, elidi adverſum impetum deorſum, qui à majore altitudine perpendiculari aquæ oriebatur, & ſolum remanere conatum ex ipſorum corporum ſubſtantiâ promanantem, quæ ſicut eadem ſemper erat, ſivè innataret veſica, ſivè per vim immergeretur, ita eadem obtinebat gravitatis momenta. Quo experimento (quamquam non me lateat, quid pro ſe afferre hîc poſſent aliter ſentientes) viſus mihi ſum deprehendere non obſcurum poſitivæ levitatis veſtigium.

Ut autem levitatem corporibus adimendam aſſererent ingenioſi Academici, hoc potiſſimum ducti ſunt experimento.

Ligneum

Ligneum cylindrũ ABC plano horizontali D, E, perpendicularem ſtatuerunt ; & ut cylindri baſis ſubjecto plano exactè congrueret, laminas duas accuratiſſimè lævigatas, tùm cylindri baſi, tùm ſubjecto plano firmiter adnexas voluerunt. Tùm ne aër facilè inter utrumque ſubiret, erecto ſupra planũ in orbem ex cretâ, aut cerâ aggerulo, argentũ vivum infuderunt. Cylindrum extremo libræ jugo G, alligârunt, addito in oppoſitâ libræ extremitate H pondere L cylindri pondus adæquante; quod utique cylindrum elevare non poteſt. Additum igitur eſt & aliud pondus M uſque eò, dum cylindrus à ſubjecto plano avelleretur, & fuit librarum circiter trium : quam menſuram arguunt eſſe reſiſtentiæ cylindri contiguo plano adhærentis metu vacui. His peractis concavum vas cylindricum NOP, æqualis aut majoris altitudinis parârunt, laminâ pariter perpolitâ vaſis fundo adnexâ, cui impoſitus fuit cylindrus, adeoque adhæſit, ut, pleno mercurij vaſe, omninò non avelleretur, ut innataret ; ſed tunc demum argento vivo innatavit, cùm per vim à vaſis fundo avulſus eſt cylindrus : cui, ut iterum fundum peteret, & argento vivo immergeretur, imponendum fuit pondus Q librarum circiter quinque. Vis ergò levitatis ligni in mercurio (ſi qua levitas eſſet) æſtimanda eſſet ut quinque, cùm vis adhæſionis metu vacui ſolùm inventa ſit ut tria : debuiſſet igitur levitas ita prævalere, ut adhæſionem vinceret, & cylindrus ſponte elevaretur. Non eſt itaque levitas, quæ ligneum cylindrum innatare cogit, ſed mercurij gravitas major ipſa eſt, quæ lignum elevat, cum primùm locus patet, in quem deſcendat.

Sed antequam experimentum hoc ad examen revocemus, ut innoteſcat, quid hinc confici poſſit ad levitatem excludendam, haud ægrè permiſerim, cùm in abeuntis ſuâ ſponte corporis

poris locum corpus aliud ſuapte vi, & naturâ ſuccedit, ab hoc illud urgeri poſſe, ut velociùs moveatur: duo ſcilicet corpora diverſæ ſecundùm ſpeciem gravitatis ſi fuerint perturbatè diſpoſita intrà medium, in quo utrumque gravitat, nil mirum, ſi à graviore majori niſu conante extrudatur minùs grave: id quod etiam de duobus levibus dicendum perturbatè diſpoſitis in medio, ubi utrumque levitat: duobus enim ſimul currentibus, ab eo qui ponè ſubſequitur, ſi majoribus viribus polleat, priorem urgeri atque impelli palam eſt, quamquam motus univerſus impulſioni tribuendus non ſit. Ita quoque aſcendentem in mercurio ligneum cylindrum à deſcendente mercurio ſurſum urgeri aliquatenus poſſe non diffitebor, ſicut & mercurium ipſum repugnare, ne ſurſum propellatur, atque ab eodem lignum innatans prohiberi, ne deſcendat: hinc tamen non ſequitur ligni aſcendentis motum, aut innatantis quietem, prægravis mercurij viribus omnino adſcribi jure debere, nam, & ſua vis aſcendendi, atque conſiſtendi, ligno ipſi tribuenda eſt.

Quid quòd ipſæ innatantis cylindri portiones, altera quidem mercurio immerſa, altera verò extans, levitatem ipſi ligno inſitam declarant? Quid enim partis immerſæ ad extantem (ſi moles ſpectetur) ea ratio eſt, quæ ſpecificæ gravitatis ligni ad differentiam gravitatum ligni, atque mercurij? niſi quia portionis mercurio immerſæ levitas, atque extantis in aëre gravitas, æquilibritatem conſtituent; quemadmodum in *Terra machinis mota differt.* 5. *n.* 105. explicatum eſt. Hanc porrò æqualitatem Algebricè ſic oſtendo. Ratio gravitatis ligni ad gravitatem mercurij ſit ut S. ad R; differentia eſt R−S. Ponatur cylindri pars immerſa. A. Quia igitur ut ſpecifica gravitas corporis innatantis ad differentiam gravitatum, hoc eſt ut S ad R−S, ita pars cylindri immerſa A, ad extantem $\frac{R \text{ in } A - S \text{ in } A}{S}$; Si pars extans in aëre in ſuam gravitatem S ducatur, pars verò immerſa A in differentiam gravitatum R--S, hoc eſt in −R+S, quia eſt deficiens, efficitur hinc quantitas R in A − S in A, hinc verò −R in A+S in A, quæ ſe invicem elidunt. Æqualia igitur ſunt levitatis, & gravitatis momenta. Sit enim exempli causâ gravitas ligni ad gravitatem mercurij,

mercurij, ut 8. ad 13. differentia eſt 8. Eſt igitur cylindri pars immerſa ejuſdem $\frac{5}{13}$, extans verò $\frac{8}{13}$: at portio immerſa deficit à gravitate mercurij ſecundùm ſpeciem ut 8; igitur $\frac{5}{13}$ in -8 dant $\frac{-40}{13}$: item partis extantis gravitas in aëre eſt 8; igitur $\frac{8}{13}$ in 5 dant $\frac{40}{13}$: confligunt itaque inter ſe pari conatu levitas $\frac{-40}{13}$ & gravitas $\frac{40}{13}$, adeóque fit conſiſtentia & innatat lignum.

Sed jam ad propoſiti experimenti examen deſcendamus. Aio cylindri reſiſtentiam ex adhæſione metu vacui non ſatis exploratam fuiſſe per libram; hæc enim dum ex pondere M deorſum inclinatur, extremitas G ſurſum elevata arcum deſcribit, ac proinde cylindri aſcendentis motus non eſt per lineam horizontali plano perpendiculariter inſiſtentem, ſed per inclinatam: Quare cùm A. versùs I libræ centrum trahatur, cylindri baſis non incipit elevari parallela horizonti, ſed cum inclinatione, ita ut C priùs elevetur, quàm B: ea autem, quæ ſibi invicem adhæreſcunt, multò faciliùs divelli manifeſtum eſt, ſi id cum inclinatione fiat, quàm ſi ſervandus ſit paralleliſmus. Adde in hac inclinatione faciliùs adhuc divelli cylindrum à ſuppoſito plano, quò longior cylindrus fuerit; habet ſcilicet rationem vectis, cujus potentia eſt in A, hypomochlion in B, reſiſtentia vincenda in C. Quare pondus M non aptè metitur reſiſtentiam, quæ oritur ex corporum adhæreſcentiâ, metu vacui, ſed hæc multò major eſt, ſi ad perpendiculum motus fieri debeat; quemadmodum & fieri oporteret, ſi in vaſe N O P mercurij pleno cylindrus fundo adhærens rectâ aſcenderet. Quamvis igitur pondus Q librarum quinque admitteretur menſura levitatis, non continuò argui poteſt hujus exceſſus ſupra reſiſtentiam adhæſionis. Quin immo affirmare auſim, ſi libræ loco adhibita fuiſſet amplior trochlea, & ex funiculo ejus orbitam cõplectente hinc cylindrus A, hinc verò pondus M ad perpendiculum pependiſſent, non ſatis futurum fuiſſe põdus librarum trium, ſed multò majus adhibendum fuiſſe, ut cylindri reſiſtentiam ſuperaret; fuiſſet enim avellenda baſis ſervato paralleliſmo.

Quantum autem virium, ferè ſupra fidem, habeat vacui horror ad corpora retinenda, ſatis apertè declarant gravia, quæ ſuſpenduntur. Ego ſanè vidi marmoreum mortarium communis magnitudinis ſatis vulgari artificio ſuſpendi vitreo cyatho:

mortarij ſcilicet fundo exteriùs aptata fuerat maſſa ex farinâ ad formandos panes recens macerata, & aquâ ita ſubacta, ut illi tenaciter cohæreret: tum vitreo calici injecta ſtuppa admoto igne exarſit, applicituſque calix maſſæ eam attraxit, ſicut & medicorum cucurbitulæ carnem attrahunt: quare accepto calicis vitrei pede facile fuit mortarium elevare, & ſuſpendere. Quod ſi marmoreum mortarium ex metu vacui in aëre pendulum hæſit, quid mirum ſi & ligneus cylindrus ſubjecto plano adhæreſcens in mercurio ſtetit?

Nondum itaque ex hoc experimento, aut ex ſimilibus, ubi metu vacui ſuos motus moliri corpora non poſſunt, ſatis habemus argumenti, quo levitatem, ſolâ gravitate retentâ, expungamus. Hujuſmodi eſt illud, ubi in lignei vaſis fundo excavatur ſcaphium, cui exquiſitè congruat eburneus globus, qui ſuperinfuſo hydrargyro non aſcendit. Neque enim ideò non aſcendit, quia rima nulla patet argento vivo, per quam ſubiens extrudat eburneum globum, ſed quia ita ſibi exquiſitè congruunt ebur, & lignum, ut vis ipſa aſcendendi vincere non valeat vim adhæreſcentiæ. Nam & eadem vis in aëre ſuſpendit corpora gravia, ne deſcendant. Quamvis autem non totum hemiſphærium globi eburnei, ſed ſolùm ejus maximus circulus congrueret excavato ligno, & cavitas ipſa aëre repleretur, non propterea tollitur vis adhæreſcentiæ illius annularis; quia ſcilicet vis aſcendendi in hydrargyro tanta non eſt, ut valeat incluſum ibi aërem diſtrahere, ſicut opus eſſet ad incipiendum motum citra periculum vacui, & præterea ſuperanda eſt reſiſtentia hydrargyri dividendi; corpora enim in motu dividunt medium, pro cujus craſſitudine reſiſtentiam experiuntur. Adde hemiſphærium inferius in aëre tanquam in loco poſitum gravitare non minùs, quàm hemiſphærium ſuperius levitet in hydrargyro; proinde nil mirum, ſi globus non aſcendat. Quod ſi aëre excluſo locum illum impleveris hydrargyro, & eburneum globum ita foramini aptaveris, ut illi exquiſitè congruat; ſi in ſuperinfuſo hydrargyro globus non aſcendat, indicio eſt ita globum eſſe foramini infixum, ut neque valeat elevari à ſubjecto hydrargyro in ſcaphij formam per vim excavato: neque enim facilè mihi perſuadebis ſpecificarum gravitatum differentiam exigere, ut hemiſphærium integrum præciſè extet: præter

præter quam quod ſi non valebat ſubjectum aërem diſtrahere, multò minùs id in hydrargyro præſtare poteſt, ut vacuum evitetur.

At, inquis, fiſtulam quadricubitalem ſpiritu vini plenam cum globulo innatante ſi clauſeris, & inverteris deorſum, aſcendet globulus ſpatio 200 vibrationum perpendiculi; in eâdem verò fiſtulâ communis, & ſimplicis aquæ plenâ aſcendet ſubduplo tempore 100 vibrationum. Cur hoc? niſi quia aqua ut pote gravior validiùs extrudit globulum, quàm ſpiritus vini. Nihilominus: ſi gravia in levibus magis gravitant, & velociùs deſcendunt, quò major eſt ſpecificarum gravitatum differentia; viciſſim levia in gravibus magis levitant, & velociùs aſcendunt, quò major eſt ſecundùm ſpeciem levitatis differentia: Atqui ſpiritus vini magis accedit ad ſpecificam levitatem innatantis globuli, aqua autem magis differt; in aquâ igitur globulus magis levitat, & velociùs aſcendit, ſicut lapis in aëre velociùs deſcendit quàm in aqua, aut in melle.

Addis iterum. Vitreo vaſculo, cui longior fiſtula adhæreat, fomitem cum filo ſulphurato ope fili ferrei ingere, ut vitrum tangat: totum imple hydrargyro, & converſo deorſum oſculo deſcendit hydrargyrus; atque ſubſiſtit in altitudine cubiti, & quadrantis: admotâ lucernâ vitrarij vitrum calefiat, ut fomes cum filo ſulphurato accendatur: fumus deſcendit, nec niſi aperto ſuperiore vaſis oſculo aſcendit, aëre videlicet ſubeunte, à quo extrudatur ſurſum. Nego fumum ab aëre ſurſum extrudi, ſed qui gravior ſpiritu raro mercurij in illo deſcendebat, ubi aërem tangit, ut pote levior in illo aſcendit.

Non auſim tamen in lapide, qui gravitatem in aquâ & aëre, levitatem in mercurio, aut plumbo liquente obtinet, duplicem ſtatuere virtutem, quarum altera ſurſum, altera deorſum conitatur: Cum enim impetus motum efficiens (ut infrà conſtabit) ejuſdem naturæ ſit, in quamcunque demum orbis plagam dirigatur motus; ſatis video ab uno eodemque principio, pro variâ contigui corporis conditione, aſcenſum, deſcenſúmve prodire poſſe. Quandoquidem motus, qui in eadem lineâ perficitur, ſimiles planè includit ubicationes ſucceſſivè acquiſitas, ſivè aſcenſus ſit, ſivè deſcenſus, ordine tantùm in earum adeptione, commutato. Quare cum aſcenſus à deſcenſu hoc

uno differat, quòd quam ubicationem lapis demùm obtineret post alias propè finem motûs, si fuisset centro propior quàm mercurius, eam acquirat sub initium motûs ante alias, si in mercurij locum aër aut aqua surrogetur centro vicinior quàm lapis: ad ordinem hunc permutandum non videtur necessaria virtutis motricis dissimilitudo; nihil quippe producitur dissimile. Sed si quis sufficere dicat conditionum varietatem, nihil absonum fortè loquatur: debuit enim una virtus activa in sui effectus productione non uni tantùm conditioni alligari, sed pro earum varietate modum quoque operandi mutare posse, modò præstitutos fines, quoad substantiam, non transiliret.

Neque arbitror hoc tantùm sensu negatam ab aliquibus levitatem positivam; potuissent enim æquè negare gravitatem, admissa solùm potentia motrice. Sed si vis ista se movendi deorsum gravitas positiva dicenda est, cùm eadem sit virtus se movendi sursùm, cur levitas positiva non fuerit? Qui enim levitatem à gravitate sejunctam negat, non illicò levitatem expungit: quemadmodum Angelos intelligentiâ aut voluntate diminutos non asserunt ij, qui vitalium facultatum distinctionem non agnoscunt. Nullum igitur corpus simpliciter, & absolutè grave dicendum est, nisi quod cæteris omnibus ita petat subesse, ut nequeat raritatem assumere, vi cujus evadat levius corpore simili quidem secundùm naturam, dissimilis tamen raritatis: nullum simpliciter, & absolutè leve, nisi quod ita exigat extremam orbis laciniam occupare, ut nunquam constipari possit, ac fieri gravius proximo corpore rariore. Reliqua omnia non nisi comparatè gravia, aut levia dici possunt: sic plumbum grave est in aëre, grave in aqua, at pariter leve in mercurio, leve si cum auro conferatur.

Hinc corpus in loco sibi debito constitutum, séque ibi conservans (extra tamen sphæræ centrum, nec in extimâ orbis elementaris superficie) ob idipsum, quia obsistit non tantùm, ne infra subjectum corpus deprimatur, verùm etiam, ne in locum superioris attollatur, & levitare simul dicendum est, & gravitare. At si in alienum locum transferatur, quia in medio leviore ita repugnat ascensui, ut petat descendere, solùm gravitat; quia verò in graviore ita depressioni reluctatur, ut exigat ad superiora evadere, solùm levitat. Quod si corpora hujusmodi

in

in actu secundo gravitare aut levitare tunc solùm dixeris, quando illa in locum non suum translata aut descendere expetunt, aut ascendere, vel re etiam ipsâ descendunt, aut ascendunt, non admodum repugnabo; modò conatum illum, quo se suo tutantur in loco, gravitationem, & levitationem saltem in actu primo, aut pariter asseras, aut pariter neges.

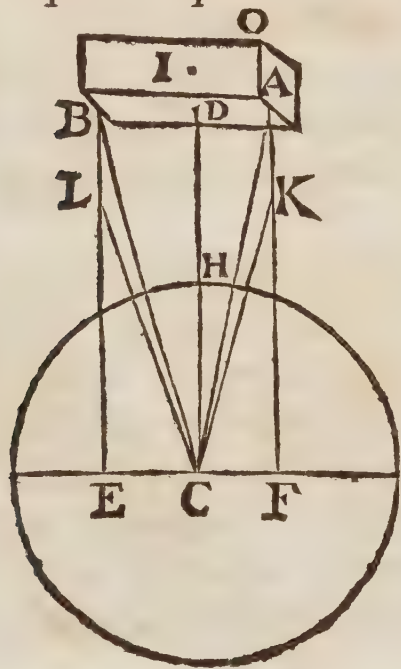
Porrò motus omnis gravium, & levium sicut in vacuo exerceri non potest (ut in *Vacuo Proscripto cap.2.num.9.* ostendi) ita in medio fit, vel tardiùs, vel citiùs, tùm pro majori vel minori ipsius medij resistentia ad scissionem partium magis, vel minùs connexarum, tùm comparatâ gravitate seu levitate mobilis cum levitate seu gravitate medij. Hinc est gravibus minùs resistere leviora, magis verò, quæ minùs levia, cæteris paribus: sic aër minùs resistit lapidi cadenti, quàm si idem lapis inciperet moveri in aquâ, quæ minùs levis est, quàm aër. Ex opposito autem levibus graviora minùs resistunt, quæ autem minùs gravia, magis resistunt: sic exhalatio ex fundo aquæ, in vitreâ phialâ ad ignem expositâ, per aquam ascendit velociùs, quàm deinde extra aquam posita ascendat in aëre, ubi fumeam naturam induerit. Unde patet non adeò solidum ab aliquibus ex hoc experimento sumi argumentum negandi positivam levitatem. Quæ enim de gravibus ex comparatione cum levibus dicuntur, ea de levibus, proportione servatâ, dicenda sunt, si cum gravibus conferantur. Cur autem gravibus leviora, levibus graviora minùs resistant, ratio est, quia mobile movetur in medio propter dissimilitudinem; nam si corpus contiguum esset, simile non moveretur; quando igitur major est dissimilitudo, debet velociùs moveri, segniùs autem, & lentiùs, quò propiùs abest à similitudine, donec in simili demum quiescat.

Est itaque in corporibus gravitas, & levitas, vi cujus motus aliquos juxta naturæ propensionem perficiunt, ut certo denique in loco consistant, ejusdemque vi resistunt, ne oppositis motibus cieantur, & à suæ quietis loco avellantur. Quamvis autem eadē maneat gravitas aut levitas, non idē tamen est semper momentū (Græcis ῥοπὴ) hoc est actualis ad motum inclinatio, dum in actione est; hæc enim, ut infra patebit, ut plurimum ex positione, & situ mutatur, vel comparatè ad mediū, in quo perficitur motus.

CAPUT III.

Quid ſit centrum gravitatis, & linea directionis.

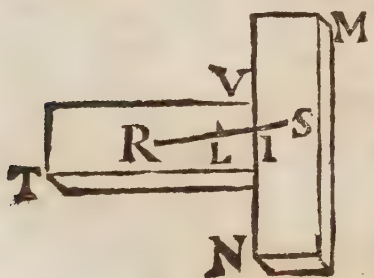
QUamvis non minùs levitate, quàm gravitate prædita ſint corpora, quia tamen frequentiùs gravitatem vincere conamur, quàm levitatem; ideò illa potiſſimùm cadit ſub contemplationem ſcientiæ Machinalis: vix enim aliquando contingere poterit, ut opus ſit infra aquam corpus aliquod leve per vim deprimere. Hinc factum eſt, ut de ſolo gravitatis centro ſermo communiter ſit, levitatis autem centrum ſilentio obvolvatur: quia nimirùm quæ de gravitate deſcendente explicantur, ea de levitate aſcendente, pro rata portione, dicta facile intelliguntur.

Ad centrum terræ (quod & centrum gravium ac levium dicimus) properant corpora quæcumque gravia in medio leviore conſtituta ſibi redduntur, ut motus ſuos perficiant. Quoniam verò natura finem propoſitum per media, quæ poteſt, breviſſima proſequitur, ambages, & diverticula fugiens; moventur per lineam rectam, ut pote breviſſimam, niſi externo aliquo impedimento cogantur à rectitudine deflectere: Hæc autem recta linea intelligi debet ex terræ centro ducta ad corpus ipſum, quod movetur; ac proinde tùm in ſphæricam ſuperficiem, tùm in planum Horizontis ad perpendiculum cadit. Sed quia corpus, quod deorſum contendit, plures habet partes, quibus conſtat, ſingulas ſuâ gravitate præditas, lineæ verò à ſingulis hiſce partibus exeuntes in terræ centro concurrunt; fieri non poteſt, ut ſervatâ corporis figurâ, atque continuo partium nexu non diſſoluto, per rectam ſuam lineam ad centrum ductam unaquæque pars deſcendat. Si enim parallelepipedum AB in aëre dimittatur, ut ſponte

te ſua deſcendat, fieri non poteſt, ut A rectam A C percurrat, quin oppoſitum extremum B à recta B C longiſſimè recedat, & contra: utramque verò extremitatem ſimul A & B rectâ in centrum C tendere non poſſe eſt manifeſtum: Quare cum ſibi invicem obſiſtant æqualiter, ob gravitatis æqualitatem, eas ex perpendicularibus A C, B C æqualiter ſecedere oportet ad latera, atque parallelas B E, A F deſcendendo deſcribere. Eadem eſt ratio de cæteris partibus æquali intervallo ſejunctis à medio D; omnes enim à ſuis perpendiculis recedunt, præter punctum medium D, cujus perpendicularis D C parallela eſt lineis à reliquis partibus in motu deſcriptis. Ex omnibus itaque particulis datum grave componentibus, eæ ſolùm, quæ puncto D imminent, per rectam D C in centrum moventur; quæ tàm plano horizontis in C, quàm ſuperficiei ſphæricæ in H perpendicularis eſt; cæteræ verò parallelæ B E, A F perpendiculares quidem in horizontem cadunt, ſed ſphæricam ſuperficiem obliquè ſecant.

Jam verò ſi ejuſdem parallelepipedi aliud planum A O horizonti parallelum moveri verſùs C intelligas, erit in eo ſimiliter aliud punctum unicum, quod rectam D C percurrat; & intra corporis ſoliditatem unica linea puncto illi imminens viâ eâdem in centrum perget non declinans à perpendiculo: cæteræ partes, tam quæ ad dextrã, quàm quæ ad levã, tam quæ antè, quàm quæ ponè, ſibi mutuò adverſantes à recto in centrũ itinere deflectent æqualiter. Cum itaque, in priori poſitione, linea puncto D imminens, eſſet in communi ſectione planorum, quorum alterum partes dextras à ſiniſtris, alterum anteriores à poſterioribus æqualiter ſecernebat; in ſecundâ autem poſitione linea à perpendiculo non recedens ſit quoquè in duorum planorum communi ſectione, quibus pariter corporis gravitas in æquas tribuitur partes; unum verò ex planis ſecantibus ſit utrique poſitioni commune; unicum eſt punctum tribus planis commune, in quo binorum planorum ſectiones ſe invicem ſecant, & ſit ex. gr. punctum I; quod unicum rectâ pergit in centrum C, quemcumque tandem ſitum in motu obtineat corpus datum A B, ipſum enim eſt duabus illis lineis commune, quæ in ſingulis poſitionibus ad ſui perpendiculi latera non recedunt: cætera illarum linearum puncta, mutatâ poſitione corporis, lineam quoque motûs mutant.

Illud

Illud itaquè punctum in quocumque corpore gravi, quod ſemper in motu deſcribit lineam rectà in terræ centrum ductam, dicitur *Centrum Gravitatis*; & linea, quæ centrum gravitatis conjungit cum terræ centro, *Linea directionis* dicitur; ſecundùm quam videlicet dirigitur motus, & dimentienda eſt corporis à centro terræ diſtantia, ſi quatenus grave conſideretur. Porrò punctum I centrum gravitatis dicitur, quia centri nomen tribuitur puncto, quod eſt medium: & quemadmodum magnitudinis alicujus centrum vocatur punctum illud, quod æquales magnitudines circunſtant, ſi partes, quæ ex adverſo ſunt, accipiantur; ita in gravibus centrum gravitatis dicitur, quod æquales gravitates, vel æqualia gravitatum momenta circunſtant. Quod ſi punctum I non haberet hinc,& hinc æquales gravitatum vires, ab alterutrâ parte præſtante viribus propelleretur in latus extra lineam directionis, à quâ nunquam recedit, ſi liberè moveatur. Cave tamen, ne partium æqualitatem dimetiaris linearum longitudine à céntro gravitatis exeuntium, ita ut ſingulas lineas æqualiter dividendas putes; ſed totum corpus debet intelligi diviſum bifariam à plano per centrum gravitatis ipſius corporis, & per centrum gravium ac levium tranſeunte, ita ut ſi planum à dextrâ in ſiniſtram ductum ſecernat partes anteriores à poſterioribus, æqualia ſint gravitatum momenta antè, & ponè; ſi aliud planum per eandem directionis lineam ductum partes dextras à ſiniſtris diſtinguat paria ſimiliter hinc & hinc gravitatum momenta relinquat.

Gravitatum, inquam, momenta, non gravitates; ne locus pateat æquivocationi; neque enim quoties æqualia ſunt momenta, toties æquales ſunt gravitates hinc & hinc centrum gravitatis complectentes, ut patebit ex iis, quæ de æquilibrio dicemus. Unde fit in iis tantùm corporibus, quæ partibus unius ejuſdemque naturæ,ac ductu perpetuo ſimiliter conſtitutis,conſtãt, idem eſſe centrum gravitatis atque magnitudinis; reliqua certis regulis non circumſcripta, aut ex variis naturis compoſita, in alio puncto, molis centrum habere, in alio, gravitatis. Si enim duo ſolida V T, cujus centrum gravitatis, & magnitudinis R, & MN, cujus centrum S, æqualia ſecundùm

dùm gravitatem coagmententur, non erit centrum gravitatis totius molis compositæ in I, ubi planum transiens per V N secat lineam R S jungentem centra singularum gravitatum æqualium, sed erit in L, ubi recta R S bifariam dividitur: planum autem per centrum terræ, & punctum L ductum non ita secat hanc molem, ut sint æquales hinc, & hinc gravitates, quamvis æqualia sint gravitatum inæqualium momenta, quæ ex figuræ positione potissimùm pendent. Quod si corporis V T gravitas ad corporis M N gravitatem, eam haberet rationem, quam S I ad I R, esset I gravitatis centrum molis compositæ, quæ à plano per terræ centrum,& punctum I ducto non in gravitates æquales, sed in momenta æqualia divideretur; ut in loco inferiùs explicabitur.

Observa autem non semper centrum gravitatis esse in ipso corpore gravi, ut patet in corporibus annularibus, aut angulos cavos habentibus, in quibus nullum est punctum per quod transeuntia plana quæcunque dividant in æquas partes momenta gravitatum: ita tamen est extra corporis cavi soliditatem, ut sit intra ipsam cavitatem punctum, ex quo si intelligatur annulus, vel frustum annulare suspendi, manet positionem habens horizonti parallelam, cum habeat æqualia hinc, & hinc gravitatum momenta. Quod si corpus in cavos angulos sinuatum habeat particulam aliquam procurrentem, potest contingere, ut in illius particulæ extremo sit totius molis centrum gravitatis: sic brevioris alicujus bacilli extremitati alteri si duos cultros infixeris, ut singuli cum bacillo hinc, & hinc angulum acutum ad easdem partes constituant, ita inclinari possunt, ut extremo ungue supposito reliquæ bacilli extremitati tota illa moles sustineatur citrà periculum cadendi, cùm gravitatis centrum in illa extremitate, intrà cavitatem, quam inclinati cultri faciunt, æqualia habeat ex omni parte gravitatum momenta, si planum secans per illud transeat.

CAPUT IV.

An gravia centro vicina minùs gravitent.

CORpora non intelliguntur gravitare nisi in alieno loco; quando scilicet corpus contiguum inter illa & centrum terræ interjectum, quod medii rationem habere potest, levius est; petit enim infra illud esse: nisum autem hunc deorsùm *Gravitationem* dicimus. Sed quoniam nisus iste videtur idcircò à naturâ institutus, ut perturbatus corporum ordo restituatur; si ex fine ratio petenda sit, satis apparet corpora gravia centro terræ vicina minùs gravitare. Quemadmodum enim quotiescunque aliquis à proposito fine magis distat, eò magis anxius est, atque solicitus de mediis ad illum assequendum necessariis, & animo æquiore toleratur modica, quàm multa violentia; ita natura minorem ordinis debiti perturbationem sentiens, si grave parùm absit, quàm si longè abesset, à loco, ubi juxta ingenitam propensionem exigit consistere, minùs solicita esse debet de illo restituendo, nec adeò vehementi conatu, hoc est gravitatione, illud urgere debet in locum suum.

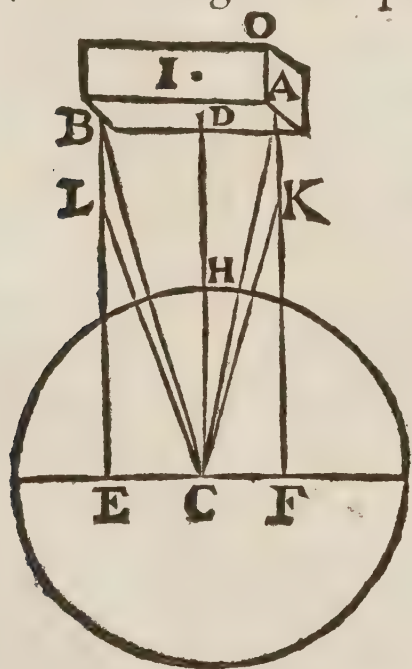
Ad hæc omnibus apertissimè liquet eò majore naturæ impetu corpora deorsùm niti, quò levius est corpus, in quo tanquam in medio perficiendus est motus, si dimittantur. Sic à saxo in aëre pendente manum deorsùm validiùs trahi sentimus, quàm ab eodem aquæ immerso trahatur, & multò languidiùs conatur deorsum lapis in melle descendens, quàm in aqua; quia videlicet aqua levior est melle, & aër levior aquâ. Hinc est quod, si medij partes fuerint diversâ gravitate præditæ, pars centro terræ propior etiam erit gravior; atque ideò corpus in parte medij graviore minùs gravitabit propè centrum terræ, quàm procul. Esse autem ejusdem medij non commoti partes graviores in imo, omnium ferè hominum sensus est: quotus enim quisque est, qui nesciat mellis optimam partem esse, quæ in vasis fundo, vini quæ in medio, olei quæ in summo? id autem verum non esset, nisi liquoris ejusdem partes essent diversâ gravitate delatæ in loca à terræ centro dispari-

bus

bus intervallis remota: Quia enim oleum eò perfectius est, quò propiùs aëris levitatem spirituum subtilitate æmulatur, ideò quod in summo vase innatat, optimum est: At vini suavitas in exquisitâ sui tartari sufficienti humore diluti cum spiritibus permistione consistens medium locum in vase exigit, sicut media est illius gravitas inter vagantium spirituum levitatem, & fæculenti tartari gravitatem: Mellis demùm dulcedo ex sui salis, seu sacchari, copiâ proveniens iis partibus potissimum inest, quæ multo sale refertæ graviores quoquè sunt, & in fundo subsidunt. Nec est iis abroganda fides, qui in altissimo mari adeò gravem aquam à se deprehensam alicubi testantur, ut supra reliquum maris fundum ambulantes ad altissimam fossam venerint, in quam penetrare sæpiùs irrito conatu tentârint: his enim non ægrè fidem habeo, qui aërem in imis vallibus crassiorem atquè graviorem, in summis verò montibus puriorem atque leviorem ab omnibus admitti video. Cum itaque (si ex notis ad minùs nota progredi philosophando liceat) propè centrum gravium ac levium medij partes graviores sint, quàm procul ab illo; minor est gravitatio corporum, si centro propiora fiant, ac quando longè ab illo remota detinebantur. Hinc autem responderi potest quærentibus, cur in fodinis longè faciliùs crudi metalli massa moveatur, quàm in superficie terræ: aër scilicet profundis illis cuniculis inclusus gravior multò ac crassior est aëre isto, quem inspiramus, atque adeò ibi metallum minùs gravitat.

Quòd si libeat minorem hanc gravitationem experimento deprehendere, sume vitream fistulam supernè clausam longiorem pedibus tribus Romanis, eam imple argento vivo, digitoque osculum accuratè claudens inverte, ac argento vivo subjecti vasis immerge; tùm amoto digito descendet mercurius in fistulâ, iterúmque ascendet, & in certâ demum altitudine perpendiculari quiescet. Observatâ igitur altitudine perpendiculari, quam mercurius obtinet, si in imâ valle experimentum instituatur, eâque comparatâ cum altitudine perpendiculari, in qua consistit, cùm in summo montis altissimi vertice experimentum idem sumitur, animadvertes altitudinem mercurij per vim in fistulâ suspensi minorem esse in summo monte, quàm

in valle; Quia nimirum mercurius intra fiſtulam detentus tanquàm in vaſe, eſt in aëre fiſtulam ambiente tanquam in loco; in aëre autem leviori cùm magis gravitet, in minori etiam altitudine perpendiculari conſiſtit. Experimentum hoc in valle, & in monte ſumere mihi otium non fuit, quamvis in eo ſæpiùs me exercuerim: ſed de illius veritate ambigere non ſinunt teſtes in Galliâ luculentiſſimi, qui diſcrimen hoc in mercurij altitudine obſervârunt in altioribus montibus.

Verùm, ex alio præteteà capite imminui debet gravitatio corporum in minori à centro remotione, habitâ ſolùm ratione ſitûs. Cùm enim totius corporis gravitatio conflata ſit ex ſingularum partium impetu, quo deorſum nituntur, manifeſtum eſt ſingulis partibus languidiùs deorſum conantibus, totius corporis gravitationem eſſe pariter languidiorem. Quoniam verò quicquid in motu cogitur à recto ſecundùm naturam tramite deflectere, lentiùs atque remiſſiùs pergit ad præſtitutum motûs terminum; particulæ autem corporis ſolidi gravis, propiores centro factæ, magis à ſuo perpendiculo, ſibi invicem adverſantes, declinant; ſatis conſtat ſingulas fractis quodammodo viribus languentes plurimum de conatu remittere. Si enim ſolidum A B fiat centro vicinius ita, ut A ſit in K, & B in L, lineæ directionis partium extremarum ſunt K C, L C: at coguntur per lineas K F, L E parallelas deſcendere, fiuntque anguli C K F, C L E externi majores internis C A K, C B L per 16. l. 1. magis igitur in K & L recedunt à perpendiculo, quàm recederent in A & B. Quia itaque pars in K exiſtens magis impeditur ab oppoſitâ extremitate, quæ in L, ne per K C deſcendat (niſi enim pars, quæ in L, urgeret oppoſitam tentans per L C deſcendere, non cogeretur pars in K exiſtens adeò recedere à ſuâ directionis lineâ) minori etiam impetu deorſum fertur. Eſt autem eadem de reliquis partibus ratio, præter

præter eas, quæ in eâdem directionis lineâ ſunt cum centro gravitatis; ſingulæ enim ad centrum terræ accedentes magis à ſuo perpendiculo recedunt, minúſque deorſum gravitant. Quî igitur fieri poſſit, ut debilitato ſingularum particularum conatu, atque impetu deorſum, non minuatur pariter totius corporis gravitatio, ſi fiat centro vicinius?

Illud tamen non diffiteor, quod ſi medij levitates, aut angulorum C L E, C B L inclinationes eo tantùm diſcrimine ſecernantur, quod omnem ſenſum fugiat, vel ſaltem ex medij gravitate, & anguli magnitudine conjunctim ſumptis oriri non poſſit varietas, quæ ſub ſenſum cadat; neque percipietur gravitationis differentia in majori vicinitate. Sed hoc non facit, quin inter gravitationes diſcrimen intercedat; neque enim continuò, ſi quid ſenſum latet, id omninò non eſſe dicendum eſt: contingere ſi quidem poteſt motum aliquem ita ſenſim, & ſine ſenſu fieri, ut non niſi elapſo temporis ſpatio demùm innoteſcat. Sic ſi vinum, cujus gravitas vix minor ſit gravitate aquæ arte ſatis notâ affuderis aquæ ita, ut innatet, & ſupremam vaſis partem occupet, aliudque vas ſimili vino plenum, ſed paulò altius, habeas, tum ex libra centrum motûs habente in centro gravitatis jugi pendeant æqualia pondera intrà vinum utriuſque vaſis; fiet utique ponderum æquilibrium, & conſiſtent eo in ſitu, quem illis dederis: at ſi alterum libræ extremum ita deprimas, ut pondus, quod ex eo pendet, ex vino ad aquam vix graviorem tranſeat, reliquo pondere intra vinum manente; initio quidem non apparebit motus libræ ſe reſtituentis, quia pondus in vino non excedit gravitationem ponderis æqualis in aquâ niſi eo exceſſu, quo gravitas aquæ ſuperat gravitatem vini; hic autem exceſſus cum minimus ſit, motum quoque efficiet, quem ægrè à quiete diſcernas, niſi ubi poſt aliquod tempus deprehenderis pondus altius deſcendiſſe, depreſſius autem aſcendiſſe. Haud ſecus philoſophandum eſt de majore, aut minore corporum gravitatione, ſi diſparibus intervallis à terræ centro removeantur, diutiùs enim propè centrum incumbere poterunt ſuſtinenti, quàm procul: id quod ſatis erit ad minorem gravitationem patefaciendam, quæ non ſtatim innoteſcat.

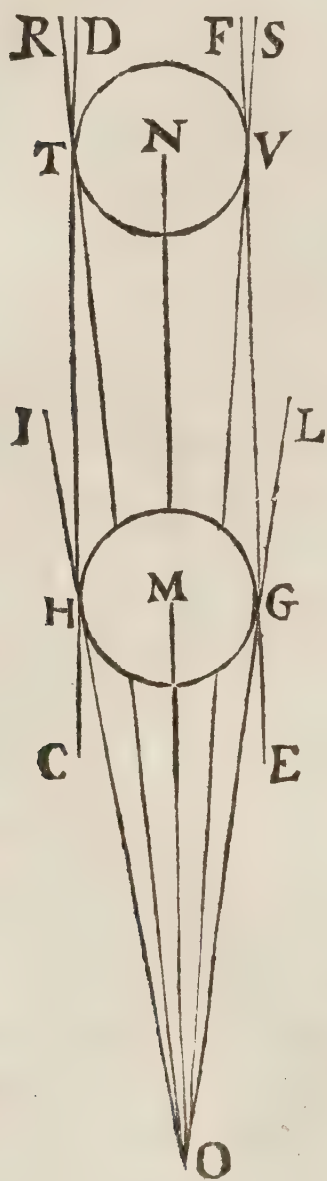
Hæc autem non leviter confirmari videntur ex iis, quæ quotidiè ferè videmus; nam ſi circinus, quo circulos deſcribere ſolemus, cadat, ſemper nodus prævertit cuſpides, & prior terram ferit; niſi fortè nodus ad perpendiculum immineat cruribus: & omnia ferè corpora, quæ centrum gravitatis ex una parte habent, ſi ex modicâ altitudine dimittantur, videntur quidem cadere parallela; ſed ex majori altitudine ſi deſcendant, pars gravior prior terram attingit. Sit enim corpus E S, cujus gravitatis centrum H, linea directionis H A; ſi horizonti parallelum deſcenderet, per rectas E I, S R parallelas lineæ directionis moveretur; id quod in modicâ tantùm altitudine contingere videtur, quia nondum facta eſt ea gravitationis imminutio in extremitate S, quæ percipi poſſit. Si enim E per E I deſcenderet, S verò per S R, angulus I E A æqualis alterno E A H per 29. lib. 1. minor eſſet angulo R S A, qui æqualis eſt alterno H A S; nam ex hypotheſi minùs diſtat E, quàm S, à centro gravitatis H, & eſt angulus E A H minor angulo H A S; pars igitur S magis deflecteret à ſuo perpendiculo S A, quàm E deflecteret ab E A; cùm itaque S magis in latus propelleretur, plus etiam de conatu deorſum remitteret, quàm E; atque adeò non poſſet æqualiter deſcendere ac moveri, contra hypotheſim parallelisſmi. Dicendum eſt igitur non per parallelas E I, S R fieri motum, ſed intra illas paulatim partem E graviorem præcurrere: quia ſcilicet partes omnes extra lineam directionis A H conſtitutæ dum removentur à ſuo perpendiculo, aliquid amittunt de impetu, quo deorſum nituntur, propiores quidem minus, remotiores autem plus; pars ſi quidem G in principio motûs deſcendens parallela lineæ directionis per G M facit angulum A G M internum per 16. lib. 1. minorem externo G M S, qui per 29. 1. eſt æqualis alterno M S R. Quia ergo A G M minor

minor eſt angulo A S R, pars G minus de ſuo impetu deorſum amittit, quàm pars S; & quamvis initio diſcrimen hoc non percipiatur, demum fit, ut additis pluribus differentiis manifeſtè appareat partem S minùs gravitare, quia tardiùs deorſum movetur; & tandem ipſa ſequitur partem E præcurrentem, poſtquam minori illâ gravitatione permiſit parti E, ut propiùs accederet ad lineam directionis, fieretquè quædam virtualis converſio circa centrum gravitatis H, in qua extremitas E occuparet infimum locum, S autem ſupremum. Quare cùm nos doceat experientia partem H S æquiponderantem parti H E, ſi ſuſpendantur ex H, in motu tamen minùs gravitare, quàm oppoſitam, ideóque fieri illam converſionem, ut pars E fiat inferior; neque aptior aſſignari poſſit ratio, quàm quæ petitur ex receſſu partium majori à ſuo perpendiculo: ſatis liquet, quantum momenti habeat hæc declinatio à perpendiculo ad minuendam gravitationem. Ex majori igitur declinatione à lineâ perpendiculari, quæ conſequitur corpus conſtitutum non adeò procul à centro terræ ut priùs, non ineptè arguitur minor corporis gravitatio in eo ſitu, ſi cætera ſint paria: neque enim comparo corpus, quod per motum deſcendit, perſeverans in ſuo motu, cum corpore in loco altiori tranſeunte à quiete ad motum; nam tunc ex impetu per motum concepto major eſt gravitatio in loco inferiore, quàm in ſuperiore: ſed tantùm corpora invicem comparo, vel pariter quieſcentia, vel æquali tempore mota, illudque, quod terræ vicinius eſt, aſſero, vel minori niſu conari à quiete in loco alieno tranſire ad motum, vel æquali tempore, quo præceſſit motus, minus impetus acquiſiiſſe ac minoribus viribus motum continuare.

Ex his quæ de gravibus hactenus diſputata ſunt, aliquis fortaſsè inferat levia à centro remotiora minùs levitare, ſicut gravia centro propiora minùs gravitant. Verùm res eſt penſiculatiùs examinanda, nec ſimpliciter ex oppoſitis gravium, ac levium naturis definienda, quaſi ob id ipſum, quia ſibi gravitas atque levitas adverſantur, contraria haberent omnia conſequentia. Et quidem quod ſpectat ad

ſolam

ſolam corporis levioris poſitionem , non minuitur levitatio, ſed potiùs augetur in majoribus à terræ centro intervallis; ubi minùs à ſuo perpendiculo declinant partes centrum levitatis circunſtantes , & idcirco minùs de conatu remittunt , quò nituntur ad ſuperiora evadere. Sit namque Globus H G , cujus centrum levitatis M , & linea diſcretionis O M N ; cui parallelæ ſunt H D & G F , quas deſcribunt aſcendendo extremitates H & G , & motum eumdem continuabunt , ſi globus in N tranſlatus intelligatur. Quando igitur globus eſt in M, extremitas H recedit à perpendiculo O I , & cum eo facit angulum I H T ; quando autem eſt in N , extremitas T aſcendens per T D facit cum perpendiculo O R angulum R T D , qui per 15.lib.1. æqualis eſt angulo H T O ad verticem , hic autem , internus cum ſit , per 16. 1. minor eſt externo I H T. Eſt ergo R T D minor angulo I H T, atque ideò plus habet momenti ſurſum , ubi minus à recto ſecundum naturam tramite deflectit.

R D F S T N V I L M H G C E O

Diſcrimen hoc momentorum ab angulorum inæqualitate proveniens optimè intelligit natura , quæ ita motum perficit , ut , ſi duo inæqualiter levia coagmentata fuerint , levius præcurrat. Sic ſi A cortex ſuberis coagmentetur ligno fagino B , & intra aquam mediocriter profundam horizontaliter collocetur ſolidum D C , ita per lineam directionis

nis T O aſcendit centrum levitatis, ut demum A in loco ſuperiore, B autem in inferiore conſtituatur, extremo D per rectam D O aſcendente: Quo in motu natura magnum invenit compendium. Quia enim partes centro levitatis viciniores magis levitant, quòd linea parallela lineæ directionis faciat minorem angulum cum earum perpendiculo (ſic ſi linea directionis ſit F L, eique parallelæ N G, R X, angulus N G X internus per 29. 1. eſt æqualis externo R X Y, at P G X externus per 16. 1. major eſt interno G X F, hoc eſt V X Y ad verticem, ergo P G X major eſt angulo V X Y, & ſi uterque auferatur ex æqualibus N G X, R X Y, remanet N G P minor angulo R X V, ideoque G magis levitat, quam X) ex majore impedimento, quod initio motûs habetur ob anguli H D I magnitudinem, dum pars D minùs levitat, centrum levitatis per S O aſcendens inclinat corpus D C, & extremitas D in recta D O conſtituitur, in qua longè citiùs minuuntur impedimenta, quàm ſi per parallelam D I aſcenderet: vix enim aſcendit in E, cum impedimenta ſunt æquè diminuta, ac ſi aſcendiſſet in I; quandoquidem angulus K E I per 29. 1. eſt æqualis alterno E I D, atque adeò etiam angulo, quem in I faceret parallela D I cum perpendiculo; eſt igitur angulus K E I minor quocunque alio angulo, qui fieret in punctis intermediis lineæ D I; ſed quoniam centrum levitatis aſcendendo acquiſivit majorem impetum, quàm extremitas in E exiſtens, per vim illam rapit extra parallelam E K, trahitque per lineam E O, & perpendiculum facit angulum ſemper minorem cum lineâ directionis; unde fit partem inferiorem ſemper faciliùs trahi, quo minùs in diverſa

abit ejus perpendiculum, cum quo ſemper minorem, & minorem angulum facit linea motûs D O; donec demùm totum ſolidum obtineat ſitum perpendicularem; quod initio erat in æquilibrio.

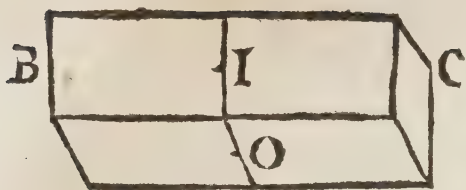
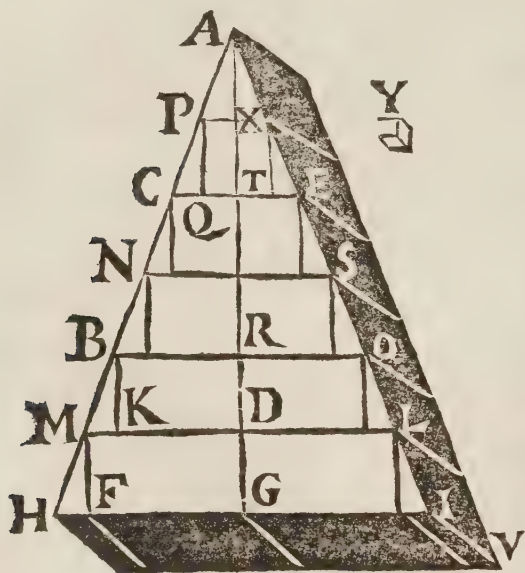
Cæterum, quamvis habitâ ratione ſitûs, levia altiora magis levitent, ſivè parallela horizonti jaceant extrema, ſivè inclinata, ratione tamen medij, quod in ſuperioribus eſt levius, quàm in inferioribus, minùs levitant: experientia enim oſtendit ea lentiùs aſcendere, quæ propiùs accedunt ad medij naturam ſecundùm levitatem: nam ex tribus globulis ſphæricis, quorum diameter unc. $2\frac{1}{5}$ pedis Romani, cereus erat ponderis drachmarum 24, faginus drachm. 22, vitraëreus drachm. 7. in aëre expenſi, ſed eorum motus in aquâ ad altitudinem pedum 14, valdè inæqualis fuit, numeratis vibrationibus ejuſdem perpendiculi; cereus ſiquidem aſcendit lentiſſimè vibrationibus 88, faginus vibrationibus 37, vitraëreus vibrationibus 33: unde patet cereum, qui minimùm ab aquâ differt in pondere (aquæ etenim molis æqualis eſt drachm. $25\frac{3}{5}$) minùs in eâ levitare. Sicut igitur diverſa levia in eodem medio inæqualiter levitant, ſic idem leve in medio diſſimili inæqualiter levitabit pro majore aut minore levitatum diſſimilitudine. Conveniunt itaque gravia, & levia, quod hæc procul à centro offendentia medium levius minùs levitant, illa propè centrum habentia medium gravius minùs gravitant. Differunt autem ratione poſitionis, quia, in loco remotiore à centro, perpendicula omnia concurrunt ad angulos magis acutos, minúſque differunt à lineâ rectâ, ideo quaſi collatis viribus magis gravitant, & magis levitant; at prope centrum cum perpendicula magis in diverſa abeant, & levia minùs levitant, & gravia minùsgravitant. Porrò hanc ſimilitudinem gravitationis gravium, & levitationis levium in eodem loco, à me vocari diſcrimen, & differentiam, quia habita ratione oppoſitorum videbatur leve remotius debere minùs levitare, ſicut grave propius minùs gravitat, ne te moveat; litem de verbo non faciam.

CAPUT

CAPUT V.

Quâ ratione centrum gravitatis corporum inveniatur.

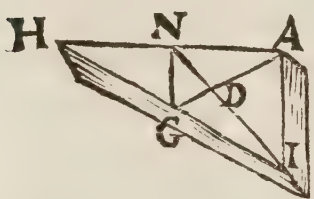
OPus mechanicum plerunque non indiget puncto illo, quod intra corporum soliditatem latet, ac centrum gravitatis definivimus; sed satis est si in extimâ corporis superficie innotescat punctum, aut linea imminens ipsi gravitatis centro, pro ratione sitûs, in quo corpus grave consistere cupimus. Ideo geometricum laborem inveniendi punctum illud intimum Centrobarycæ relinquens, mechanica tantùm inquisitione, & quasi tentans, pervestigo punctum illud, aut lineam in corporis superficie, cui respondet planum per lineam directionis ductum, & secans corpus in certo situ constitutum. Et quidem si corpus sphæricum fuerit ex partibus ejusdem naturæ conflatum, aut saltem ex partibus heterogeneis quidem, sed circa sphæræ centrum similiter dispositis ita, ut intima sphærula folliculis quibusdam obvolvatur; quia idem est molis atque gravitatis centrum, punctum quodcumque in sphærica superficie assumatur, aptum erit; singula enim similem habent positionem. Sin autem aut sphæræ segmentum, aut sphæra ex partibus heterogeneis inæqualiter dispositis fuerit; imponatur plano horizontali accuratè levi,& maximè æquabili; & quod punctum tangetur à supposito plano, ubi motus omnis cessaverit, illud est, quod potissimùm quæritur, ac punctum superius, quod huic è regione est, erit pariter aptum ad propositum finem.

Quod si cylindricum fuerit oblatum corpus, aut prisma quodcunque continuo, & simili ductu productum; secetur bifariam longitudo, & punctum habebitur cylindri centro gravitatis respondens: prismatis autem singula plana parallelogramma si dividantur in æquas tum longitudinis, tum latitudinis partes, planum per inventa puncta ductum transibit per centrum gravitatis prismatis, dividet enim in partes æquales, & similiter positas, unde oritur momentorum gravitatis æqualitas.

Ut ſi parallelepipedi B C plana ita dividantur, ut habeant puncta media I, & O, & per ea agatur planum, conſtat æqualia eſſe momenta gravitatis partium I B, & I C, cùm nullo ex capite poſſit oriri momentorum inæqualitas. At ſi non facies parallelogrammæ priſmatis dividendæ ſint, ſed potius baſis, quæ ſæpè varia eſt, & irregularis, tunc inveniendum eſt in ea punctum, in quo ſibi occurrunt ſectiones planorum ſecantium datum corpus in momenta æqualia, illudque reſpondet centro gravitatis intra ſoliditatem exiſtenti.

Sit autem primò baſis priſmatis trigona A H I; dividatur unum ex lateribus ex. gr. H I bifariam in G, planum enim tranſiens per A & G, atque bifariam ſecans parallelogrammum H V tranſibit per centrum gravitatis priſmatis trigoni. Nam ſi datum priſma ſecetur pluribus planis parallelis plano H V facientibus ſectiones M L, B O, N S, C E, & ex harum ſectionum extremis exeant alia plana ſecantia parallela plano A G; abſcinduntur ex priſmate dato parallelepipeda L F, O K &c. quæ à plano A G dividuntur in partes G L, G M æquales ac ſimiliter poſitas; item D O, D B, &c. Igitur ſingula in eodem plano A G habent gravitatis centrum, ac proinde tota moles ex iis parallelepipedis compoſita in eodem plano habet centrum gravitatis. Quoniam verò, ſi adhuc plana ſecantia frequentiora ſint, plura fiunt parallelepipeda, quorum omnium moles compoſita adhuc minus differt à mole totius priſmatis dati, ita ut toties multiplicari poſſit biſectio, ut demum relinquatur differentia minor quacunque minimâ mole excogitabili; hinc fit molem compoſitam ex parallelepipedis illis infinitis (ſic loqui liceat, quia non eſt certus eorum numerus explicabilis) habere centrum gravitatis in plano A G;

ac

ac proinde etiam priſma trigonum ex iis conflatum parallelepipedis habere in eodem plano A G centrum ſuæ gravitatis, quandoquidem non differt ab illis niſi differentiâ minore quacumque minimâ excogitabili. Sunt igitur partium A G H, A G I momenta æqualia; quia ſi inæqualia eſſent haberent differentiam, qua poſſet dari minor (neque enim eſſet individua) hæc autem differentia ſi eſſet, alia non eſſet, quàm quæ intercedit inter priſma datum, & omnia parallelepipeda, cujus differentiæ inæquales partes eſſent in A G H, & A G I: igitur differentia partium A G H, A G I eſſet minor differentiâ priſmatis, & omnium parallelepipedorum; nam eſſe non poteſt major, vel illi æqualis: ſed jam ex hypotheſi differentia inter molem compoſitam ex omnibus parallelepipedis, & priſma, eſt minor quacumque minimâ datâ, ergo ſi eſſent inæqualia momenta partium A G H, A G I haberent differentiam minorem, & non minorem eâdem differentiâ inter priſma & omnia parallelepipeda. Non ſunt igitur inæqualia. Res autem fortaſsè ſic breviùs explicabitur; ſi partes A G H, A G I non ſunt æquales, ſit A G H minor quàm A G I, differentiâ Y. Tot autem fiant biſectiones, ut parallelepipeda relinquant differentiam minorem quàm Y. Quia ergo parallelepipeda in A G I habent differentiam minorem quàm Y, à parte priſmatis A G I, illa ſunt majora quàm pars priſmatis A G H, quæ deficit à parte A G I differentiâ Y. Atqui parallelepepida in A G H ſunt æqualia parallelepipedis in A G I, ergo etiam parallelepipeda in A G H majora ſunt, quàm tota pars A G H, quod eſt manifeſtè falſum. Non eſt igitur altera pars major, altera minor. Porrò ex continua biſectione laterum A C, & C N &c. relinqui ſemper minorem differentiam, hoc eſt ſemiſſem præcedentis differentiæ, conſtat, quia ſi A C ſecetur in P, & ducantur plana parallela planis A G, & H V, dividitur C T biſariam in Q, & eſt T P parallelepipedum ablatum duplum priſmatis trigoni C P Q, cui æquale eſt priſma A P X; adeóque duobus hiſce priſmatis æquale eſt ablatum parallelepipedum T P, quod eſt ſemiſſis differentiæ A T C, quæ priùs relinquebatur: & eadem eſt de cæteris ratio. Quare ſi ex datâ quantitate auferatur ſemiſſis, & iterum ſemiſſis reſidui, & ſic in infinitum, neceſſe eſt aliquando eò devenire, ut reſidua

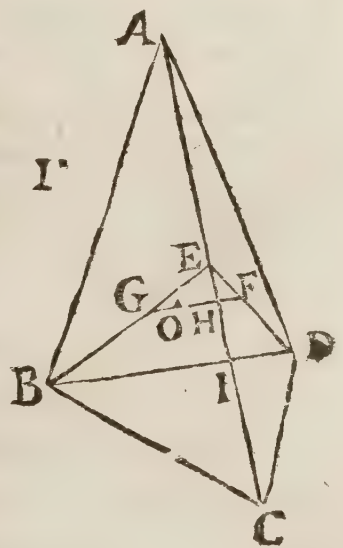
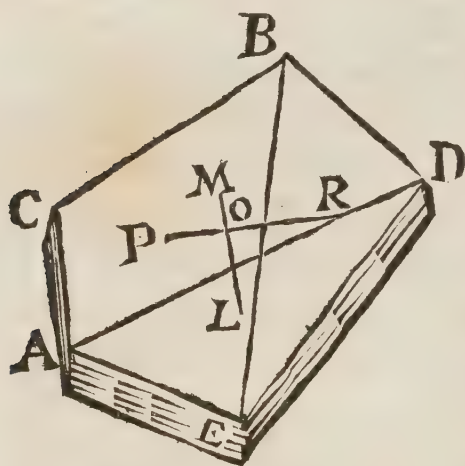
quantitas minor ſit quacunque datâ quantitate, ut colligitur ex prop. 1. lib. 10. Eucl. Ideo fieri non poteſt, ut priſmate diviſo à plano A G, altera pars excedat momenta alterius quantitate Y, quia tot poſſunt abſcindi purallelepipeda, ut relinquatur differentia illorum à priſmate minor, quàm ſit Y: planum autem A G æqualiter dividit momenta parallelepipedorum, igitur cum tota reſidua differentia minor ſit quam Y, eſſe omnino non poteſt, ut altera pars habeat exceſſum quantitati Y reſpondentem: ſi enim quantitates illæ differrent, poſſet dari quantitas minor illarum differentiâ; ſed non poteſt hujuſmodi minor quantitas dari, nam quælibet data eſt major, igitur non differunt, ſed ſunt æquales.

His ita conſtitutis facilè definitur punctum centro gravitatis imminens in baſi priſmatis: quia enim oſtenſum eſt planum ab angulo per medium latus oppoſitum ductum tranſire per centrum gravitatis, & dividere in momenta æqualia totum priſma, centrum gravitatis erit non ſolùm in plano A G, ſed etiam in plano I N propter eandem rationem. Punctum igitur D, in quo occurrunt ſibi communes ſectiones planorum ſecantium, & baſis, eſt punctum, quod quæritur, imminens centro gravitatis. Punctum D autem ſecare rectam N I ita, ut N D ad D I ſit ut 1 ad 2, ſic oſtenditur. Ducatur recta N G, quæ per 2. lib. 6. eſt parallela ipſi A I; ergo ut H G ad H I, ita N G ad A I per 4. lib. 6. ergo N G ad A I eſt ut 1 ad 2: ergo triangula N G A, A G I ſunt ut 1 ad 2, per 1. lib. 6. Cum autem ut N D ad D I, ita N D A ad D I A, & N D G ad D I G per 1. 6. erit etiam, ex 12. lib. 5. ut N D ad D I, ita N G A ad A G I, hoc eſt 1 ad 2. Eadem ratione oſtenditur G D ad D A eſſe, ut 1 ad 2. Vel etiam breviùs: Quia enim N G, A I ſunt parallelæ, triangula N D G, A D I ſunt ſimilia propter angulorum æqualitatem; ergo ut N G ad A I, hoc eſt ut 1 ad 2, ita G D ad D A, & N D ad D I. Quare ſatis erit latus unum trianguli bifariam ſecare, & ab oppoſito angulo rectam ducere; cujus tertia pars verſus baſim diviſam dabit centrum gravitatis trianguli.

Jam verò ſi baſis priſmatis quadrangula fuerit parallelogramma,

ma, ductis diametris apparebit quæſitum punctum, per quod tranſeunt omnia plana dividentia æqualiter corporis dati momenta, cum ſint partes utrinque æquales, & ſimiliter poſitæ. Et ob eandem rationem ſi baſis priſmatis fuerit aliqua ex figuris ordinatis, ſeu æquilateris; centrum figuræ eſt punctum imminens centro gravitatis; planum ſi quidē per illud tranſiens,& per unū angulorum, dividit totū priſma in partes æquales ſimiliterque poſitas;atque adeò momenta hinc,& hinc ſunt æqualia.

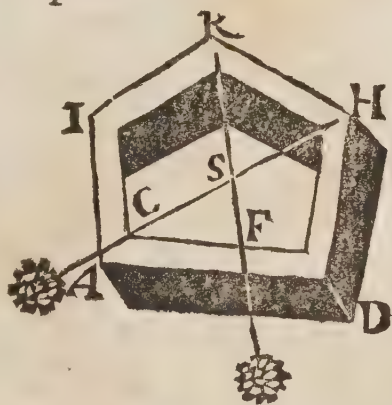
At ſi baſis trapezia fuerit, duc utramque diametrum E C, & B D: tum in baſi trigonâ B C D priſmatis partialis inveniatur punctum centro gravitatis reſpondens (punctum hoc deinceps, brevitatis gratiâ, dicetur centrum gravitatis, quamvis per abuſionem) & ſit H; & in oppoſita baſi trigona reliqui priſmatis B D E, pariter inveniatur punctum F; & per utrumque punctum tranſeat planum F H; nam in hoc eodem plano eſt centrum gravitatis totius priſmatis trapezij, quod dividitur in momenta æqualia: hoc ſiquidem planum tranſiens per H gravitatis momenta æqualia habet hinc, & hinc in priſmate trigono B D C; ſimiliter cum tranſeat per F, habet hinc, & hinc momenta æqualia gravitatis priſmatis trigoni B E D: ſi igitur æqualia æqualibus jungantur, planum idem æqualiter partitur momenta gravitatis priſmatis trapezij E D C B, & in eo eſt centrum gravitatis illius. Eadem ratione in baſi trigona E B C inveniatur punctum G, & in baſi E D C punctum S, per quæ ſi agatur planum G S, in eo pariter erit centrū gravitatis totius priſmatis trapezij.

Eſt igitur centrum gravitatis in communi ſectione planorum F H, & G S; ac proinde punctum I illud eſt, quod quæritur. Aliter etiam, & facillimè in baſi trapezia A B C D invenitur centrum gravitatis: ductis enim diametris A C, B D, altera diameter ex. gr. A C bifariam ſecetur in E,ducanturque rectæ D E, B E; trianguli A D C centrum gravitatis eſt in recta D E,& quidem in F,ita ut E F ſit tertia pars totius E D, ut conſtat ex paulò ante demonſtratis. Ducatur igitur F G pa-

rallela

rallela alteri diametro B D, & erit ſimiliter G centrum gravitatis trianguli A B C, quia per 2. lib. 6. ut E F ad F D, ita E G ad G B; Quia ergo diameter A C ſecatur in H, ſumatur F O æqualis ipſi G H, & eſt O centrum gravitatis trapezij, eſt enim triangulum A B C ad triangulum A D C, ut F O ad O G, hoc eſt ut H G ad H F. Eſt autem H G ad H F ut B I ad I D propter paralleliſmum linearum G F, B D. Porrò conſtat triangulum A B C ad triangulum A D C eſſe ut B I ad I D, nam triangula A B I, A D I ſunt ut baſes B I, D I, item B C I, D C I ſunt ut eædem baſes B I, D I per 1. lib. 6; igitur, & totum triangulum A B C ad totum A D C eſt ut B I ad D I: igitur, & triangulum A B C ad triangulum A D C eſt ut F O ad O G.

Hinc facilis patet via ad inveſtigandum idem punctum in baſi priſmatis pentagoni B D E A C. Primùm enim ducto plano per B E, inveniatur in baſi trigonâ B D E punctum R, & in baſi B E A C quadrangulâ punctum P; & ducto plano per R P, in eo erit centrum gravitatis priſmatis pentagoni, cum in eodem ſint centra gravitatis partium. Deinde ducto per D & A plano, inveniatur in baſi trigona D E A punctum L centrum gravitatis, & in baſi quadrangulâ A C B D punctum M centrum gravitatis: in plano pariter ducto per M L eſt centrum gravitatis totius priſmatis pentagoni, quod proinde eſt in communi planorum per P R, & L M ductorum ſectione; atque adeò punctum, quod quæritur, eſt O. Eadem eſt methodus in priſmate hexagono; ducto enim plano dividente in duo priſmata, quorum alterum eſt trigonum, alterum pentagonum, inveniatur utriuſque centrum gravitatis, & per inventa puncta agatur planum. Deinde iterum alio plano ſecetur in duo priſmata, quorum alterum pariter ſit trigonum, alterum pentagonum, & per inventa ſingularia gravitatum centra agatur planum: duo ſiquidem plana ducta per centra gravitatis partium, tranſeunt pariter per centrum gravitatis totius, quod eſt in communi eorum ſectione. Eademque de reliquis priſmatis eſt ratio.

Sed

Sed hæc indicasse sufficiat, quæ operi Mechanico satis esse possunt in omnibus ferè prismatis: Si enim basis non fuerit planè rectilinea, inscripto polygono rectilineo, quod minimùm differat à plano basis, quæres ejus centrum gravitatis, methodo jam traditâ; illoque usurpato tanquam vero dati prismatis centro quæsito, minimùm aberrabis; aliquando tamen aberrabis, aliquando continget, ut inventum cum quæsito conveniat. Quod si accuratiori investigatione opus fuerit: quemadmodum in cæteris corporibus, quæ continuum ductum non habent, sed inæquali crassitudine crescunt, aut decrescunt, ut in obeliscis, aut pyramidibus truncatis, reliquisquè planè inordinatis molibus; tunc ad geometricam Centrobaryces methodum confugiendum est; quam hic ego non persequor. Praxes igitur aliquæ proponendæ sunt, quibus centrum gravitatis physicè perspectum habere possimus in corporibus, quorum frequentior, vulgarisque usus esse potest.

Prima praxis sit ad inveniendum gravitatis centrum in cingulis, quæ laminis quoque communis esse potest. Sit datum cingulum A H, quod primùm suspendatur ex H, & inde pendens perpendiculum secet oppositum latus I A in C; notetur igitur punctum C. Deinde iterum suspendatur ex R, & perpendiculum cadat in punctum F, quod notetur. His cognitis ducatur filum ex R in F, ibiquè intentum alligetur; aliud filum similiter ex H in C ducatur, & secans in S filum R F, dabit punctum S quæsitum centrum gravitatis: ex quo si suspenderetur datum cingulum, maneret horizonti parallelum. Quod si esset corpus talis figuræ, ut spatium non clauderet, sed haberet angulum cavum, aut esset frustum annulare, eadem est methodus factâ suspensione illius ex duobus punctis, ex quibus perpendiculum cadere possit intrà corporis superficiem; in qua si notentur puncta, per quæ transit, & ducantur fila, ut priùs, eorum communis sectio dabit quæsitum centrum gravitatis. Hinc si vel lamina esset perforanda, ut axi infigeretur, vel cingulum esset axi imponendum, in utrâque superficie oppositâ quærere oporteret punctum S, ut axis per centrum gravitatis transiret, eique

uterque polus reſponderet: in cingulis autem præterea habenda eſſet ratio tranſverſariorum, per quæ axis infigendus eſſet, ea enim poſſunt centrum gravitatis compoſitæ in alio puncto conſtituere.

Secunda praxis laminis potiſſimùm accommodata, in quibus punctum medium ſatis accuratè inquiritur, ut ſi lamina metallica eſſet in calicem excavanda, hæc eſſe poteſt. Impone laminam acutæ cuſpidi cultri, aut ſtyli, eamque ultrò citróque tantiſper move, dum conſiſtat citrà periculum cadendi: punctum enim, quod à cultri aut ſtyli cuſpide notatur, centrum eſt quæſitum.

Tertia praxis ſit iis corporibus conveniens, quæ præſtant longitudine, qualia ſunt pſeudocylindrica, conica, pyramides &c. quæ ſi non prædita ſint multâ gravitate, imponantur funiculo brevi horizontaliter extenſo, at ſi graviora fuerint, vel cylindrulo vel aciei priſmatis trigoni imponantur, & uſque dum in æquilibrio conſiſtant, promoveantur: ubi enim quieverit corpus impoſitum, ex loco contactûs innoteſcet vel punctum, ſi in puncto ſe contingant, vel linea, ſi in lineâ, per quam ſi ducatur planum à centro terræ, diſtinguetur impoſitum corpus in momenta gravitatis æqualia. Inventâ autem hujuſmodi lineâ facilè prodet ſe quæſitum punctum.

Quarta praxis non multùm diſtat à ſuperiore: ſi nimirum oblatum corpus impoſueris plano alicui horizontali, quod tamen à pavimento abſit mediocri aliquo intervallo, habeat autem extremum marginem exactè rectum: extra ſuppoſiti plani marginem illud paulatim promove, donec eò venerit, ut ſi vel minimum ulteriùs promoveretur, ſponte caderet; ibíque ſecundùm rectitudinem marginis plani duc ſtylo lineam in corpore impoſito. Deinde ſuperficie eâdem planum tangente, ſi corpus, præter longitudinem, non modicam præterea habeat latitudinem, convertatur aliquantulum, & ſimili methodo invenietur linea alia ſecans priorem in puncto quæſito, quod ſcilicet reſpondet centro gravitatis intra corporis ſoliditatem deliteſcenti.

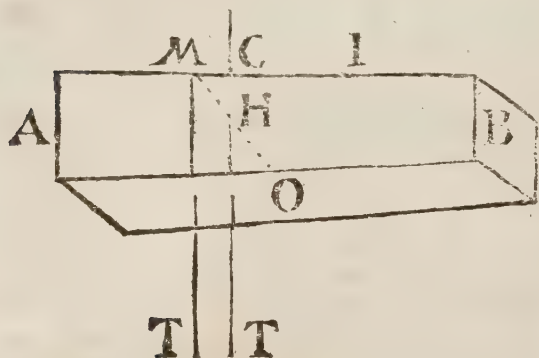
Hæc ſunt quæ Mechanices inſtituto ſufficere poſſint ad centrum gravitatis inveniendum; in molibus enim majoribus, quæ plerumque vix differunt à priſmatis, non indigemus communiter

niter Geometricâ ſubtilitate. Illud reſtat, ut earum, quas attuli praxes, ratio, & cauſæ explicentur, ex quibus clarior habeatur notitia eorum, quæ ad centrum gravitatis pertinent.

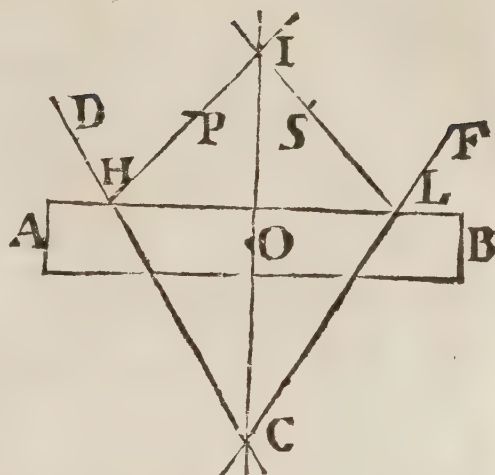
CAPUT VI.

Aſſertur ratio prædictarum praxeon.

UT palam fiat praxibus capite ſuperiore allatis inveniri punctum reſpondens centro gravitatis, quod inquiritur, indicandi ſunt fontes, ex quibus illæ deducuntur. Earum itaque ratio petenda eſt ex gravium naturâ, quæ extra locum ſibi debitum conſtituta, in medio videlicet leviore, conantur deorſum pro viribus, niſi impediantur: quod ſi interpellentur quidem, non tamen prorſus deſcenſu prohibeantur, deſcendunt, prout fert obſtantium impedimentorum conditio. Sic lapis ſphæricus in montis clivo poſitus cùm non valeat rectâ; ſicut in aëre libero, deorſum ferri, per planum illud inclinatum deſcendit: Sic plumbum, quod filo adnectitur laqueari, à perpendiculo remotum deſcendit circulariter. Porrò quæ de toto ipſo corpore vera eſſe intelligimus, ejus quoque partibus ſingulis conveniunt; cùm enim ſingulæ ſuam habeant gravitatem, niſi quid obſtet, deſcendunt. Jam verò ſi contingat ita corpus grave oppoſito extrinſecùs obice impediri, ut cunctæ ſimul partes, quaſi moles unà deſcendere nequeant; ſublato partium nexu deſcendunt, quæcunque carent impedimento: ut ſi ceream candelam, aut glaciem, quam manu ſuſtines, igni admoveas; haud dubium, quin partes extremæ igni proximæ liqueſcentes, ſolutâ unione cum cæteris, ſuis nutibus deorſum latæ liberè deſcendant. At ſi partes omnes colligatæ invicem permaneant, eandemque figuram ſervent; corpore illo ſuſpenſo aut ſuſtentato, fieri non poteſt, ut partes aliquæ deſcendant, quin aliæ, quæ è regione ſunt trans ſuſpenſionis, aut ſuſtentationis punctum, aſcendant; id autem harum gravitati repugnat: non igitur aſcendere poſſunt, niſi deſcendentes oppoſitæ viribus ac momentis præſtent ita, ut harum gravitati

vim inferre valeant. Quare ſi fiat corporis ſuſpenſi, aut ſuſtentati conſiſtentia, argumentum eſt æqualitatis momentorum punctum ſuſpenſionis, aut ſuſtentationis hinc, & hinc uſquequaque circunſtantium; ſi qua enim eſſet inæqualitas, alterutra pars præponderaret, & ad motum incitaretur.

Sit corpus grave A B, cujus centrum gravitatis H, linea directionis H T in centrum univerſi producta. Si ſuſpendatur ex puncto C, quod eſt in eadem lineâ directionis, neceſſariò conſiſtit corpus horizonti parallelum, quia rectâ deſcendere non poteſt per H T, cum in C retineatur; neque alterutra pars poteſt deſcendere, quia momenta partis H B, quibus deorſum nititur, æqualia ſunt momentis, quibus pars H A reſiſtit, ne elevetur; & viciſſim viribus gravitatis A H cæteroqui deſcenſuræ reluctatur gravitas H B pari niſu repugnans, ne attollatur; totum ergo conſiſtit. At ſi ex M puncto ſuſpendatur, non poteſt quidem per M T perpendicularem deſcendere versùs terræ centrum, ſed neque conſiſtet horizonti parallelum; quia ſi planum intelligatur ex terræ centro per rectam M T ductum, non dividitur corpus in momenta æqualia, cum non tranſeat per H centrum gravitatis; igitur cum majora ſint momenta partis M B, quàm partis M A, illa præponderabit, atque deſcendens circa punctum M permanens convertetur, donec centrum gravitatis H ſit in perpendiculari M T, cui congruat recta M O: tunc autem demum conſiſtet, quia planum tranſiens per M H O æqualiter diſpertit momenta gravitatis; neutrâ autem parte præponderante, utraque quieſcit. Idem dicendum, ſi corpus ex I puncto ſuſpenderetur; tunc enim ſolùm fieret conſiſtentia, ubi in eadem directionis lineâ eſſet punctum I atque H centrum gravitatis. Quod ſi duplici funiculo ſuſpendatur pondus, & illi paralleli non ſint, quia neque horizonti perpendiculares, illi ſi producantur, concurrent in punctum aliquod lineæ directionis, ſivè ſupra pondus, ſivè infra, pro ratione angulorum, quos conſtituunt.

Si

Sit enim corpus A B, cujus centrum gravitatis O, linea directionis I O C, si ex I suspendatur per O, in eo situ manebit; ergo etiam, si funiculi sint I H, I L, manebit: ergo etiam, si sint P H, S L, funiculorum enim longitudo nihil facit; Idem etiam dicendum cum funiculi sunt D H, F L; producti enim concurrunt cum linea directionis in C, semper scilicet perinde se habet atque, si ex I suspenderetur.

Quæ verò de suspensione dicta sunt, ea, analogiâ servatâ, de sustentatione quoque dicta intelligantur; tunc solùm videlicet corpus consistere, cùm ex centro gravitatis ducta directionis linea transit per punctum sustentationis, quia tunc solùm æqualia hinc, & hinc sunt momenta virtutis ad descendendum, atque resistentiæ ad ascendendum: ut quando corpus aliquod imponitur cono, vel prisma sphæræ, vel segmentum sphæricum, plano, vel cylindrus aciei prismatis trigoni in transversum; cadet enim in alterutram partem impositum corpus, nisi in eadem linea fuerint centrum terræ, punctum contactûs, & centrum gravitatis. Quod si corpus sustentans, atque sustentatum se tangant in lineâ, opus est lineam illam esse in plano per lineam directionis ducto, ut fiat æqualium momentorum consistentia. Quare si impositum corpus consistat, certissimo argumento constabit punctum, seu lineam, contactûs respondere centro gravitatis. Hinc patet ratio secundæ, & tertiæ praxis.

In prima praxi quia facies extima, supra quam perpendiculum liberè movetur, est in plano verticali, perpendiculum H C est parallelum lineæ directionis corporis gravis, quæ transit etiam per punctum suspensionis H: planum igitur transiens per punctum suspensionis H, & per perpendiculum H C, transit quoque per centrum gravitatis corporis. Cum verò idem prorsus dicendum sit de plano transeunte per punctum suspensionis R, & perpendiculum R F, illud scilicet transire per centrum gravitatis corporis; apertum est centrum gravitatis esse in

communi illorum planorum ſectione, eique reſpondere punctum S inventum.

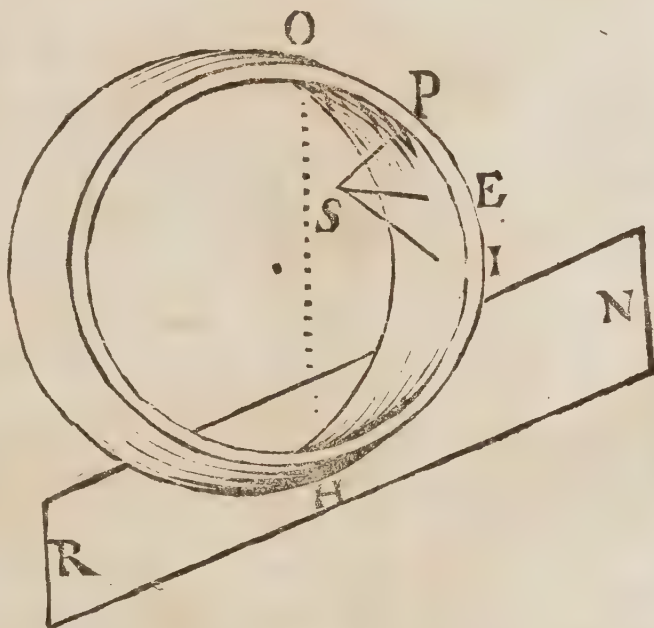
Quia demum, ſi corpus quod ſuſtinet, & id, quod ſuſtinetur, in ſuperficie ſe tangant, corpus impoſitum in alterutram partem cadere non poteſt (niſi fortè ſuppoſitum planum fuerit inclinatum) quin planum per lineam directionis ductum ita ſit extra ſuperficiem, in qua fit contactus, ut neque illam contingat; conſtat ratio quartæ praxis. Si namque planum ex terræ centro ductum per C centrum gravitatis dati corporis O S, ſecet ſubjectum planum, pars corporis extra marginem F E in aëre extans minora habet momenta gravitatis, quàm reliqua pars; hæc igitur gravior non poteſt ab illa elevari: ubi verò promotum corpus eò venerit, ut planum per centrum gravitatis C ductum tangat extremum marginem ſubjecti plani ita, ut in eodem plano, in quo eſt centrum gravitatis C, ſit etiam F E, æqualia ſunt gravitatis momenta partis C S in aëre extantis, ac C O partis plano incumbentis; & ſi vel minimum ulteriùs promoveretur, pars extra planum ſubjectum extans gravior eſſet, adeóque deſcenderet. Quare ſi in corporis O S ſuperficie infimâ lineam deſcripſeris ſecundùm marginem F E, ea erit in plano tranſeunte per centrum gravitatis. Quia verò idem contingit, ſi iiſdem ſuperficiebus ſe contingentibus alium ſitum corpori dederis, pariterque eò uſque promoveris, ut citrà cadendi periculum promoveri ulteriùs non poſſit; alia linea ſecundùm marginem F E ducta erit pariter in plano per gravitatis centrum tranſeunte, ſecabitque priorem lineam, punctum mutuæ linearum ſectionis illud eſſe, quod quæritur, ſatis liquet. Hæc eſt diſpar philoſophandi ratio, ſi pars C O adeò longa eſſet, ut etiam extaret extra anguſtias ſubjecti plani; ſemper enim conſiſtit impoſitum corpus, quandiù planum per lineam directionis tranſiens, aut tangit, aut ſecat ſubjectum planum. Quandocunque enim linea directionis non tranſit per punctum, vel lineam, vel ſuperficiem,

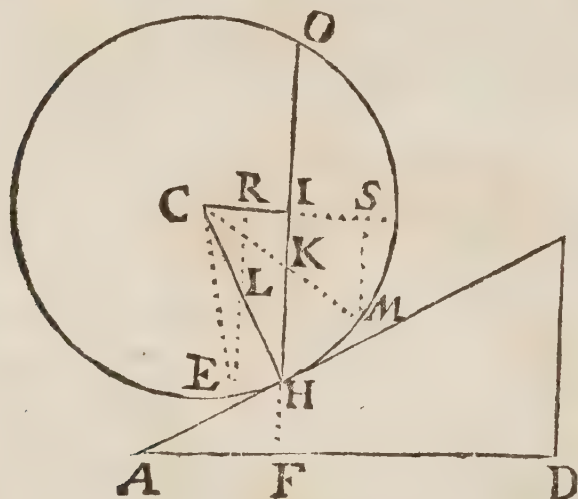
in

in quibus corpus grave tangitur à ſuſtentante (idem dic de ſuſpenſione) ſemper in alterutram partem grave inclinatur, in eam ſcilicet, in qua reperitur centrum gravitatis, cùm plura ſint ex ea parte momenta gravitatis.

CAPUT VII.

Quomodo gravia ſpontè aſcendentia deſcendant.

EX his, quæ proximè dicta ſunt, grave ſuſtentatum in eam partem inclinari, in qua eſt gravitatis centrum, oritur aliquando aſcenſus gravium, qui rerum naturalium ignaros in admirationem adducit non mediocrem, ſi maximè tunc corpus deſcendere intelligant, quando illud cernunt altiùs ab horizonte aſcendere. Sit enim ſuper planum inclinatum R N rota tantæ latitudinis, ut poſſit in plano verticali erecta permanere, dum convertitur; habeat autem ad P O adnexam laminam plumbeam craſſiorem, adeò ut totius rotæ centrum gravitatis ſit S. Jam verò ea ſit plani ſubjecti inclinatio, ut rotâ illud tangente puncto H, linea à terræ centro per H punctum contactûs tranſiens non tranſeat per S centrum gravitatis (ſeu ut veriùs dicam, quia extima ſuperficies rotæ cylindrica tangit planum in lineâ, planum ex centro terræ per lineam contactûs in H ductum non tranſeat per S) ſed illud relinquat versùs ſuperiorem plani partem N; planum per rectam H O perpendicularem ductum diſtinguit rotam in momenta gravitatis inæqualia: non poteſt igitur rota in H conſiſtere, ſed convertitur, ita ut tangat planum in I primùm, deinde in E, demùm in P, ubi conſiſtet,

cùm

cùm linea directionis ex gravitatis centro S ducta in terræ centrum tranſibit per P locum contactûs. In hac autem converſione dum rotæ partes inter H & P deinceps aptantur ſubjecto plano, centrum quidem molis aſcendit, ſed centrum gravitatis S deſcendit. Lineam porrò S P minorem eſſe lineâ S E, & hanc minorem lineâ S I, & hanc lineâ S H, conſtat ex prop. 7. lib. 3. Eucl. ſi nimirum per S, & C centrum agatur diameter. Non eſt tamen cenſendum quamlibet ponderis additionem in O P ſatis eſſe, ut in quolibet plano inclinato rota aſcendat; ſi enim diſtantia centri gravitatis à centro rotæ minor fuerit, quàm Sinus inclinationis plani, ſemper deſcendet; ſi eidem Sinui æqualis, non aſcendet; ſi demum eo ſinu major, poterit aſcendere.

Sit planum inclinatum A B, quod in H contingat circulum (hunc ſumo circulum, qui tranſeat per centrum tum molis tum gravitatis rotæ) cujus centrum C, & ducatur recta C H, quæ cum perpendiculari H O faciat angulum C H O. Quia enim O H producta cadit in horizontem A D perpendicularis, & angulus O H A per 32. lib. 1. æqualis eſt duobus internis H F A, F A H, eſt autem A H C ad contingentem factus à ſemidiametro rectus per 18. lib. 3. ſicut & H F A eſt rectus; reliquus C H O æqualis eſt angulo H A F inclinationis plani. Certum eſt igitur, quòd in eam partem rota convertetur, in qua fuerit centrum gravitatis. Quoniam verò C I eſt Sinus anguli C H I, poſito radio C H, eſt autem C I minima omnium, quæ ex C puncto cadant in rectam H O, manifeſtum eſt, quòd, ſi centrum gravitatis fuerit centro rotæ vicinius, ut in R, rota ſemper deſcendet, quia centrum gravitatis reſpicit declivitatem plani: at, ſi fuerit in I, aſcendere non poteſt, quia pars reſpiciens acclivitatem plani non præponderat: ſi demum longiùs à centro diſtiterit, ut in S, aſcendere poterit, uſque dum punctum S

fuerit

fuerit in lineâ perpendiculari ad horizontem transeunte per punctum contactûs.

Ex his apertè constat futurum, ut rota descendat, si angulus, quem in puncto contactûs faciunt lineæ ductæ ex centris molis, & gravitatis (suppono molis centrum idem esse cum centro rotæ, quâ rota est) minor fuerit angulo inclinationis plani, tunc enim centrum gravitatis respicit declivitatem plani; futurum autem, ut rota ascendat, si angulus ille major fuerit eodem angulo inclinationis, quia centrum gravitatis respicit acclivitatem plani; futurum demùm, ut consistat, si angulus ille fuerit æqualis eidem angulo inclinationis plani, quia nimirum planum perpendiculare dividit æqualiter momenta gravitatis, cum transeat per centrum gravitatis existens in lineâ perpendiculari.

Hinc patet semper descensuram rotam, si habeat centrum gravitatis R, quia semper facit angulum, de quo dictum est, minorem angulo inclinationis, hoc est angulo C H I, nam si ducatur ad C R perpendicularis R E, & ex centro ducatur recta C E, angulus C E R est maximus omnium, quos faciunt lineæ ex punctis C, & R ductæ ad idem punctum circumferentiæ, ut mox ostendam; atqui C E R minor est angulo C H I, (quia ob lineas R E, I H parallelas, angulus I H C internus per 29. lib. 1. est æqualis externo R L C, & R L C externus per 16. lib. 1. major est interno C E R, ac proinde I H C major quàm C E R) igitur quicunque angulus constitutus à rectis exeuntibus ex C, & R minor est angulo inclinationis; atque adeò semper descendet.

At si centrum gravitatis fuerit S, ductâ ad C S perpendiculari S M, angulus omnium maximus est C M S: hic autem est æqualis externo C K I, cum I K, & S M parallelæ sint constitutæ; angulus verò C K I externus major est interno C H I, igitur angulus C M S major est angulo C H I, hoc est angulo inclinationis. Ascendere igitur poterit rota, quando angulus ad contractum factus à lineis ex C, & S exeuntibus major est angulo inclinationis; sin autem contactus fiat in eo puncto, ad quod fit angulus æqualis, consistet; si in iis punctis, ad quæ fit angulus minor, descendet.

Porrò quamvis iis, qui in Astronomicarum Prostaphæreseon

doctrinâ verſati ſunt, ſupervacaneum ſit oſtendere angulum ad peripheriam factum à Radio circuli, & à linea perpendiculari in diametrum, eſſe maximum omnium, qui fieri poſſint à Radio, & à lineâ ductâ ex eodem diametri puncto, in quod cadebat perpendicularis; ut omnibus tamen fiat ſatis, non pigebit hîc demonſtrare. Sit in diametro circuli punctum R extra centrum C, & ad C R ducatur perpendicularis H R, quæ producta in G, bifariam dividitur in R: & ductis ex centro rectis C H, C G æqualibus, ſunt anguli C H R, C G R æquales, per 5. vel 8. lib. 1. Fiat angulus C E R, ductis ex C & R rectis lineis ad idem punctum E peripheriæ. Dico angulum C E R minorem eſſe angulo C H R. Ducatur enim recta E G; & erunt in Iſoſcele C E G æquales anguli C E G, C G E. Quia verò, per 7. lib. 3. R E major eſt quàm R G, angulus R G E major eſt angulo R E G, per 18. lib. 1. & ablatis æqualibus remanet R E C minor angulo R G C, hoc eſt R H C. Similiter oſtendetur angulum R I C minorem eſſe angulo R H C: ductâ enim I G, anguli C I G, C G I ſunt æquales: & quoniam per 7. lib. 3. R G major eſt quàm R I, angulus R I G major eſt angulo R G I, per 18. lib. 1. ſi igitur ex æqualibus auferantur inæquales anguli, remanet R I C minor, quàm R G C, hoc eſt quam R H C. Eadem erit methodus demonſtrandi angulos ad puncta peripheriæ propiora puncto H eſſe majores angulo C E R. Ductâ enim R D æquali ipſi R E, ad punctum ſcilicet D æqualiter diſtans à diametro, ac diſtet punctum E, & ducto radio C D, eſt angulus C D R æqualis angulo C E R. Sit autem puncto H vicinior angulus C O R, quem dico eſſe majorem angulo C E R per 7. lib. 3. & 8. lib. 1. Ducta lineâ O D, anguli C O D, C D O ſunt æquales, quia latera C O, C D æqualia ſunt: at per 7. lib. 3. R O minor eſt, quàm R E, hoc eſt R D, igitur angulus R O D per 18. lib. 1. major eſt angulo R D O, & ablatis æqualibus remanet R O C major quam R D C, hoc eſt quàm R E C. Anguli itáque recedentes à puncto H ſemper fiunt minores, accedentes verò fiunt majores.

Hoc

Hoc probato conſequens eſt illud, quod in rotæ peripheriâ duo ſunt puncta, inter quæ quodlibet punctum contingat planum inclinatũ, rota aſcendit, ſi angulus maximus factus à lineis ductis ex centro rotæ, & ex centro gravitatis ſit major angulo inclinationis; quia nimirum anguli à puncto H recedentes ad utramque partem ſemper fiunt minores; ergo ad utramque eſt angulus unus æqualis angulo inclinationis, & ſpatium inter hujuſmodi angulos eſt quantitas peripheriæ, quæ aſcendens poteſt coaptari plano inclinato: ac proinde ex horum punctorum diſtantia definietur ſpatium, quod poteſt rota aſcendens percurrere.

Sit igitur rota, cujus centrum C, & centrum gravitatis S: ſit autem C S partium 11, quarum C H Radius eſt 16: eſt igitur C S æqualis Sinui gr. 43. 26′. qui erit maximus angulus C I S ad peripheriam factus à Radio, & à lineâ I S perpendiculari ad S C. Quare in quolibet plano habente minorem inclinationem poterit aſcendere. Ponatur plani inclinatio gr. 15, cui æqualis ſit angulus C H S. Fiat igitur ut C S 11 ad C H 16, ita Sinus anguli C H S 25882 ad 37646 Sinum Anguli C S H gr. 22. 7′; eritque angulus S C H gr. 142. 53′. Creſcet ergo ſupra angulum H angulus ad peripheriam, ſi ultra punctum H fiat contactus rotæ in alio puncto viciniore puncto I, ex quo ad S C perpendicularis cadit; & ex I decreſcit uſque dum in P fiat angulus S P C grad. 15 æqualis angulo inclinationis. In triangulo itaque S P C invenitur ex iiſdem datis angulus P S C gr. 157. 53′. & angulus S C P gr. 7. 7′. qui ex angulo S C H gr. 142. 53′ ablatus relinquit P C H gr. 135. 46′. quæ eſt quantitas arcûs H I P, quæ plano coaptatur in aſcenſu. Quoniam verò quarum partium C G Radius eſt 16, peripheria eſt 100 $\frac{1}{2}$ earum pariter eſt arcus H P ferè 38, ſi Radius rotæ fuerit unciarum pedis 16, rota aſcendet in plano percurrens ſpatium pedum 3, & eo ampliùs. Hinc poteris aut rotæ diametrum augere, aut plani inclinationem minuere, ſi volveris rotam longiore ſpatio moveri: auctâ enim rotæ diametro augetur peri-

pheria, servatâ ratione eadem distantiæ centri gravitatis. At si data fuerit rota (oportet non ignorari distantiam centri gravitatis à centro rotæ, poterit autem primâ praxi cap. 5. investigari) certum est illam non posse ascendere nisi per spatium minus longitudine semiperipheriæ; constituto autem spatio invenietur inclinatio plani necessaria, hac methodo. Data spatij longitudo P H reducatur ad denominationem graduum, & erit notus angulus P C H: & quoniam anguli ad H & ad P debent esse æquales, anguli verò in R ad verticem sunt æquales, erunt pariter æquales P C H, & P S H, qui proinde notus est. Hujus semissis auferatur ex recto C S I, & innotescet angulus C S H, cum quo & duobus lateribus C S, C H invenietur per Trigonometriam angulus C H S æqualis angulo inclinationis plani necessariæ. Quod autem angulus H S I sit semissis totius H S P, hoc est dati P C H, sic ostendo. Quia in duobus triangulis C S P, C H S idem latus C S opponitur angulis æqualibus ad H, & ad P, æqualia autem latera C H, & C P opponuntur angulis quæsitis C S H, & C S P, constat horum duorum angulorum esse unum eundemque sinum; ergo simul sumpti sunt æquales duobus rectis; auferatur ex eorum summâ unus rectus, remanebunt duo anguli simul C S H, I S P æquales uni recto, hoc est angulo I S C: auferatur communis C S H, remanebit H S I æqualis angulo I S P: id quod oportuit demonstrare.

Colligere possumus ex his, quæ hactenus explicata sunt, fieri quidem posse, ut, si rota in plano inclinato primùm constituta exactè tangat in H, prorsus consistat; id tamen vix posse sperari, quia si in alio puncto remotiore ab I tangat, cadet, si in puncto viciniore, ascendet. At ubi venerit in P, si ex concepto impetu pergat adhuc aliquantulum ascendere; centro gravitatis S translato versùs plani declivitatem, & diminuto angulo, descendet; & ubi transilierit punctum P, iterùm aucto angulo ascendet, donec omninò in P consistat. Ubi licet animadvertere non idem esse punctum contactus, in quo quiesceret in plano horizontali, ac inclinato; in plano enim horizontali quiesceret in O, ubi linea à centro rotæ C perpendicularis horizonti, ac transiens per S centrum gravitatis, terminatur: in eo autem puncto O consistere non posse supra planum inclinatum satis patet ex dictis. Porrò hæc, quæ de rotâ consistente

consistente, aut cadente disputata sunt, dicenda esse de sphærâ quiescente in plano inclinato, clarius est, quàm ut oporteat pluribus explicare.

Unum superesse videtur ostendendum, quî verum sit centrum gravitatis descendere ita, ut fiat horizonti vicinius, dum rota ascendit, & fit remotior. Id ut manifestum fiat, primò inveniatur H S: & sit ut Sinus anguli C H S gr. 15. ad sinum anguli S C H gr. 142. 53′. hoc est ut 25882 ad 60344, ita C S partium 11 ad H S 25 $\frac{2}{7}$: quæ est altitudo centri gravitatis ante motum. Deinde inveniatur S P; & sit ut Sinus S P C gr. 15 ad Sinum S C P gr. 7. 7′ hoc est, ut 25882 ad 12389, ita C S partium 11 ad S P 5 $\frac{1}{4}$, quæ in fine motus erit altitudo centri gravitatis supra planum inclinatum; huic autem addenda est altitudo, quam supra horizontem habet punctum illud plani inclinati, in quo tanget P. Quia ergo inclinatio plani est gr. 15, & H P est partium 38, tantum est spatium, quod in plano percurritur à rota ascendente, fiat ut Radius 100000 ad 25882 Sinum anguli inclinationis, ita 38 ad 9 $\frac{4}{5}$ altitudinem supra horizontem, cui si addas S P 5 $\frac{1}{4}$, erit in fine motûs altitudo centri gravitatis supra horizontem partium 15, cùm initio distaret partibus 25 $\frac{2}{7}$. Centrum igitur gravitatis simpliciter, & absolutè descendit, dum rota in plano inclinato ascendit.

Possem hîc afferre aquam vi suæ gravitatis ascendentem in cochleâ Archimedis, dum cylindrus, quem cochlea ambit, convertitur: abstineo tamen, quia non vacat hîc examinare, an motus ille compositus sit ex conversione, quâ pulsu externo agitata aqua attollatur, & ex naturali descensu, quo per tubum in spiras sinuatum descendat; an verò quemadmodum supposito cuneo reluctans pondus elevatur, vel etiam cochleâ trahitur in plano horizontali, ita dicendum sit aquam vi suæ gravitatis in imo persistentem à cochleâ sensim subeunte elevari simul, & trahi, quin illa sponte sua ascendat: nam aquæ facilè tribuitur aliquando motus, qui subjecto corpori, cui illa insidet, convenit; ut liquet si ampliorem peluim ex fune suspenderis, vel lubrico in plano horizontali collocaveris, in qua sit non multa aqua in depressiore fundi parte quiescens; vase siquidem ex improviso vehementiùs impulso videtur aqua in oppositam par-

tem refluere, cum tamen vas ipſum potiùs infra aquam moveatur, quàm aqua in vaſe: quanquam ratione adhæſionis aquæ ad peluim etiam ipſa motum concipiat. Quare in cenſu ſponte aſcendentium numeranda non videtur aqua tubo ſpeciali cylindrum circumplexo elevata.

Videatur fortaſſe aqua ſponte aſcenſura in tubo non æquabili ſed conico, in plano verticali rotæ ſpiraliter circumducto: dum enim aqua æquilibrium ſuperficiei faciens in parte tubi ampliore præponderat, convertitur rota, & illa iterum æqualiter ſe librans totius molis compoſitæ centrum gravitatis transfert extra lineam perpendicularem: ſi tamen ea cautio adhibeatur, ut tanta ſit aquæ quantitas, quæ non planam obtineat ſuperficiem ſed tubi inflexione conformetur; neque ita ſit ſpiræ aſcendentis ardua altitudo, ut aqua poſt ſuperficiei librationem ex ea parte ob ſui paucitatem non præponderet; & præterea ejus figuræ ſit tubus, ut aqua in parte anguſtiore remotior à perpendiculari, non ita ratione ſitûs augeat momenta ſui conatûs deorſum, ut repugnare valeat aquæ ampliorem tubi partem occupanti. Si hæc, inquam, obſerventur (an autem ita facile ſit ea obſervare, ut quidam autumant, hic non definio) & centrum gravitatis transferatur extra perpendicularem versùs ampliorem tubi ſpiralis partem, futurum quidem eſt, ut aqua aſcendat; id tamen non eſt opus centri gravitatis, ſed potius virtutis illius, qua humor ſe æquabiliter librat.

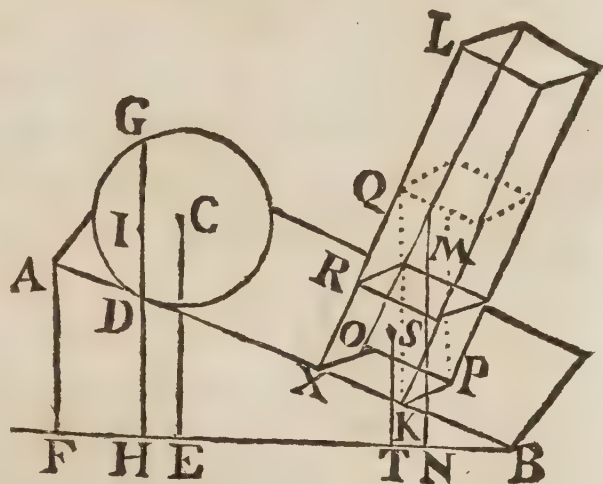
CAPUT VIII.

Cur gravium in plano inclinato deſcendentium alia repant, alia rotentur.

QUæ capite ſuperiori dixi de globi aut rotæ ſuper planum inclinatum conſiſtentiâ in puncto, in quo linea à centro globi, aut rotæ ducta cum eâ, quæ ex centro gravitatis ducitur, facit angulum æqualem angulo inclinationis plani, non ita intelligi velim, quaſi motus omnis deorſum adimatur rotæ aut globo cujuſlibet gravitatis, & in quovis plano inclinato: ibi enim conſiſtentiæ, aut quietis nomine ſolam converſionem excipio,

excipio, non lapſum nego. Fieri ſi quidem poteſt, ut adeò continuo lævore lubricum ſit planum, exactéque rotundatus globus, ut nullam ex eminulis particulis moram recipiens deorſum labatur, volubilitate ipsâ motum nihil juvante, ſed ſolo pondere urgente, cum in lineâ ad horizontem perpendiculari ſemper maneat centrum gravitatis, & punctum contactûs.

Neque eſſet diverſa ratio ſphæræ centrum gravitatis habentis extra centrum molis, ac cæterorum corporum non ſphæricorum: Nam gravia quæcunque in plano inclinato conſtituta tantum habent ad deſcendendum momenti, ut aſperitatis reſiſtentiam vincant, repunt quidem, ſi linea directionis ab eorum gravitatis centro in terræ centrum ducta tranſeat per contactum ſubjecti plani, & impoſiti gravis; rotantur verò, ſi directionis linea in plani declivitatem cadat extra contactum: ſivè demùm in puncto, ſivè in lineâ, ſivè in ſuperficie contactus fiat. Eſt autem animadvertendum non eſſe opus, ut una continua ſuperficies ſit, aut linea, ſecundùm quam ſe tangant; ſed pro ſuperficie aut linea contactûs accipitur totum illud ſpatium, quod inter extrema contingentia rectis lineis conjuncta intercipitur.

Sit planum inclinatum A B, cui globus C incumbit contingens in puncto D. Ex centro gravitatis C, quod & centrum molis eſt ex hypotheſi, cadat linea directionis C E perpendicularis in horizontem F B; quæ neceſſariò cadit extra punctum contactûs D; alioquin eadem linea C E caderet ad angulos rectos ſupra planum inclinatum, & ſupra horizontale, id quod fieri non poteſt, cum hujuſmodi plana non ſint invicem parallela. Per D igitur punctum ſuſtentationis ductâ G H parallelâ lineæ directionis, ſi per utramque plana parallela ducantur, planum per G H ſecat ſphæram in partes inæqualiter graves; & idcirco pars præponderans, in qua eſt centrum gravitatis globi, movetur circa punctum ſuſtentationis D, atque adeò in gyrum

converſa

conversa circa centrum C descendit, ac rotatur. Quod si inæqualis fuerit sphæræ substantia, & centrum gravitatis I in perpendiculari G H, non descendet sphæra in gyrum acta, sed tantùm repet, cum neutra pars præponderet.

Simili ratione parallelepipedum K L, cujus centrum gravitatis M, non repit; quia, cùm linea directionis M N cadat extra basim K O, quæ contingit subjectum planum, si per extremam lineam K P transeat planum P Q horizonti perpendiculare, dividitur parallelepipedum in duo prismata inæqualia, & non æquiponderantia: cum verò prisma trapezium Q L K P præponderet prismati trigono K O Q, quod sustinetur à basi, illud necessariò descendit, & circa lineam K P convertitur. Contrà autem quando intra basim contactûs, ut in cubo P R, cujus centrum S, cadit linea directionis S T, tunc repit, & non rotatur cubus; quia scilicet ab extrema sustentationis lineâ K P ductum planum horizonti perpendiculare dividit cubum in partes inæquales ita, ut pars illa, in qua est centrum gravitatis, & quæ à subjecto plano tota sustinetur, præponderet, nec possit à reliquâ parte elevari, ut circa K P convertatur.

Hinc apparet ad quantam altitudinem pertinere possit parallelepipedum, ut in dato plano inclinato non rotetur, sed repat: nam ab extremâ sustentationis lineâ K P excitatum planum horizonti perpendiculare P Q, quod bifariam in partes æquiponderantes dividit parallelepipedum K Q, determinat altitudinem maximam X Q; in omni quippe majori altitudine non repit, sed rotatur, quia linea directionis cadit extra basim sustentationis: in omni verò minori altitudine non rotatur, sed repit, quia linea directionis cadit intra basim sustentationis. Hoc idem in corporibus cæteris, quamvis non parallelepipedis, observandum est, an scilicet linea directionis cadat extra basim sustentationis, nec ne.

Quæ tamen de cubo repente dicta sunt, intelligi velim spectatâ per se gravium figurâ: quia per accidens fieri potest, ut corpus non repat, sed rotetur, quamvis linea directionis cadat intra basim, quæ planum inclinatum contingit. Nam si in motu occurrat super plano inclinato offendiculum aliquod, cui descendens corpus illidatur, fieri potest, ut impetus ex motu conceptus ita promoveat centrum gravitatis in anteriora, ut linea directionis

directionis cadat extra basim ultrà punctum illud, quod proximum est offendiculo, ac proinde circa illud convertatur. Hæc autem potissimùm est ratio, cur ex clivis descendentes lapides, quamquam nec orbiculares, nec admodum alti, rotentur tamen; quia scilicet multa offendicula in clivo occurrunt, & ab impetu per motum concepto partes superiores promoventur ulteriùs, inferioribus retardatis. Sic sæpè cespitantes cadimus, quia ab offendiculo retinentur pedes, cum interim corpus reliquum ex concepto impetu ulteriùs promoveatur, ita ut linea directionis cadat extra basim sustentationis.

CAPUT IX.

Cur turres inclinatæ non corruant.

OBservandum est, ait Vitruvius lib.6. cap. 11, uti omnes structuræ perpendiculo respondeant, neque habeant in ulla parte proclinationes. Nemo est qui non intelligat præceptum hoc ad ædificiorum consistentiam pertinere; sed neque defuerunt, qui rem subtiliùs, quàm par sit, perpendentes inani timore se torquebant, ne fortè aliquando domus corrueret, cujus parietes inter se paralleli fuerant constituti; cùm enim perpendicula sibi demum in terræ centro occurrant, fieri non posse putabant, ut simul paralleli essent parietes. Id quod Geometricè quidem verum est; Physicè tamen parallelismus cum perpendiculis consentit: nam si funiculos duos longitudinis ped. 100. clavo affixos ita extendas, ut extrema eorum palmi intervallo distent, angulum facient acutissimum; & si lineas duas bipedales duxeris eorum extremitatibus congruentes, vix different à parallelis, cum intervalla jungentia utrosque linearum terminos differant inter se solum palmi parte quinquagesima. Longè autem majorem rationem terræ semidiameter habet ad quamlibet ædificiorum altitudinem; ut proinde à parallelismo multo minùs recedant parietes, etiamsi fuerint turrium instar altissimi. Ponantur enim parietes duo, aut potiùs turres, distare inter se pass. 300; sit autem parietum, vel turrium altitudo pass. 60, hoc est ped. 300. Constat mihi, ut aliàs ostendi, terrenam semidiametrum non esse minorem passibus Rom.

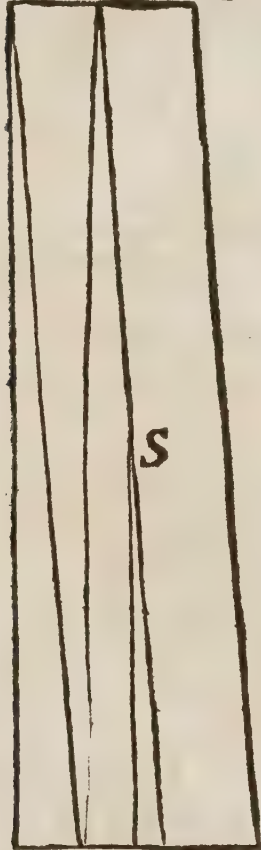
antiq. 4128635 : quarè si fiat ut terræ semidiameter 4128635 ad altitudinem 60, ita distantia parietum, aut turrium in imo 300, ad aliud, proveniet differentia, qua distantia turrium in summo vertice superat earum distantiam in imo pede, & erit partium $\frac{4359}{1000000}$ unius passus, quæ est minor quàm $\frac{2}{5}$ digiti: quis autem parallelas non dixerit turres, quæ vix uno aut altero hordei grano distant à parallelismo? Quod si in tanta altitudine atque distantiâ discrimen hoc adeò exiguum est, satis patet, quid de columnarum parallelismo dicendum sit. Constat autem ex his ædificia in altissimis montibus constituta habere parietes minùs à parallelismo recedentes, si fuerint ad perpendiculum ædificati, quàm in locis depressioribus: atque adeò, si duæ columnæ eandem inter se positionem servantes descenderent cum subjecto plano, ita ut alterutra columnarum illarum ad perpendiculum descenderet, reliqua demùm adeò inclinaretur, ut caderet.

Sed quàm inanem sibi struant solicitudinem, qui nimis exiguè, & exiliter ad calculos revocant structurarum perpendicula, satis indicant turres inclinatæ, quæ post aliquot secula consistunt citrà ullum ruinæ periculum, quamvis illam timeant imperiti. Duas habemus in Italiâ turres ob insignem inclinationem conspicuas; altera est Bononiæ quadrata opere lateritio, altera Pisis rotunda ex albo marmore affabrè expolito, & columnis 284 rite dispositis ornata. Ædificari cœpit anno 1173 Germano quodam architecto, quem ab aliis Guillelmum, ab aliis Joannem OEnipontanum dici reperio. Rotunda est forma duplici muro concludente scalas cochleæ in modum ab imo ad summum ductas: parietis crassities est cubitorum $6\frac{1}{3}$, turris altitudo cubitorum 78, ambitus in imo pede cubitorum 80; unde colligitur diameter cubitorum ferè $25\frac{1}{2}$; inclinatio, seu intervallum inter basim, & perpendiculum est cubitorum $7\frac{1}{3}$, ut ex literis ad me inde datis habeo; quamvis apud aliquos legerim tantùm cubitos 7, apud alios $6\frac{1}{2}$. Factâ ne fuerit illa inclinatio de indústriâ, an verò subsidentibus fundamentis, incertum est. Ego non facilè eo in illorum sententiam, qui id scribunt contigisse ex artificis imperitia, cui non satis perspecta esset soli natura; tum quia fundamenta altitudinem

nem habent, atque amplitudinem ingentem, quibus construendis annus ſolidus ſatis non fuit; tum quia nullam unquam egit rimam, id quod ſubſidente ſolo rariſſimum eſt; tum quia potuit architectus excitari ad artis ſpecimen exhibendum à turri Bononienſi Gariſendâ excitatâ anno 1110.

Turris Bononienſis altitudinem habet pedum Bonon. 130; exteriùs inclinatur ped. 9, interiùs verò ped. 1, & paulo amplius: muri craſſities in parte infimâ eſt pedum $6\frac{1}{2}$, in ſuprema ped. 4; cava turris ped. 7. quare lateris longitudo eſt ped. 20, & ambitus, quoniam quadrata eſt, ped. 80. Ex his menſuris, quas in *Bononiâ Perluſtratâ* anno 1650 typis evulgatâ attulit Antonius Pauli Maſini, turris ſpeciem exhibeo, & eſt A B latus unum ped. 20, B D inclinationis menſura ped. 9. D C altitudo perpendicularis ped. 130; E B & A F ped. $6\frac{1}{2}$ craſſities imi parietis, & C H ped. 4. craſſities ejuſdem parietis E C exteriùs inclinati. At quoniam inclinatio interior F I dicitur eſſe ped. 1, & paulo ampliùs, erit I D paulo major ped. 21; erecta autem ex I perpendicularis dabit punctum G terminum craſſitiei muri A G in parte ſupremâ, & erit C G major ped. 21, cum ſit æqualis ipſi I D. Quare fieri non poteſt, ut K G ſit ped. 4; quemadmodum H C; alioquin eſſet C K ſaltem ped. 25, cum baſis A B ſit tantum ped. 20. Hinc ſi liceat conjecturas perſequi (quandoquidem veritatem aſſequi non potui, cum non careat periculo aſcenſus per ſcalas ligneas à pluviis maximam partem corruptas) exiſtimo A F majorem eſſe quàm E B, hoc eſt majorem pedibus $6\frac{1}{2}$, K G verò minorem quam H C, ut turri ſua conſtet Eurithmia; id quod obtineretur, ſi I D uno, aut altero pede minor eſſet quàm A B, differentia enim inter I D, & A B eſſet craſſities K G. Et ſanè memini aliquando me au-

diviſſe ſupremam craſſitiem muri oppoſiti parti inclinatæ non excedere integrum pedem. Id autem valde opportunum accidebat, ut longè faciliùs paries A F G K ſuâ mole ſtaret: neque enim caſu inclinatam fuiſſe turrim dicere poteris, quam conſtat prope Aſinellam rectiſſimam ideò fuiſſe conditam, ut multo clariùs appareret inclinatio: præterquam quod inclinatio interior minor externâ ſatis oſtendit muros nunquam fuiſſe parallelos.

Porrò ut conſtet ex hujuſmodi inclinatione non magis eſſe de ruinâ timendum, quàm ſi exactè perpendicularis eſſet, examinemus, ſi placet, centrum gravitatis in turri Bononienſi; hinc enim facilis erit conjectura de cæteris. Et primò parietis maximè inclinati ſectio verticalis illum bifariam ſecans ac tranſiens per centrum gravitatis ſit H C B E: cujus latera parallela H C, E B bifariam ſecta in V & R jungantur rectâ V R, cujus longitudo inveſtiganda eſt, ut in eâ definiatur punctum S centrum gravitatis, ac innoteſcat utrum perpendicularis S X, ſcilicet linea directionis cadat intra baſim E B ſuſtentantem. Et ut à fractionibus minus incommodi ſubeamus, liceat aſſumere pedem in partes centeſimas diviſum. Cum autem E B ſit ped. $6\frac{1}{2}$, ſemiſſis R B eſt ped. 3. 25″; & quia H C eſt ped. 4, V C eſt ped. 2 0 0″. Et ducatur recta B V.

C V H

S

D B X R E

In triangulo B D C rectangulo datis B D, inclinatione ped. 9 0′ 0′, & altitudine perpendiculari C D ped. 1 3 0′ 0′, additis laterum quadratis fit quadratum hypothenuſæ B C, quæ eſt ped. 1 3 0 3 1″. Ex datis autem lateribus B D, & D C invenitur angulus C B D gr. 88. 33′, cui æqualis eſt inter parallelas V C, B D alternus V C B: angulus verò C B R gr. 91. 27′.

In triangulo V C B datis lateribus V C ped. 2. 0′ 0′, C B ped. 130. 31″, & angulo verticali V C B gr. 88. 33′, reperitur

CVB

C V B gr. 90. 34′. 14″, & V B C gr. 0. 52′. 46″.. Ex his autem investigatur V B ped. 130. 26″.

Quoniam autem angulus C B R notus erat gr. 91. 27′, si dematur ex illo angulus V B C gr. 0. 52′. 46″. remanet V B R gr. 90. 34′, 14″, æqualis angulo C V B alterno inter parallelas; & nota sunt latera illum constituentia B R ped 3. 25″. & B V ped. 130. 26″. Ex quibus datis invenitur angulus B R V gr. 88. 0′. 2″, B V R gr. 1. 25′. 44″ & basis V R ped. 130. 326‴.

Jam verò, ex prop. 15 lib. 1. Æquipond. Archimedis, dividatur V R in S eâ ratione, ut sit V S ad S R, ut duplum E B majoris parallelarum unâ cum minore H C, ad duplum H C unâ cum majore E B, hoc est (quia E B est ped. $6\frac{1}{2}$) & H C ped. 4.) ut 17 ad $14\frac{1}{2}$. Igitur ut $31\frac{1}{2}$ ad $14\frac{1}{2}$, ita V R 130. 326‴, ad S R ped. 59. 99″. Demum ex S ducta perpendiculari S X, quia in triangulo R X S rectangulo datur angulus S R X gr. 88. 0′.. 2″. atque adeò ejus complementum R S X gr. 1. 59′. 58″. & latus S R ped. 59. 99″. invenitur latus R X ped. 209″. Est igitur R X linea minor, quàm R B posita ped. 3. 25″; & idcirco perpendicularis linea directionis S X cadit intrà basim parietis E B C H.

Sed quia facturum me puto rem aliquibus gratam, si quas inij rationes hîc exhibeam, calculi totius progressum per logarithmos hîc addo, ut illum possis, si placeat examinare.

In Triangulo B D C rectang

B D ped. 900′ —— r l	7, 04575, 74906
D C ped. 130. 00′. — l.	4. 11394, 33523
C B D gr. 88. 33′. m	1, 15970, 08429

In Triangulo V B R

V B + B R ped. 13351″ —— r l	5, 87448, 62041
V B — B R ped. 12701 —— l	4, 10383, 79160
Semisumma ang. gr. 44. 42′. 53″, - m	9, 99567. 51920
differentia gr. 43. 17′, 9 m	9, 97399, 93121

BRV gr. 88. 0, 2

RVB gr. 1, 25. 44′

RVB gr. 1. 25. 44″ — r l	160316, 93891
RBV gr 90. 34. 14 — l	999997, 84664
BR ped. 325″ — l	251188, 33610
VR ped. 130, 326″ — l	411503, 12165

In Triangulo V C B

C B + C V ped. 132. 31′ —— r l	5, 87840, 73306
C B — C V ped. 128. 31 —— l	4, 10826, 05050
Semisumma ang. ad basim g. 45. 43′ 30″. m	10. 01099, 19826
differentia g. 44. 50. 44. m	999765, 98182
Angul. C V B g. 90. 34. 14	
Ang. V B C g. 0. 52. 46	
C B R g. 91. 27. 0	
V B R g. 90. 34. 14	
V B C gr. 0. 52′ 46″ —— —— r l	1, 81393, 17962
V C B gr. 88. 33. 0. —— —— l	9, 99986, 09115
V C ped. 200′. —— —— l	2. 30102, 99957
V B ped. 130. 26″ —— —— l	4, 11482, 27034

In triangulo R S X rectang.

R S X gr. 1. 59. 58″. — l	854269, 84915
R S ped. 59. 99″. — l	377807. 88619
R X ped. 2. 09″ — l	232077. 73534

Quod ſi paries exteriùs inclinatus etiam ſolitarius conſiſtere poſſet, modò ea eſſet partium connexio, ut unum quid ſolidum conflarent, quia directionis linea intra baſim ſuſtentantem cadit, & planum per extremam baſis lineam, & terræ centrum tranſiens relinquit interiorem parietis partem præponderantem exteriori: quis poſſit de turris ruinâ dubitare, ſi eâdem methodo deprehendat oppoſiti parietis A G centrum gravitatis eſſe in O, ac proinde comparatis reliquorum duorum parietum centris gravitatum, totius turris centrum gravitatis eſſe in intimis turris partibus? Quò igitur firmiùs ſibi cohærebunt partes turris, eò major erit inclinatio, quam obtinere poteſt citra cadendi periculum. Id quod pueris ipſis notiſſimum eſt, qui turriculas inclinatas architectantur ex buxeis orbiculis, quibus in alveolo ludunt.

E D A I F K C H B

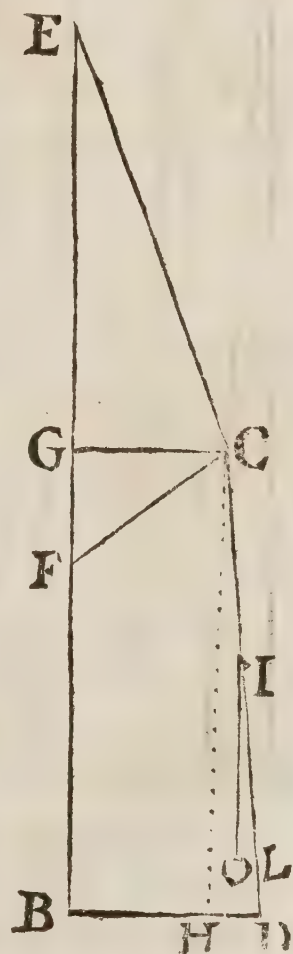
Et ut res iſta planiſſimè oſtendatur, ſit ſupra planum inclinatum A B, parallelepipedum ligneum I D ita, ut recta C E ad horizontem perpendicularis tranſeat per centrum gravitatis: conſtat ex dictis cap. 8. futurum eſſe, ut grave I D repat, non autem rotetur, quia pars C E D non præponderat parti C E I, ſiquidem poſſit deſcendere per planum inclinatum; quod ſi à lapſu impediatur, ſubſiſtet. Jam verò intellige per C planum F H horizontale, & adnecti priſma trigonum C I K parallelepipedo I D; utique pars C E K præponderat parti C E D, multóque minùs dubitandum erit de ſolidi K D ruinâ verſus H. Quid autem aliud eſt ſolidum K D, quam turris inclinata?

Scripſeram hæc jam tum ab anno labentis ſæculi quinquageſimo ſexto; cum animum ſubiit ſuſpicari, an ſuperiùs allatæ ex Maſino turris Bononienſis menſuræ omninò veritati reſponderent. Quare litteris ad P. Franciſcum Mariam Grimaldum datis rogavi, ut pro eâ, quam ad res omnes conferre ſolebat, diligentiâ, accuratè menſuras illas inquireret: hæc igitur ex ejus reſponſione habui, quibus ſuperiùs dicta corrigenda ſunt; quæ tamen expungere nolui, ut ſi lubeat, vulgarem opinionem ſequi valeas.

Extimus

Extimus turris ambitus tam in imâ, quam in supremâ parte æqualis est, adeò ut oppositæ facies parallelæ excurrant: singulorum autem laterum ad basim latitudo est ped. Bonon. 17. unc. 8. murorum crassities in imo æqualis est; eo tantum discrimine, quod murus, qua parte ostium patet, crassus est ped. 5. unc. 11. qui verò Septentrionem spectat, propiùs accedit ad pedes 6. Porrò in summâ turri murorum crassities pariter æqualis est, & vix deficit à pedibus 5, quantum quidem ex aspectu à superiori proximæ turris Asinellæ podio conjicere potuit singulorum murorum lateres numerans. Areæ demum vacuæ ad basim latus unum est ped. 6. alterum ped. 6. unc. 1.

Cum autem pluviæ per hiantem, & patulum turris verticem deciduæ scalas corruperint, nec eò veniri possit, ut demisso perpendiculo altitudo turris investigetur, subsidium petendum fuit ex Trigonometriâ, & ex proximâ turri Asinellâ, cujus mensuræ multiplici observatione innotuerant. Sit itaque turris inclinata D C, superioris autem podij Asinellæ altitudo E B ped. $234\frac{1}{2}$, unde observatus est angulus C E B gr. 18. 40'. Item in eadem turri Asinellâ patet fenestra in F, adeò ut distantia E F sit ped. 141: ibi pariter observatus est angulus E F C gr. 51. 51'. Quare in triangulo C E F, notum est latus E F, & duo anguli adjacentes, ex quibus datis colligitur E C distantia ped. $117\frac{7}{12}$. Jam verò intelligantur ex C cadere duæ perpendiculares, altera quidem C H in planum horizontale, altera verò C G in turrim Asinellam; erit enim altitudo C H æqualis altitudini G B, nam C G est parallela horizonti, cui turris E B perpendicularis insistit. Ut igitur innotescat quæsita altitudo, inveniatur in triangulo rectangulo C G E, ex datis latere C E ped. $117\frac{7}{12}$ & angulo observato C E G, gr. 18. 40', latus E G ped. $111\frac{5}{12}$. Jam verò si E G ped. $111\frac{5}{12}$ dematur ex E B ped. $234\frac{1}{2}$, remanet altitudo G B, hoc est C H, ped. $123\frac{1}{12}$.

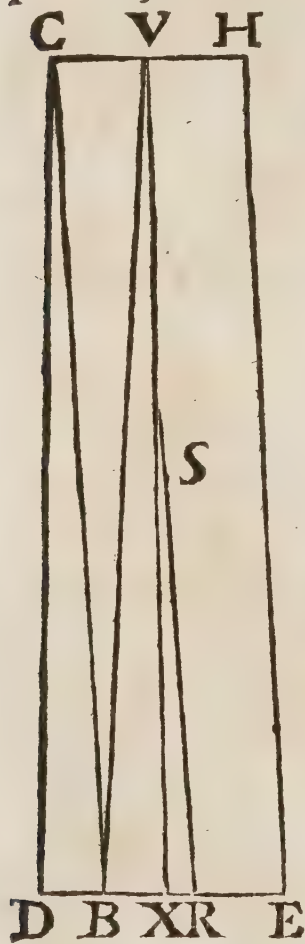
E
G
C
F
I
L
B
H
D

Demum

Demum ad inveſtigandam turris inclinationem, ápplicito ad punctum I perpendiculo obſervatus eſt angulus D I L gr. 3. 10′. : cùm autem I L parallela ſit perpendiculari C H, erit pariter angulus D C H gr. 3. 10′. Igitur in triangulo D C H rectangulo ad H notum eſt latus C H ped. 123 $\frac{1}{12}$, & angulus D C H gr. 3. 10′, ergo & innoteſcit latus D H ped. 6. $\frac{10}{12}$, quæ eſt menſura inclinationis quæſitæ.

Ex his accuratioribus menſuris indagemus, ſi placet, in orientali pariete inclinato centrum gravitatis, & lineam directionis methodo eâdem, qua ſuperiùs uſi ſumus; eademque figura ſectionis verticalis reſumatur. Eſt igitur E B ped. 6. ac propterea R B ped. 300″; & quia H C eſt ped. 5, V C eſt ped. 2. 50″. B D autem eſt ped. 6. unc. 10, hoc eſt ped. 6 $\frac{10}{12}$.

C V H

S

D B XR E

In Triangulo B D C rectangulo datis B D ped. 6. $\frac{10}{12}$, & altitudine perpendiculari C D ped. 123 $\frac{1}{12}$, additis laterum quadratis fit quadratum hypothenuſæ B C, quæ eſt ped. 123. 27″. Fiat igitur ut C B ped. 123. 27″, ad B D ped. 6. 83″. ita Radius ad ſinum anguli B C D gr. 3. 10′ 34″. Quare angulus reliquus C B D gr. 86. 49′. 26″, cui æqualis eſt alternus V C B inter parallelas V C, R D; angulus autem, qui eſt deinceps, C B R gr. 93. 10′. 34′. In triangulo V C B datis lateribus V C ped. 2. 50″, C B ped. 123. 27″, & angulo verticali V C B gr. 86. 49′. 26″, reperitur C V B gr. 92. 0′. 36″, & V B C. gr. 1. 9′, 58″. Ex his verò invenitur V B ped. 122. 76″.

Jam verò in Triangulo V B R, notus eſt angulus R B V æqualis alterno C V B gr. 92. 0′. 36′. & nota ſunt latera R B ped. 300″, & V B ped. 122. 76″. Quare invenitur angulus V R B gr. 86. 35′ 43″. B V R gr. 1. 23′. 41″, & baſis V R ped. 123. 17″.

Tum fiat ut 17 ad 16; hoc eſt duplum majoris E B cum minore H C, ad duplum minoris H C cum majore E B, ita V S ad S R, & erit S R ped. 59. 72″. Ductâ igitur ex S centro gravitatis

vitatis perpendiculari lineâ directionis S X, ex datis latere S R ped. 59. 72'', & angulo V R X gr. 86, 35', 43'', innotescit R X ped. 3. 54''. Quare R X major est quàm R B: & si paries ille solitarius esset, non utique consisteret; sed quoniam reliqui tres parietes adjecti sunt, constat ita totius molis centrum gravitatis esse in intima turris parte, ut linea directionis cadat intrà turris basim sustentantem.

Ex his discuties timorem eorum, qui soliciti sunt de obeliscorum consistentiâ, ex inclinatione aliquâ verticis ruinam proximam præsagientes: cum enim in hujusmodi molibus centrum gravitatis vicinius sit basi quàm vertici, si centrum inclinetur in alterutram partem spatio tantùm digitali, vertex insignem acquiret inclinationem, consistet tamen, quandiu linea directionis transibit per basim sustentationis. Inclinatio enim non est spatium illud, quod inter basim, & perpendiculum à turris, vel obelisci vertice demissum intercipitur (quamvis hoc vocabulo hactenus abuti placuerit, ne à vulgo discreparem) sed est angulus, quem turris facit cum plano; & manente eadem inclinatione, intervallum illud mutari potest pro majore, aut minore turris longitudine. Quare quò longior est moles inclinata, cæteris paribus, minùs est timendum, quia minor est declinatio à perpendiculari: si enim K E sit pedum 100, K C verò ped. 1. angulus K E C æqualis declinationi à perpendiculo est gr. 0. 34'. 22''. at si K E sit ped. 50, & K C iterum ped. 1. angulus K E C est grad. 11. 32'. 13''.

Hîc autem quasi præteriens satisfaciam quærenti, cur longiores hastas faciliùs, quàm breviores virgas digiti extremitate sustineamus, quin cadant. Quia nimirum minimus angulus declinationis à perpendiculo statim se prodit hastæ vertice ad partem unam secedente, cui statim occurrimus hastæ calcem manu transferentes, ac sub vertice collocantes: verùm quia facilior hastæ consistentia innotescit etiam, quando à suppositâ manu calx ejus non movetur (nam si militarem sarissam terræ perpendiculariter insistentem constitueris, potes te semel in gyrum contorquere, & illam quasi perpendicularem recipere, id quod in breviore hastâ non obtinebis) alia est ratio petenda primùm ex dictis, quia scilicet longior hasta, cæteris paribus, minùs declinat à perpendiculo, ideóque difficiliùs descendit;

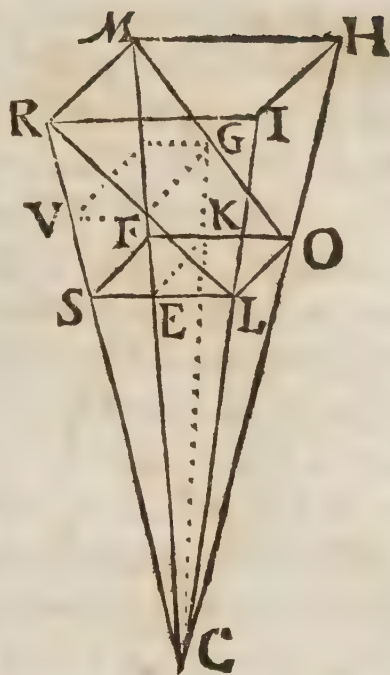
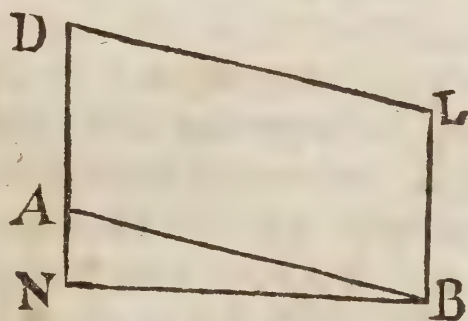
deinde quemadmodum longiorem haſtam ſi in aquâ agitaveris majorem percipies reſiſtentiam, quàm ſi breviorem virgam incitares ; ita aërem variis ſemper motibus turbatum plus etiam impedire deſcenſum longioris haſtæ cenſendum eſt, præſertim ſi in ſuperiore parte aër versùs unam, in inferiore autem versùs aliam partem moveatur : id quod in breviore virgâ non accidit, quam modicus aër contingit, nec poteſt aut adeò reſiſtere diviſioni, aut adeò diverſis motibus cieri. Hinc aſta longior tardiùs deſcenſum molitur, & faciliùs ſuſtinetur, quia major aëris dividendi quantitas, ac motus varius, magis reſiſtit, & datâ æqualitate motûs minùs declinat à perpendiculo.

CAPUT X.

An plurium ſtructurarum capax ſit mons, quàm ſubjecta planities.

POteſt mons cum ſubjectâ planitie, cui inſiſtit, dupliciter comparari ; primùm conferendo ſolam planitiem in vertice montis exiſtentem cum parte ſubjecti plani ſibi reſpondente ; deinde clivum montis comparando cum plano horizontali. Et ſanè ſi planities in ſummo montis jugo conſideretur, certum eſt illam eſſe plurium ſtructurarum capacem, quàm ſubjectum planum in ſuperficie globi terreſtris : Quemadmodum enim ſuperficies ſphæræ majoris plura capit ædificia, quàm minor, ita etiam ſphærarum inæqualium partes ſimiles inæqualis ſunt capacitatis : Conſtat autem planitiem in ſummo monte pertinere ad ſphæram majorem, quàm pertineat ſimilis planities illi ſubjecta ; ac proinde & amplior eſt, & magis capax. Harum verò planitierum differentia ea erit, quæ eſt quadratorum diſtantiarum à centro terræ : quòd ſi quadratorum hujuſmodi differentia exigua ſit & contemnenda, eo quod ad illam quadratum ſemidiametri terræ habeat nimis magnam rationem ; planitierum pariter differentia fugiet omnem ſenſum.

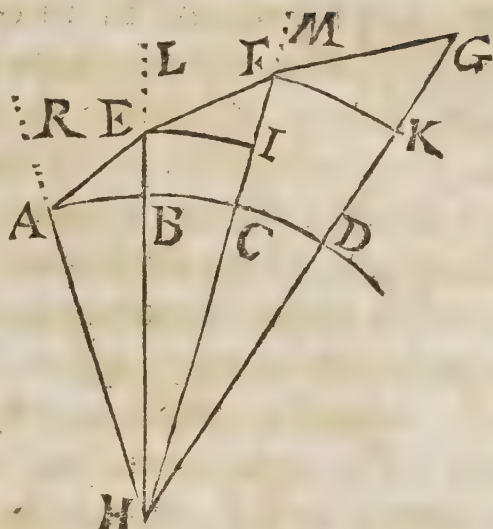
Sit

Sit terræ ſemidiameter C S, altitudo autem montis S R, in cujus vertice ſit planities R H, cui ſimilis eſt in ſuperficie globi terreni planities S O illi parallela: hæ autem planities ſimiles habent, per 20. lib. 6. duplicatam Rationem laterum R I, S L, hoc eſt, per 4. lib. 6. duplicatam Rationis, quam habet C R ad C S. Eſt igitur ut quadratum diſtantiæ C R ad quadratum diſtantiæ C S, ita planities R H ad planitiem S O. Plura itaque ædificia perpendiculariter inſiſtentia poſſunt in planitie R H majori excitari in montis vertice, quàm in ſubjectâ planitie.

At ſi montis clivus R M O L comparetur cum ſubjectâ planitie S O, certum eſt illum eſſe majorem, ſicuti latus R L oppoſitum angulo R S L, qui non eſt minor recto, majus eſt latere S L in triangulo R S L, & R M ad S F eſt ut R C ad S C: ſuperficies igitur L M comprehenſa ſub majoribus lateribus, & angulis non minoribus, quàm ſuperficies S O, major erit, ſi illa per ſe conſideretur. Non tamen continuò major dicenda eſt capacitas, quæ plura aut ampliora recipiat ædificia; niſi mons ad ingentem altitudinem aſcendat; tunc enim perpendicula non ſunt inter ſe parallela, propter inſignem eorum diſtantiam. Nam ſi ſuper clivo A B ſit ſtructura A L, cujus parietes perpendiculares, ſint etiam paralleli L B, D A, illi non magis inter ſe diſtant, quàm ſi ſuper plano horizontali N B fuiſſent excitati: quicquid ſit, quod, ſicut linea A B major eſt quàm N B, ita planum inclinatum majus ſit plano horizontali. Non igitur plures aut ampliores ſtructuras recipit clivus collis, quàm ſubjectum planum horizontale. Quod verò de ſtructuris dicitur, de cæteris quoque intelligendum eſt, quæ perpendicularia inſiſtunt, & ſpatium implent; at ſi ita ſe habeant, ut

perpendicularia non insistant, certum est plures aut longiores homines jacere posse in clivo A B, quos non capit planum N B: vel si in clivo se minùs invicem impediant, tunc plura hujusmodi corpora in colle esse possunt quàm in planitie; si enim rami arboris inferioris respondeant trunco superioris, certum est quod multò viciniores esse possunt arbores, quàm in planitie, ubi rami se vicissim impedientes majorem postulant truncorum distantiam; ac proinde etiam multo plures arbores intra easdem parallelas erunt. Sic plures homines esse possunt in gradibus amphitheatri, quàm in subjecto plano, quia graciliores partes superiorum respondent crassioribus inferiorum, & se minùs invicem impedientes minus relinquunt spatij vacui: quod si non homines, sed parallelepipeda, statueres in gradibus, non plura statui in iis possent, quàm in planâ areâ gradibus subjectâ.

Hæc autem ædificiorum æqualitas in clivo & in planitie, locum non habet nisi intra illud spatium, quod intercipitur à perpendiculis Physicè parallelis; statim enim ac à parallelismo recedunt perpendicula, si ea fuerit altitudo, ad quam clivus ascendens venit, ut planities parallela plano horizontali in eâ altitudine major sit, quàm similis planities depressior, etiam plura ædificia recipiet clivus, quàm unica planities horizontalis subjecta. Ponamus enim perpendicula G C, & O C jam non esse parallela, eamque esse altitudinem K G, ut planum per G transiens horizonti parallelum majus sit plano per O intra eadem perpendicula intercepto, erit quidem capacitas plani inclinati G O L F æqualis capacitati subjecti plani E K O L: at ulteriùs ascendendo capacitas F G M R non erit æqualis capacitati plani S K continuati cum priore plano E O, sed erit major, quippe quæ æqualis est capacitati plani V G; est autem planum V G ad planum simile S K, ut quadratum G C ad quadratum K C: major igitur est totius clivi M L capacitas, quàm planitiei S O.

Et ut res apertius constet, quandoquidem clivi altissimorum montium, si eandem servent inclinationem, non sunt ab imo pede ad summum jugum æquabili, & continuo ductu extensi, Sit terræ centrum H, & superficies

A D;

AD; cujus arcus dividatur in partes AB, BC, CD æquales, ita ut ſinguli arcus pro rectâ lineâ, & ſuperficies pro plano horizontali Phyſicè uſurpari poſſint; & tunc ſolùm intelligatur mutari horizon, quando ex A jam venerit in B, deinde in C &c. Si igitur ſit planum inclinatum AE, ubi venerit in E punctum perpendiculi HB producti, non poteſt rectâ progredi, quin mutet inclinationem ſupra horizontem novum, ad quem venit; quare ut ſervetur ſimilis inclinatio, deflectit in EF, & eſt angulus HEF æqualis angulo HAE cui demum ubi venerit in F, debet fieri æqualis angulus HEG. Centro autem H, intervallis HE & HF deſcribantur arcus EI, & FK. Certum eſt duarum linearum angulum conſtituentium partem aliquam extremam eſſe, ſecundùm quam lineæ illæ non differunt, ſenſu judice, à parallelis; at ſi major pars accipiatur, jam perit parallelìſmus: Sic RA, & EB pro parallelis uſurpari ſi poſſint, non poterunt ſimiliter pro parallelis accipi RA, & LB: Sic LE, & FI ſumuntur tanquam parallelæ citrà errorem, at non item LB, & MC. Quare perpendicula non ſolùm recedunt à paralleliſmo ſenſibili, quia majorem angulum in centro H conſtituunt, ſed etiam quia major eorum pars aſſumitur, in qua jam apparet convergentia, quæ in parte minore latebat.

Cum itaque ſtructuræ perpendiculares in plano inclinato occupent ſpatium eodem modo, ac ſi eſſent in plano horizontali intra eaſdem parallelas, jam conſtat clivi partem EF comparandam eſſe cum plano EI, non autem cum plano BC; quia in E, & I terminatur paralleliſmus linearum LE, FI. Eſt igitur capacitas clivi EF æqualis capacitati EI; at capacitas EI major eſt quàm capacitas BC, ergo capacitas clivi AF major eſt, quàm capacitas planitiei AC. Eademque eſto de cæteris ratio. Hinc manifeſtum eſt non omninò in univerſum vera eſſe, quæ paſſim dicuntur de æquali capacitate collium, & planitiei ſubjectæ, niſi hæc certis limitibus circumſcribantur; videlicet ſi ſermo ſit de iis quæ tantùm perpendiculariter inſiſtunt, &c.

intrà illud ſpatium, ac in eâ altitudine, ubi perpendiculorum convergentia adeò exigua eſt, ut evaneſcat. Cæterùm ſatis mihi videor oſtendiſſe fieri poſſe, ut clivus aliquis plures ſtructuras recipere poſſit, quàm ſuperficies ſphærica globi illi reſpondens. Si enim eadem eſt ſemper, ut ſupponitur, plani inclinatio, etiam latera turrium, vel domorum parietes æquè invicem remoti intercipient æquales partes plani inclinati: Si ergo ſtructura intercipiens ſemiſſem plani A E transferatur in E F, æqualem partem intercipiet; at hæc minor eſt ſemiſſe ipſius E F, igitur duæ ſtructuræ occupantes totum planum A E, tranſlatæ in E F æquale ſpatium occupabunt, & relinquent adhuc partem ſpatij inanem. Eſſe autem E F lineam majorem linea A E patet; quia triangula A H E, E H F æquiangula ſunt, & latera habent proportionalia, adeóque ut A H ad H E, ita A E ad E F; atqui H E excedit lineam H A; igitur & E F major eſt quàm A E: ergo multo major erit ſuperficies ipſius E F, quàm ſuperficies ſimilis ipſius A E. In ſpatio igitur, quo ſuperficies E F excedit ſuperficiem A E, poterit alia præterea ſtructura excitari.

CAPUT XI.

Quomodo animalium motus ordinentur ex centro gravitatis.

DEi ſapientiam nunquam ſatis admirari poſſumus, quæ in ordinandis naturæ motibus elucet; animalia enim ſolo naturæ ductu adeò accuratè ſe ipſa ſiſtunt in lineâ directionis, ut nemo mathematicus Geometriæ apices perſcrutatus poſſit tam ſubtiliter deprehendere, ac breviſſimo temporis momento, centrum gravitatis. Quandoquidem ſive conſiſtentium quietem, ſivè gradientium motum, ſivè reclinantium ſe ſe inflexionem conſideres, miram naturæ artem intelliges, quâ præcavit, ne corpus ingenitâ gravitate delatum præceps caderet. Id autem aſſecuta eſt motus ita diſponendo, ut linea directionis nunquam

quam caderet extrà basim sustentationis, nisi fortè in cursu, in quo tamen satis consultum est animalis incolumitati, dum ab anteriore pede, ubi terram attigerit, retinetur, ne ulteriùs descendat.

Basis autem sustentationis non sunt soli pedes, sed totum illud spatium interceptum à lineis pedum extremitates jungentibus; sic in quadrupedibus linea directionis debet cadere intrà spatium comprehensum lineis, quæ jungunt extrema pedum terram contingentium, ut possit animal consistere. Hinc equus in posteriores pedes se erigens flexis poplitibus reclinat se se in posteriora, & tantisper in eo situ consistit, dum centrum gravitatis imminet spatio, quod à pedibus occupatur, & ab illis intercipitur; & si extra illud spatium cadat linea directionis, vel aversus cadit, vel iterum quatuor pedibus insistit. Ubi tamen observandum est ex equo & equite fieri unam molem compositam unum habentem commune centrum gravitatis: unde fit equum magis defatigari, si eques non rectus insideat; sed inclinatus in alterutram partem, centro enim gravitatis translato motûs facilitas mutatur; & equite in anteriora inclinato ac premente caput equi in posteriores pedes erecti, centrum gravitatis in anteriora transfertur, & occurritur periculo, ne equus aversus cadat.

Porrò dum spatium à pedibus occupatum voco basim sustentationis, non semper satis est lineam directionis cadere non extrà pedes; quia si pedes ipsi solùm ex parte tangant subjectum corpus, ut contingit in funambulis, debet linea directionis cadere in funem, cui insistunt pedes, & si extra illum cadat, certa est ruina, quia latitudo pedum non juvat. Cum autem difficillimum sit diutiùs consistere ita, ut centrum gravitatis semper immineat funi, ideò funambuli, vel hastam plumbeis laminis gravem in extremitatibus manu tenent, vel brachiis expansis se librant, ut hastam vel brachia extendentes in partem oppositam ei, in quam gravitas inclinat, centrum gravitatis constituatur in puncto, quod immineat funi sustentanti. Hinc oritur difficultas consistendi, quam experiuntur grallatores; cum enim grallæ exiguâ sui parte tangant terram, est quasi linea, in qua fit sustentatio, extra quam facilè cadit linea directionis: ideò tertium gestant baculum, cui

innitantur,

innitantur, quoties quieſcere voluerint, lineâ directionis cadente intrà ſpatium triangulare comprehenſum à grallis, & baculo.

Hîc autem maximè ſe prodit naturæ providentia in tam variâ pedum conformatione, ut ad ſuſtentandum idonei eſſent: quadrupedibus ſiquidem non adeò amplos pedes tribuit, quia ex eorum inter ſe diſtantiâ plurimum ſpatium intercipitur, cui immineat centrum gravitatis: bipedibus verò latiores tribuit pedes, quâ parte timeri potuit caſus: ſic quia ex duorum crurum modicâ divaricatione non facilè periculum erat cadendi in alterutrum latus, ideò humanis pedibus minorem dedit latitudinem, quàm longitudinem; hanc verò non in æquas diſtribuit partes, ſed minimam calci (præterquam in Scauris, quos pravis fultos male talis appellat Horatius, talis ſcilicet extantioribus) maximam anteriori parti conceſſit, ne impetu per motum concepto tranſlatum centrum gravitatis in anteriora tranſiliret baſim ſuſtentationis. Aliquam tamen mediocrem latitudinem pedibus conceſſit, ut poſſet homo, ſi res ferret, uni tantùm pedi inſiſtere, & eſſet aliqua ſpatij amplitudo, intrà quam quodlibet punctum opportunum eſſet conſiſtentiæ centri gravitatis. Sic aves illæ, quæ uni pedi inſiſtunt, cujuſmodi ſunt grues, & ciconiæ, digitos habens longiores, quos valdè explicant quaſi in gyrum, ut amplior ſit baſis ſuſtentationis; intrà quam ut cadat linea directionis, altero pede elevato inclinatur corpus in oppoſitam partem, ut centrum gravitatis immineat pedi ſuſtentanti. Eandem ob cauſam anſeres, & anates, quæ multâ carne abundant, & amplo ſunt pectore, alternâ quadam in dextrum, & ſiniſtrum latus inclinatione gradiuntur, ideóque ampliores habent palmas, ut citrà cadendi periculum centrum gravitatis faciliùs vel immineat pedi ſuſtentanti, vel minimùm ab eo declinet, ne majore, quàm par ſit, impetu deſcendens corpus & anteriori pedi incumbens, tibiæ muſculos, & tendines lædat. Aves verò, quæ ſubtilioribus ramuſculis inſident non palmipedes ſunt, ſed digitatæ (palmæ enim avibus amphibiis ad natandum potiſſimum datæ videntur) ut ramis tenaciùs inhæreant; quæ præterquàm quod exiguæ ſunt gravitatis, facilè ſe ſiſtunt in lineâ directionis, quæ cadat in ramuſculum, cui inſiſtunt, majore, vel minore angulo, quem

faciunt

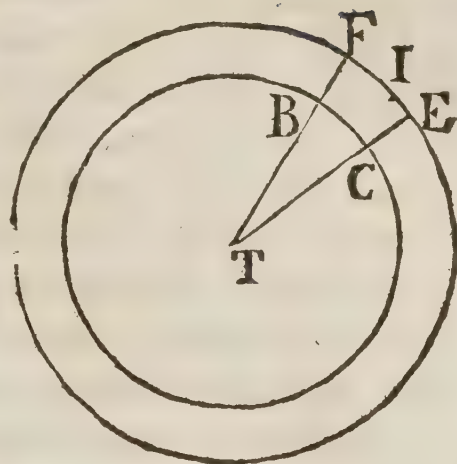
faciunt tibiæ cum coxâ; ideò ubi ramum arripuerint, subsultantes se librant, ramumque arctè apprehentes prohibent, ne repentino casu circumagantur à centro gravitatis nondum imminente basi sustentationis.

Verùm quoniam ad aves delapsus sum, prætereundus non est usus centri gravitatis involatu; quia enim avis dum alis aërem verberans in volatu se librat atque suspendit, ita alas debet extendere, ut centrum gravitatis existat intra illud alarum spatium, in quo exercetur sustentatio; ideò si voluerit ad superiora volatum dirigere, alas in anteriora versus caput extendit, ut centro gravitatis in posterioribus relicto, ac deorsum præponderante, caput sursum dirigatur: contra verò, ut motum deorsum dirigat, alas retrahit, ut caput præponderet, ac deorsum feratur. Hinc satis patet, cur ubi Pavo caudæ pompam explicuerit, erecto pectore & capite insistat pedibus, quibus immineat centrum gravitatis: at si caput ad anteriora inclinare voluerit, & pectus inflectere, cogitur explicatam caudam demittere, ut syrmate illo æquilibrium statuat corpori, ne proruat, ut verè procumberet, si pectore inclinato expansa cauda retineretur in positione eâdem.

Infinitum esset singulos animalium motus persequi, in quibus centri gravitatis ratio habetur; satis fuerit observasse nos ex declivi loco descendentes non insistere plantis pedum ad angulos rectos; sed paululum in posteriora inclinari; contra verò ascendentes jugum acclive curvari in anteriora; ut nimirum linea directionis cadat intrà spatium, cui pedes insistunt; extra quod illa si caderet, nec alteri fulcro inniteremur, quod unà cum pedibus includeret basim sustentationis, necessariò nobis cadendum esset. Quòd si quis onus habens dorso impositum in montosâ regione iter habeat, multò magis curvari debet, cum ascendit, ut pedibus immineat centrum gravitatis compositæ ex corpore, & ex onere: quare sapientissimè rustici aliqui in Alpibus, quæ Germaniam ab Italiá disterminant, arculam ex levibus asserculis, & virgulis compactam habent, cui onera immittunt, basis autem arculæ, quæ gestantis corpori adhæret, imitatur Resc Hebraicum, ita ut pars quidem dorso, pars autem capiti incumbat: unde fit, ut centrum gravita-

tis compositæ minùs recedat à medio humani corporis, adeóque faciliùs etiam motus perficiatur, quin opus sit tantâ corporis inflexione. Simile quid experimur, si quis à sede surgat; caput enim cum thorace in anteriora reclinat; pedes verò in posteriora versùs sedem retrahit, ut nimirum pedes supponantur centro gravitatis, quod primùm imminet parti digitis proximæ, deinde corpore erecto linea directionis versùs talos recedit. Hinc etiam patet cur homo supinus jacens surgere non possit, nisi retractis sub se pedibus, & thorace in anteriora propulso per impetum sibi impressum. Vidi tamen non semel hominem, qui cum supinus jaceret, non retractis sub se pedibus surgebat planè rectus sicut stipes; ad caput autem apponebat, vel globum tormentarium majorem, vel saxum non modicæ gravitatis; quod manu utrâque apprehensum attollebat, & velociter in anteriora movebat, sibique impetum imprimebat: impetus enim impressus promovens ad anteriora saxum, & corpus ipsum vincebat gravitatem corporis cæteroqui casuri; ex brachiis autem extensis saxum à corpore remotum tenentibus oriebatur, ut centrum gravitatis molis compositæ longè citiùs immineret pedibus, à quibus sustentabatur, etiam antequam planta terram attingeret, sed cum adhuc soli calci inniteretur. Quantum verò impetus valeat ad vincendam oppositam gravitatem corporis, patet in cespitantibus, qui naturæ ductu illico brachia extendunt, & in contrariam partem projiciunt, ut scilicet impetus in oppositam partem exæquet excessum gravitatis, quæ ad eam partem reperitur, in quam ex cespitatione facta est inclinatio.

Ex his quid in singulis motibus dicendum sit, intelliges; neque enim otium est ire per singula. Caput hoc claudo explicatione quæstionis, qua quæritur, quantò majus spatium percurrat caput quàm pedes; certum siquidem est hominem in lineâ directionis imminere semper terræ centro; ac proinde si pedes ex B venerunt in C, caput ex F in E translatum est per arcum F E majorem arcu B C. Cum enim uterque arcus B C, F E subtendatur eidem angulo ad centrum, sunt similes, & ut arcus B C ad totam suam peripheriam, ita arcus F E ad suam peripheriam; sunt autem

autem peripheriæ inter ſe ut ſemidiametri, igitur B C ad F E, ut T B, ad T F; atqui T F major eſt quàm T B, igitur & F E arcus major arcu B C: abſcindatur F I, quæ ex hypotheſi intelligatur æqualis ipſi B C; eſt igitur ut T B ad T F, ita F I ad F E, & dividendo ut T B ad B F ita F I, hoc eſt B C, ad I E. Fiat itaque ut T B ſemidiameter terræ milliar. Rom. ant. 4128. paſſ. 635. ad B F altitudinem hominis ex. gr. ped. Rom. ant. 6. ita B C iter pedum mill. 500, ad I E exceſſum itineris capitis qui eſt $\frac{726632}{1000000}$ unius pedis. Quòd ſi fiat ut terræ ſemidiameter ad hominis altitudinem, ita circulus terræ maximus mill. 25941 ad exceſſum itineris capitis ſupra iter pedum terræ ambitum percurrentium, proveniet exceſſus ped. 37. unc. 8. hoc eſt paſſ. 7. & paulò ampliùs: Quare vides in ſingulis milliariis motum capitis non habere exceſſum niſi partium $\frac{17429}{1000000}$ unciæ pedis Romani antiqui; quæ differentia ſenſum omnem fugit.

Liceat hic ex morâ, quam in hoc Tractatu perficiendo duxi, id utilitatis capere, quod poſſim pro me ipſe brevi Apologiâ reſpondere, ne videar in Ageometriam lapſus, cui nulla niſi ex oſcitantiâ ſuppeteret excuſatio (nam & quandoque bonus dormitat Homerus) & quidem tunc, cùm Mathematicas diſciplinas in Collegio Romano publicè profitentem maximè oculatum fuiſſe oportuerat. Incidi in Magiam Naturalem P. Gaſparis Schotti part. 3. lib. 1. pag. 71, ubi mihi tribuit ſententiam maximè abſurdam, quaſi in mechanicâ meâ manuſcriptâ (quam ſcilicet anno 1653. Romæ auditoribus meis tradidi) docuerim exceſſum motûs capitis ſupra motum pedum *eſſe valde modicum, nimirum ſolum pedum ſex cum dimidio, adeò ut in milliaribus* 500 *tantum reperiatur exceſſus* $\frac{15}{17}$ *unius pedis, poſitâ hominis altitudine pedum ſex, & terræ ambitu milliariorum* 21600. Hæſi primùm attonitus, meamque oſcitantiam admiratus illicò antiquas illas meas ſchedulas perſcrutari cœpi; & nihil minus inveniens errorem Typographo, qui pro paſſibus pedes ſuppo-

ſuerit, tribuendum cenſuiſſem, niſi Author ipſe modicum illum exceſſum pedum ſex cum dimidio redargueret. Quare contingere facilè potuit, ut ille, qui tunc Romæ degebat, ex aliquo manuſcripto codice meam ſententiam reſcribens, ubi menſuram hanc pedibus definiebam, brevitatis ergo ad paſſus revocaverit, quam litera P notatam demùm pro pedibus ſit interpretatus. Cæterùm prudens, & attentus lector me faciillimè ab hoc errore vindicabit, ſi terræ ambitum mill. 21600. dividat per mill. 500; & quotientem 43 multiplicet per $\frac{15}{17}$ unius pedis; deprehendet enim totum exceſſum pedum ferè 38, qui excedunt paſſus ſeptem cum dimidio. Quod ſi ex diametro pedum 34400000, & ex diametro pedum 34400012, quas ibi Author ponit congruentes peripheriæ juxta Rationem 7 ad 22 conſiderentur, erit differentia circulorum pedum 38 eadem plane cum noſtrâ; ſed longiſſimè minor eâ, quam ille ibi ſtatuit.

Cæterùm quantus ſit peripheriæ majoris exceſſus ſupra minorem, habebitur facillimè, ſi majoris Radij T F, exceſſum B F, ſtatuas tanquam circuli Radium; hujus namque circuli peripheria eſt æqualis exceſſui illi. Quia enim ut minor Radius T B ad majorem Radium T F, ita minor peripheria ad majorem peripheriam, etiam convertendo & dividendo, ut T B ad B F, ita minor peripheria ad exceſſum peripheriæ majoris, & viciſſim permutando ut Radius T B minor ad ſuam minorem peripheriam, ita B F exceſſus Radij majoris ad exceſſum majoris peripheriæ. Atqui exceſſus hic B F aſſumptus ut Radius circuli habet ad ſuam peripheriam eandem Rationem, quam T B Radius minor ad ſuam peripheriam; igitur eſt eadem Ratio B F exceſsûs Radij, ad exceſſum peripheriæ majoris, quæ eſt ejuſdem B F ut Radij ad ſuam peripheriam: ergo per 9. lib. 5. hæc peripheria æqualis eſt illi exceſſui peripheriæ majoris. Cum itaque Ratio diametri ad peripheriam ſit ut 7 ad 22, ſeu ut 113 ad 355, fiat ut Radius 7 ad peripheriam 44, ſeu ut 113 ad 710, ita B F altitudo ped. 6. ad ped. 37. unc. 8: qui numerus conſentit cùm ſuperiore.

CAPUT

CAPUT XII.

An tellus moveatur motu trepidationis.

QUoniam centrum gravitatis eſt in quolibet corpore punctum illud, quod æquales gravitates circumſtant, manifeſtum eſt non permanere idem gravitatis centrum, ſi aliqua corpori additio fiat, aut detractio; neque enim manet eadem momentorum gravitatis æqualitas circa illud punctum; ſed aliud eſt punctum, per quod ducta plana dividunt totius corporis gravitatem in momenta æqualia, & eſt novum centrum gravitatis. Hinc patet in telluris globo, qui plurimas mutationes ſubit, corporibus gravibus ex alio in alium locum tranſlatis, tolli æqualitatem partium ſaltem in actu primo gravitantium, cum hæc quidem, quæ oppoſitæ parti ante erat æqualis, ſubtractione nunc fiat minor, illa verò, quæ pariter ſibi oppoſitæ parti proximè fuit æqualis, additione evadat major. Ex quo neceſſariò colligitur mutatio centri gravitatis.

Sed quia, ut tellus ſuis librata ponderibus in loco ſibi debito conſiſteret, debuit initio ejus centrum gravitatis congruere centro univerſi, circa quod gravia & levia diſponuntur; idcircò dubitari poteſt, utrùm mutato gravitatis centro terra moveri debeat, ut novum gravitatis centrum collocetur in centro univerſi. Quoniam verò huc illuc paſſim tranſlatis corporibus, terra nunc in hanc, nunc in illam partem moveretur, ut proinde quaſi trepidaret; hinc factus eſt quæſtioni locus, an tellus moveatur motu trepidationis; quicquid ſit an motus iſte ſub ſenſum cadat, nec ne.

Terram univerſam & ſingulas ejus partes ſuâ gravitate repugnare, ne ſurſum moveantur, certum eſt; at univerſi centrum occupare, toti quidem elemento graviſſimo convenit, ſed non partibus ſingulis: neque enim gravitas eſt appetitus ſubſiſtendi in centro, quem natura non ſatis aptè gravibus ſingulis indidiſſet; cui nimirùm fieri ſatis non poteſt, niſi corpora ſe invicem penetrent; unum autem grave in centro exiſtens

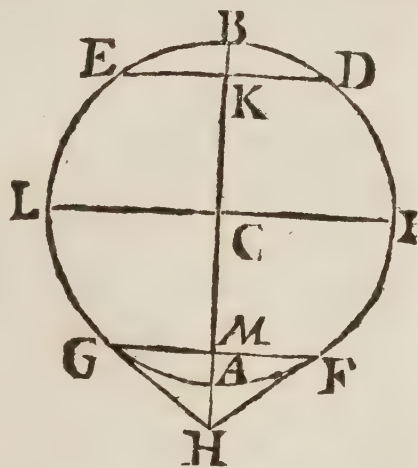
cætera omnia inde excludit. Reſtituunt ſe gravia in locum ſuum versùs centrum pergendo, non ut ad centrum veniant; ſed ut nihil levius infra ſe habeant; quemadmodum & levia versùs cælum aſcendunt, non ut cælum petant, ibíque demum quieſcant, ſed ne quid gravius ſupra ſe patiantur. Cæterùm hoc ipſo, quòd natura, & vacuitatem omnem eliminavit, & corporum penetrationem proſcripſit, & vim ſe ſuis locis diſponendi corporibus indidit, ſatis univerſi conſiſtentiæ & ordini conſultum eſt. Quare corpori nihil levius infrâ ſe habenti nullam præterea gravitationem tribuendam cenſeo, præter reſiſtentiam, ne ſurſum moveatur. Gravitas ſiquidem non niſi comparatè dicitur, habitâ ratione proximi corporis, in quo tanquam in loco exiſtit id, quod grave dicitur; nam ſi orbis univerſus conſtaret unico corpore homogeneo, nihil eſſet aut grave aut leve, cum nihil eſſet, quòd præ aliis expoſceret propiùs admoveri centro univerſi. Cum itaque terra ad hoc univerſi centrum perinde ſe habeat, atque ſi corporibus levioribus non circumfunderetur, his namque ſublatis illa nec propiùs ad univerſi centrum accederet, nec longiùs ab eo recederet; ideò pars terræ quæcumque cum reliquis comparáta (ponatur hîc tellus tota homogenea) nec gravis eſt nec levis; ac proinde, cùm nulla pars centro propior eſſe exigat, quàm alia, nulla quoque eſt, quæ aliam urgeat, aut premat propriè, ſed omnes, & ſingulæ tantummodò repugnant, ne ſurſum in medium leve transferantur.

Hinc eſt quod terræ conſiſtentiam in loco ſuo, non propriè ex libræ rationibus explicandam cenſeo; quia in librâ utraque lanx non repugnat ſolùm, ne attollatur, verùm etiam in aëre conſtituta deorſum nititur; terræ autem partes ſuperiores nil infrà ſe levius habentes non conantur deorſum. Et quemadmodum ſi libræ lanx utraque ſubjecto plano incumberet, earum conſiſtentia non eſſet æquilibrio tribuenda, quamvis æquilibres ſint, ſed idcircò ſolùm conſiſterent, quia infrà ſe haberent corpus, quod permeare vel non exigit, vel non poteſt earum gravitas: ita terræ partes licèt adeò æqualiter ſint diſpoſitæ circa ſuum commune gravitatis centrum (in quo vires ſuas exererent tellure totâ in aëris locum tranſlatâ) ut ex illo ſuſpensâ tellure in æquilibrio conſiſterent; re tamen ipsâ non conſiſtunt

conſiſtunt propter æquilibrium; ſed quia nulla pars habet infra ſe aliquid, ſub quo petat exiſtere, atque adeò nulla eſt, quæ deorſum nitatur. Quare Poëticè ſolùm, non verò Philoſophicè dictum eſt.

Terra pilæ ſimilis, nullo fulcimine nixa,
Aëre ſubjecto tam grave pendet onus.

Aër ſi quidem non eſt ſubjectus terræ, ſed circumfuſus; ea namque ſubjecta ſunt, quæ inferiora; inferiora autem, quæ centro propiora. Terræ itaque globus nihil habet, in quod gravitatis vires exerceat deorſum conando.

Quæ cum ita ſint, nulla unquam continget in terrâ mutatio atque gravium tranſlatio, quæ efficiat motum trepidationis. Sit enim terræ globus A B, cujus centrum C ſit pariter centrum gravitatis: ducto per C plano I L, hemiſphærium I A L eſt æquale hemiſphærio I B L; ex quo abſciſſa intelligatur portio ſphærica D E B, in cujus locum ſuccedat aër. Si qua igitur pars deberet deorſum versùs C niti, non alia utique eſſet præter D & E, quæ longiùs à centro abſunt, quàm contiguus aër D E. At portio I D E L prævalere non poteſt hemiſphærio I A L, quod deberet ſurſum propelli; ergo non poteſt centrum C moveri versùs A, ut punctum aliquod inter C & K congruat centro univerſi. Sed neque hemiſphærium I A L debet deſcendere, quia nullum habet corpus leve ſibi contiguum, quod univerſi centro vicinius ſit; non ergo debet propellere oppoſitum ſegmentum I D E L; cujus omnes partes non ſolùm reluctantur motui, quo recedant ab univerſi centro C, ſed etiam illarum aliquæ ſe ipſæ urgent, & conantur versùs C. Nondum igitur terra movetur.

Quare Segmentum Sphæricum D K E B transferatur in oppoſitam partem, & addatur hemiſphærio ſuperiori etiam mons F H G æqualis abſciſſæ portioni ſphæricæ. Aio ne dum factam eſſe mutationem, quæ ad motum telluri conciliandum ſufficiat. Quamvis enim mons ille F H G, quippe quem ambit aër levior

vior vicinior centro, conetur deorſum; certum eſt illum deſcendere non poſſe, quin totam reliquam terram impellat, ejuſque reſiſtentiam ſuperet; reſiſtit autem primò ſegmentum I D E L, cujus omnes partes magis à centro removerentur; niſi igitur mons F H G major ſit ſegmento ſphærico I D E L (vel ſaltem non multò minor, ſi quidem ob majorem à centro diſtantiam augerentur momenta gravitatis, ex dictis cap. 4.) non poterit ſubjectam terram loco dimovere. Prætereà étiam hemiſphærium I A L repugnat deſcenſui montis F H G, quia fieri non poteſt hic motus, niſi hemiſphærij partes tranſiliant planum I L, atque magis à centro recedant. Quantâ igitur gravitate præditum eſſe montem oporteret, qui tantam reſiſtentiam ſuperare valeret? At nunquam fieri tantam partium permutationem, ut id quod transfertur, ſit non minus ſemiſſe hemiſphærij, ut ſaltem ratione habitâ diſtantiæ à centro poſſit prævalere, ita omnibus eſt manifeſtum, ut probatione non indigeat. Quare neque hanc gravium tranſlationem motus ullus conſequitur, quo tellus trepidare dicatur.

At, inquis, ſi in utrâque libræ lance ſint unciæ 100, & alterutri uncia una addatur, lanx illa deprimitur, & oppoſita elevatur; ergo exiguum pondus vim habet movendi ingens pondus; ergo pariter mons F H G producere poteſt impetum, qui ad movendum ſegmentum I D E L, quantumvis gravius, abundè ſufficiat. Ego vero nego conſequentiam; quia non ab unciâ illâ additâ ſolâ elevatur oppoſitum pondus, ſed omnes unciæ ſimul in medio leviore ſuſpenſæ collatis viribus deorſum conantur, atque præponderantes oppoſitæ lancis pondus attollunt. Hoc autem nil in rem noſtram facit, ubi neque mons F H G ſolitariè ſumptus poteſt ſursùm propellere molem I D E L majorem ſe, neque juvari poteſt ab hemiſphærio I A L, quod cum nihil infrà ſe habeat, quod & levius ſit, & inter ipſum ac univerſi centrum intercipiatur, neque poteſt ſe ipſum versùs centrum urgere ſecundùm aliquas ſui partes ab eo remotiores, cum maximè partes centro proximæ valde reluctentur, ne ab illo removeantur. Id quod in libræ lance, cui uncia fuerit addita, reperire non poteris; totum ſiquidem lancis pondus deorſum nititur.

Quod ſi ex librâ ſimilitudinem ducere placeat, petenda potiùs

tiùs eſt ex librâ, cujus lanx altera ſubjecto plano incumbat, altera in aëre libera pendeat; ſi enim utraque lanx plena æqualibus ponderibus conſiſtat in æquilibrio, & incumbenti lanci addatur ponderis pars, quæ à pendulâ lance detrahatur, lances non moventur, nec inter ſe mutuò confligunt ponderum gravitates, niſi quatenùs lanx gravior ſemper magis reſiſtit leviori, ne ab illâ elevetur: cæterùm gravior lanx non movet leviorem, niſi ubi demum tanto pondere prægravata fuerit, ut ſubjecti plani reſiſtentiam vincens illud aut frangat, aut ſaltem deprimat. Sic hemiſphærium I A L habet rationem lancis non tantùm ſubjecto plano incumbentis, ſed, quod potius eſt, ſuo in loco quieſcentis; cui quò plus addideris ponderis, auges quidem reſiſtentiam ne ſursùm versùs H propellatur, ipſum verò non conatur deorſum versùs C; ſed totus conatus impoſito & adjecto monti tribuendus eſſet, vel (ut ſim maximè liberalis) etiam exceſſui illi, quo hemiſphærium I A L ſuperat ſegmentum ſphæricum I D E L, qui exceſſus eſt æqualis ipſi monti, hoc eſt ſegmento D E B. Quare ſi fuerit abſciſſa tertia pars hemiſphærij unius, & addatur alteri hemiſphærio è regione ſecundùm diametrum, tunc ad ſummum æqualis erit pars terræ deorſum nitens F M G H parti oppoſitæ repugnanti I D E L; & ſi velis partem F M G H remotiorem à centro magis gravitare ita, ut ratio hujus exceſsûs in gravitando poſſit vincere non ſolùm reſiſtentiam ſegmenti I D E L, ne ſurſum propellatur, ſed etiam ſegmenti F I L G, ne ſecundùm partes I L centro proximas ab eo removeatur; non admodum repugnabo. Sed cum nunquam milleſima, ne dum ſexta, pars terreni globi ex alio in alium locum ex diametro oppoſitum transferatur, nulla unquam fit gravium permutatio, vi cujus tellus trepidet.

Sed unum adhuc ſupereſt, quod per diſſimulantiam prætereundum non videtur. Eſto inquis, nulla fiat in tellure gravium tranſlatio, quæ tanta ſit, ut novum gravitatis centrum in univerſi centro conſtituere valeat, ac proinde nulla ſit centri terræ trepidatio: circa centrum ſaltem nutabit tellus motu converſionis, validâ ventorum vi ſummos montes impellente, orbemque totum, pro variâ ipſorum incurſione, modò hanc, modò illam partem verſante: unde fortaſſe ortam acûs magneticæ eodem in loco poſt aliquot annos variationem ſuſpicari

quis poſſit. Cum enim tellus æqualibus circà centrum nutibus librata permaneat, multo faciliùs omnem in partem converti poſſe videtur, quàm rota ingens ſuo in axe ſuſpenſa: Rota ſcilicet ſuo pondere axem premens illum, dum convertitur, terit; hancque affrictûs difficultatem vincat neceſſe eſt, quod una ex parte additur pondus, vel quæ applicatur Potentia, ut converſionem efficiat: tellus verò in orbem diffuſa nec centrum premit, nec axem, cum quo ullus fiat affrictus; ac propterea faciliorem præbet converſionis anſam Potentiæ unam aliquam in partem urgenti. Hujuſmodi autem Potentia ventus eſt, non ad perpendiculum in terram incidens, ſed obliquè in præaltos ſaltem montes incurrens; cujus viribus nihil obſtare videtur, quin telluris globum ſibi obſecundantem inclinet; quemadmodum, & ingentes naves, vela implens, impellit.

Huic difficultati ut me ſubducam, non me in abditos magnetiſmi receſſus recipio, aſſerendo tellurem ita arcanis nodis cælo connexam, ut à ſummo axium polorumque cæleſtium atque terreſtrium conſenſu divelli ac diſtrahi prorsùs nequeat: neque enim hiſce magnetiſmi latebris me ſatis protectum exiſtimarem; demptâ quippe ſolis Auſtralibus atque Borealibus ventis hâc facultate tellurem convertendi, ne ſcilicet terreſtres poli à cæleſtibus diſcrepent, quid prohibeat reliquos ad Ortivum, aut Occiduum limitem pertinentes, quin ſuo flatu orbem hunc volvant, adhuc ſupereſſet explicandum. Hoc quidem ſatis eſſe videretur ad ſubmovendam ſuſpicionem illam de acûs magneticæ variatione ob telluris converſionem; manente nimirum axe terreſtri ita, ut cum cæleſti conveniat, aut illi ſaltem parallelus exiſtat, nihil eſt quod, etiam tellure circa axem conversâ, magneticam declinationem commutare queat: nam quod ad ſyderum aſpectus ſpectat, parum intereſt, tellusne? an cælum volvatur; ſi igitur diurna cæli converſio magnetis declinationem non mutat, neque ad illam mutandam ſufficeret telluris circa ſuum axem converſio, vi cujus alia atque alia ſydera reſpiceret: Præterquam quod non id temporum lapſu accideret; ſed ubi ventorum impetus elanguiſſet, illicò variatio illa declinationis magneticæ deprehenderetur: id quod ab omni experimento longè abeſt. Verùm adeò à noſtris ſenſibus ſejunctæ ſunt magneticorum ſymptomatum cauſæ, ut ad

aliarum

aliarum difficultatum ſolutionem non facilè advocandus ſit in Philoſophicam ſcenam magnetiſmus.

Illud potius hìc attendendum videtur, quod montis altitudo, atque magnitudo ad totius telluris molem Rationem habet ſatis exiguam. Cum enim terræ ambitus probabiliter ſtatuatur, ut aliàs oſtendi, milliarium Rom. antiq. 30598, ejuſque propterea diameter ſit proximè mill. 9738 $\frac{4}{51}$, tota ſuperficies ſphætica (ut pote quadrupla maximi circuli ex demonſtratis ab Archimede) eſt mill. quadratorum 297. 987800 proximè. Mons ſtatuatur altitudinis perpendicularis milliarium quinque; hæc eſt ad terreſtrem diametrum ut 1 ad 1947: baſis montis occupet milliaria quadrata 500; hæc eſt ad ſphæricam totius globi ſuperficiem, ut 1 ad 595975. Finge jam pro monte granum hordei, quod promineat ſecundùm ſuam latitudinem ex ſphærâ habente diametrum granorum 1947, hoc eſt paſſuum geometricorum ſex, ſeu pedum Rom. antiq. 30. circuli maximi ambitus erit pedum 94$\frac{1}{4}$: quare hujus ſphæræ ſuperficies habet pedes quadratos 2827, hoc eſt quadratas latitudines grani hordei paulò plures quàm 11. 579000. Igitur grani hordei jacentis altitudo ad hujus ſphæræ diametrum eandem ex hypotheſi habet rationem, quam prædicti montis altitudo ad telluris diametrum: & ſi decem grana ſibi invicem attigua diſponantur, ut montis baſim æmulentur, eadem erit ratio ad ſuperficiem. Quamvis itaque ſphæra illa intelligatur planè inanis ac leviſſima ſolam habens ſuperficiem papyraceam, ex qua granum ordei agglutinatum promineat, an putas à flatu quantumvis valido per fiſtulam emiſſo in granum illud hordei incurrente convertendum eſſe globum papyraceum? Id ſanè ex cæteris experimentis conjicere non licet; perinde enim eſt atque ſi nihil promineret; neque vel minimùm obeſt Phyſicæ rotunditati. Quare neque montis altitudo conſtituta quicquam detrahet orbicularis figuræ, quod ſub Phyſicam conſiderationem cadat; ac propterea nihil virium ad tellurem convertendam obtinet ventus in montem incurrens.

Et quidem converſionem hanc re ipsâ non fieri manifeſtum eſt; ſi quidem cum nulla vincenda eſſet gravitas, quæ longiùs à centro gravium recederet, vel quæ axem tereret, facillima videretur eſſe globi totius converſio circa centrum, non ſolùm

validioribus atque incitatioribus, ſed temperatis etiam atque mediocribus ventis flantibus. Hi autem aliquando diuturni ſunt; cujuſmodi potiſſimum ſunt Eteſiæ, quibus maritimi curſus celeres, & certi diriguntur. Tot igitur dierum ſpatio, vento oppoſitos montes vehementiùs urgente, non modica fieret terreni globi inclinatio; ac propterea non eadem demum permaneret eodem in loco Poli ſuprà Horizontem altitudo, quoties ab alterutro cardine Auſtrali Boreali-ve, aut à ſolſtitiali Brumali-ve limite tam ortivo quàm occiduo ventus ſpiraret, atque multarum ædium facies non eandem ampliùs reſpicerent cæli plagam; quare & ſcietherica Horologia quantumvis accuratè ſemel deſcripta poſt non adeò multas temporum inclinationes toto ferè cælo diſcreparent; aliis enim, atque aliis ſubinde flantibus ventis, varia oriretur orbis converſio, atque alia planorum cum circulis horariis ſectio, quæ deſcriptis lineis non congrueret. Hujus autem mutationis nullum in toto terrarum orbe veſtigium apparet, niſi fortè fabulas liceat comminiſci.

Quòd ſi converſionem hanc non omninò circa centrum quamcumque in partem fieri, ſed tantummodo circa axem, dixeris, ut argumenti vim effugias; Quid illud eſt, quod ita terreſtrem axem cum cæleſti colligatum velit, ut tamen terreſtres meridianos à primâ mundi molitione conſtitutos temporis lapſu cum cæleſtibus meridianis non convenire permittat? Sed & aliud profectò, nec illud quidem leve, incommodum ſubeas neceſſe eſt; dum enim converſionem adſtruis ab ortu in occaſum, & viciſſim ab occaſu in ortum, fieri poterit, ut poſt aliquot annos non planè ſpernenda converſio facta fuerit, ac proinde temporum numeratio cælo non reſpondeat. Nam ſi ab ortu in occaſum ex. gr. proceſſerit tellus, minus temporis numerabitur quàm pro ratione cæleſtium motuum; ut contigiſſe fertur navi cui à Victoriâ nomen inditum eſt, in expeditione Magellanicâ; cum ſcilicet poſt totius orbis ambitum redux in Hiſpalenſem portum, ex quo ante tres annos ſolverat, intraret, tunc primùm obſervarunt ſe à rectâ temporis numeratione defeciſſe die uno; quippe qui cum juxta diurnam cæli converſionem ab ortu in occaſum iter inſtituiſſent, juſto tardiùs ſemper ſol illis occiderat, exiguo quidem ſingulis diebus,

bus, quibus procedebant, diſcrimine, ſed quod demùm modicis illis acceſſionibus in integrum diem excreverat. Contra verò accideret, ſi ab occaſu in ortum ſemper navigaretur; juſto enim breviores eſſent dies, ac propterea eorum numerus accreſceret. Hæc autem in temporum numeratione inconſtantia, ſi ventorum impetu tellus modò in ortum, modò in occaſum converteretur, quantam perturbationem inveheret in Aſtronomiam? Neque tibi quicquam ſuffragari exiſtimes, ſi ex varia ventorum oppoſitas in plagas ſivè ſimul, ſivè ſubinde, ſpirantium commutatione converſiones illas compenſari dixeris: id enim ad incertum revocat omnes Aſtronomorum calculos, ubi meridianorum circulorum ſectiones ſtabiles non permaneant; cum ad orbem totum inclinandum, ut tu quidem autumas, ſatis ſit, ſi unâ aliquâ in regione ventus montes impellat; quî verò certus ſim factam ab Argeſte telluris converſionem in ortum, æquatam demum fuiſſe à Vulturno, aut ab Euro-Auſtro?

Verùm quàm infirmæ ſint validiſſimorum ventorum vires ad globum hunc terraqueum inclinandum, expendamus, etiamſi montium perpendicula non quinque tantùm milliaribus definita velis, ſed multò altiora. Statue in ingenti lacu compoſitam ex trabibus aliquot ratem, quam in littore ſtans facilè funiculo modereris: Tùm ratem aliam paris quidem latitudinis, ſed centuplò longiorem, compone: Poteris-ne hanc funiculo eodem, ac labore non majori, trahere perinde atque priorem? Negabis utique, quamvis enim utraque lacui ſtagnanti innatet, nec vincenda ſit alterutrius gravitas, ut à centro gravium magis recedat; licet utraque parem in motu ab aquâ dividendâ reſiſtentiam inveniat (ejuſdem quippe ſunt latitudinis ſolâ diſcrepantes longitudine, & æqualis eſt utriuſque immerſio propter eandem ſingularum trabium molem, atque ſpecificam gravitatem) quia tamen diſpar eſt ratium magnitudo, & impetu extrinſecùs accepto utraque eget, ut moveatur, palàm eſt majore impetu opus eſſe, ut ratis major trahatur, ac propterea poſſe hanc adeò augeri, ut impetus ad illam movendam neceſſarius excedat vires Potentiæ ratem minorem funiculo moderantis. Ita planè eſt. Sed jam animum transfer ad inſtitutam diſputationem, ut diſpicias, undè irrepſerit dubitatio hæc de telluris

converſione ex ventorum impulſu, & quàm facilè fucum fecerit rota ſuo in axe ſuſpenſa, quæ levi negotio, nec valido impulſu, volvitur. Rota ſiquidem tota deorſum gravitat, ac propterea axem premit; quia autem in axe ſuſpenditur, fieri non poteſt, ut pars altera deſcendat, quin oppoſita aſcendat. Quandiu conatus ad deſcendendum æqualis eſt reſiſtentiæ ad aſcendendum, rota quieſcit; nec volvitur, niſi alterutri parti fiat acceſſio Potentiæ, quæ pariter deſcenſum juvet, vel quia ipſa quoquè deorſum conatur cum parte deſcendente, vel quia ſurſum nitens partem alteram elevat, oppoſitamque deprimet ſuapte naturâ deſcendentem. Non tamen hujuſmodi rotæ ſuſpenſæ converſio tribuenda eſt ſoli Potentiæ; ſed pars rotæ deſcendens atque Potentia collatis viribus elevant partem rotæ aſcendentem, eíque impetum imprimunt. At in telluris circa ſuum centrum, vel axem, converſione nihil adeſſet, quod Potentiam juvaret; quia nulla eſt pars, quæ deorſum conetur, aut ſurſum, ut poſſit oppoſitæ parti impetum aliquem imprimere; nulla etenim pars in hujuſmodi converſione ad centrum gravium accederet, aut ab illo recederet. Totus igitur impetus à vento imprimendus eſſet toti telluris globo, ut à ſuâ, quæ ſecundùm naturam eſt, quiete dimoveretur. Atqui globi terraquei ea eſt moles, ut contineat milliaria cubica proximè 4.8670. 200000 (omnis nimirum ſphæra æqualis eſt cono, cujus altitudo par eſt Radio ſphæræ, baſis autem æqualis ſuperficiei ſphæræ, ex dictis verò paulò ſuperiùs, & ſuperficies & Radius globi hujus innoteſcit) nullus igitur adeò vehemens eſt ventus, qui tantæ moli impetum imprimere valeat; nullus ſiquidem excogitari poteſt ventus, qui globum marmoreum, aut etiam ex argillâ, in planitie æquiſſimâ conſtitutum, ſi mille paſſus Geometricos in diametro numeret, convolvere valeat. Adde in telluris converſione, ſi illa fieret, quò vehementior eſſet ventus in montem incurrens, validior eſſet reſiſtentia aëris à reliquis montibus dividendi; ſed & multorum ingentium fluminum contrariam in partem labentium impetus obſiſteret, ne tellus vento flanti obſecundaret. Quod ſi hæc levis eſſe momenti dixeris ad obſiſtendum, levis pariter momenti eſſe ventorum impetum, neceſſe eſt, fatearis: neque hîc arduum eſſet ventorum atque fluminum vires invicem conferre, aquarum-

que

que impetum multò validiorem oſtendere ; ſed ad alia properandum eſt : ſatisfuerit monuiſſe non mediocrem intercedere analogiam inter aquarum guttas in rivulos primùm, deinde in majores rivos, ac demum in torrentem concurrentes, atque terræ expirationes in ventum congregatas, quæ multum virium obtinent, ſi plurimæ in unum coëant, quemadmodum & aquis contingit.

CAPUT XIII.

Quâ ratione minuatur gravitatio in plano inclinato.

PLanum inclinatum dicitur planum quodcumque non tranſit per centrum gravium & levium, hoc eſt per centrum univerſi ; hujuſmodi ſiquidem planum non cadit ad angulos æquales in ſphæricam terræ ſuperficiem. Hinc etiam planum horizonti parallelum reipsâ eſt inclinatum, niſi adeò exiguum ſit ac breve, ut puncti vicem obtineat, ſi cum terreni globi ſuperficie conferatur. Sit univerſi centrum A, plana B A, & C A ſunt verticalia & perpendicularia, quibus ſi corpus aliquod grave applicueris, illud non impedietur, quin per ſuam directionis lineam deſcendat. At verò tam planum B C, quam planum C D inclinata ſunt, nec corpus grave illis impoſitum poteſt rectâ ſecundùm directionis lineam deſcendere, ſed ab illâ declinare cogitur plano obſiſtente. Sunt autem anguli inclinationis A B C, A C D. Quod ſi planum parallelum horizonti ita exiguum ſit, ut à ſphæricâ ſuperficie, quam tangit, non recedat ; tunc in quacumque ejus parte conſtituatur corpus grave, perinde eſt, atque ſi in puncto D collocatum concipiatur. Sin autem ita à

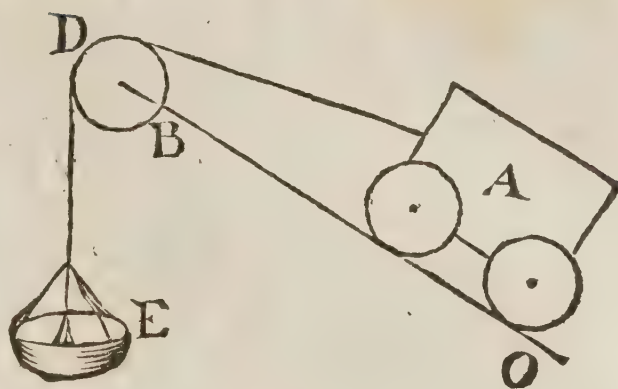
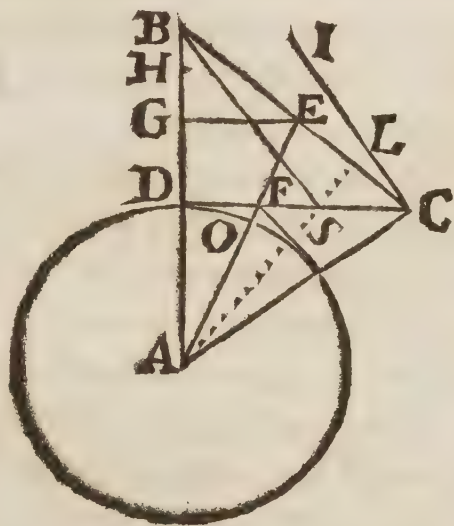
puncto

puncto D diſtiterit, ut à ſphæricâ ſuperficie recedat, quemadmodum ſi eſſet planum D F, illud eſt inclinatum, & ſit angulus D F A inclinationis. Ubi obſervandum eſt non eandem eſſe ſingularum plani partium inclinationem; angulus enim inclinationis A E C major eſt inclinatione A B C, per 16. lib. 1. & ſimiliter A F D maior eſt angulo A C D. Quare ſtatim atque ea eſt puncti E à puncto B diſtantia, ut angulus à perpendiculis in centro A factus contemni non poſſit, alia eſt etiam phyſicè inclinatio, & corporis ejuſdem gravitatio mutatur.

Quoniam verò corpus grave plano inclinato impoſitum ita aëre circumfunditur, ut petat infrà illum deſcendere, & reſiſtat, ne ſurſum moveatur; ideò gravitare dicitur.

Sed cavendum eſt, ne ex vocabulorum ſimilitudine error ſubrepat: quandoquidem aliud eſt *gravitare in plano inclinato*, aliud *gravitare in planum inclinatum*: nam intrà aërem corpus grave, putà, lapis, gravitat in quocunque plano etiam perpendiculari, non tamen gravitat in planum perpendiculare, nullaſque vires ſuæ gravitatis contra illud exercet, quamvis in eo exiſtens, & reſiſtat ſurſum trahenti, & conetur, ut vincat vires retinentis, ac quicquid moram infert, & impedimentum motui. In plano itaque inclinato exiſtens corpus grave (ſubjectum planum ſupponitur optimè lævigatum, nec motui officiens partium prominularum aſperitate) gravitat quidem, ſed minùs quàm in plano perpendiculari, & pro variâ planorum inclinatione, varia pariter eſt gravitatio, ut quotidiana nos docet experientia. Quâ igitur ratione gravitatio minuatur, hîc eſt examinandum; capite ſequenti gravitatio in Planum inclinatum explicabitur.

Cognoſcitur autem gravitatio ex reſiſtentiâ, quâ corpus repugnat contra vires illud retinentis, ne deorſum feratur, aut ſurſum trahentis; neque enim alio niſu gravia gravitant, quàm quo reſiſtunt impedienti motum gravitati convenientem. Et quidem experimento aliquo poteſt gravitationis varietas inveſtigari; ſi nimirum planum B O ex ligno, aut marmore accuratè lævigetur, & extremitati B adnectatur orbiculus D facillimè circa axem verſatilis, ponderi

deri autem A ſubjiciantur rotulæ, & adnectatur funiculus per D tranſiens, ex cujus extremo pendeat lanx E, cui pondera immitti poſſint: pro variâ enim plani B O inclinatione etiam pondera in lance mutare oportebit, ut pondus A ſuſtineatur, & plura erunt, quò magis ad perpendiculare accedet planum B O. Verùm quia nunquam carere poteris ſuſpicione, an corporum affrictus aliquid afferat impedimenti; ideò ſecluſis omnibus, quæ extrinſecùs accidere poſſunt, reſiſtentiam ex ſolâ gravitate ortam opus eſt conſiderare.

Reſiſtentia verò omnis reſpondet violentiæ, quam patitur id quod reſiſtit; minori etenim conatu minorem vim illatam propulſare ſtudet natura, quæ validiùs obſiſtit majori violentiæ: id quod ita rationi eſt conſonum, & obviis experimentis manifeſtum, ut in hoc demonſtrando ſupervacaneum ſit immorari. Conſtituantur itaque duo æqualis ponderis corpora in D & in C; ſingulis alligetur funiculus, qui per B tranſeat, & ſurſum trahantur ſimul ita, ut æqualiter moveantur. Abſolutâ motûs particulâ, corpus alterum ex D aſcendit in H in plano perpendiculari; alterum in plano inclinato ex C venit in E, & C E linea æqualis eſt lineæ motûs D H. Non eandem tamen utrumque grave ſubiit violentiam; nam motus D H fuit ſimpliciter, & abſolutè violentus; at motus C E eatenus ſolùm gravitati adverſatur, quatenus aſcendit; aſcenſum autem metitur linea D G, quam abſcindit E G horizonti parallela. Hîc ſcilicet planum D C intellige horizontale nihil à ſphæricâ ſuperficie diſcrepans, ut communiter contingit: quòd ſi non ita ſe haberet; ſed eſſet ampliſſimum planum, menſura violentiæ illatæ ponderi in C

constituto, in E elevato desumenda esset ex differentiâ inter K C & O E. Est itaque gravitatio in plano perpendiculari ad gravitationem in plano inclinato, ut resistentia ad ascendendum in uno ad resistentiam ad ascendendum in alio; resistentiæ autem sunt, ut violentia, quam corpora subeunt in motu; violentia demum est ut H D ad G D, hoc est per 7. lib. 5. ut C E ad D G. Sed ut C E ad D G, ita E B ad G B, per 2. lib. 6. & ut B E, ad B G ita B C ad B D, per 4. lib. 6. igitur gravitatio in perpendiculari ad gravitationem in inclinato est ut B C ad B D, hoc est ut Secans anguli inclinationis ad Radium.

Quæ autem de totis D H, & C E lineis dicta sunt, de singulis earum particulis æqualibus dicta intelligantur; ductis quippe parallelis horizonti, eadem est omnium Ratio: hîc namque supponimus planum B C non adeò magnum esse, ut singula ejus puncta cum diversis horizontibus comparanda sint, omnes siquidem perpendiculares lineæ directionis non quasi convergentes, sed physicè parallelæ accipiuntur. Quòd si tam longum esset planum, ut physicè mutatus intelligeretur angulus inclinationis, non eadem esset Ratio gravitationis in toto, ac in partibus: sed mutato angulo inclinationis mutaretur utique ejus Secans; ac proinde inæqualium Secantium Ratio ad eumdem Radium inæqualis, gravitationum pariter inæqualem rationem ostenderet.

Quod si ascendentium per vim extrinsecùs illatam corporum resistentiam atque gravitationem metimur ex violentiâ, quam pro planorum varietate subeunt; eorum pariter in descendendo efficacitatem ex ipso descensu argui æquum esset, datâ motûs in diversis planis æqualitate. Sed quia descensus naturæ propensioni congruit, fieri non potest, ut in alio atque alio plano æquales sint motus isochroni; tardior enim est, qui in plano inclinato perficitur, neque, si æqualis ponderis corpora descendant ex H & E, quando illud ad D pervenit, hoc potest attingere punctum C: ideò non ex descensu gravitationem metiri oportet, cum motus æquales non habeantur: nisi fortè easdem movendi vires tribuas gravitati non impeditæ in perpendiculari, ac impeditæ in plano inclinato. Qua propter gravitationis momenta ad descendendum non aliunde meliùs æstimantur, quàm ex repugnantiâ ad ascendendum: sic enim vulgari argu-

mento

mento ſingulorum corporum gravitates librâ expendimus, tantumque iis ad deſcendendum virium tribuimus, quantum reſiſtunt, ne ab oppoſitâ libræ lance deorſum conante eleventur. Eadem igitur eſt gravitationis Ratio, ſeu propenſionis ad deſcendendum, quæ eſt reſiſtentiæ ad aſcendendum: Cum verò reſiſtentiam in plano inclinato ad reſiſtentiam in perpendiculari oſtenſum ſit eſſe, ut Radius ad Secantem anguli inclinationis, hoc eſt ut B D ad B C, erit pariter vis deſcendendi in plano B C ad vim deſcendendi in plano B D, reciprocè ut B D ad B C.

Eadem ratione in plano C D ſuperficiem globi tangente, gravitatio in C D ad gravitationem in perpendiculari C A eſt ut C D ad C A; eſt enim C A Secans anguli inclinationis D C A. Si enim ducatur K F Tangens, triangula C K F, C D A ſunt ſimilia, angulus enim ad C communis eſt, & ambo rectangula ad D & K; quare ut C K ad C F, ita C D ad C A; ſed gravitatio in C F ad gravitationem in C K eſt reciprocè ut C K ad C F: igitur gravitatio in plano inclinato C D globum tangente, ad gravitationem in perpendiculari C A, eſt ut C D ad C A.

Hinc eſt quod in planis horizontalibus, quæ ut plurimum habemus, corpora non deſcendant, aut moveantur: quia nimirum à puncto, in quo grave ſtatuitur, ex. gr. F, ductæ lineæ F A perpendicularis & F D Tangens faciunt angulum D F A inclinationis adeò magnum, ut Radius ad ejus ſecantem penè infinitam non habeat ſenſu perceptibilem Rationem, vel ſaltem non tantam, ut gravitatio, quæ ratione inclinationis plani congruit corpori, non elidatur à reſiſtentiâ, quæ oritur ex corporum aſperitate. Quare ſublatâ, aut potiùs impeditâ, gravitatione corpus quieſcit in plano horizontali.

Et hæc eſt ratio, cur violentiam determinans, quam grave aſcendens patitur, aſſumpſerim in perpendiculari B A partem G D, quam abſcindit parallela horizonti; hæc enim menſura phyſicè non diſcrepat à verâ menſurâ, quæ aſſumenda eſſet, ſi mente concipias rectam lineam D C tangere circulum, cujus ſemidiameter ſit millecuplo major. Menſura ſiquidem aſcensûs petenda eſt ex exceſſu, quo perpendicularis E A ſuperat perpendicularem A C; illo enim intervallo, quo magis receſſit à centro, aſcendit.

Ex quo fit quod, ſi planum inclinatum B C cum perpendiculari C A faceret angulum acutum A C B, corpus ex C uſque in L (in quod punctum cadit perpendicularis A L) deſcenderet, quia ſemper magis ad centrum accederet: ex L autem in E aſcenderet, & aſcenſum metiretur exceſſus perpendiculi E A ſuprà perpendiculum L A. Quare ut ex C aſcenderet, deberet eſſe planum inclinatum I C, quod cum C A faceret angulum I C A ſaltem rectum. Ubi ex occaſione licet obſervare poſſe dari duos montes, qui cum valle intermediâ planitiem unam conſtituant; ſi nimirum montium vertices eſſent E, & C, ex quibus in imam vallem L deſcenderetur: & aqua per montium venas deſcendens in L poſſet fontem aut lacum creare.

Re autem ipsâ ſemper contingit angulum B C A eſſe obtuſum vel non minorem recto. Ponatur enim terræ ſemidiameter D A 1000, & planum D C: (eſſet autem planum D C longius milliar.4) erit angulus D A C, gr. 0. 3′. 26″; atque adeò D C A gr. 89. 56′. 34″. Jam verò ſit C D ad D B ut 100 ad 87; erit angulus B C D gr.41. 1′. 23″: quare totus B C A gr.130. 57′. 57″. Nunc ſi libeat comparare perpendiculum E A cum perpendiculo G A, ſtatue G D ſemiſſem totius B D; eſt igitur & G E ſemiſſis ipſius D C: Quare G E eſt partium 50, quarum G A eſt 100043 $\frac{1}{2}$: addantur quadrata G E 2500 & G A 10008701892 $\frac{1}{4}$, & ſummæ radix quadrata 100043 $\frac{102543}{200086}$ major verâ eſt E A, quæ non excedit perpendicularem G A 100043 $\frac{1}{2}$ niſi particulis $\frac{2500}{400172}$. Quoniam autem D A C angulus inventus eſt grad. 0. 3′. 26″; ejuſque Secans A C eſt partium 100000 $\frac{5017}{100000}$, quarum A D poſita eſt 100000; diſcrimen inter A C, & A E ſuperiùs inventam, eſt partium 43 $\frac{46227}{100000}$, quæ eſt proximè eadem menſura, ac D G poſita partium 43 $\frac{1}{2}$. Quod ſi in plani inclinati longitudine tantã Rationem habente ad terræ ſemidiametrũ, quanta conſtituta eſt, poteſt citrà errorem aſſumi tanquam menſura aſcensûs pars perpendiculi B A intercepta ab horizontali D C, & parallelâ E G, ſatis patet id multò magis licere in planorum longitudinibus minorem Rationem habentibus ad eandem terræ ſemidiametrum. Manet itaque conſtituta regula gravitationis, videlicet gravitationem in plano inclinato ad gravitationem in perpendiculari eſſe, ut eſt Radius ad ſecantem anguli inclinationis.

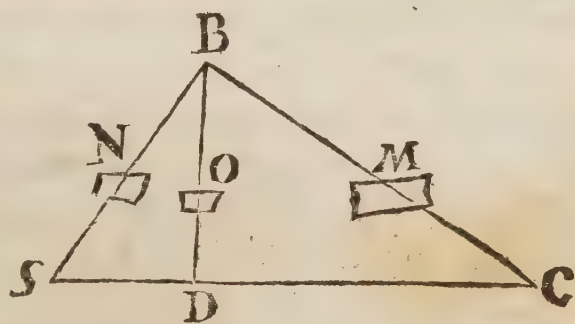
Quamvis

Quamvis verò in partibus inferioribus plani inclinati ſit ſemper major angulus inclinationis, quàm in ſuperioribus, & proinde minor ſit Ratio, quam habet Radius ad ſecantem anguli majoris, ac ea, quam idem Radius habet ad ſecantem anguli minoris: non tamen ea eſt gravitationis differentia, cujus ratio habenda ſit; cum enim adeò exiguus ſit angulus B A C, ejus quantitas diſtribuitur per omnes inclinationis angulos, qui fiunt in punctis intermediis inter B & C; atque adeò contemnendum eſt in praxi diſcrimen illud, quod oritur ex alio atque alio inclinationis angulo in eodem plano. Quod ſi inſignis eſſet Rationum varietas, notabilis quoque eſſet gravitationis diverſitas idem enim contingeret, ac ſi non idem eſſet planum. Sed hoc communiter non accidit.

Ex his illud manifeſtâ conſecutione conficitur, quod ſi duo plana inclinata inter ſe comparentur, ejuſdem corporis gravitationes in illis ſunt reciprocè ut Secantes angulorum inclinationis: hoc eſt, ſi fuerint duo plana inclinata B S, B C, gravitatio in B S ad gravitationem in B C eſt ut B C ad B S. Quia enim gravitatio in B C ad gravitationem in B D eſt ut B D ad B C; & gravitatio in B D ad gravitationem in B S eſt ut B S ad B D, igitur ex æqualitate, per 23. lib.5. gravitatio in B C ad gravitationem in B S eſt ut B S ad B C.

Hinc prætereà fit, ut, ſi gravia in planis conſtituta habeant Rationem eandem, quam ſecantes angulorum inclinationis habent inter ſe vel ad Radium, eorum gravitationes ſint æquales. Sit ad horizontalem, S C perpendicularis B D, & inclinatæ B S, B C, per quas lineas ducta intelligantur plana, & in planis gravia diverſa, & ut B D ad B C ita pondus O ad pondus M, & ut B D ad B S ita pondus O ad pondus N.

Dico ponderum M, O, N, gravitationes in ſuis planis eſſe æquales. Quoniã enim duorum gravium gravitationes in eâdem perpendiculari B D ſunt ut ipſorũ pondera, gravitatio M in perpendiculari B D, ad gravitationem O in eadem perpendiculari, eſt ut M ad O, hoc eſt ut B C ad B D; ſed gravitatio M in per-

pendiculari B D, ad gravitationem ejuſdem *M* in inclinatâ B C, eſt pariter ut B C ad B D; igitur per 11. lib. 5. gravitatio *M* in perpendiculari ad gravitationem O in perpendiculari eſt, ut gravitatio *M* in perpendiculari B D ad gravitationem *M* in inclinatâ B C; igitur per 14. lib. 5. gravitatio O in perpendiculari B D æqualis eſt gravitationi *M* in inclinatâ B C. Eâdem methodo oſtenditur æqualem eſſe gravitationem N in inclinatâ B S, gravitationi O in perpendiculari B D. Quare gravitationes *M* & N æquales inter ſe ſunt, cum æquales ſint gravitationi O.

Conſtat itaque iiſdem viribus retineri poſſe, aut ſurſum trahi, majus pondus in plano inclinato, quàm in perpendiculari, eadem enim eſt illorum gravitatio, ut oſtendi; vires autem retinentis aut trahentis debent gravitationi corporis proportione reſpondere. Quare datis viribus, quæ poſſint datum pondus O ſuſtinere in perpendiculari B D, cognoſci poteſt gravitas ponderis quod eædem vires ſuſtinere valebunt in dato plano B C inclinato: ſi nimirùm fiat ut Radius ad ſecantem anguli datæ inclinationis, ita datum pondus O ad pondus *M* quæſitum. Detur O lib. 15. & angulus D B C gr. 36. Fiat ut radius 10000000 ad ſecantem 12360680, ita lib. 15. ad lib. 18 $\frac{1}{2}$; quod eſt pondus *M* æquè gravitans in plano B C cum pondere O in perpendiculari. Contra verò dato pondere *M* ſuſtinendo iiſdem viribus, quibus ſuſtinetur O in perpendiculari, invenietur inclinatio plani: ſi fiat ut pondus O lib. 15. ad pondus *M* datum lib. 50, ita Radius 10000000 ad 333.33333. ſecantem anguli inclinationis D B C gr. 72. 32′. 32″. Demum dato pondere & plani inclinatione nota fiet potentia, ſi ut Secans datæ inclinationis ad Radium, ita fiat datum pondus ad aliud pondus, quod potentia valet ſuſtinere in perpendiculari. Sit enim D B C gr. 36, & *M* lib. 50. Erit ut Secans 12360680 ad Radium 10000000, ita *M* lib. 50 ad pondus O ferè lib. 40 $\frac{1}{2}$, quod poſſit à potentia in aëre libero ſuſtineri. Quare potentia ſuſtinens pondus in plano inclinato eſt ad pondus, ut Radius ad Secantem anguli inclinationis; & potentia potens movere cum ſit major potentiâ ſuſtinente, etiam majorem habet Rationem quàm habeat Radius ad Secantem. Id quod intelligitur ex vi præcisè gravitationis; quicquid inferat diſcriminis partium conflictus.

CAPUT

CAPUT XIV.

Quâ ratione corpus gravitet in planum inclinatum.

COnstituta Ratione gravitationis in plano inclinato, determinatis scilicet momentis, quæ ad descendendum obtinet corpus grave existens in plano inclinato, superest explicanda gravitatio, quam idem corpus exercet in planum inclinatum illud urgendo, atque deorsum premendo. Certum est autem planum verticale seu perpendiculare nullo pacto urgeri à corpore gravi, quod liberè descendere potest per suam directionis lineam, quæ cum non occurrat plano verticali, nullum ab eo recipit impedimentum. Quare corporis gravitas vires totas exercet, aut descendendo, aut repugnando contra retinentem, qui non plus adhibere debet conatûs in retinendo, etiam si planum verticale amoveatur: atque adeò nihil omninò gravitat in planum verticale. Contra verò in planum horizontale, quam maximè gravitant corpora; eò quod directionis lineâ in illud incurrente ad angulos rectos, motus omnis impeditur, & cunctas gravitatis vires deorsum contendentes ita subjectum planum excipit, ut nihil reliquum sit virium, quas vel minimo motu exerceat. Hinc si corporis in plano horizontali jacentis ansam teneas, nihil tibi prorsus est laborandum, nec quicquam percipis ponderis; at submoto plano lacertis omnibus est contendendum, ut illud retineas; tota enim gravitatio cum retinente luctatur, quæ planum sustinens urgebat. In hoc itaque planum verticale cum horizontali comparatur, quod cum verticale nihil impediat motum, corpus in plano verticali omninò gravitat, sed in illud non gravitat: cum autem horizontale prorsus impediat motum, corpus in plano horizontali nihil gravitat, sed in illud totam suam gravitationem exercet. Eædem igitur vires, quæ ad descendendum in plano verticali impenderentur, in urgendo plano horizontali insumuntur.

Quæ cum ita sint, satis constat corpora gravia ita in plano inclinato gravitare, & obtinere momenta ad descendendum,

dum, ut etiam in illud, à quo impediuntur, gravitent, illudque urgeant.

Id verò fieri non poteſt niſi pro ratione impedimenti & moræ, quam ſubjectum planum motui infert ſuſtinendo corpora gravia; quæ proinde ſibi relicta à directionis lineâ declinant, motúmque deflectunt. Porrò in plano inclinato quantum ſubſit impedimenti, ſtatim apparet, ac innoteſcit, quantum reliquum ſit virium ad deſcendendum; vires enim, quæ reliquæ ſunt, ſi adjiciantur viribus impeditis, totam virium omnium ſummam conflare debent. Atqui ex ſuperiori capite notæ ſunt vires, quibus corpus gravitat in plano inclinato; igitur quæ eſt differentia gravitationis in plano inclinato, à gravitatione in plano verticlai, quod & perpendiculare, ea eſt menſura impedimenti, quod à ſubjecto plano infertur motui; atque adeò gravitationis corporis in planum.

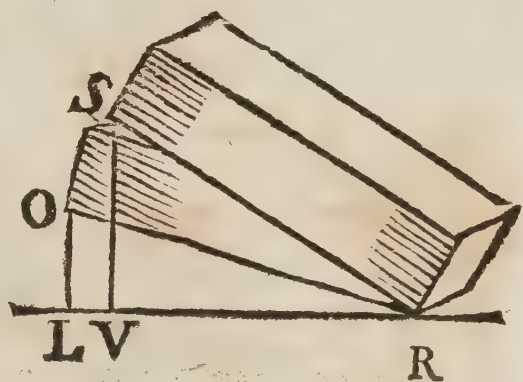
Cum itaque oſtenſum fuerit gravitationẽ in plano B S ad gravitationem in plano B D eſſe reciprocè ut B D ad B S, hoc eſt, ut Radius ad ſecantem anguli inclinationis cum verticali, hoc eſt ut B V ad B S, patet vires non impeditas ad vires impeditas eſſe ut B V ad V S, quandoquidem totas gravitatis vires refert B S. In planum igitur inclinatum B S gravitatio eſt ut V S, quæ in planum horizontale eſſet ſecundùm totas vires ut B S. Quare gravitatio in planum horizontale ad gravitationem in planum inclinatum eſt ut Secans B S ad exceſſum Secantis ſupra Radium, V S; ſeu, quod in idem recidit, ſi gravitatio in plano inclinato ad gravitationem in verticali ponatur ut Sinus complementi anguli inclinationis ad Radium, ita B R Radius ad D R Sinum verſum anguli inclinationis. Id autem, quod de plano B S dictum eſt, de plano quoque B C, & cæteris quibuſcunque dictum intelligatur; cum enim gravitatio in plano inclinato B C ad gravitationem in perpendiculari ſit ut B D, hoc eſt B X, ad B C, erit gravitatio in planum horizontale ad gravitationem in inclinatum ut B C ad X C, hoc eſt ut B T ad D T. Quare gravitatio in planum B S ad gravitationem in planum B C, eſt ut D R Sinus verſus inclinationis D B S, ad D T Sinum verſum inclinationis D B C; aſſumptis

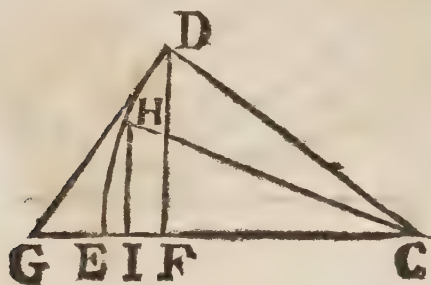
ſcilicet

ſcilicet numeris tabulatis ad eundem Radium relatis; nam ſi lineæ ſpectentur, non eſt Ratio ut DR ad DT, ſed ut OT ad DT; neque enim idem eſt Radius BS & BC; ac proinde OT major eſt, quàm DR, ſicuti Radius BI major eſt Radio BS; vel aſſumpto eodem Radio BD, Ratio eſt ut VS ad XC, exceſſus ſecantium ſupra Radium.

Id verò ex dictis ſub finem capitis ſuperioris videtur manifeſtum: nam ſi in plano BC retinetur pondus lib. 50. iiſdem viribus, quibus in perpendiculari ſuſpenderentur lib. $40\frac{1}{2}$, patet à plano ſuſtineri lib. $9\frac{1}{2}$; ac proinde grave, quod habet gravitatem totam ut 100, in plano BC gravitabit ut 81, & urgebit ut 19 ſubjectum planum.

S
O
LV
R

Ex his fieri poteſt ſatis quærenti, cur ſuſtinens columnam OR plus gravitatis percipiat, quàm qui ſuſtinet columnam SR: quia nimirum, qui ſuſtinet, eſt pars plani inclinati, in quo jacens concipitur columna: quando igitur eſt pars plani habentis inclinationem LOR, gravitas, quæ ſuſtinetur à ſubjecto plano, ſe habet ad totam gravitatem ut Sinus Verſus anguli LOR ad Radium; Quando autem eſt pars plani habentis inclinationem VSR, gravitatio in ſubjectum planum ſuſtinens eſt ad totam gravitationem ut Sinus Verſus anguli VSR ad eumdem Radium. Atqui Sinus Verſus anguli VSR minoris minor eſt Sinu Verſo anguli LOR majoris; igitur minor eſt gravitatio SR, quam OR. Verum quidem eſt illud, quod ſi in R aliquo obice prohibeatur, ne deſcendat; variatâ inclinatione, quo fit minor ſuſtinentis labor, eò augetur magis conatus potentiæ in R detinentis columnam, ne juxta plani inclinationem deſcendat. Hinc ſi duo ſint columnam inclinatam deferentes, qui illam in R ſuſtinet, plus ſubit laboris, quàm qui in O, aut S: quia præter gravitationem, quam percipit tanquam pars plani inclinati SR aut OR, debet præterea retinere columnam proclivem ad deſcenſum propter plani inclinationem; ideò cùm ſcalas, aut montis clivum conſcendunt, qui in ſuperiore loco eſt, minimum ſubit

laboris. Huc etiam revocari poſſe videtur ratio, ob quam in elevando pontes illos verſatiles, qui arcium portis opponuntur, initio major percipiatur difficultas, ſed demùm facillimè eleventur. Verùm id ex dicendis inferiùs clariùs conſtabit; neque enim omnium gravium, quocunque ſe tandem modo habeant, eadem eſt ratio; cum animum diligenter advertere oporteat, ut innoteſcat planum inclinatum, in quo ſuam gravitationem exercent, & habent vires ad deſcendendum.

Non eſt autem per diſſimulantiam prætereunda difficultas, quæ faceſſere poſſet aliquid negotij, & gravitationis Rationem conſtitutam convellere videretur. Eſt ſiquidem certum apud omnes mechanicos, tam ubi de libra, quàm ubi de vecte ſermo eſt, aliam ſervari Rationem quàm Sinuum Verſorum in momento potentiæ, aut ponderis determinando. Sit vectis, aut libræ brachium E C, hypomochlion ſeu centrum C; attollatur in H, aut in D; omnes conſentiunt momentum potentiæ aut ponderis in E ad momentum in H, eſſe ut H C ad I C, ad momentum verò in D eſſe ut D C ad F C. Eſt igitur, inquis, gravitatio in planum D C ad gravitationem in planum horizontale E C, ut F C ad D C; in planum verò H C, ut I C ad H C, hoc eſt ut Sinus Rectus anguli inclinationis ad Radium.

D
H
G E I F C

Priùs verò, quàm me ab hac difficultate expediam, oſtendo non ſatis aptè gravitationem in planum inclinatum deſumi poſſe ex Sinu Recto anguli inclinationis. Quandoquidem vis deſcendendi in plano D C ad totã corporis liberi gravitationẽ eſt ut D F ad D C, igitur ſi gravitatio in planũ D C ad totam gravitationẽ eſt ut F C ad D C, tota virium ſumma eſt D F plus F C, ac tota vis gravitandi, ubi nullum eſt impedimentum, eſt D C; igitur D C, & D F plus F C, æquales ſunt, contra 20. lib. 1. Eucl. Neque hic liceat ad æqualitatem potentiarum confugere, ut ſicut per 47. lib. 1. Eucl. linea D C poteſt quadrata linearum D F, F C, ita vis totius gravitatis æqualis gravitationibus in plano inclinato & in planum inclinatum eandem ſervet proportionem laterum trianguli D F C, adeò ut totam gravitatem

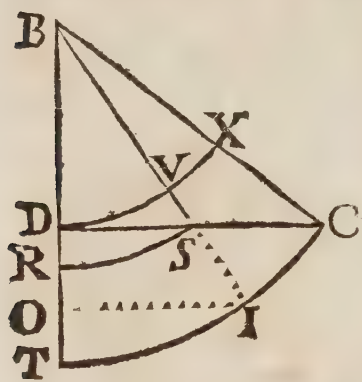
Secans

Secans anguli inclinationis exprimat, gravitationem in plano inclinato Radius, Tangens verò gravitationem in planum inclinatum. Si enim Quadratum D C æquale est quadratis D F, & F C simul sumptis, non tamen linea D C æqualis est aggregato linearum D F & F C : neque eadem est inter lineas D F & D C Ratio, quæ inter earum quadrata; sed est sub duplicatâ quadratorum: Quare cum gravitatio in plano inclinato D C ad gravitationem in perpendiculari, non sit ut quadratum D F ad quadratum D C; sed ut linea D F ad lineam D C, frustrà ad quadrata confugimus, quorum nulla hîc habetur ratio.

In eo itaque æquivocatio consistit, quod pondus in D constitutum, & applicatum brachio D C concipitur esse in plano inclinato D C, contra quàm res est: in eo siquidem plano intelligendum est, in quo ad motum determinatur; illud autem est planum D G, quod tangit circulum E D; & sic deinceps, pro ut diversa circuli puncta à diversis planis contingi possunt. Quare in D momentum ad descendendum per D G ad totam gravitationem est ut D F ad D G, hoc est ut F C ad C D, per 8. lib.6. hoc est ut F C ad E C. Est igitur brachium libræ seu vectis C D, sustinens pondus seu potentiam D, quæ cum habeat vires universas ut E C, gravitationis autem momenta habeat solùm ut F C, impeditur à sustinente ut F E; est autem E F Sinus Versus anguli F C D, hoc est anguli inclinationis F D G. Quare gravitatio ponderis contrà subjectum corpus, quod impedit motum perpendicularem, ad totam gravitationem est, ut Sinus Versus anguli inclinationis plani, per quod fieri potest motus, ad Radium.

Hinc vides valdè disparem esse rationem gravitationis in sustinendo corpore inclinato, si illud liberè moveri possit, ac si circa centrum perfici debeat motus. Nam si D C sit columna, aut pons versatilis, retineaturque in C, jam punctum C vicem obtinens subjecti plani, illiusque munere fungens, sustinet ponderis partem E F, reliqua F C, quæ est mensura momenti ad descendendum, debet sustineri à potentia motum impediente per D G. Sin autem per D C planum columna moveri possit rectâ & descendere, vis descendendi ad totam gravitationem est ut D F ad D C, gravitatio autem contra sustinentem est ad totam gravitationem ut Sinus Versus anguli inclinationis

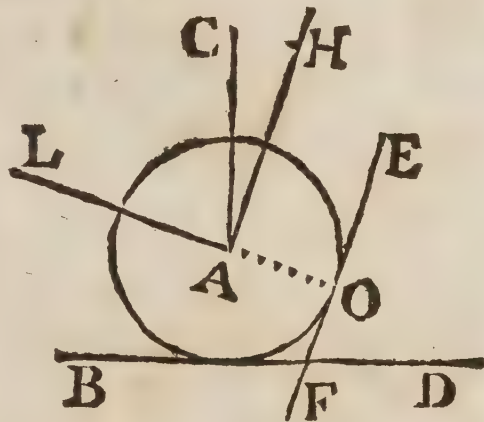
F D C ad Radium; qui enim ſuſtinet grave, dum deſcendit inclinatum, habet rationem plani inclinati. Neque id mirum videri debet, quandoquidem plurimum refert, an per planum D G an verò per D C ſit determinatio ad motum, & quâ ratione ſuſtinens opponatur virtuti motivæ: quare cùm diversâ ratione opponatur motui circa centrum C, ac motui per planum D C, etiam diſpar erit in ſuſtinendo difficultas.

Ex his, quæ tùm hoc, tùm ſuperiori capite diſputata ſunt, habes quid funambulis reſpondeas volatum mentiri meditantibus, cum pectore inſiſtentes intento funi, diductis cruribus & extenſis brachiis, corpus æqualibus momentis librant, séque ex editâ turri in depreſſiorem locum præcipites dant; ſi fortè, ut noverint, quàm ſolidus eſſe debeat ac validus funis, quo iis utendum eſt, quærant, quantis momentis corpus úrgeat ſubjectum funem. Datâ enim turris altitudine B D, & depreſſioris loci, in quem deſcendendum eſt, diſtantiâ D C, collectíſque in ſummam harum quadratis, Radix ſummæ dabit B C funis longitudinem; ex quâ ſi auferatur B X turris altitudini B D æqualis, erit B C diviſa in X juxtà Rationem momentorum, quæ corporis gravitas exercet in plano inclinato, & in planum inclinatum. Sic poſitâ B D ped. 150, & D C ped. 200, B C eſt ped. 250: ex quâ ſi auferatur BD, erit BX 150, & X C 100. Statue autem totius gravitatis corporis funambuli momenta 220; hæc dividantur in duas partes, quarum major ſit ſeſquialtera minoris, ſicut B X inventa eſt ipſius X C ſeſquialtera, & erunt momenta quidem ad deſcendendum in plano inclinato 132, momenta verò gravitationis in planum inclinatum, hoc eſt in ſubjectum funem, 88. Hæc tamen intelligenda ſunt eâ factâ hypotheſi, quòd funis rectâ intentus permaneret: cæterùm cum & ſuopte pondere, & ſub impoſiti corporis mole ſubſidat, atque inflectatur, præſertim circà medium, ſatis apparet adhuc majorem ſubjecti plani inclinationem æſtimandam eſſe, quàm quæ ex altitudine D B & diſtantiâ D C inferatur, quin & illam pro diversâ ab extremitatibus diſtantiâ ſubinde mutari, ac proinde validiori fune opus eſſe.

CAPUT

CAPUT XV.

Inquiruntur Rationes gravitationis corporum suspensorum.

COnsideratâ corporum gravitatione tùm in plano inclinato, tùm in planum inclinatum, consequens est, ut ad eorumdem gravitationem, si ex fune suspendantur, gradum faciamus; hæc enim illi valdè affinis est speculatio: id quod facilè intelligat, quisquis animum advertere voluerit, remque totam penitiùs introspicere. Ex his si quidem, quæ hactenus disputata sunt, lux, opinor, non modica ad hanc, quam examinandam suscipimus quæstionem, derivabitur.

Pendeat ex clavo C ad perpendiculum globus ferreus A, quem suppositum planum horizontale B D ita exactè contingat, ut nihil de funiculi C A intentione remittatur. Satis apparet subjecto plano B D non incumbere globum A, sed omnia suæ gravitationis, qua deorsum nititur, momenta exercere contrà clavum C, ex quo suspensus ad perpendiculum pendet. Quod si aut clavus C, nemine funem retinente, revelleretur, aut funis C A præcideretur, jam tota vis descendendi, quæ corpori A inest, urgeret subjectum planum B D; nec tamen in motum erumperet globus, quia planum B D, pari usquequaque ad perpendiculum inclinatione libratur, atque adeò motui prorsus obsistit.

Jam verò si globum A pariter ex perpendiculo C A pendentem contingat planum aliud non quidem horizontale, sed inclinatum E F, manifestum est totam pariter gravitationem exerceri contra clavum C retinentem, planumque contingens

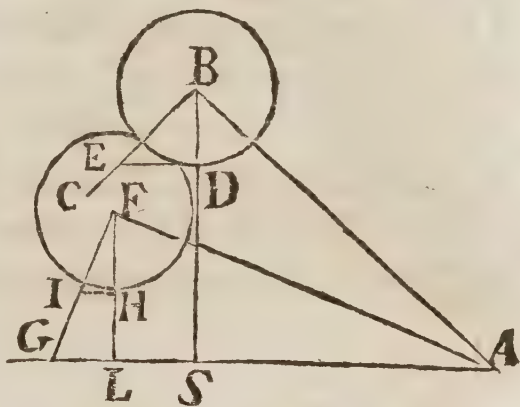
omninò non urgeri, nisi præciso funiculo sibi relinquatur globus, ut in inclinato plano E F ad descensum pronus contra subjectum planum nitatur, à quo cogitur, ut in motu à recto, quod ad universi centrum est, itinere deflectat.

Quod si planum inclinatum E F ita suspenso globo A subjiciatur, ut recta linea centrum gravitatis A, & punctum suspensionis H conjungens parallela sit lineæ E F, quam in plano inclinato descendens globus percurreret; momenta quidem gravitationis, quæ in eo plano obtineret globus ad descendendum, exercebit adversùs clavum retinentem in H, subjectum verò planum E F perinde urgebitur, atque si nullo retinente libera esset globo descendendi facultas: vis enim, quâ prohibetur globus, ne moveatur secundùm rectam lineam, ut constat, opponitur descensui in plano inclinato; ejus autem directio A H non opponitur nitenti in planum, cui parallela est.

Contra verò si globus in plano inclinato constitutus retineatur secundùm rectam lineam, quæ ad perpendiculum cadit in subjectum planum E F, nimirum secundùm lineam L O, impeditur quidem, ne contra planum nitatur; sed vis ista sic retinens nullâ ratione adversatur motui in plano inclinato, quin iisdem gravitatis momentis descendat globus in eo plano; si quidem retinentis directio L O maneat semper adversùs illud planum perpendicularis. Nam si potentia retinens secundùm eam directionem agat, ut neque congruat perpendiculari L O, neque parallelæ H A, obsistet gravitationi corporis sivè in plano inclinato, sivè in planum inclinatum pro ratione anguli, quem retinentis directio inter perpendicularem L O, & parallelam H A interjecta, constituet cum plano inclinato. Quæ enim inter L O & C A fuerit, elidet omnem corporis conatum adversùs planum, à quo illud avellit; non autem omnem eum, qui in plano inclinato deorsum rapit. Quæ verò fuerit inter C A & H A, tollet quidem descensum in plano E F inclinato; sed non omninò prohibebit, quin subjectum planum, cui aliquatenus nititur, urgeat. Id quod facilè intelligas, si plana subjecta B D horizontale, & E F inclinatum ex maximè flexili materia, puta, papyro, concipias; in quâlibet enim suspensione inter C, & L, planum B D horizontale flectetur ex pondere, non autem inclinatum E F: contrà verò in omni suspensione

inter

inter C & H, planum inclinatum E F flectetur; at non item horizontale B D, quia nimirum inclinatum E F prohibet, ne recta H A ad perpendiculum accedens verticalis fiat.

Unum hîc præterea conſiderandum venit, quod ſuperiori capite ſubindicatum fuit; ſi videlicet non ex flexili fune deorſum pendeat globus, ſed rigido bacillo circà axem inferiùs poſitum verſatili adnectatur ſuperiùs. Sit rectus bacillus A B, cujus extremitas altera adnexum habeat globum B, altera ſit circà axem A verſatilis. Satis aperta conjectura eſt bacillum A B vicem ſubire plani, cui innitatur globus in B, qui proinde prohibetur, tùm ne ad perpendiculum cadat per B D, tùm ne per B A delabatur: linea igitur plani, per quod moliri motum poterit globus B, nulla alia congruentiùs aſſignari queat præter B C, quæ cum bacillo B A rectum angulum conſtituit. Perindè igitur in motum incitabitur, atque ſi in plano eſſet, cujus inclinatio angulum efficeret æqualem angulo elevationis bacilli ſuprà planum horizontale G A. Cum enim recta B D producta cadens in planum horizontale, angulum B S A Rectum efficiat, reliqui duo ſimul S A B, A B S, Recto A B C æquales ſunt; & communi A B S dempto, ſupereſt S A B elevationis angulus æqualis angulo S B C inclinationis plani. Quare ductâ Tangente D E, erit B E Secans anguli inclinationis, B D verò Radius: ac propterea ad deſcendendum in hujuſmodi plano B C momenta, ad totam gravitatem in perpendiculo B D, erunt ut Radius B D ad Secantem B E, juxta ea, quæ cap. 13. hujus lib. demonſtravimus.

Quia tamen in motu globus ex bacilli converſione circà axem A non poteſt percurrere rectam B C, ſed ita retinetur à bacillo, cui adnectitur, ut deſcendat in F, jam in alio plano minorem inclinationem habente conſtitutus intelligitur, nimirùm in plano F G, quod cum perpendiculo F L efficit angulum inclinationis G F L æqualem angulo L A F elevationis: id quod eâdem planè methodo, ac ſuperiùs factum eſt, demonſtratur.

Ex

Ex quo ſit, quemadmodum in hujuſmodi converſione globus in alio atque alio plano inclinato conſtituitur, ita alia atque alia obtinere gravitatis momenta: in B ſiquidem gravitat ut B D ad B E, in F verò ut H F ad F I. Cum igitur Radius utrobique ex hypotheſi æqualis ſit, videlicet D B, & H F, major autem ſit B E Secans majoris anguli D B E, quàm F I Secans minoris anguli H F I, conſtat ex 8. lib. 5. majorem Rationem eſſe H F ad F I minorem, quàm D B ad B E majorem, atque adeò globum magis in F quàm in B gravitare, ut deorſum moveatur, atque adeò minùs etiam conniti contrà planum, in quo eſt, videlicet adversùs bacillum F A, magis verò adversùs bacillum B A.

Ex his attentè perpenſis facilis eſt tranſitus ad ſuſpenſorum corporum gravitationem inveſtigandam. Sit enim jam non inferiùs, ſed ſuperiùs poſitus Axis A, circa quem verſatilis eſt funiculus A B, cui globus B adnectitur. Conſtat ſanè non ad perpendiculum B D cadere poſſe globum B; ſed à recto deorſum tramite deflectere, funiculo ſcilicet A B eum retinente, quemadmodum rigidus bacillus O B eum aliquatenùs ſuſtineret. Quia autem bacillo O B ſuſtinente, vis deſcendendi ea eſſet, quæ per planum inclinatum B C, eadem pariter eſt funiculo retinente; videlicet per planum B C, in quod recta A B ad rectos angulos incidit. Momenta igitur gravitatis in eo plano inclinato, ad gravitatis momenta ſi corpus liberè deſcenderet, in eâ ſunt Ratione, quæ eſt D B ad B E; hoc eſt D O ad O B per 8. lib. 6. hoc eſt K B ad B A per 4. lib. 6. Haud diſpari methodo ratiocinantes oſtendemus globi in F conſtituti momenta ad gravitandum eſſe perinde, atque ſi eſſet in plano inclinato F I, in quod ad rectos angulos cadit funiculus A F; ac proinde gravitatio in F, ſi deſcendendi vis præciſè ſpectetur, ad gravitationem globi liberi, eſt ut H F ad F I, hoc eſt, ut G F ad F A.

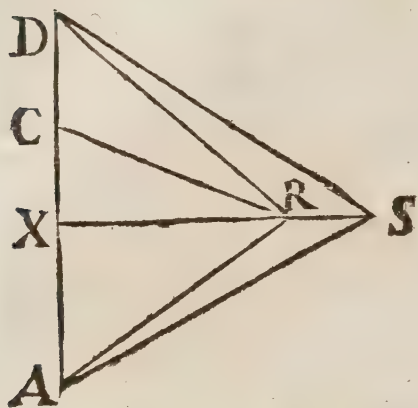
Ex quo apertiùs liquet, quàm ut in eo explicando diutiùs immorari

immorari oporteat, alia ſubinde atque alia eſſe momenta gravitatis corporis ſuſpenſi, pro ut major aut minor eſt angulus declinationis à perpendiculo A G, haud aliter quàm ſi in aliis atque aliis planis inclinatis conſtitueretur; quo enim minor eſt declinationis angulus G A F, eò major eſt angulus inclinationis plani, quippe qui eſt illius complementum. Conſtat ſi quidem angulos G A F, G F A ſimul, eſſe æquales tùm Recto A F I, tùm Recto G F H; ac proinde dempto communi G F I, remanet H F I angulus inclinationis plani æqualis angulo G F A, qui eſt complementum anguli declinationis G A F. Quare quò declinationis angulus major eſt, eò minus eſt complementum, ac propterea eſt minor angulus inclinationis plani: in plano autem minùs inclinato majora ſunt gravitatis momenta. Quò igitur corpus ſuſpenſum magis à perpendiculo removetur, eò majora percipiuntur gravitatis momenta, majorque vis requiritur in eo, qui motum prohibere voluerit, ut & ipſa experientia unicuique facilè demonſtrat, & ratio evincit; cum enim A B & A F æquales ſint, major eſt Ratio K B ad B A, quàm G F ad F A per 8. lib. 5. eſt nimirum K B major, & G F minor.

Quoniam verò quò major eſt gravitatio in plano inclinato, minor eſt in planum inclinatum; hoc ipſo, quod facto declinationis angulo G A B majore, quàm G A F, major eſt ad deſcendendum propenſio, minor eſt conatus adversùs axem A retinentem. Id quod manifeſto etiam experimento deprehendes, ſi obſervaveris minùs intentum eſſe funiculum A B, quàm A F.

Hinc & illud ſatis dilucidè apparet, quod longitudinis funiculi non exigua ratio habenda eſt; ex eâ ſcilicet pendet, quod in plano magis aut minùs inclinato conſtitutum cenſeatur corpus grave ſuſpenſum. Si enim globus F ex funiculo A F pendeat, declinationis angulus eſt G A F: at verò ſi funiculus, quo ſuſpenditur, ſit M F, angulum declinationis facit G M F, qui cum externus ſit, major eſt interno M A F per 16. lib. 1. ac propterea minor eſt inclinatio plani F N facientis cum rectâ M F angulum Rectum, quàm ſit inclinatio plani F I, cui perpendicularis eſt recta A F. Plus igitur momenti ad gravitandum habet glo-

bus F, ſi ex breviore funiculo M F pendeat, quàm ſi ex longiore A F.

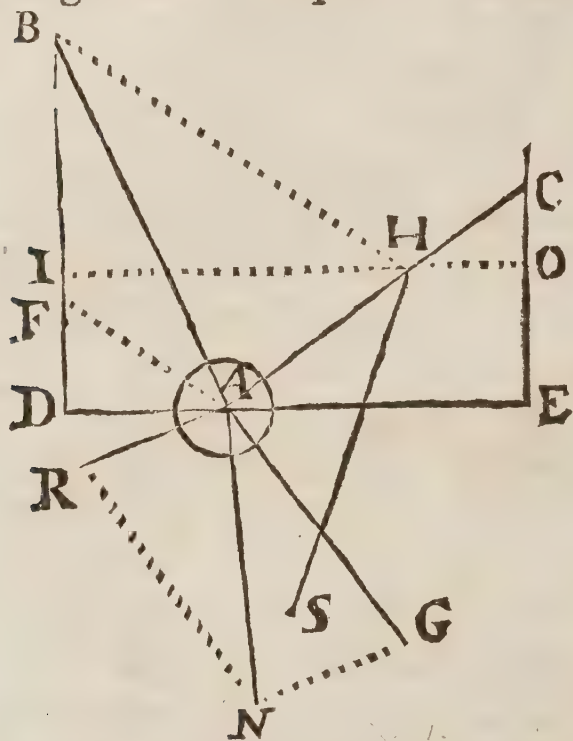
Quæ cum ita ſint, haud ſanè incongrua ſe nobis offert methodus pondus ex depreſſiore in altiorem locum transferendi; ſi videlicet id curemus, ut ex ſatis valido & longiore fune ſuſpendatur; ſublato etenim partium attritu, qui fieret, ſi per planum raptaretur pondus, minore virium jacturâ trahi poteſt.

Sit corpus grave ubi A, quod attollere oporteat, & in ſuperiorem locum R S transferre. Si ex C breviori fune ſuſpendatur, trahere illud poterit uſque in R, quicumque facto declinationis angulo A C R poteſt illic cum aliquo virium exceſſu retinere, & obſiſtere gravitatis momentis, quæ obtinet in R. At ſi ex longiore fune D A pendeat, idem corpus A trahi poterit, & retineri in S, ne deorſum labatur, & quidem minore conatu; facto enim declinationis angulo A D S minore, quàm A C R, in S pariter minùs gravitat quàm in R. Angulum autem A D S minorem eſſe angulo A C R conſtat, ſi rectæ A R, A S ducantur: nam C A, C R æqualia ſunt latera ex hypotheſi, item D A, D S æqualia; eſt ſcilicet idem funiculus, qui primum perpendicularis cadit, deinde à perpendiculo removetur: in Triangulo Iſoſcele C A R anguli ad baſim A R æquales ſunt per 5. lib. 1. item in triangulo Iſoſcele D A S anguli ad baſim A S æquales inter ſe ſunt. Porrò angulus D A S major eſt angulo C A R; ergo & reliquus D S A major reliquo C R A. Cum itaque tres anguli utriuſque trianguli ſint æquales duobus Rectis per 32. lib. 1. ſi ex ſummâ duorum Rectorum auferantur duo majores anguli D A S, D S A, relinquitur A D S minor, quàm ſi ex eâdem duorum Rectorum ſummâ auferantur duo minores C A R, C R A, hoc eſt minor quàm A C R. Ut autem clariùs innoteſcat, quænam ſit gravitationum Ratio pro funiculi longitudine, ſit corpus grave in R: & primùm quidem ex C pendeat funiculo breviore C R, deinde ex D longiore funiculo D R: quiſquis retineat corpus in R conſtitutum, atque deſcenſu prohibeat, faciliùs retinebit, cum ex D, quàm

quàm cùm ex C, pendebit; quia declinationis angulus X C R major eſt angulo X D R per 16. lib. 1. Verùm qua Ratione, inquis, vires, quas in utroque caſu retinens exerit, diſcriminantur? utique ſecundùm Reciprocam funiculorum Rationem conatur obſiſtens corporis propenſioni ad deſcenſum; quæ enim Ratio gravitationum corporis, ea eſt virium gravitationibus repugnantium: comparatâ autem corporis in R conſtituti gravitatione, ſi ex C pendeat, cum ejuſdem ibidem poſiti gravitatione, ſi pendeat ex D, eſt reciprocè ut D R ad C R; igitur & vires retinentis corpus ex C pendens ſunt ut D R, retinentis verò idem corpus ex D pendens ſunt ut C R. Id quod hinc conficitur, quia corpus in ſuſpenſione, poſitionem habens C R, gravitat ut X R ad R C, poſitionem verò habens D R gravitat ut X R ad R D; duæ autem Rationes X R ad R C, & X R ad R D ſunt reciprocè ut R D ad R C. Quotieſcumque enim duæ ſunt Rationes, quarum idem eſt Antecedens terminus, & diverſus Conſequens, eæ ſunt reciprocè ut conſequentes.

Quòd ſi quis Rationes inter ſe comparare non aſſuetus de hoc ambigeret, an Rationes eumdem vel æqualem antecedentem terminum habentes ſint reciprocè ut Conſequentes, facilè intelliget, ſi animadvertat Rationes eumdem Conſequentem terminum habentes eſſe inter ſe directè, ut antecedentes. Quemcumque enim interrogaveris, quæ ſit Ratio $\frac{2}{7}$ ad $\frac{6}{7}$ illicò reſpondebit eſſe ſubtriplam, ſecunda ſcilicet ter continet primam, ut conſtat ſi ter poſitam Rationem $\frac{2}{7}$ in ſummam colligas; neque enim idẽ eſt Rationem Rationis eſſe ſubtriplam, ac ſubtriplicatam; Ratio ſiquidem $\frac{2}{7}$ eſt ſubtriplicata Rationis $\frac{8}{343}$. Si igitur pariter quæras, quænam ſit Ratio $\frac{7}{2}$ ad $\frac{7}{6}$ rectè reſpondebit eam eſſe triplam, hoc eſt reciprocè ut 6 ad 2: id quod manifeſtè apparebit, ſi illas ad denominationem eandem, hoc eſt ad eumdem Conſequentem terminum reduxeris, ſunt nimirum ut $\frac{42}{12}$ ad $\frac{14}{12}$, hoc eſt ut 6 ad 2.

Ex quibus obiter patet methodus exponendi per lineas proportionem duarum Rationum etiam numeris non explicabilium; ſi videlicet fiat ut Antecedens ſecundæ Rationis ad ſuum Conſequentem, ita Antecedens datus primæ Rationis ad alium novum Conſequentem; erit enim prima Ratio data ad ſecun-

dam rationem datam reciprocè ut novus Conſequens terminus ad datum Conſequentem primæ Rationis : aut etiam ſi fiat ut Conſequens ſecundæ Rationis ad ſuum Antecedentem, ita conſequens primæ Rationis ad alium novum Antecedentem ; erit enim prima ratio data ad ſecundam Rationem datam, directè ut datus Antecedens primæ Rationis ad novum Antecedentem.

Conſideratâ hactenus unicâ & ſimplici corporis gravis ſuſpenſione, gradum facere oportet ad gravitationis rationes inveſtigandas, ſi duplex fuerit ſuſpenſio. Sit enim globus A tùm ex B, tùm ex C ſuſpenſus funiculis B A & C A. Haud dubium quin tota corporis gravitas ex B & C pendeat ; ſed quâ Ratione ſingulæ vires eidem gravitati obſiſtant, de hoc poteſt ambigi. Verùm niſi mea mihi nimiùm blanditur opinio, ex dictis facilis videtur explicatio. Corpus ſiquidem ex duplici fune ſuſpenſum ita conſtitutum eſt, ut alterutro fune præciſo ex reliquo pendeat, & deſcendens moveatur circà punctum, cui alligatur funis. Quare unuſquiſque obſiſtit momentis, quibus ex altero gravitat ; nimirum funiculus C A retinens globum, ne deſcendat, repugnat momentis gravitatis, quibus globus A ſe ipſe deorſum urget circa punctum B ex fune B A : Contrà verò funiculus B A eundem globum retinet, ne circa punctum C ex funiculo C A moveatur deſcendens, atque adeò obſiſtit, momentis gravitatis ad deſcendendum circà idem punctum C. Atqui momenta deſcendendi ex fune B A ad gravitatem in perpendiculo ſunt ut D A ad A B, & ex fune C A ſunt ut E A ad A C, ex his, quæ ſuperiùs diſputata ſunt. Sunt igitur duæ Rationes D A ad A B, & E A ad A C.

Quare fiat angulus D A F æqualis angulo E A C, & eſt triangulum D A F ob angulorum æqualitatem ſimile triangulo E A C ; ac propterea per 4. lib. 6. ut E A ad A C, ita D A ad A F.

A F. Ergo vis descendendi ex C A est ut D A ad A F, & vis descendendi ex B A est ut D A ad A B : igitur duæ hæ Rationes sunt reciprocè ut B A ad A F; atque adeò B quidem retinens, ne descendat ex C A, exerit vires ut B A; C verò retinens, ne descendat ex B A, adhibet conatum ut F A; & quæ componitur ex B A, A F, totum gravitatis momentum, quod corpori suspenso inest, repræsentat. Momentum, inquam, gravitatis potiùs, quàm gravitatem totam; totius si quidem gravitatis nomine vires ipsas descendendi intelligimus, quas corpus grave obtinet sibi prorsùs relictum secluso quolibet impedimento, à quo certam descendendi regulam accipiat: Momenti autem vocabulo ipsas descendendi vires significamus non per se & solitariè acceptas; sed quatenus ex corporis positione, cæterorumque quæ circumstant, ad majorem aut minorem motûs velocitatem determinatur. Considerato itaque nisu corporis A ad descendendum & cùm perpendicularis est funiculus B D, & cum declinat B A, Ratio momentorum est ut B A ad A D. Similiter momentum ex perpendiculari C E ad momentum ex declinante C A est ut C A ad A E, hoc est ut F A ad A D : est igitur corporis A ex duplici funiculo B A, C A pendentis totum gravitandi momentum, quod ex lineis B A, A F componitur.

Hîc autem hæsitantem videre mihi videor non neminem ex iis, quæ dicebantur, colligentem corpus A primùm ex declinante B A æquè ac ex perpendiculari B D gravitare; deinde plus ad descendendum momenti obtinere, si ex duobus funiculis, quàm si ex unico pendeat. Si enim angulus declinationis D B A sit gr. 22. 12′; est D A sinus dati anguli ad radium B A ut 37784 ad 100000: & si angulus declinationis E C A sit gr. 54. 35′, est E A sinus dati anguli ad Radium C A ut 81496 ad 100000. At ex constructione triangulum D A F simile est triangulo E A C; igitur D A ad A F est ut 81496 ad 100000. Est autem D A in particulis Radij B A partium 37784; igitur si fiat ut 81496 ad 100000, ita 37784, ad aliud, erit A F earumdem particularum 46363, quarum B A est 100000. Quare composita B A, A F momenta sunt 146363, cum tamen momentum in perpendiculari A D sit tantum 100000. Cum verò dictum sit B clavum resistere ponderi A ut B A, C autem

ut F A, manifeſtum eſt B clavum retinere ut 100000 quando declinat B A à perpendiculo: Atqui etiam in perpendiculo B D retinet ut 100000, igitur idem eſt ponderis tùm ex B D, tùm ex B A momentum; id quod eſt abſurdum.

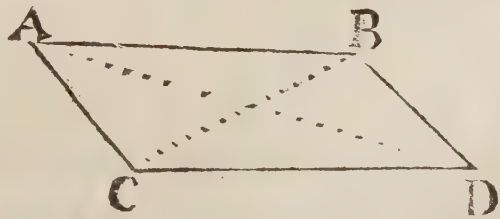
Sed & illud prætereà ex dictis conſequi videtur, quod ejuſdem corporis majus ſit momentum, ſi ex duobus funiculis, quàm ſi ex unico pendeat. Fiat enim angulus D B H æqualis angulo declinationis E C A, & aſſumptâ B H æquali ipſi B A, ducatur ad B D perpendicularis H I: erit utique triangulum B H I ſimile triangulo C A E, ac propterea ut E A ad A C, ita I H ad H B, hoc eſt ad A B. Sunt igitur duæ Rationes eundem Conſequentem terminum habentes, atque adeò inter ſe in ratione Antecedentium, ac proinde cùm vis deſcendendi ex B A ſit ut D A ad A B, & vis deſcendendi ex C A ſit ut I H ad A B, vires deſcendendi invicem comparatæ ſunt ut D A ad I H, totumque momentum componitur ex D A 37784, & I H 81496. Quare momentum quod in perpendiculari, ſi unico funiculo penderet ex B D, eſſet 100000, pendente corpore A ex duobus funiculis B A, C A, fit majus, ſcilicet 119280. ut quid igitur ex pluribus funiculis illud ſuſpendere oportuit?

Quibus difficultatibus ut fiat ſatis, & id, quod inquirimus, enucleatiùs explicetur, illud obſervo, quod funiculus B A ſi præcisè ſpectetur, quatenus ex eo corpus grave pendet, retinet globum A, ne rectâ deſcendat per lineam ipſi B D parallelam, ſed cogit illum deflectere in motu: quare adversùs clavum B, globus A exercet ea momenta, quæ exerceret in planum inclinatum, cui B A ad rectos angulos inſiſteret. At ſi globus ex alio prætereà funiculo C A pendeat, idem funiculus B A reſiſtit etiam momentis illis, quibus globus A deſcenderet in plano inclinato, cui C A ad rectos angulos inſiſteret, quæ momenta (ut ſummum) ſunt ad B A radium ut 81496. Momenta verò quibus urgeret planum inclinatum perpendiculare ad B A, ſunt, ex dictis ſuperiori capite, ut Sinus Verſus anguli inclinationis plani; inclinatio autem plani, ut paulò ſuperiùs hoc eodem capite demonſtravimus, eſt complementum anguli declinationis D B A. Quare differentia inter D A 37784 ſinum rectum anguli declinationis, & radium B A 100000, cum ſit Sinus Verſus anguli inclinationis plani, ſunt momenta 62216 addenda

prioribus

prioribus 81496; adeò ut ſumma ſit 143712 momentorum, quibus funiculus B A repugnat, ſi pondus pendeat etiam ex C A; cum tamen ſi ex ipſo tantùm funiculo B A penderet, & aliquis eſſet præcisè obluctans viribus ad deſcendendum, idem funiculus B A reſiſteret ſolùm momentis 62216.

Eâdem methodo deprehendes funiculum C A, ſi ex eó ſolo globus pendeat, retinere momenta 18504: at ſi etiam ex B A globus pendeat, additis momentis 37784, tota momentorum ſumma eſt 56288. Jam ſummam hanc priori 143712 adde, & erit tota momentorum ſumma 200000: perinde atque ſi corporis gravitas fuiſſet duplicata. Id quod deprehendes, quoſcumque demùm declinationis angulos ſtatueris ſivè majores, ſivè minores; ſemper enim eandem ſummam momentorum omnium invenies 200000: & funiculus minoris declinationis plus momentorum ſuſtinebit, tùm quia Sinus Verſus majoris inclinationis plani major eſt, tum quia Sinus Rectus alterius anguli declinationis majoris item major eſt.

Hæc tamen ut veritati congruant, ita ſolùm accipienda ſunt, ut momenta ſingula ex utrâque funiculorum declinatione orta particulatim ſumantur: pondus ſcilicet ex utroque ſuſpenſum perinde hactenus conſideratum eſt, ac ſi momenta ipſa deſcendendi in diverſas partes abeuntia momentum quoddam ex utriſque temperatum non conſtituerent; re autem ipsâ quod ex iis componitur momentum, non ex ipſorum momentorum additione conflatur, ſed ex ipſis temperatur. Si enim mobile ſit ubi A, impetum verò cum tali directione habeat, quâ deferri poſſit æquabiliter per rectam A B, alio autem impetu feratur æquabiliter directum in C, notum omnibus eſt motum, qui ex A B & A C componitur, non fieri ex earum additione, ſed temperari in lineam A D, quæ dimetiens eſt parallelogrammi, quod ex earumdem linearum A B, A C longitudine, ac mutuâ inclinatione formam deſumit. Quâ in re plurimum intereſt, quam invicem habeant inclinationem directiones motuum in diverſa abeuntium; quò enim acutiorem angulum conſtituunt, eò longiùs provehitur mobile, ut A B, A C in acutum angulum

coëuntibus

coëuntibus mobile ex A in D venit: quò verò obtusior fuerit angulus, eò etiam brevius est iter ipsius mobilis, ut contingit, si ex B directum per rectas B A, B D ad obtusum angulum constitutas moveatur, sistitur enim in C, & brevior est diameter B C quàm A D, ut ex 24. lib. 1. satis manifestum est geometris, & ipsa motuum natura postulat; qui nimirum sibi invicem magis adversantur, magisque in diversa abeunt, se magis elidunt, id quod fit ex angulo obtuso D B A; qui verò minùs in diversa abeunt, id quod fit ex angulo acuto C A B, se pariter minùs elidunt.

Sint itaque, ut priùs, funiculi B A, C A, ex quibus A pondus suspenditur: ducatur ad B A perpendicularis A R, & est planum inclinatum, in quo descendendi momentum est ut D A; similiter ad C A perpendicularis A G ducatur referens planum inclinatum, in quo descendendi momentum est A E. Sumatur igitur A R quidem ipsi A D æqualis, A G verò ipsi A E pariter æqualis, si funiculi B A, & C A æquales fuerint; sin autem inæquales sint, fiat angulus D B H æqualis angulo declinationis E C A, & sumptâ B H æquali ipsi B A, ducatur ad B D perpendicularis H I, eritque ut E A ad A C, ita I H ad H B, hoc est ad A B; ac propterea ipsi I H, quæ refert momentum A E, sumatur A G æqualis. Ex quo fit corpus A suspensum hâc ratione momenta descendendi habere in diversas partes abeuntia A R, A G: perfecto igitur parallelogrammo A R N G, ex duobus illis momentis temperatur momentum A N.

Ipsius autem A N longitudinem investigare non est difficile; cum enim noti supponantur anguli declinationum D B A, E C A, angulus R A G conflatur ex eorum complementis, quippe qui æqualis est duobus angulis inclinationis planorum A R, & A G. Porrò ex hypothesi sunt angulus D B A gr. 22. 12′, & angulus E C A gr. 54. 35′: jungantur simul, & eorum summa gr. 76. 47′ auferatur ex gr. 180, ut residuum gr. 103. 13′ sit angulus R A G, cui æqualis est oppositus R N G; ac proinde notus est angulus G, qui est suo opposito R æqualis, uterque scilicet gr. 76. 47′ quæ est summa angulorum declinationis. Sunt igitur in triangulo A G N nota latera A G, G N (est enim ex 34. lib. 1. G N opposito lateri A R æquale)

unâ

unâ cum angulo G comprehenſo, & ex Trigonometriâ innoteſcit tertium latus A N. Quare cum latus A G ſit ex ſuperiùs conſtitutis 81496, & G N, hoc eſt A R, 37784, fiat ut laterum A G, G N ſumma 119280 ad eorumdem differentiam 43712, ita ſemiſummæ angulorum ad baſim, hoc eſt gr. 51. 36′ $\frac{1}{2}$ Tangens 126205 ad 46249 Tangentem gr. 24. 49′ $\frac{4}{5}$ differentiæ infra, vel ſupra eandem ſemiſummam. Eſt igitur angulus G A N gr. 26. 47′ $\frac{3}{10}$. In triangulo itaque A G N noti ſunt duo anguli A, & G, ac latus G N angulo A oppoſitum; igitur ut anguli A gr. 26. 47′ $\frac{3}{10}$ Sinus 45070 ad anguli G gr. 76. 47′ Sinum 97351, ita latus G N 37784 ad latus A N 81613.

Ex quibus apparet deſcendendi momentum, quod componitur ex momentis in planis inclinatis, non eſſe 119280 ex eorum ſummâ, ſed ita temperari, ut longè minus ſit, videlicet ſolùm 81613.

Methodo eâdem operantes deprehendemus ponderis in H conſtituti, ac ex funiculis B H, C H ſuſpenſi momentum ita componi ex momento H I bis ſumpto (ſi quidem anguli declinationum D B H, E C H & funiculi æquales ſint) ut in unum ex utroque nimirum H I & H O temperatum H S coaleſcat. Unde conſtabit quò majores fuerint declinationum anguli, eò longiorem futuram lineam H S, atque adeò etiam majus momentum deſcendendi; plana ſiquidem inclinata acutiorem angulum conſtituunt. Quam momentorum varietatem paulò inferiùs manifeſto experimento comprobabimus: ubi conſtabit pondus hâc ratione ſuſpenſum ex duobus funiculis plus habere aliquando momenti ad deſcendendum, quàm in perpendiculari ſuſpenſione.

Quemadmodum verò de momentis deſcendendi in planis inclinatis ratiocinati ſumus, ita pariter in unum coaleſcere dicenda ſunt momenta, quibus funiculi pondus retinentes ipſum quodammodo avellere conantur à plano inclinato, ne illud urgeat; hæc enim pariter momenta in diverſa abeunt ſecundùm ipſam funiculorum directionem. Sunt autem momenta illa Sinus Verſi angulorum inclinationis planorum; qui habentur, ſi Sinus Recti complementorum, hoc eſt angulorum de-

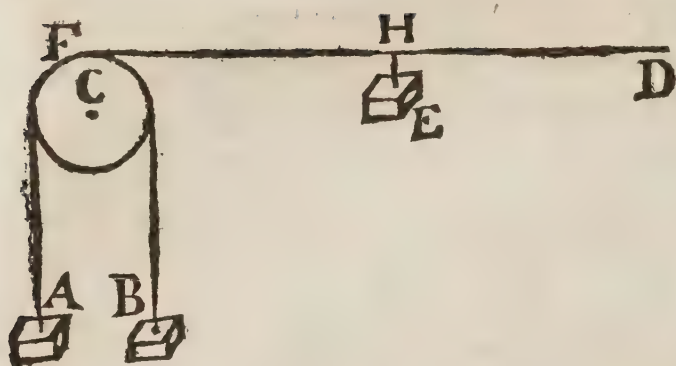
clinationis funiculorum, demantur ex Radio. Itaque ex B A auferatur B F ipſi D A æqualis, & eſt F A Sinus Verſus anguli inclinationis: poſita eſt autem declinatio D B A gr.22. 12′, igitur F A eſt particularum 62216; & declinatio E C A gr. 54. 35′; igitur factâ C G æquali ipſi A E, remanet G A particularum 18504, quarum C A eſt 100000. Quare ut habeantur particulæ ejuſdem rationis cum particulis A F, fiat ut C A ad A G, ita B A ad A H, & eſt A H particularum 18504 homologarum particulis A F. Perficiatur parallelogrammum A H I F; & quia funiculus C A retrahit à plano inclinato juxta momentum ac directionem H A, funiculus verò B A retrahit à plano inclinato ſecundùm momentum ac directionem F A, directionibus in diverſa abeuntibus, temperatur ex his momentis momentum A I diameter parallelogrammi.

Porrò in diametri A I inveſtigatione methodus eſt eadem, quâ paulò antè utebamur: Cum enim tres anguli B A D, B A C, C A E ſint duobus Rectis æquales, anguli verò B A D, C A E noti ſint, quippe complementa angulorum declinationis D B A, E C A, innoteſcit reliquus F A H, qui æqualis eſt ſummæ angulorum declinationis. Eſt igitur F A H gr.76. 47, ac proinde angulus A F I gr.103. 13′ notus eſt, unâ cum lateribus F A 62216 & F I 18504. Fiat igitur ut laterum ſumma 80720 ad eorumdem differentiam 43712, ita angulorum ad baſim A I ſemiſummæ gr. 38. 23′ ½. Tangens 79235 ad 42907 Tangentem differentiæ infra vel ſupra eandem ſemiſummam, hoc eſt gr. 23. 13′. ½. dempta igitur hæc differentia ex ſemiſſummâ gr. 38. 23′ ½, reliquum facit angulum F A I gr.15. 10′. Fiat demùm ut anguli F A I gr.15. 10′. Sinus 26163 ad anguli A F I gr. 103. 13′. hoc eſt ad ſupplementi gr.76. 47. Sinum 97351, ita latus F I 18504 ad baſim A I 68852.

Inventa itaque momenta compoſita tùm in planis inclinatis, tùm in plana inclinata, dividantur juxta Rationem momentorum

rum ſimplicium, ut innoteſcat, quid demum cuique funiculo tribuendum ſit in pondere retinendo. Momentum deſcendendi compoſitum inventum eſt ſuſperiùs 81613, ſimplicia ſunt 81496, & 37784. Fiat ut igitur ut ſimplicium momentorum ſumma 119280 ad eorum alterutrum, puta ad 37784, ita momentum compoſitum 81613 ad aliud, & provenit 25852 pars illius momenti pertinens ad funiculum C A, qui retinet pondus; cujus vis deſcendendi eſt D A 37784. Reliqua autem momenti 81613 pars 55761 pertinet ad funiculum B A retinentem pondus, cujus vis deſcendendi eſt E A 81496. Pari ratione fiat ut Sinuum Verſorum angulorum inclinationis ſimplicium 62216, atque 18504 ſumma 80720 ad eorum alterutrum, puta ad 18504, ita momentum compoſitum inventum 68852 ad aliud, & provenit pro minori 15783, pro majori verò 53069. Quare funiculus B A minorem habens declinationem, & plus ſuſtinet in ſuo plano magis inclinato, cui perpendicularis eſt, nimirum ut 53069, & plus retinet in plano reliquo minùs inclinato, nimirum ut 55761: contra verò funiculus C A, & minus ſuſtinet, ſcilicet ut 15783, & minus retinet ſcilicet ut 25852. Funiculus itaque B A exercet vires ut 108830, & funiculus C A ut 41635, & totum corporis ſuſpenſi momentum eſt 150465.

Non ſola autem momenta deſcendendi in planis inclinatis conſiderari oportere, ſed & ea, quæ eſſent adversùs plana ipſa inclinata, uti dictum eſt, ex eo apertè conficitur, quòd ubi funiculi concurrerent ad acutiſſimum angulum, vix quicquam virium in retinendo pondere exercere opus eſſet; tenuiſſimum quippe, eſſet momentum, quod ex parvis momentis per acutiſſimorum angulorum Sinus Rectos definitis componeretur: ſi verò nihil præterea momenti addendum eſſet; à magnâ gravitatione, quæ in perpendiculari eſt, ad ferè nullam tranſitus eſſet, facta vel modicâ à perpendiculo declinatione; atque adeò vix intenti eſſe deberent funiculi: id quod manifeſto experimento adverſatur.

Illud poſtremò hîc oſtendendum ſupereſt, plus ſcilicet ineſſe poſſe momenti ad deſcendendum corpori ex duobus funiculis invicem inclinatis ſuſpenſo, quàm ſi ex unico ad perpendiculum pendeat. Orbiculo circà ſuum axem C verſatili,

ac ſecundùm extremam oram excavato, inſeratur funiculus A F B, ex quo æqualia hinc, & hinc pondera A, & B pendeant: nullus planè ſequitur motus, quia utrumque ex perpendiculo pendet, & quantâ vi alterum conatur deorſum, pari niſu alterum repugnat, ne elevetur. Quærenti igitur, quantum momenti pondus B habeat ad deſcendendum, utique reſpondebis omninò par eſſe momento ponderis A. Jam verò ſit funiculus A F D, qui in D religetur, & ponderi A ſumatur æquale pondus E, vel potiùs ipſum B transferatur in E, & funiculo A F D adnectatur in H; ut ſint quaſi duo funiculi D H, F H. Quæro quantum ad deſcendendum momenti habeat pondus E, hoc eſt pondus B in H tranſlatum, quod eſt æquale ponderi A: ſi tantumdem habet momenti, quantum pondus A, planè manebit immotum, intento funiculo F D; at ſi E deſcendens cogat aſcendere pondus A, utique plus momenti habet quàm A, hoc eſt, pluſquàm B perpendiculariter pendens. Id quod re ipsâ contingit; & quidem tàm certo experimento, ut non ſolùm pondus E prævaleat ponderi A, ſi ſit ei æquale, verùm etiam ſi minus ſit eodem pondere A. Non igitur hoc abſurdum eſt, quod conſtitutam à nobis momentorum hypotheſim conſequatur, ſed potiùs ipſi naturæ noſtra conſentit hypotheſis, cui robur adjicit experientia; nec ex eo capite perperam philoſophati videmur, quòd in perpendiculo minus momenti, quàm ex duplici funiculo ſuſpenſum pondus habere dicendum ſit.

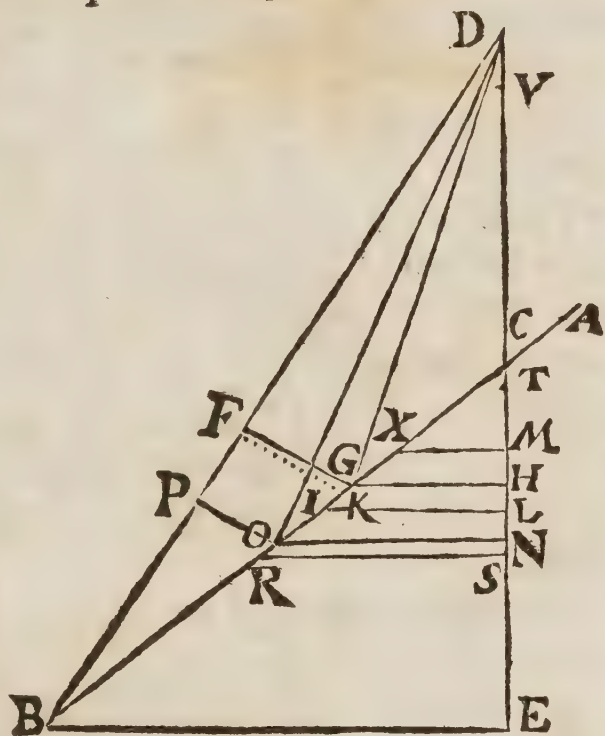
Ex his, quæ de corpore ex binis funiculis ſuſpenſo hactenus diſputata ſunt, non difficilis erit conjectura eorum, quæ dicenda ſint, ſi ex tribus aut quatuor ſuſpendatur, ſivè illi immediatè adnectantur ipſi ponderi, ſivè funiculus unus demum in plura capita dividatur, ex quibus fiat ſuſpenſio: neque enim his diutiùs ad nauſeam immorandum cenſeo.

CAPUT

CAPUT XVI.

Tractiones ac elevationes obliquæ expenduntur.

PRoxima eſt iis, quæ hactenus diſputata ſunt, præſens inveſtigatio gravitationis corporum, ſive niſûs, quo motui reſiſtunt, cùm obliquè in plano aliquo trahuntur, aut elevantur: ſicut enim toto conatu repugnant elevanti ad perpendiculum, & abſtrahenti à plano, cui inſident, ita pro majori, aut minori obliquitate tractionis aut elevationis magis etiam, aut minùs, obſiſtere experimur. Et primùm quidem ſuper plano inclinato A B duo pondera prorſus æqualia, & ſimilia intelligantur poſita in B & C, atque linea C E ſit horizonti B E perpendicularis, ac pondus C filo D C ad perpendiculum ſuſpendatur, ita tamen, ut contingat planum in C, & ſit recta D E. Item ex D puncto ducatur filum D B, ut ſurſum trahatur B pondus incumbens plano inclinato, dum pariter pondus C ſurſum rectâ trahitur, & à plano avellitur: horum autem funiculorum trahatur ex D pars æqualis. Quando igitur C venerit in V, æquali menſurâ B P multatum intelligitur filum D B, & remanet longitudo D P, hoc eſt D O; pondus enim, cum filum in D traheretur, ex B venit in O. Ductâ itaque lineâ O N horizonti parallelâ, erit E N altitudo perpendicularis, ad quam aſcendit pondus B in plano inclinato interea, dum pondus C venit in V, aut E venit in M, eſt enim E M aſſumpta ipſi C V æqualis. Quare cum pondus B obliquè trahitur ſuper planum inclina-

tum, minorem ſubit violentiam, quàm cum ab illo perpendiculari elevatione avellitur.

Hoc tamen ita intelligendum eſt, ut obſervetur alia eſſe momenta, cùm tractionis linea parallela eſt ipſi plano inclinato, ac cùm in planum inclinatum cadit obliqua, ut hîc linea DB. Si enim in plano inclinato ſumatur BR æqualis perpendiculari EM, gravitatio per rectam BC, ſeu per lineam eidem parallelam, ad gravitationem in perpendiculo CE eſt reciprocè ut EC ad BC, ſeu ut ES ad BR aut EM, ex ſuperiùs dictis cap.13. At verò cum tractio obliqua eſt, gravitatio eſt ut EN ad EM, ſivè ut BO ad BX: punctum autem O altius eſt puncto R, ac propterea in hujuſmodi obliquâ tractione plus violentiæ infertur ponderi, quàm in tractione parallelâ, plus enim aſcendit. Porrò lineam BO longiorem eſſe lineâ BR eſt manifeſtum; ſiquidem duo latera DO, OB per 20. lib. 1. majora ſunt reliquo DB: eſt autem ex hypotheſi DP ipſi DO æqualis, ergo reliqua BP minor eſt, quàm BO: ſed & ipſi BP, hoc eſt ipſi EM, æqualis aſſumpta eſt BR; igitur BR minor eſt quàm BO. Id quod etiam hinc conſtat, quia in triangulo Iſoſcele DOP angulus OPB infra baſim major eſt recto, cum ſit deinceps angulo DPO ad baſim acuto; ergo per 19. lib. 1. latus BO majus eſt latere BP, hoc eſt BR; igitur etiam EN major eſt quàm ES, & plus difficultatis percipitur in obliquâ hâc tractione, quàm in tractione parallelâ.

Similiter intelligatur pondus C elevatum fuiſſe ex D (quod punctum D concipiatur multò altius, quàm in præſenti ſchemate) ad perpendiculum altitudine æquali ipſi ET, pondus verò B æquali tractione funiculi veniſſe ex B in G, demptâ ſcilicet longitudine BF ipſi ET æquali, atque adeò DF, DG æquales ſunt: ipſi autem ET æqualis ſumatur BI; quæ ſimili ratione demonſtratur brevior, quàm BG: ex quo pariter fit hîc etiam ad majorem altitudinem perpendicularem EH elevari, quàm ſi tractio parallela fuiſſet plano inclinato, & elevatio ad altitudinem EL.

Ex his manifeſtum eſt plus virium requiri ad trahendum

pondus

pondus idem per lineam D B, aut D O, aut D G obliquas, quàm per lineam plani inclinati B C, aut illi parallelam: dum enim per obliquas illas lineas fit tractio, pondus quidem non omninò abstrahitur à plano, sicut in tractione perpendiculari, sed nec omninò incumbit plano, sicut in tractione parallelâ ipsi plano; ac propterea, quò magis tractio ad perpendicularem accedit, eò majorem invenit in pondere resistentiam. Patet autem altitudinum perpendicularium E H, E L differentiam H L majorem esse, quàm sit altitudinum perpendicularium E N, E S differentia N S. Comparatis enim triangulis isoscelibus D P O, D F G, anguli ad basim P O majores sunt angulis ad basim F G, quia angulus P D O minor est angulo F D G: ergo angulus B P O, qui est infra basim, minor est angulo B F G infra basim. Fiat igitur ipsi B P O æqualis angulus B F K, ac proinde K cadit inter puncta I & G. Sunt ergo triangula B P O, B F K habentia angulum ad B communem æquiangula, & similia, ac per 4. lib. 6. ut P B, hoc est B R, ad B O, ita F B, hoc est B I, ad B K; & invertendo, ac dividendo, & iterùm invertendo ut B R ad R O, ita B I ad I K. Atqui I G major est quam I K, ergo per 8. lib. 5. Ratio B I ad I G minor est Ratione B I ad I K, hoc est B R ad R O. Cum itaque per 2. lib. 6. ut B R ad R O, ita E S ad S N; & ut B I ad I G, ita E L ad L H, major est Ratio E S ad S N, quàm E L ad L H, & permutando major est Ratio E S ad E L, quàm S N ad L H; est autem E S minor quàm E L, ergo etiam S N multò minor est quàm L H; ac proinde quo magis à perpendiculari recedet obliqua tractio, momentum ponderis magis accedit ad momentum ejusdem in plano inclinato per tractionem parallelam, hoc est, minore differentiâ hoc excedit. Momentum igitur perpendicularis tractionis ad momentum obliquæ tractionis minorem Rationem habet, quàm ad momentum tractionis parallelæ plano inclinato.

Ex his observare est aliquod paradoxum, pondus scilicet obliquâ hâc elevatione tractum plus moveri, quàm potentiam trahentem; hæc enim movetur secundùm mensuram funiculi tracti, hoc est B P seu B R illi æqualis, ostensum est autem

BR minorem esse quàm BO. Id quod etiam manifestum est, si tractio obliqua non abstrahat pondus à plano, sed quasi illud adversùs planum trahat. Sit enim planum AB, super quo globus C, & funiculus obliquus DC; ex D autem pendeat ad perpendiculum æquale pondus E. Uterque funiculus pariter trahatur, & cum E venerit in F, æqualis pars CG decedit funiculo DC; remanet autem longitudo DG æqualis longitudini DH, & centrum globi C venit in H. Dico CH motum globi majorem esse supra CG motum potentiæ trahentis. Ducatur enim recta GH; est Isosceles DGH, ergo angulus HGC infra basim major est recto; ergo CH per 19. lib. 1. major est quàm CG. Ipsi autem CH æqualem esse distantiam contactuum RS manifestum est, quia ex centris H & C rectæ cadunt in S & R ad angulos rectos, atque adeò sunt parallelæ: sunt æquales CR & HS, ut pote Radij ejusdem globi; igitur per 33. lib. 1. CH, & RS æquales sunt & parallelæ. Quare sivè centrum spectetur, sivè puncta contactuum, perinde est; semper enim major est globi motus motu potentiæ trahentis; & quia RS major est quàm CG, hoc est quàm motus, qui fieret in ipso plano inclinato tractione parallelâ, hinc est quod hujusmodi obliquâ tractione ad majorem altitudinem perpendicularem pari tempore trahitur, majorémque propterea violentiam subiens majoribus indiget viribus, quàm si tractione parallelâ elevaretur.

Sed jam trahatur iterum funiculus ita, ut ipsi CG primæ tractioni æqualis sit secunda tractio HL; & erit centrum globi in M, & æquales DM, DL. Anguli MDH, HDC si dicantur æquales, etiam per 3. lib. 6. ut MD ad DC ita MH ad HC: est igitur MH minor quàm HC, major tamen quàm HL, quia subtensa est angulo MLH obtuso, ut pote infra basim

ſim Iſoſcelis M D L. Atqui ex hypotheſi anguli M D L, H D G ſunt æquales; ergo Iſoſcelium anguli infra baſes, hoc eſt M L H, H G C ſunt æquales: angulus autem externus M H L major eſt interno H C D, hoc eſt H C G, per 16. lib. 1. igitur reliquus H M L minor eſt reliquo C H G. Itaque in duobus triangulis, angulis C G H, H L M ex hypotheſi oſtenſis æqualibus ſubtenditur illi quidem majus latus C H, huic verò minus H M, & angulis inæqualibus C H G majori, H M L minori æquale latus C G, H L: id quod omninò abſurdum eſſe conſtat ex doctrinâ & Canone Sinuum; ſubtenſæ ſiquidem inæquales angulorum æqualium ſunt in circulis inæqualibus, major in majori circulo, minor in minori, in quibus utique fieri non poteſt, ut angulorum inæqualium ſubtenſæ ſint æquales. Non igitur fieri poteſt ut factâ ſecundâ tractione H L æquali priori C G, angulus M D H æqualis ſit angulo H D C; alioquin triangulum H L M (cujus baſis H M ex hypotheſi arguitur minor baſe C H, quæ tamen ſunt angulis ad G & L æqualibus ſubtenſæ) eſſet in circulo minore, quàm ſit circulus, in quo eſſet triangulum C G H; in circulo autem minore, angulo minori H M L ſubtenſa H L eſſet æqualis ipſi C G ſubtenſæ angulo majori C H G in circulo majore.

Quod ſi dicatur angulus M D H minor, quàm H D C, ergo angulus M L H infra baſim minor eſt angulo H G C infra baſim: atqui angulus M H L externus major eſt interno H C G; igitur reliquus angulus L M H vel eſt æqualis angulo G H C, vel illo minor, vel illo major. Sit æqualis: quoniam æqualibus lineis C G, H L ſubtenduntur, ſunt in circulis æqualibus; ergo cùm angulus M H L major ſit angulo H C G, etiam oppoſitum latus M L majus eſt quàm H G: ergo Iſoſceles M D L habens angulum minorem ſub brevioribus lateribus habet majorem baſim, & Iſoſceles H D G habens angulum majorem ſub lateribus lõgioribus habet breviorẽ baſim; id quod eſt manifeſtè abſurdũ, ut patet ex 24. & 25. lib. 1. Fieri igitur non poteſt, ut anguli L M H, G H C ſint æquales, ſi M D H minor eſt quàm H D C.

Quandoquidem igitur L M H, G H C non ſunt æquales, dicatur angulus L M H minor quàm G H C, & quia æqualibus lineis H L, C G ſubtenduntur, triangulum H L M eſt in circulo majore, triangulum verò C H G in minore. Cum autem angu-

lus M H L, ex ſæpiùs dictis, ſit major quàm H C G, etiam ſubtenſa illius, ut potè in circulo majori, ſcilicet M L major eſt quàm H G ſubtenſa anguli minoris in circulo minori: atque hinc idem quod priùs, ſequitur abſurdum angulum verticalem M D L, ex hypotheſi minorem, & brevioribus lateribus comprehenſum baſim habere majorem, quàm ſit baſis anguli verticalis H D G majoris ſub lateribus longioribus.

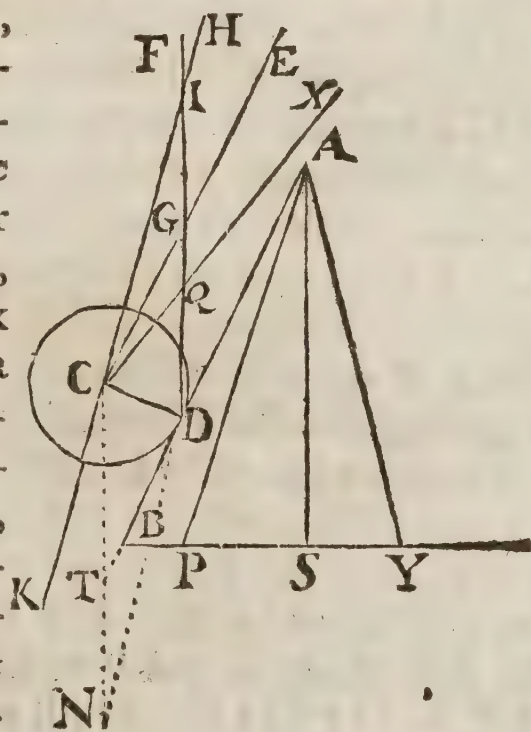
Sed neque dici poteſt angulus H M L major quàm C H G; quia, ſi M D L minor eſt quàm H D G, angulus D M L ad baſim Iſoſcelis major eſt quàm D H G pariter ad baſim; ergo ſi D M L majori addatur major H M L, & D H G minori addatur minor C H G, erit totus D M H major toto angulo D H C, internus ſcilicet major externo, contra 16. lib.1. Si igitur angulus H M L comparatus cum angulo C H G non poteſt eſſe æqualis, neque minor, neque major, factâ hypotheſi anguli M D L minoris quàm H D C, neceſſariâ conſecutione conficitur angulum M D L non eſſe minorem angulo H D G.

Cum itaque angulus M D L neque æqualis, neque minor ſit angulo H D G, ſequitur quod ſit major: igitur & angulus infra baſim M L H major eſt angulo H G C; item angulus M H L major eſt quàm H C G; ergo H M L reliquus minor eſt reliquo C H G: at iſtis æquales lineæ H L, C G ſubtenduntur, igitur triangulum H M L eſt in majore circulo, ac proinde angulo M L H majori, quàm C G H, etiam majus latus ſubtenditur: quapropter M H, hoc eſt S N, illi parallela & æqualis, major eſt quàm C H, hoc eſt R S: atque adeò ad majorem altitudinem elevatur per S N, quàm per R S factâ æquali tractione, ſeu æquali motu potentiæ trahentis. Ex quo & manifeſtum eſt pro majori obliquitate & receſſu tractionis à parallelismo cum plano inclinato etiam trahenti difficultatem augeri.

Facilè ex dictis colliges, quanto laboris compendio Romæ altioribus rotis inſtruantur birota (antiquis Ciſia dicebantur) adeò ut unicus equus temoni applicitus, illumque ſubjecto plano proximè parallelum ſervans, dum clivum aſcendit, ingentia pondera trahat, quibus ſanè par non eſſet, ſi rotarum axis minùs à ſubjecto plano diſtaret, & equitractio eſſet obliqua ſurſum: quamvis, ut aliàs ſuo loco explicabitur, ipſa rotarum amplitudo plurimum conferat. Similiter in navium tractione, quæ adverſo

adverſo flumine deducuntur fune abſidi mali conjuncto, aliquid juvare funis longitudinem, ut ſcilicet minùs obliqua ſit tractio, ex dictis confirmatur: quamvis enim tractiones in plano inclinato conſideraverimus, ut gravium elevationem expenderemus, aliquid etiam facit obliquitas tractionis in plano horizontali, cujuſmodi eſt aqua, cui navis innatat; pars ſiquidem demerſa obſtantem undam repellere debet; nec planè inutile eſt, ſecundùm quam lineam dirigatur motus potentiæ trahentis, vi cujus impedimentum ſuperandum eſt.

Hactenus nobis de tractione ſermo fuit, quæ motum inferens non niſi ſpatiis, per quæ motus eſt, determinari potuit. Quoniam verò in obliquis tractionibus non eandem ſemper analogiam ſervari, quæ in parallelâ tractione eadem perpetuò eſt, deprehendimus, inquirendum ſupereſt, quæ demum Ratio momentorum ſit pro ſingulis obliquitatibus, ut conſtet, quibus viribus retineri poſſit, ne in proclive labatur pondus, etiamſi vires ad illud ulteriùs elevandum non ſuppetant. Quamquam autem pondera quaſi molis expertia unico puncto expreſſimus in plano ipſo inclinato, ut in 1. fig. hujus cap. re tamen verâ centrum gravitatis attendendum eſt, ut in 2. ſchemate, quod utique diſtat à plano, cui corpus grave incumbit: hujus verò diſtantiam nulla certior menſura definit, quàm linea ex eo cadens in ſubjectum planum ad angulos rectos, hæc quippè omnium breviſſima eſt. Sit igitur planum inclinatum A B, cui impoſitus globus centrum habet gravitatis C, & contingit planum in D; ac propterea etiam, quæ à centro ad contactum ducitur recta C D, diſtantiam determinat, cum ſit plano perpendicularis ex 18. lib. 3. Jam recta C E parallela plano ducatur, & ſit linea ſuſpenſionis, quam claritatis gratiâ parallelam vocemus: & per D punctum, in quod cadit linea diſtantiæ centri gravitatis tranſeat perpendicularis horizonti linea F D quæ in G ſecat lineam C E. Conſtat trian-

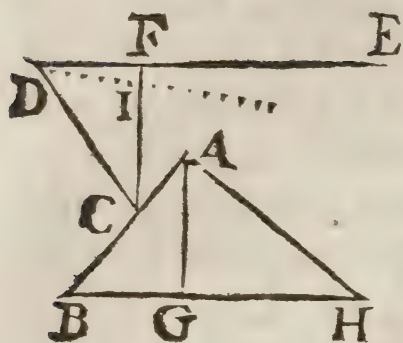
gulum D G C simile esse triangulo B A S: quia enim G D parallela est lineæ A S pariter perpendiculari ad horizontem, anguli S A B, A D G alterni æquales sunt per 27. lib. 1. Et quoniam angulus C D A ex constructione est rectus, complementum C D G æquale est angulo complementi A B S; anguli verò D C G, B S A sunt recti, hic quidem ex hypothesi, ille autem propter linearum C E, D A parallelismum: igitur reliquus C G D reliquo B A S æqualis est; ac propterea per 4. lib. 6. ut B A ad A S, ita D G ad G C. Quoniam itaque, si pondus in plano inclinato ad pondus in perpendiculari sit ut inclinata B A ad perpendicularem A S, eorum momenta æqualia sunt, & æquiponderant, etiam globus æqualia ad descendendum habet momenta, ac potentia habeat vires ad retinendum in parallelâ E C, si globi gravitas ad potentiam retinendum sit ut D G ad G C. Verum quidem est globum non per lineam F D, sed per C T à centro gravitatis perpendicularem horizonti deorsum niti: Sed quia C T ipsi F D parallela est, triangulum C T D triangulo D G C simile est & æquale; atque adeò parùm interest, utrùm lineis D G, G C, an verò lineis C T, T D eadem Ratio exponatur.

Sed jam retineatur globus per rectam C H; utique perinde secundùm eam directionem se habet, atque si esset planum H C K; globus enim sustinetur per lineam D C, & retinetur ex H, ac proinde secundùm rectã H C K conatur deorsum eo situ: quamquam subjecti plani inclinatio obstaret, ne secundùm rectam H C K procederet, si sibi dimitteretur, & alia atque alia plana constituerentur. Planum itaque illud H C declinat à perpendiculari, cum quâ constituit angulum C I D æqualem externo K C T propter parallelismum perpendicularium F D, C T per 27. lib. 1. qui utique C I D minor est externo C G D per 16. lib. 1. & quidem differentia anguli I C G per 32. lib. 1. Fiat ergo angulus B A P æqualis angulo C I G; quia B A S ostensus est æqualis ipsi C G D, remanet P A S æqualis angulo I C G. Quare B P A externus æqualis est duobus internis, scilicet recto P S A, & acuto S A P, per 32. lib. 1. igitur idem angulus B P A æqualis est toti angulo D C I. Sunt itaque æquiangula & similia duo triangula B A P & D I C, atque per 4. lib. 6. ut B A ad A P, ita D I ad I C. Atqui pondera super B A & A P, quæ sint

ut

ut B A ad A P, æquiponderant ex dictis cap. 13. ergo etiam æqualium momentorum eſt globus, & potentia retinens per H C, ſi globus ad potentiam ſit ut D I ad I C, hoc eſt ut C N ad N D, ſi ex D intelligatur exire D N parallela ipſi H C.

Eâdem ratione ſi linea obliqua, per quam globus retinetur, ſit infra parallelam C E, ut ſi ſit C X, oſtendetur globi gravitatem ad potentiam retinentem eſſe ut D Q ad Q C, eſt enim quaſi planum inclinatum faciens cum perpendiculari angulum D Q C majorem interno D G C, hoc eſt majorem angulo B A S illi æquali. Fiat igitur angulo D Q C æqualis angulus B A Y: & quia A B Y æqualis eſt angulo C D Q, ut ſuperiùs dictum eſt, triangula B A Y, D Q C ſunt æquiangula & ſimilia, ac per 4. lib. 6. ut B A ad A X, ita D Q ad Q C: ergo quia pondera ſuper B A, & A Y, quæ ſint in Ratione B A ad A Y, æquiponderant, etiam globi & potentiæ retinentis momenta æqualia ſunt, ſi fuerint ut D Q ad Q C.

Hìc autem tria obſervanda occurrunt. Primum eſt, quòd Rationes prædictæ momentorum potentiæ retinentis comparatæ ad pondus idem, quamvis pro diversâ obliquitate aliis atque aliiis lineis explicentur D Q ad Q C, & D G ad G C, D I ad I C, omnes tamen exponuntur comparatè ad eandem B A in triangulo B A Y; in quo ipſæ quoque inter ſe invicem comparari poſſunt. Secundum eſt, quòd ſi obliquitas tàm ſupra, quàm infra parallelam C E æqualis ſit, hoc eſt angulus I C G æqualis ſit angulo G C Q, momenta potentiæ retinentis in H & X æqualia ſunt; inter ſe ſiquidem ſunt ut A P, & A Y, quæ lineæ æquales ſunt; nam anguli P A S, Y A S æquales ſunt ex hypotheſi, & conſtructione, anguli autem ad S ſunt recti & latus A S eſt utrique triangulo commune; ergo etiam per 26. lib. 1. latera A P & A Y æqualia ſunt. Tertium eſt, quòd in lineâ C E parallelá minus virium exigitur ad retinendum globum, quàm in cæteris: nam & linea A S vires potentiæ repræſentans omnium minima eſt, utpote perpendicularis.

Ex his & illud colligitur, quod ſi linea, ſecundùm quam pondus retinetur in plano inclinato, ſit parallela horizonti, eadem eſt philoſophandi methodus. Si enim ſuper plano inclinato A B ſit pondus tangens in C, cujus gravitatis centrum ſit D, & linea retentionis D E horizonti parallela, ducatur

CF perpendicularis horizonti; & Ratio ponderis ad vires retinentes erunt ut CF ad FD. Fiat enim angulus BAH æqualis angulo CFD, qui utique eſt rectus, cum DE ex hypotheſi ſit horizonti parallela, FC verò perpendicularis: ergo ſuper AB, AH æquiponderant pondera, quæ ſint ut AB ad AH; paria igitur ſunt momenta, ſi pondus ad vires potentiæ retinentis in eâdem Ratione ſit ut AB ad AH, hoc eſt ut CF ad FD. Quia enim BAH angulus eſt rectus per 8. lib. 6. eſt ut BA ad AH, ita BG ad GA; eſt autem BG ad GA ut CF ad FD; quia nimirum FC perpendicularis horizonti eſt parallela ipſi AG, & anguli BAG, FCA alterni ſunt æquales per 27. lib. 1. DCA verò eſt rectus ex hypotheſi; igitur & DCF complementum recti æquale eſt angulo ABG: utrumque triangulum eſt rectangulum; ergo ut BG ad GA, ita CF ad FD.

Hinc apparet fieri poſſe, ut ad retinendum pondus in tali ſitu aliquando plus virium requiratur, quàm ad ſuſtinendum illud in perpendiculari; quando videlicet ex inclinatione plani AB conſequitur lineam CF minorem eſſe quàm FD: immò creſcit retinendi difficultas, ſi adhuc retentio fiat per lineam inferiorem horizontali DE, quæ cum perpendiculari CF conſtituat angulum DIC obtuſum; cum enim creſceret linea DI ſupra DF, & IC decreſceret infra FC, eſſet minor Ratio ponderis in perpendiculo ad potentiam obliquè retinentem, quæ proinde major eſſe deberet, ut fieret momentorum æqualitas.

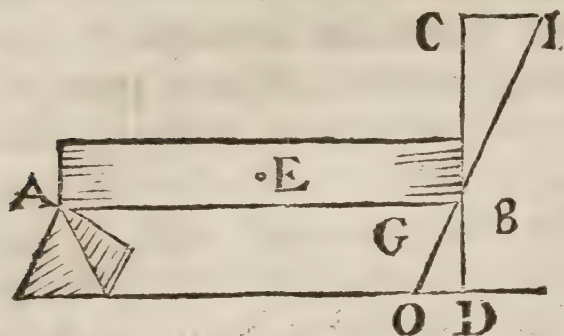
Concipe autem ſublatum triangulum totum BAH, & DC eſſe columnam, quæ in eodem ſitu inclinata retineri debeat: jam ſatis conſtat ex dictis, quâ ratione diſponi oporteat funes, ut qui funium extremitates tenent, minus laboris impendant. Non eſt tamen eadem funis retinentis, & fulcri ſuſtentantis ratio: in ſupponendis enim fulcris illud potiſſimùm attenditur, quòd fulcrum ipſum integrum permaneat, citrà ſciſſionis aut fractionis periculum; id quod habetur, quò magis perpendiculari ad horizontem ſitui proximum collocatur; parùm ſcilicet intereſt,

intereſt, quanto conatu ſubjectam tellurem urgeat modò certiſimus de fulcri ipſius firmitate. Cæterùm ſi tu ipſe fuſtem manu tenens cogaris inclinatam columnam ſuſtinere, punctum autem ſuſtentationis, cui fulcrum applicatur, magis à ſubjecto plano diſtet, vel ſaltem non minùs, quàm centrum gravitatis columnæ, experieris minori conatu opus eſſe, ſi fulcrum axi columnæ perpendiculare ſit, qui ſitus reſpondet retentioni parallelæ plano inclinato, majorem verò adhibendum eſſe conatum, ſi fulcrum cum eodem axe acutum aut obtuſum angulum conſtituat; id quod obliquis elevationibus reſpondet.

Quòd ſi infra centrum gravitatis applicetur fulcrum, jam conſtat hoc ita eſſe collocandum, ut ei idem centrum immineat, alioquin aut columna corruet, aut multis viribus tibi contendendum erit, ut illam ſuſtentes à lapſu; ſi tamen ea ſit complexio tùm inclinationis, tùm obicis columnæ pedem retinentis, ne excurrat, aut elevetur, tùm poſitionis fulcri, ut aliquatenus ſuſtineri columna poſſit, ne prorsùs ruat.

Sed quoniam hîc columnæ mentio incidit, præſtat elevationes corporum, quæ non tota elevantur, ſed eorum altera extremitas ſubjecto alicui fulcro aut plano innititur, altera elevatur aut ſuſpenditur, conſiderare: neque enim hîc reputanda ſunt momenta gravitatis perinde, ac ſi totum corpus elevaretur aut ſuſpenderetur, quemadmodum paulò ante dicebatur; immò verè longè minora ſunt pro ratione diſtantiæ à centro gravitatis, ut ex inferiùs dicendis, ubi de æquilibrio, atque de vecte ſermo erit, conſtabit. Cavendum autem plurimum eſt ab æquivocationibus, quæ obrepere poſſunt, niſi animum advertas ad gravitatem, ſivè per totam longitudinem, quæ movetur, aut ad motum incitari poteſt, diffuſam, ſivè quaſi in unum punctum ibi collectam, ubi elevans applicatur, ut in vecte, aut librâ; hinc enim non modica momentorum inæqualitas oritur. Nam ſi puncto applicationis reſpondeat centrum gravitatis, multò majores ad elevandum, aut ſuſpendendum corpus requiruntur vires, quàm ſi centrum gravitatis à puncto applicationis aliquo intervallo ſejungatur.

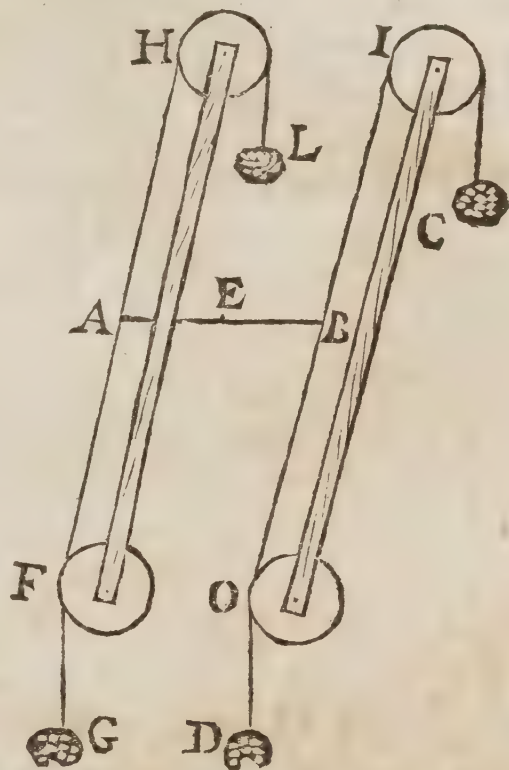
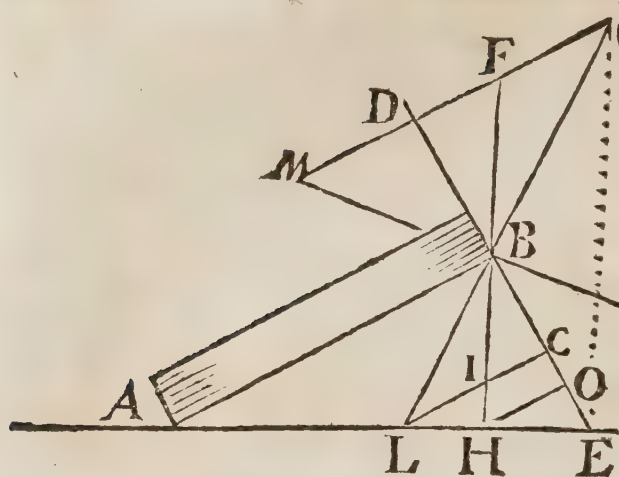
Hinc

C I A E G B O D

Hinc si sit prisma AB horizontaliter collocatum, ejúsque extremitas A innitatur apici pyramidis, altera verò extremitas B suspendatur perpendiculari funiculo CB, vel sustentetur supposito ad perpendiculũ fulcro DB, æqualiter res se habet, & pares requiruntur vires tàm in suspendente CB, quàm in sustentante DB: hæ tamen vires non pares esse debent toti ponderi prismatis; sed quia centrum gravitatis E ab utroque extremo æqualiter distare supponitur, semissis tantùm gravitatis percipitur in B. Quod si in eodem horizontali situ retineatur prisma sivè à suspendente obliquo IB, sivè ab obliquo sustentante OB, utique retinentis, aut sustentantis vires æquipollere debent viribus retinentis aut sustentantis ad perpendiculum CB aut DB. Quemadmodum igitur pondera illa super BO & BD æquiponderant, quæ sunt ut BO ad BD, ita vires, quæ secundùm easdem lineas ac directiones æqualem effectum præstare debent; in eâdem Ratione BO ad BD esse oportet: Vires ergo retinentis BI obliqui ad vires retinentis CB ad perpendiculum sunt ut BO ad BD, hoc est, ductâ parallelâ CI, ut IB ad CB, propter triangulorum OBD, CBI similitudinem.

Ut autem non hîc perperam nos philosophari innotescat, finge sublatam ex A pyramidem, & constitutam in G ita, ut ex B ad perpendiculum dependeat pondus aliquod æquilibrium efficiens cum prismate: quo perpendiculari pondere sublato, ut prisma horizontale permaneat, certum est super plano inclinato BO requiri pondus, quod ad pondus perpendiculare ex BD sit ut BO ad BD: igitur si loco ponderis applicentur secundùm eandem rectam lineam BO vires alicujus viventis, à quo retineatur prisma in eodem situ horizontali, satis apparet conatum debere esse ut BO ad conatum, qui secundùm perpendicularem requireretur ut BD. Sicut itaque conatus deorsum trahens, cum fulcrum est in G citrà centrum gravitatis E, ex inclinatione lineæ, secundùm quam fit, desumitur, ita etiam conatus suspendens IB,

aut

aũt ſurſum urgens O B, cum fulcrum eſt in A ultrà centrum gravitatis E, deſumendus eſt pariter ex inclinatione lineæ, ſecundùm quam applicatur priſmati, comparatè ad conatum perpendicularem C B, vel D B, habitâ ſemper ratione diſtantiæ fulcri à centro gravitatis.

Ne quid verò dubitationis ſuperſit, utrùm O B deorſum, & I B ſurſum trahentium pares ſint vires ſecundùm eandem rectam lineam O I, ſint rotulæ duæ H & F circa ſuum axem verſatiles infixæ extremitatibus regulæ, aut tigilli, & ex funiculo rotularum cavitatibus inſerto dependeant æqualia pondera L & G. Hæc pondera ſibi viciſſim æquiponderare manifeſtum eſt, quemcumque tandem ſitum ſivè perpendicularem, ſivè inclinatum, habeat regula, aut tigillus, cui rotulæ infixæ ſunt. Sit libræ jugum A B æqualiter in E diviſum, circa quod punctum ſtabile moveri queat, & in A adnectatur funiculo H F: ex B autem dependeat pondus D æquale ponderi G, ſed ita obliquè diſpoſitum, ut linea B O parallela ſit lineæ A F. Submove pondus L, remanent G & D, quorum neutrum prævalere poteſt; ſunt enim æqualia inter ſe, & per lineas ſimiliter inclinatas A F, B O agunt. Repone pondus L, & amove pondus G, item removeatur pondus D, & ſurſum ponatur æquale C; aio libræ jugum A B adhuc retinere eumdem ſitum; quia ſcilicet pondera C & D viciſſim æquiponderabant, ſicut etiam G & L: igitur quantum virium habebat pondus D ad æquiponderandum ipſi G, tantumdem virium habet pondus C ad æquiponderandum ponderi L, hoc eſt eidem ponderi G. Sivè igitur in ſuperiori ſchemate conſiderentur vires deorſum trahentes aut ſuſtentantes O B, ſive retinentes I B, perinde eſt, & æqualium momentorum cenſendæ ſunt.

Q

Non jam horizontale sit prisma A B, sed inclinatum, & puncto A stabili innixum: momenta ad descendendum, ac proinde repugnantia ad ascendendum, ut superiùs innuimus cap. 14; æstimanda sunt in plano D C inclinato, quod cum A B angulos facit rectos, & cum horizonte A E concurrit in puncto E. Ducatur per B perpendicularis ad horizontem F H, & ex H ad B E perpendicularis H O. Momenta gravitatis prismatis in perpendiculari ad momenta ejusdem in inclinatâ sunt reciprocè ut inclinata E B ad perpendicularem B H, hoc est per 8. lib. 6. ut H B ad B O, sive (ductâ ex D super D B inclinatam perpendiculari D G secante rectam H F in F) ut B F ad B D, propter similitudinem triangulorum O B H, D B F. Vires ergo retinentes in D ad vires retinentes in F sunt ut D B ad B F.

Retineatur prisma secundùm obliquam G B, quæ producta usque ad Horizontalem concurrat in L. Iterum ex L ad D E cadat ad angulos rectos L C, quæ perpendicularem F H secabit in I: est autem I C parallela ipsi H O; ac propterea per 4. lib. 6. ut H B ad B O, ita I B ad B C, & per 11. lib. 5. ut I B ad B C, ita B F ad B D. Ad retinendum igitur prisma in eodem situ inclinationis B A E per obliquam G B, vires æquipollentes viribus retinentibus in perpendiculari F B esse oportet ut B L ad B I, quemadmodum retinentes per rectam D B sunt ut B C.

Quare datâ corporis inclinatione, cujus gravitas retinenda est in eodem situ, sumatur ejusdem axis transiens per gravitatis centrum, & ad axis extremitatem mobilem ducatur ipsi axi perpendicularis D B, in quâ assumpto quolibet puncto D, ducatur prædicto axi parallela D G, quæ secans lineas quaslibet obliquas, & perpendicularem ad Horizontem, dabit omnium obliquarum suspensionum Rationem: Sic recta D G secans perpendicularem F B & obliquam G B determinat Rationem virium in utrâque suspensione, ut scilicet sint in Ratione B F ad B G, & sic de reliquis.

Quòd

Quòd ſi in gradibus data ſit inclinatio priſmatis, & funiculi obliquè ſuſpendentis declinatio à perpendiculo, ſtatim ex tabulis Sinuum, aut etiam Secantium, apparebit Ratio quæſita linearum: angulus enim, quem perpendicularis ad axem facit cum perpendiculari ad Horizontem, æqualis eſt angulo inclinationis priſmatis; angulo ſiquidem B A E inclinationis priſmatis, æqualis eſt angulus E B H per 8. lib. 6. ac propterea etiam ex 15. lib. 1. qui illi eſt ad verticem D B F. Hinc ſi inclinationis angulus ſit gr. 36. D B ad B F erit ut Radius ad Secantem gr. 36. vel ut Sinus gr. 54. complementi gr. 36. ad Radium. At angulus, quem facit linea obliquæ ſuſpenſionis cum perpendiculari ad horizontem tranſeunte per priſmatis punctum; in quo ſuſpenditur, eſt æqualis angulo, quem eadem ſuſpenſionis linea facit cum perpendiculo tranſeunte per aliud extremum ejuſdem lineæ ſuſpenſionis, cui applicatur potentia retinens: duæ enim perpendiculares prædictæ ſunt inter ſe parallelæ, & linea ſuſpenſionis in eas incidens alternos angulos facit æquales per 27. lib. 1. Si igitur G B à ſuo perpendiculo, quod ex G in horizontem cadat, declinat gr. 25. etiam F B G eſt gr. 25. Totus igitur angulus D B G eſt aggregatum anguli inclinationis priſmatis, & anguli declinationis funiculi ſuſpendentis: igitur D B G eſt gr. 61, & poſitâ D B ut Radio, erit B G Secans gr. 61. Vel ſi comparanda ſit B G cum B F, qui angulus G F B externus per 32. lib. 1. æqualis eſt duobus internis oppoſitis trianguli D B F, erit G F B gr. 126; at F B G eſt gr. 25, igitur F G B eſt gr. 29. Quare B F ad B G eſt ut Sinus gr. 29. ad Sinum gr. 126, hoc eſt ſupplementi gr. 54.

Apparet ex his primò minimas vires exerceri, ſi linea retentionis cadat ad perpendiculum in axem corporis elevati cum inclinatione; quia ſcilicet cum in D ſit angulus rectus, recta B D eſt omnium linearum ex B puncto exeuntium, & in rectam D G cadentium minima: quò autem major fuerit obliquitas, eò etiam majores vires requiri, quia longiores ſunt Secantes angulorum majorum in B poſito Radio B D.

Secundò fieri poteſt, ut pares vires requirantur, ſi linea retentionis faciat cùm axe corporis elevati angulum acutum, ac ſi faciat cùm eodem angulum obtuſum, ut ſi fuerit recta M B; ipſa enim pariter opponitur angulo recto B D M, ac proinde

eò major eſt quàm recta B D, quò fuerit major angulus M B D, qui poteſt eſſe æqualis angulo D B F, vel D B G; quo caſu etiam ipſa B M æqualis erit ipſi B F aut B G. Ex quo ulteriùs ſequitur, ſi à retinente obliquè fiat tractio elevando magis ac magis priſma ſic inclinatum, mutari ſubinde momenta: hoc tamen intercedit diſcrimen, quod trahentis linea initio applicata, ut angulum faciat acutum cum axe priſmatis, in ipsâ tractione ſemper majorem facit cum ipſo axe angulum, donec veniat ad angulum rectum conſtituendum, ut ſi M B traheretur, donec coincidat cùm D B, quæ pariter moveri intelligatur: contrà verò trahentis linea applicata, ut cum axe faciat angulum obtuſum, in ipsâ tractione magis adhuc obtuſum angulum conſtituit, donec tractionis linea (ſi tamen fieri id poſſit) in unam rectam lineam cum axe priſmatis conveniat. Quare in primâ illâ tractione minuitur conatus, in hac ſecundâ augetur.

MECHANICORUM
LIBER SECUNDUS.

De causis motus Machinalis.

INNOTUIT, opinor, quantum ad præsens institutum satis esse possit, centrum gravitatis ex iis, quæ libro superiore dicta sunt: nunc propiùs ad ipsam machinalem scientiam accedendum, quam Mechanicam dicimus. Hæc Geometriæ subjicitur; neque enim, ut illa, puram corporum quantitatem molisque extensionem abstractè considerat, sed quatenus gravitati illigatam aut levitati; nihil tamen solicita de ipsâ corporum materie, auréane sit, an lapidea. Quamvis autem ea quoque Statices pars, quam Hydrostaticen indigitamus, se pariter in corporum gravitate considerandâ exerceat, aliam tamen sibi contemplationem assumit; motum siquidem corporum singulorum naturæ congruentem, pro humorum, in quos incurrunt, diversitate, potissimùm speculatur: Mechanice verò eatenus solùm ingenitam corporibus propensionem in motum aut quietem explorat, ut earum facultati perspectæ vim possit opportunâ instrumentorum machinatione inferre. Quapropter ut certâ methodo machinas oneribus movendis pares construere valeamus, motus machinalis causas antè cognitas habere necesse est, quàm machinas ipsas aggrediamur. His porrò jactis fundamentis operosum non erit inædificare, & machinarum singularum vires, sivè simplices illæ sint, sivè compositæ, exponere: adeò ut iis ritè intellectis, quæ hoc secundo libro disputabuntur, vix quicquam in reliquo opere supersit difficultatis.

CAPUT I.

Quem ad finem Machinæ instruantur.

FInis, quò demum unaquæque actio refertur, primus animo concipitur, præstituiturque, & idonea ad agendum subsidia, quæ deligenda sunt, moderatur. Hinc ille primus nobis in hâc contemplatione occurrit; quem scilicet ad finem machinæ instituantur, instruantúrque, considerandum; ut ad hanc quasi regulam cæteræ causæ dirigantur, & formentur. Fortè dixerit quispiam magnificè, eo consilio machinas à nobis excogitatas, ut naturam arte vincamus; quemadmodum enim scribit Antipho Poëta apud Aristotelem in quæst. Mechan. sub initium, τέχνῃ κρατοῦμεν, ὧν φύσει νικώμεθα. Sed hic planissimè philosophandi locus est, non gloriandi insolentiùs. Quare fatendum est apertè, adhiberi machinas in subsidium infirmitatis; ut quod virium imbecillitas onus loco movere, aut omninò, aut nisi ægerrimè sola nequiret, illud demum facilè, quò libuerit, aut trahat, aut impellat, aut etiam expellat quantumvis reluctans, si machina accedat.

Dupliciter autem insita corporibus gravitas obsistit moventi, si ab alio in alium locum transferenda fuerit: disparibus enim momentis mora infertur motui, si hic fluido in corpore ac sequaci, puta in aëre aut aquâ, perficiatur, ac si suprà solidam consistentemque planitiem raptetur moles, sive Horizonti parallela jaceat planities, sive molli aut arduâ inclinatione erigatur in clivum. Et quidem si solidum in corpus non incumbat onus, sed in aëre suspensum pendeat, ac sursum trahere oporteat, certos ad calculos revocari gravitatis momenta poterunt, quibus machina proportione respondeat: nam quamvis aër aëri præstet tenuitate, non ea tamen est in levitatibus differentia, ut hinc in gravium corporum momentis dissimilitudo notabilis oriatur. Quare sicut laberetur turpiter, qui machinam saxo ab imo mari ad summam superficiem elevando parem instrueret, si nullâ factâ virium accessione illud in aërem extrahi posse sibi

perſuaderet; ita nimis exiguè & exiliter ad calculos revocaret aërem, qui pro diſpari ejus levitate modum machinæ ſtatueret; in materiâ etenim, ex quâ machina componitur, nullus eſt huic minutæ ſubtilitati locus, quæ aciem omnem fugit, niſi cum veritas in diſputatione limatur. Id quod de eâ pariter gravitationis inæqualitate dictum velim, quæ ex inæquali à centro gravium diſtantiâ ortum habet, ut lib. 1. cap. 4. diſputatum eſt: Quia in tantulo Spatio, in quo nos labor noſter exercet, illa momentorum exuperantia ſub ſenſum non cadit. Quo circa ſatis ſupérque habemus, quòd moventis vires ac molis movendæ pondus reputantes ita inter ſe conferamus, ut virium imbecillitas adhibitâ machinâ convaleſcat, & repugnanti oneris gravitati non reſiſtat modò, ſed & præſtare poſſit, nullâ aut loci aut aëris habitâ ratione.

Verùm quàm facile eſt corporis gravitatem cùm ex materiæ ſpecie, tùm ex molis magnitudine inveſtigare; tàm multis difficultatibus impedita res eſt, ſi examinandum ſit, quantùm ex mutuo corporum ſe contingentium tritu retardetur motus: non enim quiſquis pendulum in aëre majoris campanæ malleum poteſt à perpendiculo dimovere, earum eſt virium, ut illum pariter in terrâ jacentem propellere valeat: & decennis puer arrepto fune illigatam cymbam, modicè fluctuante ſalo, ad ſe trahit; quam vix, aut ne vix quidem, robuſtioris lacerti vir dimoveat, ubi arenoſo vado inſederit: cum tamen eadem aut ligneæ cymbæ aut ferreo malleo gravitas innata permaneat. Eſt autem tùm ſubjecti corporis conſiſtentis, tùm impoſiti oneris movendi ſuperficies ſpectanda, quatenus ſe contingunt: Nam ſi lapideum globum pondo 100 in planitie conſtitutum non rotare modo, ſed & rectâ urgere poſſis, non itidem cubum pondere parem & materiâ ſimilem æquali facilitate urgebis; quia ſcilicet globus tenuiſſimâ ſui parte ſuppoſitam planitiem contingens minus invenit impedimenti ex proximè ſubjecti corporis aſperitate, quæ prominulas impoſiti globi particulas remoretur; at cubus longè pluribus ſui partibus plano adhæret, atque adeò multiplicatâ partium hujus in illius partes incurrentium reſiſtentiâ, augeri quoque movendi difficultatē neceſſe eſt.

Quoniam verò obtineri nequit, ut corporum ſe contingentium ſuperficies ſint continuo lævore lubricæ, earum autem

aſperitates

asperitates anomalæ sunt ac multiformes, resistentia indè proveniens sub certam legem non cadit; sed quantum conjecturâ assequi valemus, illa potius ex antiquis experimentis æstimanda videtur, quàm mathematicis ratiocinationibus indaganda. In hoc uno nimirùm facem præferre potest Geometria, ut si reliqua prorsus paria sint, nec alia sit quàm molis aut figuræ dissimilitudo, quantum ex hoc capite movendi difficultas augeatur, minuaturve, innnotescat: cæterùm plenè atque perfectè explicare, quantum resistentiæ ex asperarum superficierum conflictione oriatur, quis nisi temerè conetur?

Posteriori huic malo, quod superficierum aliqua asperitas creat, occurritur, si pingui sequacíque materiâ oblitæ lubricæ fiant: Sic Automatis, rotarum se se mutuâ collabellatione mordentium conversione, horas indicantibus velocitas conciliatur, si quis denticulos oleo leviter perungat: sic plaustrorum tarditatem, equorumque laborem, ut imminuant aurigæ, axes rotarúmque modiolos axungiâ illinunt; & cæmentarij majora saxa attollentes, trochleæ orbiculis sapone perfricatis, quærunt laboris compendium. Hinc Amstelodami passim observatur lubricas fieri trahas ceruisiæ doliis, similíve pondere, onustas; cum enim equus non procul abest à ponte, in quem ascendendum est, is, qui equum agit, centonem unguine delibutum currenti trahæ substernit, ut expressus ex centone pinguis humor inficiat duo illa longiora tigna, quibus traha insistit, ac proinde lubrica machina faciliùs raptetur per vias lateribus stratas. Sic Dio lib. 50. de Augusto loquens. *Audivi eum triremes ex mari exteriore per murum in sinum transtulisse, & loco Palangum, per quos ducerentur, tergoribus animalium recens cæsorum oleo inunctis usum*, Et Silius Ital. lib. 13. v. 444.

Lubrica roboreis aderant substramina plaustris,
Atque recens cæsi tergo prolapsa juvenci,
Æquoream rota ducebat per gramina puppim.

Verùm nec frequens esse potest, nec commodum, remedium hoc ex pingui liquore petitum; illud certius erit ad imminuendam moram ex tritu corporum ortam, quod ea se invicem quàm minimùm contingant. Quoniam verò deducendi oneris superficiem amplam mutare sæpè nequimus, aut illud raptandum trahæ imponimus, quæ non nisi tigillis duobus lævigatis

tis subjectam planitiem tangit; aut in plaustrum injicimus, cujus rotæ solum calcantes dum convertuntur, axem tantummodo terunt, compendio sanè mirabili; nam dum rotæ modiolus axem semel terit, pedes circiter viginti provehitur onus, aut demum sublato corporum mutuo tritu cylindros, vel scytalas illi subjicimus, ut nihil noceat soli asperitas, nisi quatenus hæc cylindrorum vel scytalarum conversionem remoratur.

Huc spectat id, quod non sine voluptate observare aliquando contigit Bononiæ. Tres erant viri nec admodum robusti, qui ut aliquot ingentes saccos farinâ plenos in domum inferrent, paratum habuerunt axem binis rotulis circiter sesquipalmaribus instructum; axi jungebatur crassiusculus temo saccorum longitudinem vix superans. Erecto sacco machinulam applicabant, tùm saccum pariter cum temone reclinabant, & ne temoni incumbens juxtà longitudinem saccus in alterutram partem inclinaretur, duo hinc & hinc retinebant pariter, ac propellebant, ut tertium arrepto temone trahentem labore levarent: Hâc ratione alium atque alium saccum tenuissimo labore in domum importarunt; erectoque iterum temone delapsus est ex machinulâ saccus, stetitque erectus.

Ex his itaque constat in machinâ instruendâ non solùm ingenitæ corpori movendo gravitatis rationem habendam esse; sed & plani, super quo illud deducendum est, jacens-ne sit? an erectum? læve, an asperum? amplâ, an tenui superficie contingat? hinc si quidem varia resistentiæ momenta exurgunt. Illud tamen plerumque contingit, quod si attollendo ad perpendiculum oneri par fuerit machina, illa pariter sufficiat ad onus idem super plano horizontali, aut inclinato deducendum: vix enim fieri potest (nisi summa sit superficierum se contingentium asperitas) ut quantum resistentiæ demitur à plano sustinente, tantumdem addatur ex mutuo prominentium particularum conflictu.

Quamquam & ipsa asperitas facit aliquod laboris compendium: nam licèt continens ac perpetuus non sit motus, sed alternâ quiete interruptus super arduo clivo, modico tamen conatu prohibetur moles, ne prolapsa sisipheum creet laborem; quia aspera superficies motui obsistens efficit ne corporis gravitas deorsum conetur pro plani inclinatione. Satis igitur fuerit

abſolutæ oneris gravitati machinam ita reſpondere, ut illi ad perpendiculum ſuſtollendo cæteroqui impares vires ſufficiant: qui enim valuerit, adhibitâ machinâ, molem attollere, poterit illam pariter, ejuſdem machinæ ope, in plano quocunque trahere aut propellere; ſi maximè cylindri aut rotæ ei ſubjiciantur.

Hîc autem fortè nec à præſenti inſtituto alienum, nec lectori injucundum accidat, ſi quæ, aliquando comminiſci placuit, ſubjiciam, cum narrantem quendam audirem de campanâ ingentis ponderis facillimè agitatâ ſubjectis æneis rotulis, quæ demum longo ævo confectæ diſſipatæ fuere; ſed quonam artificio, quóve ordine diſpoſitæ fuiſſent, ennarrare omninò non poterat. Quare mecum ipſe reputans, quî fieri id potuiſſet, in eam incidi ſententiam, ut exiſtimarem graviſſimam campanam potuiſſe facilè pulſari, imminutâ reſiſtentiâ, quæ oritur ex mutuo fulcri, & axis tritu. Sint enim binæ rotulæ B & C ex ære ſolido, quarum diameter ſit in aliquâ Ratione multiplici ad diametrum axis, cui campana innititur. Axis autem ſemidiameter ſit A E, rotulæ verò B E in ratione duplâ; ergo & periphæriæ ſunt in eâdem Ratione: dum igitur punctum I in H perficit quadrantem, convertit pariter rotulam; cujus peripheriæ ſemiquadranti coæquatur. Quare ſi rotula infixa eſſet axi, cujus ſemidiameter B G eſſet æqualis ſemidiametro A E, fieret affrictus cum octante peripheriæ axis rotulæ B; ſed quia etiam in rotulâ C fieret æqualis affrictus cum ejuſdem axe, jam nihil ferè emolumenti haberetur, quia totus affrictus æquè eſſet, ac ſi quadrans E O in fulcro ſtabili & cavo converteretur: & potiùs laboris in agitandâ campanâ compendium eſſet, ſi rotulæ fixæ hærerent, axis ſi quidem cylindricus cum ſit, ſubjectas rotulas in lineâ tangeret modico ſcilicet tritu; rotularum autem axes concavis earum partibus congruunt in ſuperficie, quæ teritur, dum rotulæ convertuntur: niſi fortè cylindrica axis B G ſuperficies convexa paulò minor eſſet concavâ rotulæ ſuperficie, eæque propterea ſecundùm lineam ſe contingerent,

rent, ut ex 13. lib. 3. facilè est demonstrare; id quod nec rarò contingit.

Verùm non est necesse rotulis B & C tàm solidos axes dare; nam si axis A E toti campanæ oneri ferendo par est, bini æquales axes duplici ponderi resistunt: satis igitur esset, si axes singuli B & C, oneris semissem sustinerent. Cum verò cylindrorum resistentiæ, ne frangantur, sint in triplicatâ Ratione suarum diametrorum, sufficeret inter semidiametrum A E, & ejus semissem duas medias proportione continuâ reperire, quæ enim proximè minor esset ipsâ A E, esset sufficiens semidiameter cylindri subduplam habentis soliditatem ac resistentiam. Sed adhuc minor requiritur semidiameter, quia onus axes rotularum B & C obliquè premit; ex quo fit campanæ gravitationem in axes illos esse secundùm lineas A B, A C, non autem juxtà perpendiculum A D: igitur ut A D ad A B, ita reciprocè gravitatio super A B ad gravitationem super A D: atqui gravitatio in alterutrum axium, ut summum subdupla est totius gravitationis; ergo gravitatio super B A minor est subduplâ. Quâ autem Ratione minor sit constat. Cum enim detur tùm semidiameter A E, tùm etiam B E, nota est tota B A, & B D, pariter, ipsi B E æqualis, nota est; igitur ex 47 lib. 1. etiam A D innotescit, cujus scilicet quadratum habetur, si ex B A quadrato dematur quadratum B D.

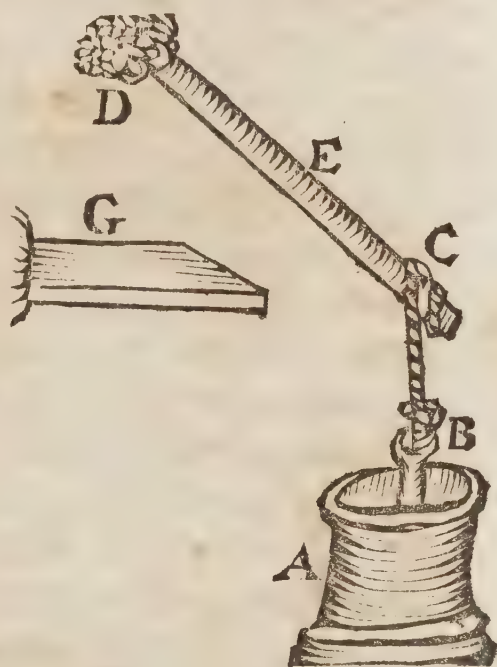
Cum itaque, ex hypothesi, B A sit 3, cujus quadratum 9, & B D 2, cujus quadratum 4, remanet quadratum 5, ejusque Radix 2. 23''. est recta D A: gravitatio igitur super B A ad totam campanæ super utrumque axem B, & C, gravitationem est 223'' ad 600''. Quoniam verò solidorum similium resistentia est in triplicatâ Ratione laterum homologorum (in cylindris autem diametrorum ratio habetur) quærantur duo medij proportionales numeri inter 600'' & 223''. Id quod assequeris, si cujuslibet extremi quadratum ducas in alium extremum, producti enim Radix cubica est terminus proximus illi numero, cujus quadratum assumpsisti. Primi igitur 600 quadratum 360000 duc in 223, & producti 80280000, Radix cubica est $431\frac{1}{3}$ proximè: alterius verò extremi 223 quadratum 49729 ductum in 600 dat 29837400, cujus Radix cubica 310 proximè est alter medius. Sunt igitur quatuor numeri 600. $431\frac{1}{3}$.

310. 223 continuè proportionales proximè, ſpretis fractiunculis. Quare ſi fiat ut 600′ ad 431″, ita ſemidiameter A E ad B N, erit hæc ſemidiameter quæſita ſufficienter reſiſtens.

Quoniam itaque B E dupla eſt ipſius A E, & A E ad B N facta eſt ut 600 ad 431, erit B E ad B N ut 1200 ad 431; & ſecundùm hanc eandem Rationem ſe habebunt ſemiquadrantes ab illis deſcripti. Atqui octans peripheriæ ex Radio B E æqualis eſt quadranti ex Radio. A E; igitur quadrans E O ad ſemiquadrantem ex Radio B N eſt pariter ut 1200 ad 431: Qui igitur affrictus axis campanæ cum fulcro ſtabili & cavo eſſet 1200, rotulæ B cum ſuo axe eſt 431, cui æqualis eſt alterius rotulæ C affrictus cum ſuo axe; ac proinde ſubjectis rotulis, quarum diameter ſit tantum dupla diametri axis campanæ, affrictus eſt ut 862, ad affrictum qui eſſet ut 1200. Si itaque rotularum diameter ad campanæ axem non tantùm dupla, ſed vel tripla, vel quadrupla ſit, multò minor erit affrictus, majorque in agitandâ campanâ facilitas.

Quamvis autem iſtâ conſimilivè diligentiâ induſtriâque plurimum imminui poſſit particularum conflictus, quæ ſe viciſſim terentes moram atque impedimentum motui inferrent; non illa tamen ex eo propriè veréque dicitur motio machinalis, quòd inſtrumento atque apparatu aliquo perficiatur, niſi, ſpectatâ dumtaxat oneris gravitate, potentia illi movendo cæteroqui impar, ſubſidium ſibi comparet ex machinâ. Machina autem non idem eſt, ſi plenè atque perfectè interpretari velis, ac inſtrumentum; licèt enim machina omnis inſtrumentum ſit, non tamen inſtrumentum quodlibet machinæ vocabulum continuò ſortitur, ſi motionem aliquatenùs juvet; ſed illud prætereà efficiat neceſſe eſt, quod ejus ope naturalem ac inſitam vim corporis loco dimovendi ſuperet vis minor extrinſecùs adhibita. Cum ergò onus hærere in ſalebrâ, non ex inſitâ vi, ſed ex proximi etiam atque continentis corporis aſperitate proveniat, & inſtrumenta, quibus hoc tantummodo impedimentum tollitur, idem planè efficiant, quod pinguis humor lubricum parans iter; neque hæc machinæ magis dici poſſunt, quàm centones unguine delibuti, ſi ritè ſubſternantur, neque motus propterea inter machinales numerandus videtur, quorum hîc cauſas veſtigare nobis propoſitum eſt. Quamquam negandum non ſit hæc pariter

ter ad mechanicam contemplationem pertinere; quippe quæ machinis, præcipuo nimirum mechanices ſcopo, affinia ſunt; etiamſi ad illas non velut ſubjectæ partes ad genus revocentur: & inſtrumentis hujuſmodi ſi machinæ appellationem tribuere placuerit, non admodum de nomine diſputabo; res enim hîc ſpectatur, non verba penduntur.

Sed neque hîc diſputare velim, utrùm in motuum machinalium cenſum irrepant, an verò iis ritè annumerandi ſint motus illi, quos ſurſum deorſum, ultrò citróque perficiendos eatenus expeditè, nec exiguo laboris compendio, molimur, quatenus eos intervallis ita diſtinguimus, ut nos quidem corpus deprimamus, ut adducamus, ab alio verò extollatur, aut reducatur: in his ſiquidem ſæpè nihil eſt, quod noſtram imminuat operam, ſi motiones ſingulæ attendantur; quamquam motui univerſo adjumentum importat continens illa conatûs noſtri, alienique ſubſidij, viciſſitudo. Hinc ſi quis ad contundendam in æneo mortario A contumacem aliquam materiam graviore piſtillo ferreo opus habeat, haud dubium quin ei multâ lacertorum vi contendendum ſit, ut illum extollat; cumque operoſius multo ſit inflexum corpus erigere, quàm erectum inclinare, multóque moleſtius brachia tanto pondere pręgravata attollere, quàm eorum gravitati obſecundando deprimere, ſatis conſtat, quantum ſibi laboris detractum eat, ſi ſuperiore in loco tranſverſum tigillum CD circa axem E verſatilem ſtatuat, paribúſque intervallis hinc ex C pendeat fune ſuſpenſus piſtillus B, hinc verò in D plumbea maſſa adnectatur, quâ ita piſtillus præponderetur, ut, nemine hunc retinente aut deprimente, illa aliquanto gravior in ſubjectum prodeuntis è pariete tigni caput G recidens ſponte ſubſidat. Omnis ſcilicet extollendi piſtilli labore ſublato, vel ſolum brachiorum pondus piſtillo additum ſatis eſſe aliquando poterit ad leviuſculè tundendam materiam, licebitque

modò contento, modò remiſſo conatu opus urgere. Id quod pariter continget, ſi operâ unâ opus duplex efficere placuerit; nam ſi ex D plumbeæ maſſæ loco alius pendeat æque, ac plumbum, gravis piſtillus, pondere præpollens elevabit piſtillum B, aliámque viciſſim in altero ſubjecto mortario conteret materiam ſponte ſuâ cadens: cumque piſtillorum gravitates non admodum inter ſe diſpares ſint, neque multum laboris eum ſubire neceſſe erit, cui piſtillum B deprimendi munus incumbit.

Quâ in re, ſi motus univerſus ita tribuatur in partes, ut tundentis quidem motiones ſingulæ ſeorſim ſpectentur, non ille profectò ſe juvari ſentit, quippe quem, præter vires ad comminuendam materiam neceſſarias, conatum quoque adhibere oportet ad vincendam præponderantis plumbi, aut piſtilli gravitatem. Cæterùm ſi totius motûs, qui Arſi pariter conſtat ac Theſi, habeatur ratio, inficiari nemo poterit, minus multo laboris impendi, quàm ſi hæc omnia ſublata intelligantur. Quare nec incongruum prorſus videatur motûs machinalis vocabulum, cum verſatilis tigillus C D ad libræ Rationes manifeſtò revocetur, quam certè ex machinarum albo nemo expungit, niſi qui ſolas quinque facultates, & quæ ex his componuntur, machinas indigitare voluerit, & libram ad vectem referri poſſe pernegarit.

Nec diſſimilis ineunda videtur dicendi ratio, ſi quid alternis ciendum motibus ſic diſponitur, ut, cum primùm quidem movetur, corpus aliud vi flectatur, quod poſtmodum facultate elaſticâ, ſe reſtituens illud viciſſim moveat; quemadmodum paſſim in eorum officinis videre eſt, qui rudes arborum, aut elephantini dentis particulas in toreumata elaborant: primùm enim artifex pede ſubjectum vectem premens, toreuma in gyrum ducit, haſtulámque ſuperiore in loco poſitam pariter inflectit; quæ ſibi mox ſuam reparans rectitudinem, funiculumque cylindrulo verſatili circumplicatum retrahens, illud iterum ſua per veſtigia verſat, ut accuratè exquiſitéque tornetur. Sic aliquid ſubtiliter ac delicatè ſecturus, ut ſerrulam rectâ adducas, reducáſque, operæ tantùm ſemiſſem tibi reſervans, arcum intentum ex adverſo ſtatuito, ac medio nervo ſerrulam alligato; hac enim adductâ magis flectetur arcus, qui ſe ſe mox reſtituens illam viciſſim reducet.

Hæc

Hæc sanè laboris in movendo compendia ex elasmate, vel ex antisacomate petita, quemadmodum & ea, quæ mutuum corporum tritum atque conflictum minuunt, ut pote Mechanico artificio constituta, eumdemque in finem ac machinæ, quibus hoc nomen præcipuè tribuitur, videlicet in infirmæ potentiæ subsidium excogitata, esto illis primas deferant, non tamen omninò rejicerem, si in machinarum censu prodirent, iisque se peterent adscribi. Triplicem enim in speciem tribui posse videtur universum machinarum genus: Prima eas complectitur facultates, quarum ope motui facilitas conciliatur, quocumque tandem ex capite sivè tantummodo ex insitâ in corporibus gravitate, sivè non ex eâ dumtaxat, sed ex partium asperitate movendi difficultas consurgat. Altera est, quæ mutuam quidem corporum se contingentium conflictionem minuit, sed ad vincendam oneris gravitatem ipsi potentiæ momenta non addit. Tertia demùm eatenus per se, quia talis est, moventem juvat, quatenus ejus operam alternam efficit, cum tamen neque gravitatem vincat, neque quod ex partium triru impedimentum oritur, extenuet, nisi cum alterutra, aut utraque superiori specie, amico fœdere copuletur. Alternam autem operam appello, cum in motu ex duplici motione composito alterutram efficit potentia, sivè illæ sibi invicem adversantes succedant, ut Arsis ac Thesis, Adductio atque Reductio, sivè in unam temperentur, ut cum premere simul oportet ac agitare: sic plana vitra expolientes in specula, inter ipsa, & lacunar bacillum inflectunt, qu[illegible] restituere tentans vi elasticâ, speculum validè, quantum opus est, admovet atque applicat ad subjectum planum, adeò ut ad artificem à pressu immunem nil aliud spectet, quàm speculum urgere, retrahere, contorquere. Verùm tametsi de his omnibus in hac tractione passim se offeret dicendi locus, primus tamen disputationis nostræ scopus erit prima illa species, ipsæ nimirum facultates, quarum potissimum momenta expendimus, cum motûs machinalis causas inquirimus.

CAPUT II.

Impetûs motum proximè efficientis natura explicatur.

QUicquid movetur, qualecumque eſt, cauſam habeat moventem neceſſe eſt, ut hoc quidem ſponte ſuâ, illud verò alienâ vi ex alio in alium locum migret. Suopte ingenio moventur tùm corpora gravia aut levia, ut ſi extrà præſcriptum ſibi à naturâ locum conſtituta fuerint, ſuo quæque ordine diſponantur; tùm rara aut denſa, ut ſi per vim hæc extenuata fuerint, illa concreverint, naturæ ſtatum ſibi reparent; tùm animantia, quibus cum à naturâ tributum ſit, ut ſe, vitam, corpuſque tueantur, ſtimulos admovet appetitus, ut ea declinent, quæ nocitura videantur, omniaque, quæ ſint ad vivendum neceſſaria, acquirant, & parent. Vi extrinſecus impreſsâ locum mutant, quæcumque in motu non ſerviunt naturæ, ſed alieno reguntur arbitrio; ut iis contingit, quæ raptantur, pelluntur, in gyrum ducuntur, projiciuntur, & hujus generis motibus cientur.

Quoniam verò gravium, & levium celeritatem naturâ urgente incitari, jaculorum autem, ac miſſilium, motum uſque eò ſenſim langueſcere, ut planè deficiat, obſervamus; etiamſi moventi naturæ, quæ ex Philoſophi decretis ſubſtantia eſt, motûs originem ultimam tribuamus, jure tamen optimo aliquid naturæ ipſi ac motui, interjectum agnoſcimus (Impetum nominamus) cujus intentionem ac remiſſionem velocitas ac tarditas conſequatur. Cum enim eadem deſcendentis lapidis natura perſeveret, nec illa in ſuâ poteſtate ſit, aut optione delatâ, ut eligat utrum velit, motum arbitrio ſuo incitare, aut remittere valeat; quî fieri poſſit, ut deſcendens velocitatem augeat, niſi ei, quem primùm produxit, alium atque alium momentis ſingulis impetum adjiciat? Illud certè extrà omnem controverſiam poſitum videtur, naturam gravem ſponte ſuâ non aſcendere:

dere:

dere: quid ergo illud est, quod eburneum globulum in subjectam rupem delapsum resilire cogit, aut sibi relictum plumbum ex fune suspensum ultrà perpendiculum, naturâ repugnante, sursum provehit, & eò quidem altiùs, quò ex altiore loco globulus aut plumbum deciderunt? nisi quia conceptus naturâ procurante impetus pergit motum efficere, ipsâ etiam naturâ quantum potest, obsistente. Quòd si corpus alienâ vi longiùs emissum moveatur, extrinsecùs impetum imprimi necesse est: quem sanè non concipit, ubi primùm à projiciente sejunctum fuerit; nihil enim prodesset ad longiorem lapidis jactum fundam iterum ac tertiò circumducere, nisi alium atque alium impetum lapis conciperet, quandiù funditori adhærens unâ cum ipso movetur.

Quæcumque igitur moventur, impetum habent, quo feruntur; cui satis probabili conjecturâ, proxima vis motum efficiendi tribuenda videtur. Id quod in projectis quidem, iisque omnibus, quæ naturâ repugnante moventur, ita manifestum est, ut id pluribus demonstrare non oporteat; nulla siquidem adest insita motûs causa; ab impetu igitur illo extrinsecùs impresso motum effici necesse est. At in cæteris, quibus se movendi principium inest, nemo jure negaverit aut in motu impetum acquiri, aut velocitatis incrementum ex impetus accessione oriri: quî enim fieret, ut excurrentes objectam fossam ampliore saltu transilirent faciliùs, quàm nullo præcedente cursu, si in cursu ipso conceptus impetus non augeretur? Jam verò si secundo temporis momento incitatur magis motus, quàm primo, urgente scilicet etiam impetu, quem corpus priore motu acquisivit; hic utique impetus, quem nunc gignere non potest prior motus, cum perierit, extitit pariter cum priore motu: natura igitur movens priore momento & motum effecit & impetum. Atqui impetum ex eorum saltem genere esse, quæ motum efficiant, constat ex velociore motu posterioribus momentis, naturâ prorsus immutatâ, factoque impetûs incremento: contrà verò motu, quâ motus est, impetum non augeri satis indicant missilia, quorum velocitas, dum moventur, sensim elanguescit. Igitur & priore illo temporis momento non motus impetum; sed impetus motum proximè effecit; impetum autem procreavit innata movendi vis; cui idcirco motio tri-

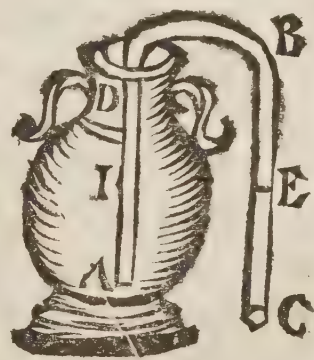
buitur, quia id illa gignit, quod proximè motus consequitur, & ad motum efficiendum natura destinavit. Quid? quòd motui per se, quia ex alio in alium locum continuata migratio est, efficientiam ægrè tribuere possumus: quippe qui, cum in fluxione consistat, ita ut locus loco, seu potius, ut scholæ loquuntur, Ubicatio Ubicationi, priori scilicet pereunti succedat posterior æquè fugax, inferioris notæ censendus est quàm impetus naturâ suâ aliquandiù permanens: labentia enim stantibus deteriora esse, cæteris paribus, quis neget? effectum autem causâ præstabiliorem esse non posse ipsa originis notio suadet, ne quid effectus habeat, quod non acceperit, aut aliquid causa dederit, quo ipsa careret. Non igitur impetum motus, sed motum impetus efficit.

Porrò cum definitas ad agendum vires unaquæque causa obtineat, certa est impetûs mensura, quæ cum innatâ movendi facultate ita adæquatur, ut eo quasi termino circumscripta censenda sit potentia movens, nec unquam validiore conatu possit se ipsa urgere; si tamen omnem impetum antecedente motu assumptum mente secernas. Et quidem omne animal (quippe cui inest appetitio & declinatio naturalis ejus, quod naturæ accommodatum est, aut infensum) non semper universam illam impetûs mensuram exequitur, sed ut vult, ita utitur motu sui corporis, quem aucto aut diminuto impetu modò intendit, modò remittit, pro ut interiore motu, rerumque appetitu simulatur. Contrà verò inanimum non suo arbitrio motûs intentionem moderatur, sed naturæ juribus obsequens nihil prætermittit impetûs, & quantum eniti potest, opportunum in locum, sibique à naturâ constitutum, contendit. Cave tamen existimes parem esse lapidis ejusdem, & in aëre, & in aquâ descendentis impetum: natura scilicet ex medio dividendo, in quo perficiendus est motus, metitur impetûs modum.

Sed quoniam non pauca sunt, quæ motui sæpè adversantur, hinc est non semper eandem esse corporis se moventis velocitatem, quamvis pari impetu producto connitatur: deteritur nimirum tantum impetus, quantum satis est ad impedimentum submovendum. Sivè enim objectum corpus propellendum sit, sivè medij particulæ locum ægrè dantes divellendæ aut comprimendæ sint, sivè connexam molem pariter rapi oporteat, sivè

quid

quid aliud hujuſmodi adſit, cui niſi vis inferatur, ut ex alio in alium locum migret præter naturam, irritus reddatur corporis in motum propenſi conatus; ſatis conſtat illud motu agitandum eſſe exteriùs: atque adeò quantum impetus illi imprimitur oppoſitæ propenſioni æquale, motui tantumdem ſubtrahitur.

In iis ſanè, quæ alienâ vi extrinſecùs moventur, quia infinitè progredi non licet, aliqua demum origo deprehenditur, cui naturalis ſit motus: natura ſiquidem vis eſt ciens motus in corporibus neceſſarios; ita tamen certis tenetur legibus univerſitatis rerum concinnitatem ſpectantibus, ut ne ab iis diſcedat, ſingularibus corporibus vim aliquam inferri permittat, ubi adverſis propenſionibus inter ſe confligentibus validior præſtat imbecilliori. Sic quia nefas eſt aut corpora inanitatibus interjectis conciſa hiare, aut unum in proximi corporis locum, niſi eo recedente, penetrare, aut diverticula flexioneſque in motu ſponte quærere; ideò & liquor in longiore ſiphonis, aut ſpiritalis diabetis, crure deſcendens continuum liquorem in breviore crure aſcendere cogit, totumque ex vaſe demum exhaurit; & rapidè lapſus torrens ſaxa rapit, objectaſque moles disjicit; & ad perpendiculum cadens lapis ſubjectum vitrum comminuit, ſuique veſtigium in terrâ validiùs preſsâ relinquit. Verùm illud firmum ac perpetuum eſt, quòd ubi plus violentiæ opus eſt, parem conatum languidior motus conſequitur. Id quod in ſiphone A B C obſervare in promptu eſt, ex cujus oſculo C inæqualis aquæ copia defluit paribus temporis intervallis: quò enim magis aquæ ſuperficies in vaſe deprimitur, eò lentiùs aqua ex ſiphone dilabitur: quamvis ſcilicet aquæ crus B C implentis pares ſint ſemper ad deſcendendum vires, ſi nihil, aut ſaltem non inæqualiter, repugnet, aquæ tamen crus B D brevius, & B I longius, & B A adhuc longius implentis diſpar eſt in aſcenſu repugnantia; ac propterea cum earumdem virium B C minor ſit Ratio ad majorem reſiſtentiam B I, quàm ad minorem B D, languidior quoque motus eſt deſcendentis aquæ ex B C, cùm graviorem aquam B I, quàm cùm minùs gravem B D ſursùm trahere oportet. At

ſi externum ſiphonis crus ità decurtatum ſit in E, ut oſculum E & aquæ in vaſe ſuperficies I paribus abſint ab Horizonte intervallis, aquam ideò hærere, nec amplius ex E fluere conſtat, quia aquæ B E ad deſcendendum propenſionem, par aquæ B I repugnantia, ne aſcendat, elidit. Quòd ſi demum aquam in vaſe imminuas, ut ejus ſuperficies paulò infra I, atque adeò infra E oſculum deprimatur, non jam aqua hæret in E, ſed ſua per veſtigia in E B remeare cogitur, præponderatâ nimirum majore gravitate aquæ implentis crus paulò longiùs quàm B I, atque adeò quàm B E, quod illi ex hypotheſi conſtituimus æquale; tantóque velociùs ab aquâ interioris cruris raperetur exterior, quantò depreſſior facta fuiſſet in vaſe aquæ ſuperficies.

Hinc itaque fit, ut pro variâ corporis motui obſiſtentis repugnantiâ modò plus, modò minus impetûs reliquum ſit, quo motûs celeritas aut tarditas perficiatur. Et ſi tanta ſit eorum omnium, quæ motui moram inferunt, obſiſtentia, ut ad eam vincendam plus impetûs neceſſe ſit, quàm pro potentiæ facultate, tunc nullus efficitur motus, quo corpus ex loco in locum transferatur, ſed aliqua ex peregrino impetu fit partium compreſſio, aut diſtractio; neque enim omnes corporis particulæ homogeneæ ſunt, aut ita compactæ citrà omnes poros, ut nulla tenuiorum particularum compreſſio aut diſtractio conſequi poſſit. Quod ſi ea ſit corporis per vim movendi natura aut poſitio, ut nullum planè ſivè lationis, ſivè rotationis, ſivè vibrationis, ſivè conſtipationis, ſivè dilatationis motum concipere poſſit, aut violento in ſtatu permanere languido illo impetu, quem vis extrinſeca efficere valeret, nullum quoque impetum recipit; quippe qui idcircò imprimeretur, ut motum præter naturam efficeret, aut ut naturalem motum retunderet, aut etiam prorſus impediret. Quemadmodum enim ſi corporis alicujus ſpecificam gravitatem in aquâ mutari non poſſe conſtet, inferre continuò licet, corpus idem neque raritatem neque denſitatem in aquâ aſſumere poſſe; ex his ſiquidem ſpecificæ gravitatis mutatio oriretur: ita pariter ubi nihil haberi poteſt eorum, quæ impetum extrinſecùs impreſſum neceſſariò conſequuntur, impetum quoque abeſſe non immeritò conjectamus.

Si quis tamen animum diligentiùs adverrat, manifeſtò deprehendet

prehendet corpus idem magis repugnare motui, si celeriùs movendum sit, minùs verò, si tardiùs: sic ferreæ ansæ cubiculi ostio infixæ magnetem armatum applicui, & siquidem paulò velociùs magnetem traherem, disjungebatur ab ansâ; at lentiùs trahentem subsequebatur ostium, magnetis scilicet vim non superans, ubi lentè res peragebatur.

An non oneri, quod potentia præ sui tenuitate propellere non posse videtur, motus, qui momentis singulis sensum omnem fugiat, conciliari potest, adeò ut, si illa quidem constanter urgeat, elapso demùm longo temporis intervallo appareat? Sic incumbentem glebam tenerrimus nascentis frugis cauliculus tandem discutit; durissima marmora scindens caprificus loco movet; & ædificia subsedisse, ac inæquabile solum pressisse, rimæ demùm loquuntur. Tota igitur corporis, quod præter naturam movendum est, repugnantia metienda est, quâ ex principio ipso motum detrectante, quâ ex motûs celeritate, aut tarditate: adeò ut pro variâ horum connexione dispar movendi difficultas oriatur.

Ex quo fit impetu eodem moveri celeriùs posse corpus, quod minorem subit violentiam, tardiùs verò, cui vis major infertur, &, si eadem sit reciprocè Ratio tarditatis ad velocitatem, quæ est minoris violentiæ ad majorem violentiam, parem fore utrobique movendi difficultatem, cùm par sit repugnantia, quæ ex motûs tùm specie, tùm intentione componitur. Si enim moles aliquâ tantâ vi raptetur, ut, quo tempore decies arteria pulsum edit, passum unum conficiat; quantum virium adhiberi oporteat, ut paribus temporis momentis ad tres passus eadem moles promoveatur? utique, si cætera omnia paria sint, triplo majorem conatum adhibendum concedes, intensione extensionem compensante: nam quemadmodum iterùm ac tertiò repetendus fuisset prior ille conatus ad æquale semper spatium pari tarditate percurrendum; ita quamvis conatui conatus non succedat, triplici tamen conatu opus erit, ut tempore eodem motus ille triplo major perficiatur. Nonnè & agricolæ terram subigentes fossione glebarum, tam multiplices adhibent operas, quàm breviori tempore opus absolvere meditantur? Eò igitur magis resistit corpus motui, quò celeriùs agitandum est; contrà verò minùs repugnat, quò tardiùs.

Quare ſi duo ſint corpora, quorum alterum alteri præſtet triplo majori gravitate, atque hæc pari celeritate attollenda ſint, diſparem exigunt conatum pro gravitatis Ratione: ſi par ſit eorum gravitas, motus autem alterius reliquo triplo velocior eſſe debeat, inæqualem pariter exigunt conatum, ſed pro ratione velocitatis: ſi demùm & diſpar ſit gravitas, & inæqualis velocitas, eam eſſe conſtat repugnantiam, quæ tùm ex gravitate, tùm ex velocitate componitur; atque adeò ſi corpus alterum triplo gravius triplo etiam velociùs movendum eſſet, noncuplex eſſet ejus repugnantia; ſin autem triplo levius triplo majori velocitate quàm corpus triplo gravius, moveretur, par eſſet eorum obſiſtentia, paremque conatum exigerent.

Hinc ſatis apertè conſtat, datâ tum reſiſtentiarum, tum velocitatum Ratione, ſi gravitas altera nota ſit, reliquam facilè innoteſcere: ſi nimirùm nota gravitas per ſuam velocitatem ducatur, & in datâ Ratione reſiſtentiarum reperiatur huic producto terminus homologus; quo per ignotæ gravitatis velocitatem datam diviſo, prodibit Quotiens index quæſitæ gravitatis. Sint duo corpora inæqualia, & ad ea movenda requiratur conatus in Ratione ſeſquialterâ, motus autem eorum ſint ut 7 ad 8, & illud quod minùs reſiſtit, moveturque velocitate ut 7, numeret gravitatis libras 4. Reliqui corporis validiùs reſiſtentis, cujus velocitas eſt ut 8, gravitas ſic invenietur.

Libræ 4 ducantur per numerum ſuæ velocitatis 7, & fit 28. Quia igitur reſiſtentiæ ſunt, ut 2 ad 3 ex hypotheſi, & unius corporis reſiſtentiâ, quæ ex gravitate & motûs velocitate componitur, eſt 28, fiat ut 2 ad 3, ita 28 ad aliud, & erit 42 reſiſtentia alterius corporis compoſita ex ejus velocitate & gravitate. Atqui velocitas nota eſt 8; igitur diviſâ totâ reſiſtentiâ 42 per 8; prodibit quotiens $5\frac{1}{4}$ index quæſitæ gravitatis. Quare ad movendas libras $5\frac{1}{4}$ velocitate ut 8, requiritur conatus ſeſquialter conatûs neceſſarij ad movendas libras 4 velocitate ut 7. Eadem eſto de reliquis ac ſimilibus conjectura.

Ex his præterea manifeſtum eſt corporis per vim dimovendi reſiſtentiam ex ſolâ naturâ, & principio inſito, quod motui repugnat, abſolutè definiri non poſſe; motum ſi quidem ab omni prorsùs celeritatis aut tarditatis menſurâ ſejungere non poſſumus; idcircò non niſi habitâ ratione celeritatis, aut tarditatis, ex

ex quibus resistentia componitur, resistentia ipsa innotescere poterit. Quare & impetus à facultate movendi principium habente productus major sit necesse est, quàm dimoti corporis repugnantia; quæ varia prorsùs cùm sit, nunc quidem majorem, nunc verò minorem impetum exigit, ut ab eo vincatur; nam si pares confligerent vires, à neutrâ parte staret victoria.

Quod autem ad ipsam motûs originem spectat, ea, quæ vivunt, ab iis, quæ vitâ omnino carent, secernenda sunt: hæc enim (scilicet non viventia) propterea motum expetunt, ut violentiam, quam subeunt, excutiant, nec unquam à loco, seu statu, secundùm naturam opportuno sponte recedunt; quemadmodum eunti per singula constabit. Sic gravibus & levibus suis in locis quietem natura indixit, non motum; nec deorsum conantur aut sursum, nisi alieno in loco, hoc est, in medio dispari gravitate aut levitate prædito constitutâ: sic quæcumque elasticâ facultate pollent, motum non moliuntur, nisi cum sibi naturalem partium figuram, situmque reparare oportet. At motum, cujus origo vita est, natura perficit, etiamsi nulla præcesserit violentia: sic stirpes dum augentur, & crescunt, earum particulæ locum mutant; sic vitali facultate influentibus per nervos in animaliũ musculos spiritibus, quos animales vocant, intenduntur musculi, motusque membrorum consequitur: quamvis ante motum nec stirpis particulæ, nec animalis membra vim ullã subierint in loco minimè congruo retenta.

Quæcunque igitur ob id ipsum in motum prona sunt, quia vim patiuntur, impetum illicò concipiunt, ac vis iis illata est, quo naturalem locum, seu statum, recipere valeant, licèt sæpè irrito conatu, nisi quatenùs adverso hoc impetu illatam ab obsistente violentiam retundunt, vim aliquam illi vicissim inferentes. Sic onera bajulorum humeros, quibus sustinentur, premunt, aut penduli brachij; ex quo suspenduntur, musculos ac ligamenta fatigant: id quod pariter in corpore inanimo cernere licet; quemadmodum enim ex diuturnâ prementis deorsum ponderis, ac musculorum sursùm urgentium luctâ, dissipatis spiritibus, lassitudo in animali oritur, ita pariter subjectum asserem longâ temporis morâ pondus curvat, aut etiam demùm frangit, & funem, ex quo pendet, non intendit solùm, sed etiam tandem aliquando corrupto particularum nexu disjicit.

Quo

Quo id autem pacto contingat, explicare operoſum non fuerit funiculi texturam conſideranti; ex tenuiſſimis ſcilicet linei aut cannabini corticis longâ maceratione, & plurimâ tunſione extenuati particulis in ſpiram contortis filum cohæret; ex filis autem pluſculis in ſpiram pariter contortis funiculus, & pluribus funiculis craſſiores rudentes conflantur: quod ſi diſſolvatur omnis ſpira, non cohærent funiculi aut fili partes. Spira diſſolvitur factâ in contrarium revolutione; quò autem laxioribus gyris flectitur, eò faciliùs villi ſinguli ex cæteris, quibus implicantur, extrahuntur; & uno ab aliorum communione ſejuncto, amplitudo ſpatij faciliorem exitum proximis relinquit: ex quo fit faciliùs ſemper ac faciliùs poſſe funiculum frangi; filo enim uno rupto, aut extracto, facilior eſt in contrarium revolutio, & ſpira fit amplior, ac reliqua fila faciliùs extrahuntur. Obſervamus autem non rarò appenſum ex funiculo pondus aliquandiu in gyrum contorqueri; dum ſcilicet ſuâ gravitate deorſum connitens intendit funiculum, contorta fila in contrarium revolvuntur. Sed &, quamvis nulla fieret in contrarium revolutio, ſatis conſtat ex illâ intenſione funiculum diſtrahi, ac produci; atque adeò ſpiram laxiorem fieri, paulatimque unum aut alterum villum educi, locumque fieri vaporibus, qui proximum villum corrumpentes faciliori ſciſſioni parant, atque adeò, ſerpente lue, demùm non tot integri ſuperſunt villi, qui poſſint ponderis gravitati obſiſtere, quin diffringantur. Ex quo ſatis apparet ſuſpenſum pondus, licèt non omninò deſcendat, impetum tamen concipere, quo retinenti repugnat, & vim aliquam viciſſim infert.

Nec abſimili ratione in reliquis vim patientibus contingere obſervabimus, ea ſcilicet moliri illicò naturalis ſtatûs reparationem, aliquidque efficere, licèt tenuiſſimum, quod demum appareat, ubi temporis morâ augmentum ceperit. Sic haſtam per vim inflexam ſi continuò dimittas, illa ſeſe reſtituit, facultate elaſticâ; at ſi dies aliquot, aut etiam diutiùs per vim ſinuata permanſerit, ſibi dimiſſa antiquam rectitudinem non reparat; elanguit nimirùm facultas elaſtica, quæ ex violentâ particularum compreſſione aut diſtractione oriebatur. Cùm enim primùm haſta flectitur, particulæ concavam curvaturæ partem reſpicientes comprimuntur, contra verò, quæ convexam reſpiciunt,

ciunt, distrahuntur; quare tùm quæ raræ, tùm quæ densæ factæ sunt, dum vim illicò prorsùs excutere conantur, conspirant, ut pristinam hastæ rectitudinem moliantur: Quod si id non licuerit, hæ quidem aliam ex angustiis evadendi, quâ facilior patet via, rationem tentant, ita ut demùm subtilissimas in rugas crispentur, illæ verò sese ad angustiora spatia sensim recipientes mutuum nexum solvunt, tenuissimosque poros relinquunt, aut si qui priùs interjecti fuerint, ampliùs hiare permittunt. Id quod ubi jam contigerit, frustrà submoves, quæ admoveras impedimenta; & spontè curvaturam hasta servat, nisi fortè particulis omnibus adhuc per tempus non licuerit vim totam excutere; tunc enim se se languidiùs restituunt, pro ratione reliquæ violentiæ. Hinc patet arcum, quò fuerit contentus atque adductus vehementiùs, remitti aliquando, & manualium tormentorum rotas interdum laxari oportere, ne vis elastica languidior facta minùs utilis fiat.

Ex his igitur pauló enucleatiùs explicatis, in quibus longiore temporis fluxu motum aliquem tardissimum contigisse, atque adeò etiam impetum jam tum ab initio statim fuisse productum constat, conjecturam in reliquis capio, & ab iis impetum concipi statuo, quæ aut loco naturali dimota, aut incongruam partium positionem nacta id repetunt, quod natura exigit. Motus autem non pro impetûs tantum, sed & pro resistentiæ modo consequitur.

CAPUT III.

Quâ ratione semel conceptus impetus pereat.

UT impetûs natura, quam inquirimus, explicatiùs atque distinctiùs innotescat, ex quo pariter, quæ corpora, quâve ratione, impetum respuant, intelligamus, hîc nobis est vestigandum, quâ ratione conceptum semel impetum abjiciant: hinc nimirum in uberiorem ipsius resistentiæ notitiam venientes ad explicandam motûs machinalis causam propiùs accedemus.

Et sanè conceptum impetum, naturâ suâ, nec stabilem semper permanere, nec ad unicum temporis punctum durare, satis constat: sivè enim spontè profluat ex naturâ debitum sibi locum quærente, sivè alienâ vi impressus suo loco corpus extrudat, perpetuus esse nequit; omnis scilicet motus terminum habeat necesse est; nam si violentus quidem est, perennis utique non est; sin autem naturalis, quem violentus præcesserit, certis definitur terminis; à loco enim, in quo quietem natura indixit, corpus infinito intervallo non abest, ac proinde ubi eum attigerit, demùm conquiescet, nec impetu perpetuo opus erit, cùm motum cessare oporteat. Sed neque temporis momento circumscribi impetum sivè in naturali motu acquisitum, sive in violento impressum, plura sunt, quæ palam faciunt: ut enim reliqua sileam nullæ essent funependulorum oscillationes, nullus emissæ sagittæ motus, si conceptus impetus illicò periret.

In duo autem veluti genera tribuendus est Impetus ex naturâ dimanans; alius Innatus, seu quasi insitus, alius Acquisitus dicitur, Innatum, seu quasi insitum, voco, non quem corpus jugiter obtineat, sive suo in loco, sive in alieno quiescat; sed eum, qui facultati se movendi præcisè respondet, nullo facto per continuam adjectionem incremento: quandiù enim corpus ita simili secundùm gravitatem corpore circumfunditur, ut naturali in loco consistere dicendum sit, quare conetur motum? conatum autem hîc ab impetu non distinguo: satis igitur citrà quemlibet impetum suo se tutatur in loco per hoc, quod eâ facultate sit præditum, quæ in contrariam partem conniti valeat illicò, ac vis inferri cæperit. Hinc nullum aquæ impetum tribuo intrà aquam consistenti; sed tunc solùm cùm situla plena è lacu extrahitur, ea aquæ pars impetum habet, quæ suprà subjectam lacûs superficiem aëre circumfusa motum expetit, quo suum repetat locum repugnans sustinenti. Impetum hunc, qui naturali se movendi facultati respondet, & est ipsa gravitatio, seu naturalis ad descensum propensio, Innatum voco, & is est, cui extrinseca causa repugnat motum impediens. Quòd si suspensum corpus sibi relinquatur, ita suum in locum contendit, ut vis naturalis æquè semper ad agendum applicata, nec impedita, momentis singulis novum impetum acquirat, qui propterea

Acquisitus

Acquisitus dicitur, & posterior priori additus intensionem efficit: sapienti sanè naturæ instituto; nam si corpora per se ipsa ac suâ sponte mota non accelerarent; sed naturalis motus planè æquabilis esset, tardè nimis locum suum consequerentur; atque adeò augendus continuò fuit impetus, ut & motus incrementum acciperet: at si innatus impetus valdè intēsus esset, corpora nonnisi ægerrimè aliò transferri, aut alieno in loco retineri pro animalium, & hominis utilitate possent; finge scilicet animo tibiam tanto impetu innato repugnare, ne attollatur, quanto impetu in aëre ex 200 passuum altitudine descenderet; quanto id tibi esset incommodo? Quare peropportunum accidit, ut vehemens non esset singularum particularum impetus innatus, qui tamen ubi motum efficeret, novâ accessione posset augeri.

Quod ad impetum Innatum spectat, quem à gravitatione ipsâ & proximâ motus exigentiâ non sejungo, utique frustrà esset, si omni prorsus effectu careret; impetus autem motum aut efficit, aut saltem exigit: propterea illum statim perire autumo, ac fuerit corpus in loco suo: Id quod hoc deprehendes experimento. Scrobem defossâ humo altè excavato; situlam aquæ plenam, & noti ponderis, intrà illam suspendito; tùm aquam in scrobem tantâ copiâ derivato; ut situlam usquequaque circumplectatur: illicò evanescet totius aquæ priùs in situlâ gravitantis pondus, quin & situla ipsa pro gravitatum secundùm speciem dissimilitudine levior apparebit, ut ex Hydrostaticis constat. Periit ergo innatus impetus, quo aqua situlam replens descensum moliebatur.

At impetum Acquisitum non continuò perire, ac eò ventum fuerit, ubi quiescendum esset, hinc saltem disces, quod ligneum globum aquæ cæteroqui innataturum si in sublime attollas, & ex illâ altitudine cadere permittas, infrà aquæ superficiem descendere, ac penitùs immergi videbis; quamquam postea emergat, & ubi aliquoties subsultaverit, demùm pro gravitatum aquæ, & ligni disparitate emersus quiescat. Quæ sanè immersio, nisi Acquisitus impetus adhuc duraret, omninò non contingeret. Verùm nihil rem per se satis abstrusam æquè in lucem evocat, ac funependulorum motus; plumbum enim ex filo suspensum, & à perpendiculo dimotum, ita descendens

arcum deſcribit, ut ferè parem arcum, & vix (aut fortè ne vix quidem) minori tempore aſcendens deſcribat. Cui autem, repugnante plumbi gravitate à naturâ inſitâ, tribuatur aſcenſus, niſi impetui acquiſito dum deſcenderet, adhuc poſt deſcenſum duranti? Quemadmodum verò in deſcenſu poſteriores motûs partes prioribus velociores ſunt, factâ nimirum novi impetûs acceſſione, ita ex oppoſito aſcenſus ex celeritate in tarditatem deſinit, factâ acquiſiti impetûs deceſſione continuâ, donec ita elanguerit, ut gravitas ipſa ſuperet, & iterum deſcendens alternas vibrationes efficiat. Perit igitur Acquiſitus impetus non totus ſimul; ſed ſenſim extenuatur; idque non aliâ ratione, quàm quâ proportione impeditur motus, quocumque tandem ex capite impedimenta oriantur. Cum enim impetus contrarium impetum non habeat, ſi præciſa quidem impetûs natura ſpectetur (quippe qui unus & idem contrariorum motuum origo eſt, ut ex funependulis ultrò citróque ſponte vibratis & ex pilâ luſoriâ deorſum cadente, ac vi concepti impetûs ſurſum reſiliente, conſtat) reliquum eſt, ut pereat pro ratione eorum, quæ aut motui corporis obſiſtunt, aut illud aliò quoquomodo dirigunt.

Præſtat autem hîc funependuli motum paulò attentiùs conſiderare. Sit plumbeus globulus B filo AB connexus clavo in A. Si globulo liceret, quâ impetus innatus urget viâ, deſcendere, utique rectam BC percurreret; ſed funiculo retinente cogitur arcum BK deſcribere, adeò ut ſemper in alio & alio plano inclinato conſtitutus, alia, & alia habeat gravitatis momenta, ut lib. 1. cap. 15 explicatum eſt; hæc autem ſunt pro Ratione Sinuum angulorum declinationis à perpendiculo AK. Quare totum momentum, quod in B eſſet ut AB; ſingulis momentis in deſcenſu libero per rectam BC paribus ſaltem incrementis augeretur (Quicquid ſit an etiam pro Ratione duplicatâ temporum, de quo alias diſputabimus) ſed cum à rectitudine deflectat, cum venerit in D, non additur momentum ut EF, ſed ut ED: ſimiliter in G momentum non

eſt

est ut HI, sed ut HG. Augetur igitur impetus in descensu BK non omninò pro Ratione momentorū temporis, quo motus durat, sed pro Ratione momentorum gravitatis, quæ subinde obtinet minora & minora; pars siquidē impetûs ab insitâ globuli gravitate producti deteritur in intendendo filo, quo retinetur. Quapropter ubi in K venerit per arcum BK, non tantum habet impetûs, quantum si per lineam perpendicularem arcui BK æqualem descendisset; in motu enim ad perpendiculum cum nihil retineat aut impediat, totus impetus ad descensum urget velociùs, quàm ubi repugnat aliquid. Ex quo fit quod, cùm arcus BK ad Radium AB, hoc est ad BC æqualem, sit proximè ut 11 ad 7, ex Cyclometricis, multò plus temporis in percurrendo arcu BK, quàm in rectâ BC, insumitur; tardiùs scilicet movetur quàm in perpendiculari, quæ ad BC esset ut 11 ad 7. manente itaque, quamdiu corpus naturâ urgente movetur, impetu acquisito, qui resistentiam excedit, in fine descensûs in K totus impetus est ut aggregatum omnium Sinuum Quadrantis: at in perpendiculari BC in fine descensùs in C esset ut aggregatum omnium parallelarum ipsi AB in Quadrato AC; ac propterea (in re Physicâ si liceat cum geometrizantibus per Indivisibilia ratiocinari) erit impetus per arcum BK acquisitus ad impetum per rectam BC acquisitum ut Quadrans ABK ad Quadratum AC, hoc est ut 11 ad 14, ex iis quæ in Cyclometriâ demonstrantur.

Quoniam verò ubi ad perpendiculum AK globulus descendens venerit, nihil objicitur, quod motum prorsùs impediat, quin ad easdem partes pergat ferri ex præconcepti impetûs directione, non sistit in perpendiculo; sed ulteriùs pergens ascendit, nec nisi per arcum circà centrum A, funiculo scilicet retinente. Sed jam repugnat ascensui gravitas plumbi, non quidem quantum in perpendiculo KA, verùm pro ratione Sinuum angulorum declinationis; qui cum semper ascendendo crescant, major est etiam momentorum gravitatis Ratio nitentium contrà impetum descendendo acquisitum. Quare tantum abest, ut novus singulis temporis punctis impetus sursum directus producatur, ut potius ex eo tantumdem dematur, quanta est ascendentis plumbi repugnantia. Hinc est ascensum initio velociorem esse, quia adhuc multus est impetus acquisitus, & pro

Sinuum declinationis brevitate, exigua illius pars deteritur, atque adeò motus efficitur celerior: quia verò diminuto ſenſim impetu,& auctis cõtrariæ gravitatis momẽtis pro Sinuum declinationis incremẽto,minor fit ipſius impetûs ad contrariũ niſum Ratio,tardior ſequitur motus,& plus acquiſiti impetûs perit,donec demùm prorſus evanuerit, & ſuperante gravitate globulus iterum deſcendat. Quamvis autem ſi poſitio ſola ſpectetur, iiſdem Reciprocè gradibus minui videatur impetus, quibus fuit auctus, totidemque momentis temporis, ita ut quantum poſtremo temporis puncto acceſſit, tantumdem primo decedat, adhuc tamen aliqua eſt obſiſtentiæ appendicula ex aëre dividendo, ac propterea paulo ampliùs extenuatur impetus acquiſitus, quàm pro Ratione incrementi Sinuum declinationis: quò autem velocior eſt motus, magis etiam aër dividendus comprimitur, denſatúſque plus obſiſtit quàm rarus; quòd ſi medium non fuerit compreſſionis capax, ſaltem æquali tempore plures medij partes ſcinduntur, quàm in motu tardiori, ac propterea etiam multiplex eſt medij reſiſtentia: Ex quo fit arcum aſcensûs paulò minorem ſemper eſſe arcu deſcensûs, &, cum viciſſim globus remaneat ex humiliore loco ac priùs deſcendens, breviorem pariter ſecundi aſcensûs arcum perfici, atque ita deinceps, ut ſervatâ eâ in motu ſemper minori reciprocando conſtantiâ demum quieſcat in perpendiculo.

At, inquis, dura magis obſiſtunt corpori, ejúſque motum validiùs impediunt, quàm mollia, quæ dum ſe comprimi patiuntur, & loco pauliſper cedunt, motui aliquantulùm & ex parte obſecundant: ſi igitur pro Ratione impedimenti debilitatur acquiſitus impetus, minus detrahitur impetûs corpori, quod ex alto decidens à ſubſtratis paleis excipitur, quàm ſi ad ſaxum allideretur; vehementiùs igitur à luto quàm à ſaxo reflecteretur, contrà quàm docet experientia.

Fateor eburneum globum ſegniùs reſilire delapſum in glebam humore perfuſam, quàm in marmor; non tamen his conſequens eſt, ut impetûs acquiſiti diminutioni alius ſtatuendus ſit modus, quàm ex impedimento: ubi enim globus cadens extimam ſubjecti corporis ſuperficiem attigerit, non quieſcit, ſed pergit moveri, aut deorſum comprimendo corpus molle, aut illicò ſursùm reflexum à duro. Ita autem á corpore molli excipitur,

cipitur, ut licèt hoc cedat, impediat tamen & remoretur motum; ac proinde quò magis cedit subjectum corpus, eò diutiùs movetur globus cum ipso, vel intrà ipsum; atque interea plus impetûs perit: quid igitur mirum, si languidiùs postea resiliat, cum exigua impetûs portio reliqua sit? Quòd si durũ esset subjectum corpus, impetu nondum debilitato reflecteretur validiùs. Hinc fieri potest adeò molle esse subjectum corpus, ut dum illud penetrat decidens globus, tantum impetûs deperdat, ut, quod reliquum fit, non satis sit ad vincendam insitam globo gravitatem, qui propterea neque resilire valeat. Quamvis itaque corpus molle minùs obsistat quàm durum, diutiùs tamen resistit; & per aliquot momenta aliquoties diminutus impetus minore mensurâ, eò decrementi venire potest, ut magis imminutus demum fuerit, quàm si unico momento magis obstitisset corpus durum. Cæterùm paribus momentis plus perit impetûs ex allisione ad corpus durum, quàm ad molle, quippe quod magis opponitur motui. Porrò huic rei explicandæ similitudo aliqua peti posset ex luce, cui sanè si contingat per medium diaphanum quidem, sed densum, pergere, languidiùs multò reflectitur à speculo, in quod incurrit, si densioris medij longior fuerit tractus, quàm si brevior, perinde atque eò minùs reflectitur corpus, quò molliori magísque subsidenti corpori occurrit. sed quoniam quæ de luce dicenda essent, fortè obscuriora acciderent, ab hujusmodi similitudine prudẽs abstineo.

Sed ex illud est in durorum corporum collisione observandum, quod aliqua particularum compressio aliquando contingit sivè in alterutro, sivè in utróque, quæ se facultate elasticâ restituentes motum reflexum juvant: id autem manifesto experimento constat in pilâ ex gummi, ut vocant, Indico, quæ ad terram elisa frequentissimè subsultat; at ubi in corpus molle incidit, neque hujus neque illius partes violentam compressionem subeunt, quam sese restituentes excutere debeant. Sic & pilâ in sphæristerio ludentes satis nôrunt eam validiùs reflecti objecto recticulo, quàm ligneo batillo; intenti scilicet nervi ex contortis siccatisque animalium intestinis reticulum constituentes cùm pilæ ictum excipiunt, flectuntur quidem aliquantulum; sed illicò sibi pristinam rectitudinem reparantes pilam excutiunt (id quod ligneo bastillo non contingit) novoque hoc

impetu

impetu auctus reliquus pilæ impetus motum quoquè efficit majorem: quòd si in reticulo flaccidi, & remissi sint nervi, languidè pila reflectitur.

Ad quandam autem reflexionis speciem pertinere censenda est concussio, sive vibratio, aliquarum saltem corporis partium, ubi totum ex reliquo impetu resilire nequit: sic corpus ita attollens, ut summis pedibus innitaris, postmodum recidens in talos, eò validiorem partium concussionem percipies, quò velociùs recides. Simile quid etiam in inanimis contingere ratio suadet, neque enim ita semper solida aut prorsus homogenea tota moles est, ut nullæ omninò partes concuti valeant: quin etiam allisi corporis partes, si non adeò tenaci vinculo inter se cohæreant, ex reliquo impetu aliæ aliò distractæ desiliunt.

Hinc, docente naturâ, ex alto desilientes ubi terram pedibus attigerint, genua antrorsum inflectunt, quasi calcaneis insessuri, ne conceptus ex saltu impetus superiorem corporis partem deorsum validiùs urgens subjectas tibias, & genua ita premat, ut inde divisio aliqua membrorum, aut ossium luxatio, aut nervorum seu tendinum nimia distensio dolorem gignat: hoc autem valet illa genuum inflexio ad extenuandum impetum, quod & flexili mollitiâ subsidens terra uliginosa, si quando lapis in eam ex alto deciderit. Sic Atlas Sinicus pag. 123. in XI. Provinciâ Fokion, ubi sermo est de flumine Min, quod violento cursu per saxa volvitur, ait naves, quibus ibi navigatur, ex diverbio vocari *Papyraceas, eo quòd tenuibus ac minimè resistentibus constent asseribus, imò ne clavis quidem compaginatis; sed vimine quodam lentissimo; unde tametsi in saxa impingat navis, sæpè tamen minimè rumpitur, quia vix resistit.* Et pag.127. de catadupis aquarum in flumine per quod ad Jenping navigatur loquens ait. *Cum naves transeunt, ne cum aquâ decidentes fractionis incurrant periculum, scitè præmittunt nautæ aliquot straminis fasces, ad quos navis leviùs impingat, ac transeat.*

Jam verò ad impetum extrinsecùs impressum mentem oculosque intendentes non illum semper momento perire animadvertimus, aut illicò, ac externus agitator cessat.

Unde enim fit, ut concitato navigio, cùm vela nautæ contraxerunt, aut remiges inhibuerunt, retineat tamen ipsa navis motum & cursum suum, intermisso ventorum incursu, pulsúve remorum?

remorum? nisi quia navis, etiam nullo impellente, vi impressâ urgetur. Quid rhedam cursu procedente faciliùs quàm initiò promovet, equis licèt languidius connitentibus? cúrve onus aliquod ingens protrudentes, aut trahentes hoc maximè cavent, ne contentionem illam quies interrumpat, experientiâ satis edocti incitatum semel minori labore propelli, quàm commoveri quiescens? nisi quia reliquus ex priore motu impetus adhuc perseverans posteriorem motum juvat. Hoc tamen tria hæc differunt, quòd onus, cessantibus iis, qui protrudebant, consistit illicò (nisi fortè volubilitatem habens, aut subjectis cylindris innixum, adhuc modicum quid volvi aut progredi pergat) rheda currentes equos subitâ funium abruptione disjunctos sequitur ad passus aliquot non adeò multos pro viæ æquabilitate præcedentisque velocitatis ratione; navigium verò submissis antennis, remísque cessatione torpentibus aliquandiu, intervallo non sanè contemnendo, provehitur. Oneris scilicet motui, cui volubilitatem neque ars, neque natura dederit, impedimento est ipsa extremitas aspera subjectam planitiem salebris quandóque non carentem contingens, gravitasque ita validè premens, ut major futurus esset partium tritus, quàm pro impetûs modo, qui reliquus esset, superari posset: Id quod currenti rhedæ idcircò non contingere planum est, quia licèt nihilo levior sit quàm onus protrusum, minùs tamen rotarum modioli leniter cum axibus confligentes motum retardant. At navis sponte suâ innatans, ventorum incursione, remorúmve pulsu diutiùs acta, vix, aut fortè ne vix quidem, mole suâ reluctatur, nisi quatenus diffindenda est aqua; nec sinè multo facilitatis compendio, prior siquidem unda, quam prora impellens excitat, aliam ante se urget ad easdem partes: propterea impressus navi impetus modicum nactus impedimentum diù durat, illámque promovet. Quare idem de impetu extrinsecùs assumpto dicendum est, quod de acquisito; nimirùm minui pro Ratione eorum, quæ instituto motui obsistunt, aut etiam prorsùs perire.

Præter ea autem quæ utrique motui tùm naturali, tùm violento æquè opponuntur, (cujusmodi est medium dividendum, objecti corporis occursus, aut contingentis tritus atque conflictus, retinaculum, quod certo limite motum definiat, & alia

id genus) illa est externo impulsui peculiaris repugnantia, quæ ex inhærente corpori gravitate oritur, sivè illi innatus impetus, sive acquisitus modum statuat. Neque id simpliciter tantùm, sed comparatè considerandum est, quam scilicet in plagam impulsus motum dirigat, & quatenus gravitatis propensioni opponatur. Quemadmodum enim qui in pilâ aromata pinsunt, nihil repugnantem, quin & impulsui obsecundantem, experiuntur pistilli gravitatem deprimentes; contrà verò attollentes fatigat eadem gravitas directò deorsum urgens; medium autem quiddam tenet in obsistendo, si motio transversa contingat; sicut experiri licet, si ex funiculo pendens idem pistillus à perpendiculo dimoveatur; minore enim conatu opus est: ita quò minùs in oppositam gravitati plagam dirigitur impulsus, eò etiam diutiùs perseverat minus habens impedimenti. Hinc est quod gravitas æquabiliter toto corpore fusa si aut ex centro suspendatur, aut coni apici insistat, levi negotio, ac satis diù, in gyrum convertitur; innatum videlicet gravitatis impetum vis ipsa suspendens aut sustentans elidit; nihil verò impulsum remoratur præter aut funiculi suspendentis spiras paulò spissiores, aut tritum cum subjecto cono, aërisque dividendi resistentiam; quæ tamen si tollatur in corpore orbiculari circà centrum commoto, etiam longior fit conversio. Sic ferream sagittam palmarem crassiusculam instar acûs magneticæ in æquilibrio constitutam levissimo impulsu ac diutissimè in gyrum agi observavi; vix enim acutissimum verticem, cui innitebatur, terebat, & aëris intrà eumdem gyrum circumducti modica erat resistentia. Id autem multo luculentiùs apparet in verticillo, cujus axem perpolito alveolo insistentem extremo pollice ac indice leviter comprimens, ac paulò celeriùs vertens, eò diuturniori vertigine contorqueri videbis, quò pauciores minoresque offenderit in subjectâ tabulâ asperitates, ad quas allisus paululùm inclinetur, aut alió reflectatur.

Quòd si magnetis polo ritè armato chalybeum axiculum congruo verticulo instructum admoveris, ut planè à magnete suspendatur, tùm summis digitis opportunè axem terentibus vertiginem ei delicatè ac molliter conciliaveris, miraculi loco tibi erit tàm diuturna conversio; quippe cui non subjecti alveoli asperitates saltitare cogentes, non gravitas ipsa premens, tritum-

que

que augens, non suspendentis funiculi violenta contortio obsistunt, motúmve aliquatenus impedientes impressum impetum imminuunt; sed magnetico radio suspensus intra se perpetuò volvitur lævissimum chalybem magnetis polo adhærentem lenissimè terens.

Illud etiam in motu, qui ab extrinseco provenit, considerandum est, quòd contingere potest duos adesse motores, qui corporis motum in diversas partes dirigant: quare alter alteri obsistit, & motus ex duplici directione compositus is est, qui non respondeat mensuræ duplicis illius impetûs, si singuli integrè accipiantur. Constat enim, si æquabili & æquali conatu urgeant corpus, moveri aut per diametrum Quadrati, si directiones sint ad angulum rectum constitutæ; aut per Diagonalem lineam Rhombi, si directiones obliquæ sint: si verò æquabiles quidem sint, sed inæquales conatus, per diametrum Rectanguli aut Rhomboidis moveri, pro ut ad rectum aut obliquum angulum directiones sibi invicem respondent. Semper autem minor est motus quàm pro duorum illorum impulsuum ratione; diameter siquidem brevior est aggregato duorum adjacentium laterum. Quòd si æquabiles non sint impetus, vel saltem alter æquabilis sit, alter acceleratus aut retardatus, linea curva describitur; quæ pariter minor est duabus rectis, quæ vi singulorum impetuum describerentur; ab illis si quidem continetur.

Hic tamen advertendus animus est, & observare oportet æquabilem impulsum (si continuus sit, nec morulis interruptus) esse non posse, nisi ab animali semper æqualiter conante efficiatur; quia gravium descensus naturaliter acceleratur; elasmata verò dum se restituunt, semper languidiùs singulis momentis conantur, si quidem virtus elastica consideretur: quamquàm posteriore momento quod est reliquum prioris impetûs, intensionem efficit additum posteriori licèt remisso. Vix igitur contingere potest motum unum à duplici impetu extrinsecùs impresso fieri per lineam rectam nisi corpus à duplici motore æquabiliter urgeatur.

Cum itaque impetus acquisitus, aut aliundè impressus, sit qualitas propter motum instituta, quæ non nisi in motu producitur, ita pariter nisi in motu, & cum motu non conserva-

tur. Quare ſi corpus eò deveniat, ut nullo prorſus pacto agitari queat, aut interiore motu cieri, quo momento impeditur motus, ne ſit, eo momento impetus perit, ceſſante videlicet causâ effectivâ ab ejus conſervatione eo ipſo quod ceſſat finis, propter quem impetus eſt. Quod ſi impedimentum occurrat non prorsùs motum tollens (ut ſi globus in plano horizontali rotatus veniat ad planum inclinatum, per quod ex concepto impetu aſcendat) tunc pro ratione impedimenti extenuatur impetus, donec tandem pereat.

CAPUT IV.

Quâ ratione vis movendi cum impedimentis comparetur.

MOtus omnis nec in oppoſitas, nec in diverſas plagas, ſed per certam lineam dirigitur; unico quippe in loco, non in pluribus, eodem temporis puncto eſſe poteſt corpus.

Nihil igitur motui moram & impedimentum inferre poteſt, niſi directò aut obliquè illi ſecundùm eam lineam, per quam inſtituendus eſſet, antè, ponè, ad dextram, ad lævam, ſurſum, deorſum opponatur. Si enim duo corpora eâdem pergerent viâ, & maximâ velocitatis, aut tarditatis conſpiratione conſentirent, tunc neque poſterius ab eo quod antè eſt, traheretur, neque prius à poſteriore urgeretur, neque alterum alteri impedimento eſſet. Hinc manifeſtum eſt non poſſe impedimentum ſuperari, quin ei vis aliqua inferatur.

Rem porrò univerſam duas in partes tribuere poſſumus, ut duplex Reſiſtentiæ genus ſtatuatur; Formalem alteram, alteram Activam ſcholæ vocarent. Corpus enim, quod obſtat, aut retinet, ſi motum prorsùs nullum conetur inſtituto aut deſtinato motui adverſantem, reſiſtit quidem, ſed Formaliter; nihil ſcilicet efficit, quo repugnet, ſed ſuo tantùm ſe tutatur in loco: Sin autem & contrà nitatur, aut retrahat, jam non obſiſtit ſolùm, ne loco per vim dimoveatur; ſed etiam impetum in con-

trariam

trariam plagam directum efficit, cujus vi motum impedit, ac propterea Activè reſiſtit. Huic autem verbo, cùm *Reſiſtere* dicimus, ſubjecta notio eſt, in causâ eſſe ne motus fiat, aut ſaltem non eâ velocitate, quæ virtuti movendi non impeditæ cæteroqui reſponderet. Sic paries, in quem incurris, tibi reſiſtit Formaliter, ne procedas, & aqua ſtagnans, cui collo tenus immergeris, progredienti reſiſtit Formaliter, ne velociter, ſicut intrà aërem movearis pro ratione impetûs, quo conaris progredi: qui verò occurrens te repellit, ut ſi coneris contra ictum fluvij, non Formaliter tantùm, ſed etiam Activè reſiſtit; non ſolùm enim obſtat, quia ejus in locum ſuccedere non potes, niſi eum loco dimoveas, ſed etiam tibi adverſum impetum imprimit, ut te loco extrudat.

Cum itaque impedimenta motûs externo impetu ſubmovenda ſint, virtus autem movendi certa ſit ac definita, conſtat vires omnes, quæ in corpore promovendo, ſi nihil obſtaret, exercerentur, duas in partes diſtrahi, ad movendum ſcilicet corpus, & ad tollenda impedimenta, Concipit igitur impetum, qui motum efficiat, & obſtanti corpori impetum imprimit, ut loco cedat. Quid igitur mirum, ſi diſtractis viribus languidior ſequatur motus? Quia verò quò majori velocitate corpus obſtans propellendum eſt, aut trahendum, majori quoque impetu impreſſo opus habet, palàm eſt majorem quoque in propellente, aut ſecum rapiente, impetum requiri, ut majorem reſiſtentiam vincens ſe ipſum pariter moveat.

Hîc autem quid monuiſſe oporteat vim reſiſtendi ſuperandam eſſe à virtute movendi? quis enim ambigat, an, ſi pares illæ fuerint, nullus futurus ſit motus? Quòd ſi impedimentum prorsùs immotum adversùs conantem perſtat, nullum pariter recipit impetum; qui ſcilicet, etiam ſi priùs fuiſſet, motu ceſſante periret. Hinc in animali defatigatio membrorum oritur, quando prorsùs in irritum conatus cadit; impetus enim, quem concipit, ut æqualem motum imprimeret impedimento, ſi hoc ſuperari poſſet, in animali ipſo motum aliquem efficit, ſed quia progredi vetatur ab oſtante aut retinente impedimento, impetus ille non totius animalis motum ulteriùs promovet; ſed membrorum partes alias comprimit, alias diſtendit, unde & dolor aliquis, & laſſitudo provenit. At ſi corpus, cui motus debetur,

cùm inanimum ſit, nequeat impetum, quemadmodum animantes, ex arbitrio temperare, & quia ſolidum eſt ac durum, nullam pati compreſſionem aut diſtentionem partium poſſit, ſicut & corpus obſtans aut retinens compreſſionem omnem aut diſtentionem reſpuit; tunc nullum concipit aut imprimit impetum præter innatam gravitationem, aut levitationem, cùm per vim in loco non debito detineatur. Ex hoc conjecturam capere licet de eo, quod contingit, quando virtute movendi reſiſtentiam vincente impedimentum ſubmovetur; impediri videlicet, ne producatur motus, juxta reſiſtentiæ modum atque menſuram; quæ ſicuti non quâlibet minimâ vi ſuperari poteſt, ita majori cedit.

Verùm quonam id pacto contingat, ut explicare conemur, illud obſerva, quòd ſi corpus idem quadruplo velociùs moveri debeat, ac moveretur priùs certâ impetûs menſurâ, utique quadruplo majorem impetum exigit, ut pro impetûs intenſione aut remiſſione velocior aut tardior ſequatur motus. At ſi corpus aliud movendum quadruplo gravius exhibeatur, in hoc impetus ille quadruplex ſubquadruplam efficiet intenſionem, ac propterea etiam motum habebit tardiorem, ſi cætera ſint paria, pro impetûs intenſione. Si cætera, inquam, ſint paria; ſæpè enim aër, aut aqua plus velociori motui reſiſtunt, quàm tardiori, & moles major efficit, ut non omninò velocitas intenſioni impetûs reſpondeat. Hæc tamen nunc mente ſecernamus, perinde atque ſi nihil officerent motui.

Quoniam igitur motus ab omni velocitatis aut tarditatis menſurâ ſejungi nequit, finge corpus per vim movendum hujuſmodi eſſe, ut ſpectatâ mole ſeu materiâ, ac ſpecificâ gravitate, ad percurrendum ſpatium paſſuum 100 unius horæ quadrante, indigeret impetu, cujus intenſio eſſet particularum 4 in ſingulis corporis movendi partibus: molem autem, exempli gratiâ, diſtinctam concipe in particulas 100 minimas. Quare ſpectatâ tùm extenſione tùm intenſione impetûs, neceſſe eſt illi à motore imprimi impetûs particulas 400. Quòd ſi corporis per vim movendi moles ac materia eſſet quadruplex alterius, ſi nimirum ratione materiæ extenſionis particulas haberet 400, jam impetus idem ſubquadruplam efficeret intenſionem, & ſingulæ impetûs particulæ ſingulis corporis particulis ineſſent; atque adeò

adeò etiam hujus velocitas eſſet ſubquadrupla prioris velocitatis: par tamen utrobique eſſet, illud quidem velociùs, hoc tardiùs movendi difficultas, cum in utroque particulas 400 impetûs produci oporteret; utriuſque enim impetûs extenſiones & intenſiones eſſent Reciprocè in eadem Ratione. In corpore itaque, ex quo motus originem ducit, tanta vis movendi ineſſe debet, ut & corpori impedienti, quod ſubmovetur, congruentem motui impetum imprimat, hoc eſt particulas 400, & ipſum ſe pariter promoveat: nihil enim accepto extrinſecùs impetu agitatur à motore prorsùs immoto, ut eunti per ſingula patebit.

Jam verò quoniam idem corpus modò remiſſiùs, modò concitatiùs moveri pro impetûs intenſione videmus, probabilis conjectura eſt in iis, quæ non ſuo arbitrio, ſed naturæ reguntur imperio, totum impetum produci, qui virtuti efficiendi reſpondet: hæc autem in impedimento, cujus reſiſtentia vincitur, impetum eâ intenſionis menſurâ imprimit, quæ illi motûs velocitatem conciliet ipſius corporis moventis velocitati congruentem, adeò ut movendi facultas totas ſuas vires exerat partim impetum imprimens ſubmovendo impedimento, partim motum efficiens in ipſo corpore: ex quo fit quod eò remiſſiorem motum in ſe motor efficiat, quò major ſecundùm intenſionem impetus impeditur ab impedimento. Sic plumbeus globus bilibris, ſi, funiculo excavatæ volubilis orbiculi curvaturæ inſerto, connectatur cum globulo ſubduplæ gravitatis, non eâ velocitate deſcendit, quâ deſcenderet ſibi relictus abſque ullâ appendice; velociùs tamen movetur, quàm ſi eſſet globuli adjuncti tantùm ſeſquialter; quia ſcilicet ut ad æqualem velocitatem temperentur motus tùm impedimenti ſurſum, tùm corporis moventis deorſum, minor intenſivè impetus impediendus eſt à globulo ſubduplo quàm à ſubſeſquialtero; ac propterea major eſt ſecundùm intenſionem reliquus impetus motum efficiens concitatiorem.

Quòd autem à globo deſcendente imprimatur impetus globulo, quem ſurſum trahit, hinc conſtat, quod ſi globulus ille non ſit admodum gravis, tùm demum ſubſilit, ubi globus velociter deſcendens ſubjectum planum attigerit: quid enim illum ſubſilire cogeret quieſcente jam globo, à quo trahebatur, niſi adhuc aliquid impreſſi impetûs remaneret? At quòd impreſſus

preſſus hîc impetus non ab ipſo motore, ſed ab impetu, quem ille concepit, proximè efficiatur, hinc ſibi ſuadent plures, quia ex alterâ parte impetum ab impetu produci poſſe manifeſtum videtur ex percuſſionibus projectorum, ut cùm globus projectus in quieſcentem globum impactus illum trudit; ex alterâ cauſam proximam effectui homogeneam congruenter naturæ ſtatuimus; ſic enim & calorem in nobis à calore potiùs quàm à ſubſtantiâ ignis proximè produci exiſtimamus. Sed quid de percuſſionum impetu dicendum ſit, ſuo loco conſtabit inferiùs.

Motoris demùm velocitatem intenſioni impetûs concepti non reſpondere experimur, cum valdè conantes ut onus raptemus; parùm progredimur; at ſi funis ex improviſo abrumpatur, illicò corruimus, impetu ſcilicet concepto motum validiùs efficiente, ubi deſierit impetum oneri, quod raptabatur, imprimere.

Hinc fit quòd, ſi ea fuerit corporum diſpoſitio, ut impedimentum tardè ſubmovendum ſit, ac proinde remiſſiore impetu opus habeat, qui ſibi imprimatur; corpus verò, cui motus omnis tribuitur, non æquali tarditate cum impedimento ferri neceſſe ſit, ſed velociùs præ illo moveri poſſit, hoc ſanè eò minùs habet reſiſtentiæ, quò minorem in intentione impetûs menſuram impedimento eidem imprimere debet, ut illud ſubmoveatur. Contrà verò ſi ita fuerint diſpoſita, ut impedimentum velociùs præ ipſo motore moveri oporteat, multò magis reſiſtit, quàm ſi pariter moverentur, plus enim impetûs imprimendum eſt, ut motus conſequatur.

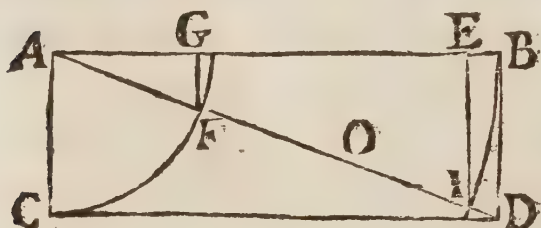
Hactenùs reſiſtentiam potiſſimùm Formalem, impedimento nihil in adverſum conante, contemplati ſumus; jam ad Activam tranſeamus, cum ſcilicet duo corpora invicem aut omninò, aut ex parte repugnant, quia motum in diverſas aut oppoſitas plagas directum moliuntur. In medio vaſe aquâ pleno ſtatuatur lignea tabella craſſiuſcula, eique lapis imponatur: dum illa conatur aſcendere, hic deſcendere, ſe invicem urgent; ſed cum ſe viciſſim permeare nequeant, ſi paribus quidem viribus confligant, ſine motu conſiſtunt; ſin autem imparibus, aut ambo aſcendunt, aut ambo deſcendunt, pro ut ſive tabellæ levitas, ſive lapidis gravitas oppoſitam vicerit. Quod ſi lapis tabellæ non impoſitus, ſed ſuppoſitus, arctè tamen connexus

fuerit,

fuerit, adhuc contrarios motus conantur, non se tamen invicem urgent, sed vicissim retrahunt, quandiù vinculum non revellatur, aut rumpatur. Hìc verò subdubitet quispiam, utrùm corpora, quæ contrario nisu reluctantur, sibi vicissim impetum imprimant, nec ne, aut æqualem, si pares fuerint vires, aut, si impares, inæqualem: Quando enim ob virium æqualitatem utrumque corpus consistit, eodem pacto quies sequitur, si unumquodque suam gravitationem aut levitationem servans nihil alteri imprimat, ac si lignea tabella levitans partem impetûs sursum directi conferat imposito lapidi, à quo gravitante vicissim recipiat tantumdem impetûs deorsum directi; ex quo fiat, ut lapis habens concepti ac innati impetûs deorsum directi vires æquales viribus impetûs sursum directi consistat, idemque in ligneâ tabellâ contingat. Cùm verò inæquales fuerint vires, id quod validius est, eodem modo superat, sive nihil contrarij impetûs ab infirmiore opposito recipiat, sed minorem motum vi sui impetûs producat pro ratione virium, quibus superat; sivè partem impetûs contrarij recipiat, quæ proprij impetûs vires attenuet.

Quotidianum est hujus æqualitatis aut inæqualitatis experimentum in iis, quæ innatant humori; hæc enim humori imposita, quia in aëre gravitant, descendunt; pars verò immersa levitat in humore; prægravata tamen à reliquâ parte extante deorsum adhuc urgetur, donec inter partem immersam & extantem fiat æquilibrium, & tantumdem pars immersa levitet in humore, ac extans gravitat in aëre. Sic massa plumbea argento vivo imposita descendit, donec molis plumbeæ pars $\frac{2}{13}$ extet; est enim specifica plumbi gravitas ad specificam mercurij gravitatem ut 11 ad 13. levitat itaque plumbum in mercurio ut 2, gravitat in aëre ut 11; igitur plumbeæ massæ partes 11 levitantes singulæ ut 2 parem habent conatum sursum, ac partes 2 gravitantes singulæ ut 11 conantur deorsum. Quòd si ita deprimeretur plumbum, ut ejus partes 12 immergerentur, & una extaret; jam unica pars gravitans ut 11 vinceretur à partibus 12 levitantibus singulis ut 2, ac propterea adhuc pars una emergeret: quemadmodum si quatuor partes extarent, & novem immergerentur, harum levitas 18 ab illarum gravitate 44 vinceretur, ideóque adhuc duæ immergerentur.

Jam ſi dixeris à partis immerſæ levitantis momentis 18 impediri momenta 18 partis extantis gravitantis, adeò ut ſuperſint tantùm vires juxtà exceſſum gravitatis, ſcilicet momentorum 26, juxta quem exceſſum impetum imprimat parti immerſæ, ut deprimatur, tunc autem cum paria fuerint levitatis atque gravitatis momenta, jam non invicem agere, ſed ſe viciſſim impedire, probabilior fortaſſe videatur alicui philoſophandi ratio hîc, ubi directè ſibi invicem adverſantur directiones; alteruter enim aut neuter impetus movet oppoſitum corpus. Verùm quoniam ubi lineæ directionum motûs non ſunt in directum poſitæ; ſed inclinationem habent, motus mixtus, qui ſequitur, ex utroque impetu unum motum temperari indicat, in eam feror ſententiam, ut exiſtimem duo corpora obliquè ſibi invicem repugnantia viciſſim imprimere, & recipere impetum in diverſas plagas directum pro modo virtutis uniuſcujuſque, adeò ut ſi paria ſint momenta, medius planè inter utramque directionem ſequatur motus, ſi diſparia, ſequatur pro modo exceſsûs.

Fieri autem hanc mutuam impetûs communicationem hinc apparet, quòd ſi duo corpora, quorum virtus movendi ut A B & A C, in loco, ubi A, conſtituta moveri cœperint, alterum quidem, quod ad dexteram eſt, cum directione A B, alterum verò, quod ad ſiniſtram, cum directione A C, ita ſe impediunt, ut quod ad lævam eſt, urgeat reliquum, ne per rectam A B procedat; hoc verò quod ad dexterã eſt, illud impediat, ne per rectam A C incedat; ſed propellat ita, ut ambo habeant directionem mixtam A D. Hæc autem linea A D cum major ſit ſingulis lateribus A B, A C in rectangulo, aut rhomboide, ut quadrato, aut rhombo, cavè nè putes ſingulis corporibus ſupra proprium impetûs modum factam eſſe aliquam ab externo impetu virium acceſſionem: quî enim fieri poſſit, ut corpus nullo repugnante poſſit certo tempore percurrere lineam A B, diminutis verò impetûs viribus ex reſiſtentiâ, pari tempore longiorem lineam A D percurrat? An quia recipiat à corpore repugnante impetum, cujus acceſſione augeatur proprius impetus, qui reliquus eſt? At ſi propter virium æqualitatem percurrant

rant Quadrati diametrum, utique tantumdem alterum ab altero recipit impetûs, quantum tribuit: igitur non est major vis impetûs, quàm si nihil repugnaret: ex quo fit neque motum velociorem esse posse, ut pari tempore diametrum percurrant, quo singula describerent latus Quadrati.

Non igitur ex illâ mutuâ impetûs in diversâ directi communicatione fit in singulis corporibus impetûs intensio major (si propriè loquendum sit, habent enim impetus illi, conceptus scilicet, & impressus, directionem diversam) quàm ferat propria singulorum virtus: id autem potissimùm constat, quando singulorũ directiones valdè obtusum angulũ constituunt; corpora enim in motu breviorem Rhombi aut Rhomboidis diametrũ describunt, quæ linea aliquando minor est singulis lateribus.

Finge itaque corpus, quod percurreret A B, nullo impedimento prohiberi, quin moveatur eâdem velocitate per A D; utique solùm æquale spatium A I decurreret, impediret tamen, ne aliud corpus habens directionem A C, illique perpetuò adhærens, decurreret juxta suam directionem spatium æquale ipsi A C; sed tantùm E I, hoc est Sinum anguli B A D loco Tangentis ejusdem anguli, posito Radio A I.

Finge iterum alterum corpus habens directionem A C eâdem velocitate moveri per A D; utique non nisi spatium A F, ipsi A C æquale, motu dimetiretur, prohiberetque, ne reliquum corpus habens directionem A B, illique perpetuò adhærens, progrederetur nisi in F, hoc est spatio æquali ipsi B D; sed versùs B non procederet nisi juxta mensuram A G minorem ipsâ A C. Atqui utrumque suam habet directionem, & non per A D, seque vicissim impediunt; igitur dum simul moventur, neque subsistunt in F, neque veniunt in I; sed medio loco consistunt, puta in O.

Dixeris fortasse A O æqualem ipsi A E ita, ut sit sicut D B ad B A, ita I E ad E A, hoc est ad A O, aut A O esse medio loco proportionalem inter A F & A I, hoc est inter A C & A B mensuras virium impetûs singulorum corporum. Hoc tamen secundo loco propositum non facilè admiserim, quia ubi æquales sunt virtutes movendi, medio loco proportionalis est æqualis singulis extremis, ac propterea utrumque corpus impeditum æque velociter moveretur, ac non impeditum. Primum verò,

quod ſcilicet A O æqualis ſit ipſi A E, gratis aſſeritur; neque enim potior ulla apparet ratio, cur ad inſtituendam analogiam aſſumatur potiùs I E, quàm quælibet alia minor linea cadens inter G & E. Ego autem libentiùs profiteor me neſcire, quâ Ratione analogia hæc inſtituatur, quàm aliquid certi divinando ſtatuere.

Verùm quamvis non utrumque corpus velociùs moveatur quàm pro ſuâ virtute, alterum tamen quod urgetur, ſeu rapitur à validiori, poteſt, factâ impetûs acceſſione, plus ſpatij percurrere, quàm pro ſuis viribus: impeditur ſiquidem motus non abſolutè, ſed juxtà eam directionem. Hinc fit corpus habens directionem & velocitatem A C minorem velocitate A B promoveri ultrà punctum F in linea mixti motûs A D.

At inquis: an ſi nautæ remis incumbant, veliſque obliquis ventum excipiant, tardior erit motus, quàm ſi navis vel à ſolis remigibus, vel à ſolo vento impelleretur? contrarium ſanè videtur experientia evincere. Verùm ſi rem attentiùs conſideres, aliam planè eſſe rationem deprehendes, cum duo corpora ſe moventia viciſſim ſe impediunt, aliam cùm unum à duplici extrinſeco impetu in diverſa directo impellitur: de illis hactenùs ſermo fuit, neque ulla ratio ſuadere poteſt velocius à tardiore incitari, quamquam tardius à velociore urgeatur, ut dictum eſt.

At ſi unum corpus à duobus æqualis aut inæqualis virtutis impetum recipiat, utique magis intenſus, vel ſi intenſionem propriè dictam neges, certè major eſt impetus, quàm ſi ab alterutro tantùm reciperet impetum: quare nil mirum, ſi ea motûs velocitas conſequatur, quæ utrumque impetum ſingillatim ſumptum vincat, quamvis utroque ſimul ſumpto minor ſit, quia habent directiones oppoſitas, ut alibi explicabitur. Hinc eſt navim velociùs agi velis remiſque, quàm ſi aut ſolâ ventorum vi, aut ſolâ remigum ope propelleretur, & cymbam, dum ſecundo flumine rapitur, ſimulque remis ad alteram ripam impellitur, velociùs moveri, quàm aut in ſtagno eâdem remigum operâ, aut à flumine ceſſantibus remis ageretur. Quemadmodum enim neque ventus remos impellit, neque ab his ventus impellitur, ita neque ſe viciſſim immediatè impediunt, aut ſibi mutuò repugnant; atque adeò non eſt hîc eadem philoſophandi ratio, ac cum duo corpora ſibi invicem immediatè reſiſtunt,

&

& alterum alterius vires extenuat impediens, ne juxtà propriæ virtutis menſuram motum concipiat.

Ex his quæ hactenùs dicta ſunt, illud ſatis conſtare videtur, quòd animal eatenùs in motu difficultatem ac reſiſtentiam percipit, quatenùs multum impetûs concipere debet, ex quo muſculorum contentio oritur, neque tamen ea ſequitur motûs velocitas, quæ tanto impetui reſponderet, dum ſubmovendo impedimento maximam virium partem impendit impetum imprimens: unde fit plurimum influentis ſpiritûs animalis abſumi in tàm diuturnâ, vel tàm validâ muſculorum contentione, ac proinde laſſitudinem ſequi, atque aliquando etiam contentorum muſculorum dolorem, cum id non contingat ſine aliquâ partium compreſſione aut diſtentione. Quò igitur velociùs moveri poteſt animal pro ratione concepti impetûs, eò minorem percipit in ſubmovendo impedimento difficultatem; & quidem maximè ſi alternâ contentionis ac remiſſionis muſculorum viciſſitudine labor miteſcat.

Curioſiùs autem inquirenti, quam Rationem habeat motoris impetus ad impetum corpori, quod movetur, quatenus movetur, impreſſum, ut aliquatenus ſatisfaciam, aſſero ut minimum duplam eſſe, non quidem intenſivè, aut extenſivè; ſed entitativè. Quatenùs, inquam, movetur, hoc eſt quatenus vincitur ejus reſiſtentia: cæterùm potentia movens in ſe producit, & in mobili æqualem impetum; ſed quemadmodum ubi calor frigori permiſcetur illud vincens, non percipitur niſi quatenus excedit vim frigoris, ita impetus oneri impreſſus eatenus movet, quatenùs ejuſdem reſiſtentiam ſuperat: Hunc autem exceſſum ſubduplum impetûs motoris ſatis probabili conjecturâ affirmo. Illud enim hoc mihi ſuadet, quòd motoris virtutem metitur exceſſus impetûs, quem ille habet ſuprà impedimenti reſiſtentiam: reſiſtentiæ autem modus, ut ſæpiùs dictum eſt, ex velocitate motûs, quæ concilianda eſt gravitati corporis ſubmovendi, deſumitur; hoc enim ideò reſiſtit partibus ex gr. 100 impetûs, quia ſi ſolùm fuerint 100 partes impetûs, fieri non poteſt ut moveatur tantâ velocitate, ſed pluribus impetûs partibus indiget: exceſſus igitur virtutis motoris æqualis eſt ut minimum reſiſtentiæ mobilis; atque adeò tota virtus motoris, hoc eſt impetus ab eo conceptus, æquivalet tùm reſiſtentiæ mobi-

lis

lis juxta menſuram requiſitam ad motum, qui ſequitur, tùm principio motûs ejuſdem mobilis : atqui motus hic æqualis eſt motui, cui illud reſiſtit, totus igitur impetus motoris duplus eſt impetûs, qui motum efficit in mobili, quatenus movetur.

Hinc eſt eodem conatu motoris diſparem effici motum, ſi potentia æqualiter moveatur cum mobili, ut conſtat: quia nimirum impetus mobili impreſſus inæqualem habet intenſionem, quamvis entitativè æqualis ſit. Si enim tota motoris virtus ſit 20, & decem impetûs particulas reſiſtentiam ſuperantes mobili imprimat, in quo intenſio fiat ut 1, in mobili gravitatis ſeſquialteræ, particulæ eædem decem impetûs intenſionem efficiunt ut $\frac{2}{3}$; quare & hujus motus erit ſubſeſquialter, ac proinde motor, qui æqualiter cum mobili movetur, etiam tardiorem habet motum, quàm cùm motum priori mobili conciliabat.

Patet igitur ex his nunquam fieri poſſe, ut corpus grave minoris aut æqualis virtutis alterum moveat ita, ut planè in velocitate conſentiant; illud enim corpus minùs aut æquè grave concipere non poteſt impetum, qui & ſibi ad motum ſufficiat, & alteri impetum imprimat : finge ſcilicet animo fuiſſe impetum impreſſum corpori æquè vel magis gravi; hîc utique cum non excedat reſiſtentiam mobilis, nullum efficere poteſt motum; igitur neque impreſſus fuit impetus, ne ſit omninò inutilis. Quòd ſi eâ ratione diſponantur ut motor velociùs moveri poſſit quàm mobile, jam fieri poteſt, ut à minore majus moveatur : nam ſi motor certâ quâdam velocitate movere poſſit pondus unius libræ motu ſibi æquali, eodem conatu & eâdem velocitate ſe movens movebit pondus centum librarum, ſi hoc ita ſit diſpoſitum, ut centuplo tardiùs moveatur : quia nimirum idem entitativè impetus in hoc pondere centuplo remiſſior, quàm in pondere unius libræ, ſufficit ad motum centuplo tardiorem. Motus ſiquidem centum librarum ſubcentuplus in velocitate, æqualis eſt motui unius libræ centuplo in velocitate; ſi enim libra percurrit centum ſpatij digitos ſibi ſuccedentes in longitudine, pari tempore centum libræ percurrunt quidem unicum digitum longitudinis ſpatij, centum tamen ſpatia digitalia percurrunt, ſingulæ ſcilicet libræ digitum.

CAPUT

CAPUT V.

In quo Machinarum vires sitæ sint.

POtentiam oneri movendo cæteroqui imparem præstare posse, si machina adhibeatur, quotidiano experimento discimus; adeò ut ipsa unica pluribus potentiis machinâ destitutis virtute æqualis sit, & quæ pondus solitarium ac simplex loco prorsus movere non poterat, ubi se ad machinam applicuerit, jam non ponderi tantùm, sed & machinæ motum conciliet. Quid ergo illud sit, ex quo hujusmodi virium incrementum oritur, hîc pervestigandum est; & ad illud causæ genus revocatur, quam Scholæ Formalem appellant; est scilicet ratio, per quam fit, ut sit, atque dicatur Machina: hoc autem incrementum virium, ut ex dicendis constabit, ex machinæ figurâ pendet secundùm quam potentiæ, & ponderis motus sibi invicem pro ratâ portione respondent.

A machinâ quâ machina est, potentiæ moventis vires non augeri certum est; nihil enim illi interioris virtutis impertitur, & quâ machina est, ab omni innatâ gravitate sejuncta intelligitur: vectis siquidem, ferreus sit, sive ligneus, machinæ rationem non immutat, si sola intercedat materiæ gravioris aut levioris disparitas.

Quòd si faciliùs ferreo vecte tricubitali deorsum premens attollas saxum, quàm si ligneo vecte pariter tricubitali utaris (quia nimirum ferreus vectis habet sibi adnexam ex gravi materiâ, quâ constat, potentiam, quæ deorsum urgendo te juvat, ut saxum attollatur,) id planè esse extra vectis naturam, quâ vectis est, manifestum erit, si non deorsum, sed sursum, aut à lævâ in dextram connitendum sit, ut duo connexa disjungas; tunc enim ferrei vectis gravitas sustentanda laborem potiùs creabit, quàm ut præ simili ligneo vecte motum hunc faciliorem reddat. Quare præter Mechanicæ facultatis institutum machinis accidit, ut gravitate suâ potentiæ moventis vires adaugeant, non quidem illam immutando, facto interiore virtu-

tis

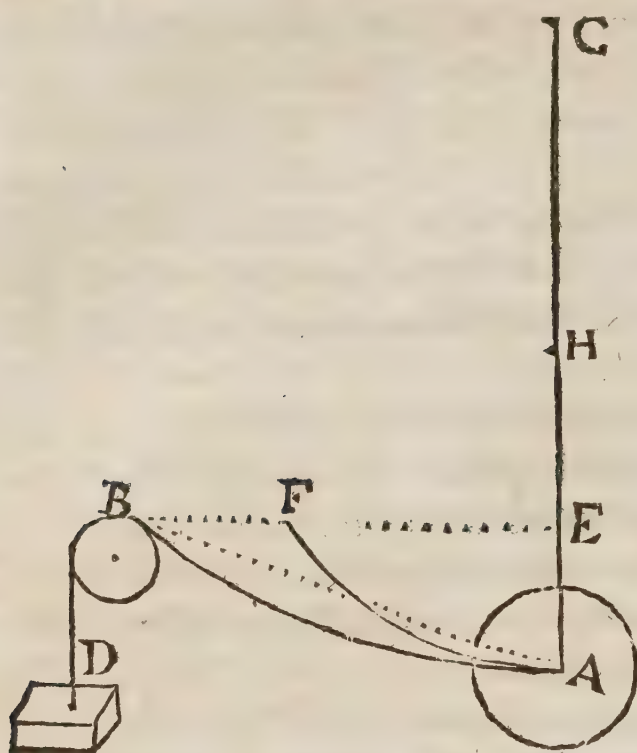
tis additamento; ſed aliam potentiam, quæ conjunctis cum illâ viribus agat, conſociando.

Sed & illud animadvertendum eſt, vix unquam fieri poſſe, ut potentia movens nihil prorſus impedimenti à machinâ recipiat: ſivè enim machinæ ipſius pars aliqua gravis elevanda eſt; ſivè membrorum, in quæ machina diſtribuitur, invicem confligentium, ſeque viciſſim terentium aſperitas obſiſtit; ſive motus (ut machinæ ipſi, cui applicatur potentia, obſecundet) à ſuâ directione inflectitur; ſivè quid hujuſmodi intercedit, quod aliquid de motûs velocitate imminuat, quæ cæteroqui conceptum potentiæ ab omni machinâ abſolutæ impetum conſequeretur. Ex his tamen aliqua ſunt, quæ ita motui potentiæ officiunt, ut ad retinendum onus juvent; hujus ſiquidem gravitas minùs adversùs potentiam valet, ſi & ipſum, quia machinæ illigatum à recto in centrum gravium tramite deflectere, vel mutuum partium ſe terentium conflictum vincere cogatur, ut vim potentiæ inferat. Verùm hæc, quamvis, ubi res ad praxim deducitur, per incuriam diſſimulanda non ſint, ſub ſtaticam conſiderationem hîc non cadunt, ubi machinarum vires expenduntur; harum enim figura perindè attenditur, atque ſi nihil adjumenti, nihil detrimenti ex materiâ accederet.

Ad rem itaque propiùs accedentibus recolenda ſunt ea, quæ in ſuperioribus hujus libri capitibus diſputata ſunt, proximam videlicet motûs effectricem cauſam impetum eſſe ſive ab interiore virtute manantem in iis, quæ ſponte ſuâ moventur, ſivè extrinſecùs aliunde impreſſum iis, quæ naturâ repugnante per vim cientur: ex cujus impetûs intenſione, quatenùs omnem reſiſtentiam ſuperat,motuum velocitas oritur: nunquam autem à velocitate aut tarditate motum ſejungi poſſe certum eſt, quippe qui nec ſinè ſpatio per quod decurratur, nec ſinè partium ſibi certâ lege ſuccedentium continuatione ac ſerie intelligi poteſt. Quare & reſiſtentiæ momenta tùm ex corporis movendi gravitate, tùm ex velocitate componi ſæpiùs innuimus, ut hinc innoteſcat fieri facilè poſſe, ut, ſicut ejuſdem gravitatis reſiſtentia inæqualis eſt, ſi velocitate inæquali movenda ſit, & gravitatum inæqualium diſparia ſunt reſiſtentiæ momenta, ſi Ratio, quæ ex gravitatum & velocitatum Rationibus componitur, ſit Ratio Inæqualitatis, quia gravior velociùs,

ciùs, minùs gravis tardiùs movetur; ita gravitatum inæqualium par sit resistentia, si quæ inter gravitates intercedit Ratio, eadem reciprocè inter velocitates inveniatur. Quemadmodum enim quæcumque calori adversantur, vehementiorem quidem validissimè respuunt, tenuissimum verò facillimè admittunt; haud dispari ratione pondera, si velociùs incitare velis, impensiùs reluctantur, minimo ac tardissimo motui levissimè obsistunt.

Quoniam igitur naturâ definitum est, quantam gravitatem, quantâque velocitate, pro certâ impressi impetûs mensurâ, movere possit Potentia concepto impetu, qui pro ratâ portione respondeat impetui quem illa oneri imprimit, ut Potentia, & onus æquali velocitate moveantur; satis constat eandem impetûs mensuram parem esse movendo oneri graviori, si quâ Ratione posterior hæc gravitas priorem gravitatem vincit, eâdem Reciprocè Ratione prioris velocitas posterioris tarditatem superet; utrobique scilicet par est resistentia, ac proinde ab eâdem potentiâ vinci potest. Cùm enim ea, quæ simul æqualiter moventur, æquali impetu ferantur; si Potentia tàm tardè moveretur ac pondus per machinam, indigeret impetu ex. gr. subquintuplo ejus quo illa movetur quintuplo velociùs ac ipsum Pondus. Verùm impetus hîc subquintuplus ineptus esset ad oneris resistentiam quintuplo ferè majorem vincendam; sed solum superare posset ac movere $\frac{1}{5}$ ponderis. Quinque igitur impetus huic æquales possunt totam resistentiam superare. Cum itaque in motu quintuplo velociori Potentiæ sit verè impetus quintuplus, poterit etiam elevare pondus, quod est quintuplo majus, quàm sit $\frac{1}{5}$ ipsius. Verùm hîc ubi de motûs velocitate sermo est, non is quidem absolutè accipiendus est; sed quâ parte gravium naturæ repugnat: si enim plumbeus globus A ex C dependeat funiculo C A, & circà versatilem orbiculum B stabili axi infixum ducatur filum connectens globos A & D, cettum quidem est globum A, si usque ad B perveniat, tantumdem spatij in arcu A B percurrere, non tamen tantumdem ascendere, quantum globus D secundùm rectam B D descendit; sed ascensum metitur A E, nimirum Sinus Versus arcûs A B, qui minor est eodem arcu (arcus siquidem major est rectâ A B lineâ ipsum sub-

tendente, quæ opposita recto angulo E major est quàm trianguli basis A E) ac propterea resistentiæ momenta non ea sunt, quæ ex velocitate motûs A B, sed A E, & ipsâ globi A gravitate componuntur. Ex quo fit globum D quamvis minorem posse globo A graviori præstare, ac illum ad certam altitudinem elevare, ut cuilibet experiri licet, cum tamen illi ascensum suo descensui æqualem nullatenùs conciliare possit. Quòd si idem globus A ex breviore funiculo H A dependeat, experimento constat opus esse globo D gravitatem addere, ut valeat illum per arcum A F elevare ad eandem altitudinem A E: magis quippè laboriosum est breviore motu A F, quàm longiore motu A B ad eandem altitudinem ascendere; atque adeò plus virium in D requiritur, ut globo A majorem impetum imprimat, ex cujus intensione plus singulis temporis momentis ascendat in hoc posteriore motu, quàm in priore. Ne tamen motui globi D tribue mensuram arcûs A B sed rectæ A B.

Sicut autem ubi potentiæ & oneris æquales esse debent motus, potentiæ vires gravitate oneris majores esse oportet, ut vim illi inferant; ita pariter ubi potentia & onus in motuum velocitate dissentiunt, & illa quidem velociùs, hoc tardiùs movetur, necesse est majorem esse Rationem Potentiæ ad Onus (licet illa minor sit onere) quàm sit Ratio tarditatis hujus ad illius velocitatem; ut scilicet ratio Potentiæ ad onus, quæ ex motuum, & virium Rationibus componitur, sit Ratio majoris inæqualitatis. Sit ex. gr. Ratio motûs Potentiæ ad motum Oneris ut 3 ad 2; si Ratio virium potentiæ absolutè sumptæ ad gravitatem oneris sit Reciprocè ut 2 ad 3, Ratio ex his Rationibus composita est Æqualitatis, scilicet 1 ad 1, & motus nullus sequitur; multò minùs si fuerit Ratio minor quàm 2 ad 3; proveniret

niret enim Ratio minoris Inæqualitatis : debet ergo esse major Ratione 2 ad 3. Sit ex hypothesi Ratio 4 ad 5 ; jam Ratio composita ex Rationibus 3 ad 2, & 4 ad 5, est Ratio 6 ad 5 majoris Inæqualitatis.

Neque hoc ita dictum intelligas, quasi motus ipse Potentiæ, ejusque velocitas, efficiendi vim haberet ; sed ex ipsâ majore potentiæ velocitate innotescit impetum, qui radix est motûs, minus invenire impedimenti ex onere, quod minùs resistit, eo quòd tardiùs movendum est, quàm si æqualem velocitatis gradum cum potentiâ sortiri deberet. Quare licèt potentia minor sit, ac pauciores entitativè particulas impetûs producere valeat, quàm potentia major, satis in aperto est fieri posse, ut potentia major majorem inveniens resistentiam nequeat impetum imprimere, ac movere onus, quod movebitur à minore potentiâ, si onus idem minùs resistat, cum sit tardiùs movendum : impetus enim à minore potentiâ oneri impressus satis est ad vincendam minorem hanc resistentiam ; cum tamen potentia major non satis habeat virtutis, ut eam impetûs mensuram oneri imprimat, quæ majorem illius resistentiam superaret.

In eo igitur totum Mechanices artificium consistit, ut sua instrumenta ita disponat, locisque congruis ita Potentiam, & Onus collocet,ut Potentiæ motus velocior sit præ motu Oneris: tùm horum motuum Ratione attentè perspectâ definies, quænam Potentia datum Onus movere, vel quodnam Onus à datâ Potentiâ moveri queat ; si nimirum Potentiæ vires ad oneris gravitatem majorem habeant Rationem, quàm sit Ratio motûs Oneris ad motum Potentiæ. Neque enim Machina aut Potentiæ vires auget, aut oneris gravitatem minuit, sed Ponderis resistentiam ad Potentiæ virtutem accommodat.

Physica autem causa hæc est, quia impetus à Potentiâ productus, qui in onere minori movendo æque velociter cum potentiâ majorẽ haberet intensionem, in onere majore sed tardiùs movendo minorem quidem habet intensionem, sed quæ satis est pro minore resistẽtiâ. Fac enim oneris particulas graves esse 20, illique à Potẽtiâ aliquãto graviore imprimi particulas 100 impetûs, quibus vincitur Oneris resistentia : intensio in singulis particulis gravitatis est particularum impetûs 5, juxtà quam intensionis mensuram sequitur motus æque velox Potentiæ & oneris,

hujus quidem per vim sursùm; illius verò juxtà naturam deorsum. Sit adhuc eadem Potentia; sed offeratur Onus, cujus particulæ gravitatis sint non jam 20; sed 50: Potentiæ virtus est eadem; quapropter non nisi resistentiam vincere potest, cui vincendæ sufficiant particulæ 100 impetûs; hæ autem in Onere graviore ut 50 efficerent solùm intensionem ut 2: Non igitur Potentia & onus æquè veloci motu, qui respondeat intensioni ut quinque, sicuti priùs, moveri poterunt; sed ut onus moveri possit, impetúmque à potentiâ recipere, opus est ita illud collocare, ut quò magis Ratione gravitatis resistit; eò minùs ratione tarditatis motûs resistat, séque eâ ratione temperent duæ hæ resistentiæ, ut una confletur resistentia non major illâ, quæ oriebatur ex onere gravi ut 20 æqualiter movendo: id quod fiet, si motus Potentiæ, quatenùs machinæ applicatur, ad motum oneris sit ut 5 ad 2 in Reciprocâ Ratione intensionum impetûs producti. Quare motus Potentiæ ad motum oneris est duplus sesquialter, quemadmodum posterior hæc oneris gravitas ut 50 est prioris gravitatis ut 20 dupla sesquialtera: atque hinc manifestum est particulas gravitatis 50 resistentes ut 2 ratione motûs comparati cum motu potentiæ, requirere particulas 100 impetûs, quemadmodum particulæ gravitatis 20 resistentes ut 5 ratione motûs comparati cum motu ejusdem Potentiæ requirunt particulas 100 impetûs. Quid igitur mirum, si potentia eadem eodem conatu movet onus ut 50 velocitate ut 2, quo conatu movet onus ut 20 velocitate ut 5?

Servatur itaque perpetua quædam justitia inter potentiæ vires, oneris gravitatem, spatia motuum, ac tempora; quò enim decrescunt potentiæ vires, aut oneris gravitas augetur, eò breviora sunt spatia, & longiora tempora motuum ipsius oneris; sed ampliora spatia motuum potentiæ debilioris, quæ præ onere velociùs movetur. Hinc dato onere graviori submovendo, aut potentiam augeri, aut, si illa immutata permaneat, oneris motum imminui, seu potentiæ motum augeri necesse est: Tenui enim potentiâ ingens pondus citò moveri non potest.

Formalem igitur Machinæ Rationem, quâ Machina est, in eo sitam esse deprehendimus, quòd ea figura sit, quæ potentiæ, & oneris motibus legem ita statuat, ut Potentia velociter, Pondus lentè moveatur; sic enim fit, ut minor oneris resistentia virtuti

tuti

tuti vim movendi, etiamsi minorem, habenti pro ratâ portione respondeat. Satis igitur erit, ubi singularum machinarum vires expendendæ erunt motuum inire rationes, qui ex machinæ agitatione oriuntur: nam si Potentia præ Onere velociùs moveatur, operæ pretium faciet Machinator; modò non adeò tenuis sit motuum Ratio, ut quicquid utilitatis ex machinæ figurâ accedit, deferatur ex partium se terentium conflictu; nam perinde esset, ac si oneri gravitas adderetur.

Ex his liquet à non paucis plus operæ laborisque consumptum, quàm par esset, ut Aristoteli adhærerent in referendis machinarum viribus in circuli naturam planè admirandam: *Quapropter* inquit initio qq. Mechan. *non est inconveniens ipsum miraculorum omnium esse principium. Ea igitur quæ circà libram fiunt, ad circulum referuntur; quæ verò circa vectem, ad ipsam libram; alia autem ferè omnia, quæ circa mechanicas sunt motiones, ad vectem.* Nisi enim fucum veritati faciamus, quæ demum miracula ita circulum à reliquo figurarum vulgo secernunt, ut in eum admiratio omnis corrivata confluat, nec nisi hinc in cæteras derivetur? An quòd linea eadem, quâ circuli ambitus definitur, omnis latitudinis expers, cava pariter atque convexa amico fœdere copulat, quæ sibi invicem repugnant? Cavum si quidem à convexo, quæ recto interjecto discriminantur, perinde diffidere censemus, atque minus à majori, inter quæ sibi adversantia id, quod æquale est, intercedit. At hæc ita vulgaria sunt, ut non Hyperbolæ solùm, ac Parabolæ, aut Nicomedis Conchoidi, aut Archimedis Spiralibus, aut Dinostrati Quadratici, cæterisque omnibus extrà Geometricas leges curvis lineis communia sint; verùm etiam in angulo quocumque rectilineo facilè ab omnibus observentur; cum lineæ rectæ, quibus inclinatis angulus constituitur, hinc quidem sibi mutuis nutibus annuere, hinc verò abnuere videantur; quibus oppositis nutibus media pariter interjacet directa positio, omni inclinatione submotâ.

An ipsâ nascentis Circuli exordia admiratione non carent, quòd æquè ex Radij ejusdem in centro subsistentis quiete, ac circumlati motu oriatur? Sed quid hæc in circulo potiùs suspiciamus, quàm in Helice, cui genesis haud dispar contingit? Quòd si circulo primas ideò deferendas existimemus, quòd

in ſe recurrens peripheria ibi ſui motûs terminum inveniat, unde ſumpſit exordium; & circumacta, quæ ex adverſo ſunt, partes oppoſitis cieat motibus, ita ut progredientibus ſupremis infimæ regrediantur, & in ima detrudantur ſiniſtræ, dextris in altiora provectis: Quid Ellipſim præjudicio repellimus? cum & hæc unico limite cavo pariter atque convexo in ſeſe redeunte circumſcripta in contrarias partes incitetur; nec à rectâ tantummodo lineâ alternis auctâ crementis, imminutáque decrementis altero terminorum quieſcente, ſed ettiam (quod verè miraculo proximum eſt) utroque extremo flexilis lineæ in binis Ellipſeos umbilicis defixo ab illâ in alios, atque alios angulos ſinuatâ deſcribatur.

At, inquis, in circulo ſemidiametri partes eodem impellente circà centrum agitatæ ita diſpari velocitate feruntur, ut earum tarditas aut concitatio intervallo, quo ſingulæ à centro abſunt, ſit analoga. Verùm & hoc Ellipſi, ac plano Helicoidi aliquatenùs pro ſuo modulo commune eſt; ſemidiametri enim circumactæ puncta à centro remotiora velociùs feruntur. Partes autem quieſcenti centro propiores cunctabundas moveri, naturæ pro viribus oppoſita diſterminantis inſtituto conſentaneum eſſe nemo non videt, qui tarditatem interjici videt quietem inter, ac motûs velocitatem. Quare ſapientiſſimo conſilio factum, ut eorum, quæ firmo nexu invicem ſolidata ſubſiſtunt, vel particulæ omnes æquis paſſibus moveantur, vel ſi qua moræ diſpendium ſubeat, finitimarum velocitas, ſervatâ aliquâ vicinitatis analogiâ minuatur: ne ſcilicet ſolutâ compage diſſiliant.

Quæ verò ad explicandum, cur ea, quæ centro propiora ſunt, tardiùs in gyrum contorqueantur, Author illius libri Quæſt. mechan. comminiſcitur de duplici motu, naturali videlicet, ac præter naturam, quibus feratur ea, quæ circulum deſcribit linea (quaſi breviorem lineam vis major à trahente centro illata magis à naturali motu, qui ſecundùm Tangentem eſt, deflecteret) ea ſunt, quæ facillimè corruant, & minimè cum Ariſtotelis doctrinâ cohæreant, qui lib. 1. de Cælo. ſumma 4. circularem motum & ſimplicem, &

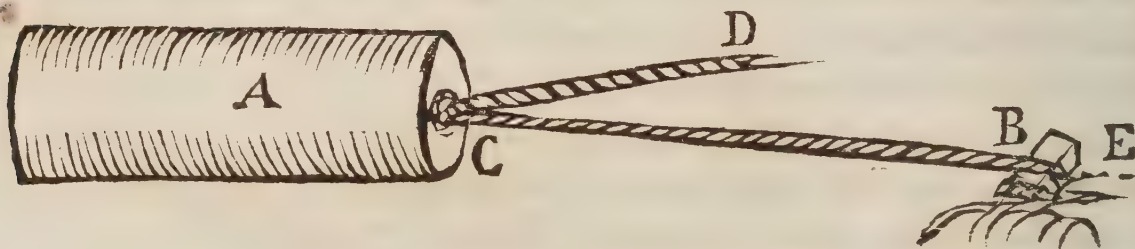
naturalem,

naturalem, & priorem recto disertissimè pronunciat; *Perfectum enim*, inquit text. 12; *prius naturâ est imperfecto; circulus autem perfectorum est, recta verò linea nulla.* Quis ergo in circulo motus præter naturam? *necessarium est*, ait text. 8. *esse aliquod corpus simplex, quod natum est ferri circulari motu secundùm suam ipsius naturam.* Ea certè quibus insita est in motum propensio, in gyrum aguntur, ut sydera; aut saltem motu in se recurrente circulum æmulantur, ut ex cerebri & cordis systole ac diastole spirituum ac sanguinis circuitio oritur; aut plurium circularium motuum commixtione unum temperant motum, ut animalia cum progrediuntur; ossa siquidem, quibus membra subsistunt, ita à musculis commoventur, ut unumquodque sui motus centrum constituat in eâ finitimi ossis parte, cui sivè Καθ' ἐνάρθρωσιν, sive κατὰ διάρθρωσιν flexili compage inseritur. At motu recto, ut potè brevissimo, nihil fertur, nisi cui ex naturæ instituto cedit quies certo in loco, à quo abstractum fuerit, eóque sibi redditum spontè remigrat. Nihil igitur præter naturam in circuli motu deprehendi potest, ex quo dispar illa intimarum atque extimarum partium velocitas petenda sit; cum vix alium natura per se expetat simplicem motum præter circularem. Cur autem qui secundùm rectam extremæ semidiametro ad perpendiculum insistentem lineam fit motus, naturalis censeatur? An quia gravia suis nutibus ad terræ centrum rectâ feruntur? Semidiametro igitur, nisi in verticali plano constituatur horizonti parallela, motus qui secundùm lineam circuli Tangentem est, præter naturam continget, quippe qui à rectâ, quæ gravia in centrum dirigit, deflectat: & in circulo horizonti parallelo circumacta semidiameter nullo naturali motu agitabitur; nulla enim recta linea circuli Tangens in eo plano est, quæ lineæ directionis gravium congruat: & tamen quemcumque demum situm circulus ejusque semidiameter obtineat, eandem semper motuum analogiam servant partes pro ratione intervalli à centro, citrà ullam motuum naturalis, & præter naturam, commistionem.

Verùm mirifica sit circuli natura; quid hæc ad explicandam Mechanicarum motionum causam? an ut hanc ignotam fateamur, quia admirandam prædicamus? sed unico argumento, commenta hujusmodi disjiciamus. Si minor potentia majori

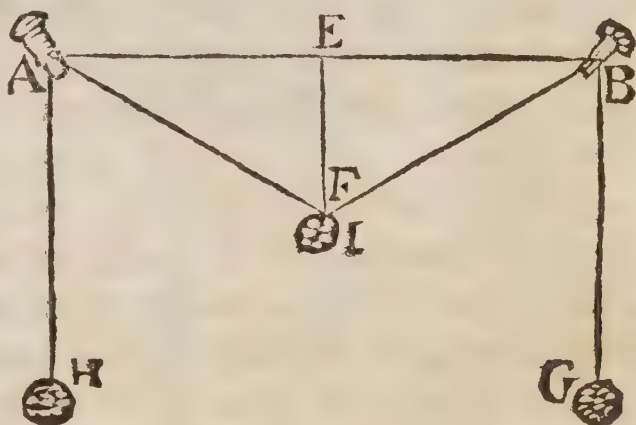
ponderi

ponderi prævaleat, nullúſque intercedat circularis motus, certũ eſt hoc virtutis incremẽtum neque in Vectem, neque in libram neque in Circulum referri poſſe: adeóque principium aliud eſſe magis latè patens, à circulo abſolutum: Atqui citrà omnem circularem motũ minor potentia præpollet graviori ponderi: Manifeſtum eſt igitur fruſtrà ex circulo peti Mechanicarum motionum principium; ſed illud eſſe, quod à nobis indicatum eſt, quippe quod, ubicumque reperitur, hoc efficit, ut minor potentia majori ponderi motum conciliet, nec is unquam ſine illo contingit.

Aſſumptionis veritas ut innoteſcat, ingenſque pondus tardè movendum à tenui virtute ſine circulari motu propelli poſſe confirmem, non ego te in ſuburbanum campum deducam, ut tenerrimo germini ſuppullulanti incumbentes glebas demùm loco ceſſiſſe obſerves, aut marmora Meſſalæ ſcindentem caprificum obtrudam, turreſque longâ annorum ſerie labefactatas enatis fruticibus atque virgultis; ne mihi fortè herbeſcentes cuneos obtrudas, quos ad vectem, & circulum revocare velis.

Sed age raptandus ſit in plano horizontali, aut inclinato, aut etiam elevandus ſit ad perpendiculum cylindrus A. Experire primùm quanto labore id præſtes illum trahens illigato fune in C, & arreptâ extremitate funis B. Tùm in B infixo firmiter paxillo ductarius funis alligetur; hic porrò inſeratur annulo C optimè ferruminato, & quoad ejus fieri poterit exquiſitè polito, arreptáque alterâ funis extremitate D iterum trahe cylindrum, & quantò minori labore id perficias, tu te ipſe docebis. At hîc nulla circuli vides miracula; hîc libra nulla; nullus hîc vecti locus: motus enim tùm potentiæ trahentis, tùm cylindri, rectus eſt. Facilitatis autem diſcrimen non ex ullo circulari motu, qui nuſquam apparet, ſed ex eo oritur, quòd primùm potentia & onus æqualiter moventur; poſteà verò cylindri

dri

dri velocitas subdupla est velocitatis potentiæ; quia cum ex C cylindrus venit in B funis ultrà B extenditur juxtà longitudinem C B usque in E; ac propterea motus potentiæ duplus est, scilicet C E.

Statue item in pariete puncta duo A & B (quo autem majore intervallo disjuncta fuerint, res meliùs succedet) ibique clavos rotundos nihil habentes asperitatis infige. Tùm pondera duo H & G æqualia assume, eáque funiculo nullis nodis aspero, sive serico crudo, sive crinibus equinis connexa impone claviculis A & B, ut liberè ex iis dependeant: suâ autem gravitate funiculum A B intentum Horizonti parallelum servabunt, & neutro prævalente ob gravitatis æqualitatem prorsùs immota consistent. Elige jam pondus tertium I, quod alteri datorum H & G æquale sit, aut etiam singulis aliquantò minus; illudque in E extento funiculo A B adnecte: statim pondus I secundùm rectam E F descendens videbis; pondera autem H & G per rectas H A, & G B ascendentia, quâ mensurâ funiculi inflexi partes A F, B F simul sumptæ excedunt rectam A B. Nullus igitur motus circularis hîc est; sed omnes recti ad perpendiculum, & tamen potentia I minor commovet majus pondus, quod ex H & G conflatur.

Id autem ideò contingere, quia motus E F descendentis I major est motu ascendentium H & G, hinc manifestum est, quòd pondus I usque ad certum terminum descendit, ibique subsistit: quòd si illud manu apprehensum adhuc deorsum trahens eleves pondera H & G, ubi manum indè abstraxeris, pondera H & G prævalent, ac descendentia elevant pondus I ad certum illum terminum, ubi sponte substiterat: quia nimirum ultrà illum terminum non jam major est Ratio ponderis I ad pondera H G, quàm sit Ratio motuum H & G ad motum I. Hæc autem inferiùs, ubi de librâ & Æquilibrio sermo erit, paulò fusiùs & dilucidiùs explicabuntur; nunc enim satis est

pro institutâ disputatione ostendisse minorem gravitatem præpollere citrà omnem motum circularem.

Ratum itaque esto ad nullum certum machinæ genus cætera esse revocanda; sed omnibus commune esse principium, ex quo vires desumunt; impetûs scilicet à potentiâ producti proportio ad ponderis resistentiam (quæ eò minor est, quò tardiùs moveri debet) ea est, quæ motûs facilitatem conciliat; nullus quippe adeò tenuis impetus reperitur, cui lentissimus aliquis motus non respondeat, si intereà à velociori motu potentia non prohibeatur. Ubi autem de potentiæ velocitate sermo est, non ea intelligatur, quæ esset, ubi præter se nihil ipsa moveret, absoluta ab omni resistentiâ; sed eam velocitatem intellige, quæ comparatè dicitur, ubi ejus motus cum oneris motu confertur. Semper tamen impetus, qui in Potentiâ reperitur quatenùs excedit resistentiam ponderis, majorem in eâ intentionem habet, quàm in pondere, quamvis pares entitativè sint impetus Potentiæ, & oneris. Hæc autem clariùs patebunt lib. 4. cap. 1.

CAPUT VI.

Quid attendendum sit in Machinæ collocatione, atque materie.

QUamvis instructarum Machinarum vires ad calculos revocentur inspectâ earum figurâ, ut Potentiæ atque oneris motus invicem comparentur; quo tamen loco & situ Machina ipsa collocetur, dispiciendum est, ut innotescat, quanta illi vis inferatur tùm ab oneris gravitate, tùm à potentiæ conatu: ex hoc siquidem decernendum erit, quàm solidam construi oporteat Machinam. Quotus enim quisque est, qui ignoret longè solidiorem requiri machinam, si ex illa dependeat, aut illi incumbat onus, quàm si non machinæ; sed subjecto plano, innitatur idem pondus, aut aliunde dependeat? alia scilicet sunt gravitatis momenta contrà virtutem sustinentem etiam citrà motum, alia verò momenta, quatenus motui adversatur.

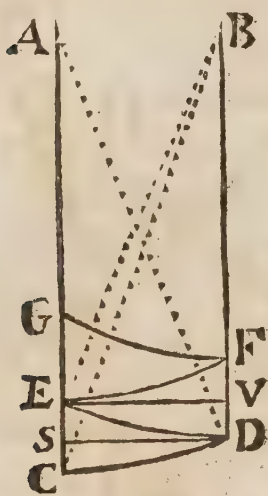
Hinc

Hinc operæ pretium fuerit non contemnendum, si res ita à Machinatore disponantur, ut pondus, quàm minimum fieri possit, à machinâ sustineatur: hâc enim ratione fiet, ut longiùs avertatur periculum luxationis aut fractionis membrorum, quibus machina distinguitur, etiamsi exilior illa fuerit; & machinæ gravitas aliqua subtrahetur, dum moles ipsa minuitur, atque proinde movendi oneris difficultas non augebitur ex machinâ; quæ etiam minore impendio parabitur.

Sit exempli gratiâ pondus A, quod sit trochleâ attollendum in D. Poterit id duplici ratione fieri; primùm raptando illud in plano Horizontali ita, ut ex B veniat in C, tùm alligatâ trocleâ in I illud attollendo ad perpendiculum usque in D: cum raptatur, totum incumbit pondus subjecto plano; cum attollitur, totum ex trochleâ dependet. At si trochleâ utaris, de cujus firmitate subdubites, & loci dispositio ferat, ut possit ex E & H onus suspendere, res faciliùs perficietur. Ponderi enim A adnecte funem O E, ex quo pendere possit in E, ac præterea tantumdem funis O S liberè vagantis; trochleam autem alliga in F: ubi verò ope trochleæ adduxeris pondus ex O in G, tùm funem O S liberè vagantem eleva, ac benè intentum adnecte in H, ut jam pondus ex H dependeat ad perpendiculum: Ex hoc fiet, ut resoluto fune O E, liberéque vagante, ope trochleæ in F alligatæ adducas pondus ex G in D multò minori labore, quàm si ex B in C illud raptâsses, & ex C in D sustulisses. Constat autem pondus idem minùs conniti adversùs lineas F G aut F D, quàm adversùs perpendiculares H G aut I D, ex iis quæ disputata sunt lib. 1. cap. 15, ac propterea etiam minùs dubitari potest de trochleæ firmitate.

Hoc autem compendium elevandi pondera perinde, atque si per planum inclinatum attollerentur, ea scilicet suspendendo atque obliquè trahendo, ubi in praxim ritè deduxeris, appa-

rebit quanto labori, & quàm magnis ſumptibus parcatur: cum neque vincendus ſit partium tritus atque conflictus inter pondus, ac ſubjectum planum, neque ſternendum ſit multo robore planum ipſum, quod oneri ſuſtinendo non impar ſit. At ubi funem E O, quoad ejus fieri poterit, intenderis, aquâ largiter imbuito; hoc enim fiet, ut ſeſe contrahens etiam paulò intentior, atque ad deſtinatum opus evadat aptior.

Quæ cum ita ſint, alia ſe offert methodus elevandi pondera non levi laboris compendio, ſi nimirùm duplex adhibeatur trochlea, altera quidem in A imminens ponderi ad perpendiculum, altera verò in B. Adhibita igitur trochlea B elevabit pondus ex C in D, ibique totum ex B pendebit: tùm viciſſim trochleâ A utere, & ex D in E aſcendet pondus, quod ibi totum ex A pendebit: iterum igitur adhibe trochleam B, ut ex E in F aſcendat; atque viciſſim, adhibitâ trochleâ A aſcendet ex F in G; & ſic deinceps.

Ubi vides motum ponderis aſcendentis per arcus C D E F G majorem eſſe quàm ſi rectâ ad perpendiculum elevatum fuiſſet ex C in G. Quia verò altitudines perpendiculares ſingulis arcubus reſpondentes ſubinde majores fiunt, propterea plus virium à potentia movente adhibendum eſt in progreſſu. Quâ autem Ratione altitudines illæ perpendiculares creſcant, facilè innoteſcet, ſi arcuum ſingulorum Sinus verſos ſuis Radiis reſpondentes ad calculos revocaveris; arcus enim ſuperiores & plurium eſſe graduum, & ex Radio minori, manifeſtum eſt: diſtantia autem parallelarum A C, B D perpendicularium eadem ſemper eſt; quapropter & æquales lineæ ſunt Sinus Recti arcuum inæqualium in circulis inæqualibus, videlicet arcuum majorum in circulis minoribus. Quamquam nec omninò neceſſe eſt ità ſingulis tractionibus pondus attollere, ut ad perpendiculum dependeat, ſi maximè trochleæ invicem non modicum diſtarent; ſed ſufficeret alternis operis trochleas agitare, ut aſcendens pondus modò ad hoc, modò ad illud perpendiculum accederet, ita tamen ut ultró citróque tranſgrediatur perpendiculum, quod medium cadit inter extremas A C & B D;

alioquin

alioquin par non esset utriusque trahentis labor. Cæterùm satius est A & B parùm distare.

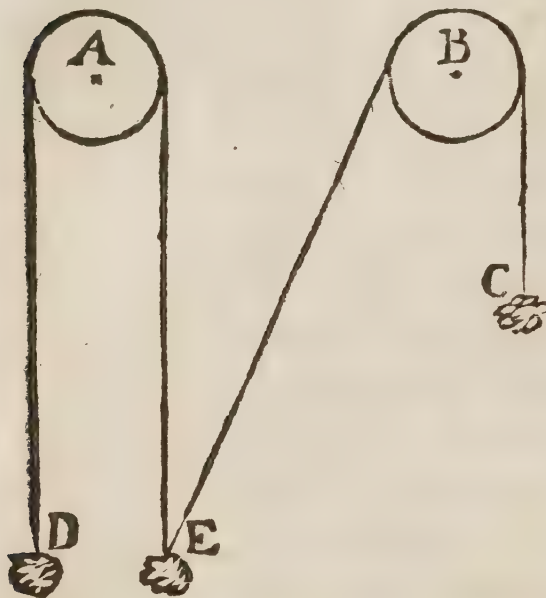
Ut autem exemplo aliquo res manifesta fiat, statuamus altitudinem A C esse pedum 70, distantiam verò A B pedum 30, cui æqualis est ea, quæ ex D cadit perpendicularis in A C, scilicet D S. Quare in triangulo A S D rectangulo nota est Hypothenusa A D, quæ æqualis est ipsi A C, & nota est Basis S D. Atqui constat Perpendiculum A S esse medio loco proportionale inter summam atque differentiam Hypothenusæ ac basis, scilicet inter 100 & 40; igitur ducta prima in tertiam, videlicet ducta summa in differentiam dabit 4000 Quadratum Mediæ (hoc est perpendiculi A S) cujus Radix ped. $63\frac{1}{4}$ ferè est Perpendiculum A S. Igitur elevatio C S est ped. $6\frac{3}{4}$.

Cum itaque B D æqualis sit ipsi A S (jungunt enim parallelas æquales A B & S D) iterum in triangulo B V E rectangulo nota est Hypothenusa B E ped. $63\frac{1}{4}$, & Basis E V est ped. 30: Quare inter summam ped. $93\frac{1}{4}$, ac differentiam ped. $33\frac{1}{4}$ media proportionalis ped. 55. 67″. est Perpendiculum B V; atque adeò elevatio D V est ped. 7. 58″. major quàm C S. Et sic de reliquis.

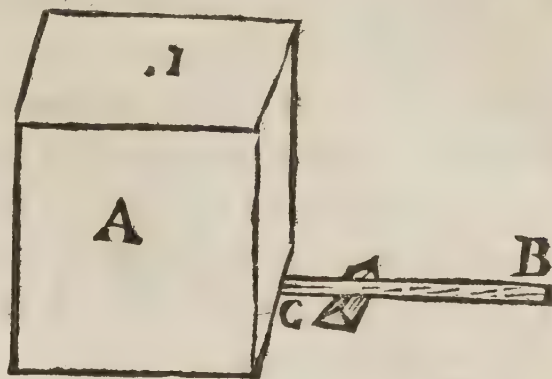
At statue distantiam A B solùm ped. 20: reperies perpendiculum A S vix excedere ped. 67; quare elevatio C S erit ped. 3 ferè; ac propterea etiam Perpendiculum B V erit paulò majus ped. 63. 94″; & elevatio D V ped. 3. 06″; & sic de cæteris.

Potentiæ verò elevantis motum metitur differentia, quæ inter lineas B C & B D intercedit: quando autem distantia A B est ped. 30, linea B C est ped. 76. 15″; at cum est ped. 20, B C est ped. $72\frac{4}{5}$. Cum igitur in primo casu B D sit ped. $63\frac{1}{4}$, motus potentiæ est ped. $12\frac{9}{10}$; in secundo autem casu cum B D sit ped. 67; linea autem B C sit ped. $72\frac{4}{5}$, motus potentiæ est ped. $5\frac{4}{5}$. Quare in primo Ratio motûs Potentiæ ad motum ponderis est $12\frac{9}{10}$ ad $6\frac{3}{4}$, in secundo Ratio est $5\frac{4}{5}$ ad 3: & factâ reductione ad alias denominationes, prima Ratio est 86 ad 45, secunda Ratio est 29 ad 15, quæ si ad eumdem denominatorem 45 reducatur, erit 87 ad 45. Constat autem majorem esse Rationem 87 ad 45, quàm 86 ad 45. per 8. l. 5. Majorem igitur Rationem habet motus Potentiæ ad motum ponderis, quam-

do A & B minùs diſtant, quàm cum ſeparantur intervallo majore; atque adeò major eſt etiam movendi facilitas.

Quòd ſi rei hujus minimè dubium experimentum ſumere placeat, ipſiſque oculis rem totam ſubjicere citrà omnem deludentis phantaſiæ ſuſpicionem, firmetur in A orbiculus circà ſuum axem verſatilis, & ex eo æqualia pondera D & E funiculo connexa dependeant ad perpendiculum; quæ propter gravitatis æqualitatem immota permanent. Tùm in B firmetur orbiculus circà ſuum axem pariter verſatilis, & aſſumatur pondus C ponderi E æquale, cui adnectatur funiculo E B C. Si manu retineas pondus C, ne gravitet, perſiſtit pondus E in ſuo perpendiculo: jam manu retine pondus D, ne prorſus moveatur, ac dimitte pondus C, videbis hoc quidem deſcendere, pondus verò E aſcendere, donec ex B dependeat, & in æquilibrio cum pondere C ſubſiſtat. Iterum retine pondus C, & dimitte pondus D, pariterque pondus D deſcendens videbis, E verò adhuc aſcendens; & ſic deinceps uſque eò, dum pondus E unicum ambobus D & C æquipolleat, ut ſuperiori capite indicatum eſt. Id igitur quod à ponderibus D & C præſtatur, à quâlibet potentiâ æquali in D & C conſtitutâ præſtari poſſe manifeſtum eſt. Si itaque ſimplicibus orbiculis fit, ut pondus æquale poſſit prævalere, multò magis id fiet, ſi trochleæ adhibeantur.

Ex his apparet, quid & in cæteris machinarum generibus, analogiâ ſervatâ, dicendum ſit, ex quarum opportunâ collocatione facilitas movendi augentur. Si enim, exempli gratiâ, cubus A marmoreus elevandus fuerit vecte B C, multò faciliùs id fiet, ſi ille ſupponatur cubo, quàm ſi ex I ad perpendiculum elevaretur eodem vecte ſuſpenſum: ex I ſcilicet totus cubus à vecte ſuſtineretur; at ſubjectus vectis

B C

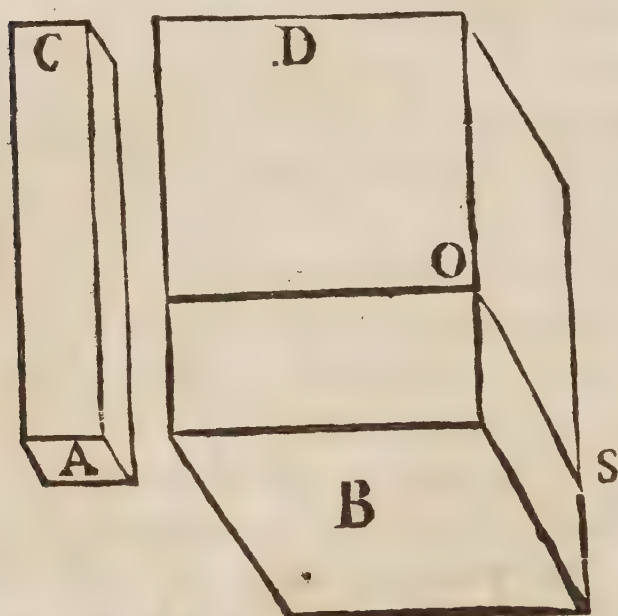
B C ita cubum sustentat, ut etiam reliquo latere cubus idem subjecto plano incumbat.

Quemadmodum autem non quemlibet vectem cuilibet oneri elevãdo parem esse omnes intelligunt; sed habita ratione materiæ, ex quâ constat, congrua soliditas ei tribuenda est; ita pariter in cæteris omnibus, quæ hùc spectant (sive sint machinarum membra, sive paxilli sint aut tigilli, quibus machinæ adnectuntur) materiæ soliditatem attendendam esse manifestum est, ne frangantur. Et quidem quod ad materiam attinet, non omnium solidorum partes pari nexu cohærent, sed alia aliis fragiliora sunt: sic lignum quernum difficiliùs frangitur, quàm fraxineum aut populeum: neque enim in omni ligno æque operosa similisque staminum textura reperitur; cum etiam lignum idem quaqua versum findi non possit pari facilitate; permagni quippe interest, recta ne juxtà venarum ductum? an obliquè? sectio facienda sit. Id quod in ipsis quoque lapidibus, atque marmoribus observare quandoque necesse est, ubi non æquè per omnes partes compacta materia venas habet scissioni maximè obnoxias. In metallis pariter eorum natura consideranda est, mollisne illa sit, ac flexibilis? an verò dura? ut eam, quam semel induit figuram, constanter retineat. Ex quo fit, ut pro materiæ dissimilitudine dispar etiam crassities requiratur: quis enim nesciat, quantum ligneum inter ac ferreum ejusdem molis vectem intersit?

Verùm illud potiùs considerandum videtur, quod ad soliditatem ipsam spectat, etiamsi materies diversa non sit; pro variâ enim crassitudine mutatur frangendi difficultas; & quia in mole majori plures insunt partes divisioni resistentes, frangendi pariter difficultas augetur pro Ratione multitudinis partium, si cætera paria sint. Dubitare videlicet nemo potest à duplici partium dividendarum numero duplicem oriri resistentiam. Si cætera, inquam, sint paria; nam si filum sericum ut rumpatur, requirit vim ut unum, & decem fila serica paris

crassitiei

craſſitiei ac longitudinis parallela ſimul poſita requirant vim decuplam; ſi in unum funiculum decem illa fila ritè contorqueantur, multò majorem vim quàm decuplam requiri, ut funiculus frangatur, manifeſtum eſt: quemadmodum & ligneus tigillus multo validiùs reſiſtit fractioni, quàm virgarum faſciculus eidem tigillo æqualis; major eſt enim particularum unio, ubi in unum corpus coaleſcant, quàm ubi plura minora corpora conſtituantur.

Hinc ſi fuerint duo parallelepipeda quadrata A & B, quorum latera ſint in Ratione quadruplâ, altitudines verò A C, & B D æquales; conſtat ex 32. l.11 ea eſſe inter ſe ut baſes; baſes autem ſunt quadrata laterum; igitur parallelepipedum B eſt ſedecuplum parallelepipedi A. Finge ſexdecim parallelepipeda ipſi A æqualia in faſciculum colligata, & ſciſſionem faciendam juxta lineam O S vi oneris in O poſiti: certum eſt faciliùs frangi poſſe ſexdecim illa parallelepipeda, quàm parallelepipedum B illis omnibus æquale; ut enim ſcindatur, curvari oportet vi oneris incumbentis; illa autem ſexdecim faciliùs curvantur quàm ipſum B. Id quod manifeſtum fiat, ſi virgam ex ſalicto decerpens, eamque leniter inflectens obſerves, quâ quidem parte virga curvata eſt, tenerum corticem in rugas aſſurgere atque criſpari, quâ verò parte convexa eſt, corticem diſtrahi atque diſtendi. Ex quo facilè arguimus, quid durioribus corporibus contingat, quæ non adeò manifeſtè corrugari poſſunt; flecti ſcilicet nequeunt, quin aliqua fiat interiorum partium compreſſio, & exteriorum diſtractio. Hinc in parallelepipedo B, quod flecti intelligitur, ut ſcindatur, partes, quæ circa O, comprimuntur; quæ verò circà S, diſtrahuntur: huic autem motioni repugnant omnes particu-

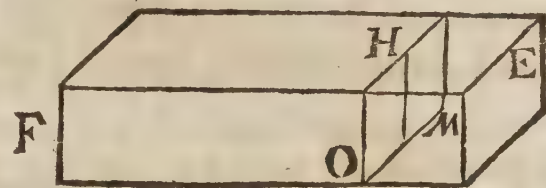
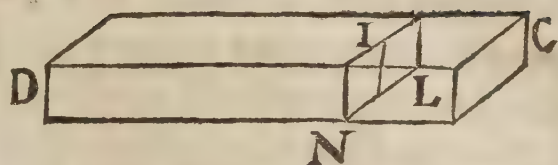
læ

læ vi nexûs, quo unaquæque cum ſibi proximè cohærentibus particulis colligatur. Cum autem ſexdecim illa parallelepipeda minora non ſint invicem connexa, quemadmodum particulæ omnes parallelepipedi B in unam molem coaluerunt, conſtat pauciores nexus faciliùs, quàm plures, diſſolvi.

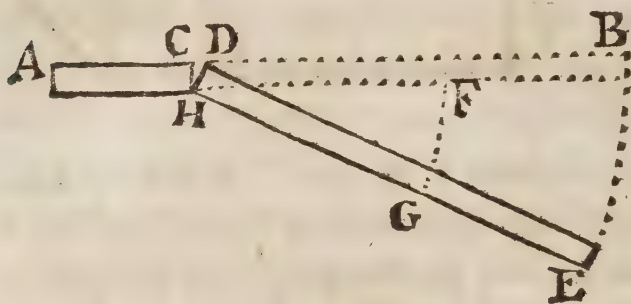
Hoc verò ut pleniùs atque apertiùs explicetur, intellige ſolidum longiuſculum R S in plures tenues laminas plano R I parallelas diviſum, ſibique ita viciſſim congruentes, ut earum extremitates conſtituant planum H I. Omnes haſce laminas ſecundùm extremitates fulcris impoſitas pondus ſuper D C conſtitutum adeò premat, ut curvari aliquantulum cogantur. Obſervabis illicò extremitates illas non jam ampliùs in eandem planitiem H I exæquari; ſed eas quidem laminas, quæ cavitatem ſpectant, magis curvari; minùs verò eas, quæ convexitati reſpondent, ac propterea extimæ laminæ extremitatem ab extremitate intimæ laminæ, quæ ponderi impoſito cohæret, magis recedere, quàm intermediarum extremitates. Conſtat itaque in hoc motu ſingularum laminarum particulas, dum curvantur, non iis reſpondere adhærentis laminæ particulis, quas priùs contingebant, cùm omnis curvitatis expertes erant, atque faciliùs potuiſſe ſingulas laminas moveri, quia nullo nexu invicem copulantur. Quòd ſi ex iis unum ſolidum R S planè integrum coaleſcat, manifeſtum eſt planitiem H I permanere, ac propterea, dum curvatur, neceſſe eſt, ut interiores particulæ invicem connexæ diſtrahantur, cum nequeant aliæ ab aliis ſecedere, quemadmodum in laminis contingere obſervavimus. Hinc oritur major ſolidi, quàm laminarum, reſiſtentia, ne frangatur. Non negarim tamen aliquando ſatius eſſe duobus mediocribus tigillis uti, quàm craſſiore tigno illis æquali; quia nimirum alterutro labem patiente rimaſvè agente, alter faciliùs integer perſeverat; in craſſiore autem tigno, ſi rimam du-

cere occœperit, periculum eſt, ne malum ſerpat juxta venarum aut fibrarum ductum. Cæterum ſublato hujuſmodi periculo, ubi reliqua paria ſint, craſſiora corpora difficiliùs franguntur.

Quare ſolidorum reſiſtentia, ne frangantur, major eſt quam pro Ratione ſectionum; hæc ſiquidem Ratio ſectionum ſervari quidem intelligitur, ſi limâ aut ſerrâ ſecari corpora oporteat; illæ enim tantummodo particulæ reſiſtunt, quæ ſectionem admittunt; at ubi de fractione agitur, quæ præter motum particularum, quæ dividuntur, motum etiam aliquem exigit aliarum, quas comprimi aut diſtrahi opus eſt, plus, minùs, pro Ratione vicinitatis, longè alia eſt Ratio, pro ut compreſſio illa atque diſtractio particularum faciliùs aut difficiliùs perfici poterit. Hoc autem ex ipsâ figurâ potiſſimùm pendet: Solidi enim R S ſectio C D E eadem quidem eſt, ſivè illud circà D E longiorem lineam, ſivè circa C D breviorem, curvari debeat, ut frangatur; ſed non eadem eſt in fractione C D ac in fractione D E frangendi difficultas; nam cum propiores ſint puncto D partes, quæ ad C, quàm quæ ad E ſitæ ſunt, conſtat has quidem magis cum circà lineam C D curvatur ſolidum, illas verò, cùm circà lineam D E curvatur, minùs diſtrahi oportere, ut fractio ſequatur. Quò autem magis diſtrahi debent particulæ, quæ ex D verſùs E recedunt, magis interim comprimi neceſſe eſt eas, quæ ad D accedunt ſecundùm lineam R O in plano R I. Major igitur eſt difficultas, ſi circà breviorem lineam C D curvetur, & fractio ſecundùm longiorem lineam D E ſequatur, quàm ſi contrà curvetur circà longiorem D E, & fractio ſit juxtà breviorem C D.

Jam igitur ſi duo ſolida invicem comparentur, quæ ejuſdem ſint materiæ ejuſdemque longitudinis, & in pari ab extremitatibus diſtantiâ frangi oporteat, ſtatuatur in utroque ſolido punctum fractionis, per quod intelligatur planum ſecans ſimiliter inclinatum, facienſque in utroque ſolido ſuperficies, quas vocemus *Baſes.* Item planum per quod movetur Potentia vim frangendi habens, ita productum intelligatur, ut Baſibus prædictis ſimili inclinatione occurrens deſcribat ſectionum lineas, quas vocemus Craſſities. Ut ſi fuerint duo ſolida

da C D & E F æqualis longitudinis, parieti infixa ſecundùm æquales partes C I & E H, ut in punctis I & H fiat fractio, ex hypotheſi. Si per ea puncta agantur plana ſimiliter inclinata, erunt ſuperficies I L & H M, quas vocamus hìc *Baſes.* Jam in extremitatibus D & F æquè remotis à punctis I & H ſint Potentiæ vim frangendi habentes, & per lineam motûs hujuſmodi Potentiarum intelligantur plana cum ſimili inclinatione occurrentia baſibus I L & H M, ponamuſque communes horum planorum ſectiones eſſe lineas parallelas, & æquales lineis I N & H O; quas ſectiones vocamus *Craſſities* ſolidorum, atque pro earum menſurâ uſurpamus lineas I N & H O. Cum itaque frangendi difficultas oriatur tùm ex numero partium, quæ ſeparandæ ſunt, has autem ipſæ Baſes I L & H M definiunt, tùm ex violento motu diſtractionis partium, qui ex ipsâ ſolidorum craſſitie I N, & H O dignoſcitur; illud conſequens eſt, quòd Reſiſtentiæ ſolidorum Ratio ea ſit, quæ ex Ratione Baſium, & Ratione Craſſitierum componitur. Hinc eſt quòd ſi Baſes fuerint ſimiles, & quæ eſt Ratio laterum homologorum, ea etiam ſit Craſſitierum Ratio, reſiſtentiæ ad fractionem invicem comparatæ erunt in Ratione triplicatâ laterum homologorum; ac propterea cylindrorum reſiſtentia ad fractionem erit in Ratione triplicatâ Diametrorum, ſeu Craſſitierum.

Hanc, de quâ hactenus nobis ſermo fuit, *Reſiſtentiam abſolutam* dicimus, quam ſolidum habet, ne dividatur: quò enim plures partes debent præter naturam comprimi, aut diſtrahi, plures ſunt reſiſtentiæ; & quò magis hoc motu debent momento eodem præter naturam moveri, eò etiam magis reſiſtunt: quâ igitur ratione plures ſunt reſiſtentes, & quâ Ratione magis reſiſtunt, tota reſiſtentiæ ratio componitur; quæ ex ipsâ corporis ſoliditate pendet, nullâ habitâ ratione longitudinis ipſius ſolidi: Propterea *Abſoluta* dicitur. Nam ſi longitudines frangendorum corporum comparemus, quæ ſuâ varietate mutant frangendi difficultatem, aut facilitatem, re-

ſiſtentia hæc dicenda erit *Reſpectiva*; quæ aliquando ea eſſe poteſt, ut corpus majore reſiſtentiâ abſolutâ præditum reddatur magis obnoxium fractioni; longitudo ſiquidem auget frangendi facilitatem: ideo autem *Reſpectivam* dicimus, quia comparatè ad momenta potentiæ ſumitur; hæc verò momenta ex variâ longitudine, ſeu diſtantia à puncto fractionis pendere manifeſtum eſt. Sit enim ſolidum A B, quod ita flectatur, ut fiat fractio C D: Potentia movens in B conſtituta dum perficit ſpatium B E, diſtractio particularum ſolidi fit ſolùm per ſpatium C D (aut veriùs per C H D, nam etiam partes inter C & H diſtrahuntur; Sed hîc claritatis gratiâ ſolùm extremæ C D conſiderantur) quod eſt multo minus ſpatio B E ſecundùm Rationem H D ad H E. At ſi ſolidum frangendum ſit A F, aut ſi ſit totum A B, tamen Potentia movens ſit ſolùm applicata in F, Potentia perficiens ſpatium F G (quod eſt minus quàm B E in Ratione H F ad H B) major eſſe debet quàm Potentia in B ſecundùm Rationem Reciprocam motuum B E & F G, ut ſequatur idem motus diſtractionis partium C D; nam ex 8. l. 5. minor eſt Ratio F G ad C D, quàm ſit Ratio B E ad eandem C D. Conſtat igitur à longitudine augeri facilitatem frangendi, ac proinde Reſiſtentiam hanc Reſpectivam eſſe ſecundùm Reciprocam Rationem longitudinum.

Ex quo obiter apparet, cur ſolida Horizonti perpendicularia magis reſiſtant fractioni, ſi potentiæ motus, ſeu conatus, ſit ad perpendiculum Horizonti: quia videlicet in hujuſmodi motu ad perpendiculum æqualiter moveri oportet Potentiam cum ſolidi particulis, quæ diſtrahi aut comprimi debent: ut autem Potentia ſuperet vim reſtititivam, aut major eſſe debet Ratio motûs potentiæ ad motum corporis reſiſtentis, quàm ſit Ratio virium reſiſtendi ad virtutem movendi, aut virtus movendi abſolutè major eſſe debet vi reſiſtendi: Cum itaque in motu perpendiculari intercedere non poſſit motuum inæqualitas, neceſſe eſt virtutem movendi vehementer augeri, ut ſuperet vim,

quâ

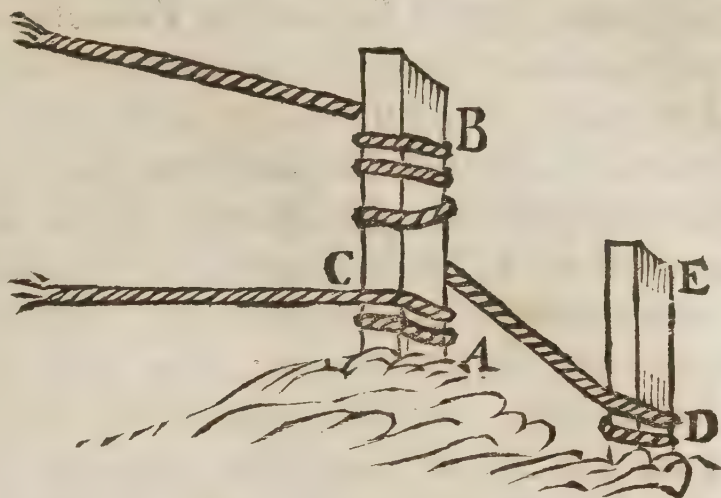
quâ particulæ solidi invicem connexæ repugnant, ne distrahantur, aut comprimantur.

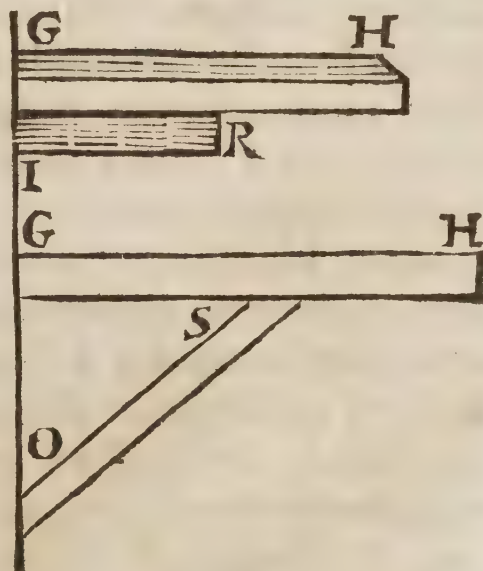
Hinc ex hastâ ad perpendiculum suspensâ pendebit ingens saxum, & tigillum perpendiculariter terræ insistentem premet moles, penè dixerim, immensa, citrà hastæ aut tigilli fractionem: quia omnes hastæ atque tigilli partes & æqualiter cum onere suspenso aut incumbente moveri deberent, & omnes æqualiter resistunt distractioni aut compressioni: At si ad horizontem inclinata aut parallela fuerint hujusmodi solida (hasta videlicet atque tigillus) non est æqualis omnium partium distractio aut compressio, minùs enim distrahuntur, quæ puncto H proximæ sunt, quam quæ ad D accedunt (concipe H in media crassitie) contrà verò illæ magis, hæ minùs comprimuntur; quemadmodum neque motui distractionis aut compressionis esset æqualis motus oneris deorsùm urgentis in hastæ, vel tigilli non perpendicularium extremitate constituti, sed multò major esset hîc oneris motus. Quoniam verò rerum natura magis repugnat corporum penetrationi, ad quam quodammodo accedere videtur compressio, quàm corporum unitorum divisioni, ubi vacui metus absit; hinc est majorem molem faciliùs sustineri à fulcro ad perpendiculum subjecto, quàm suspendi ex solido perpendiculari citrà fractionis periculum. Quamvis negandum non sit ad hujusmodi facilitatem, quam experimur in sustinendo potiùs, quàm in retinendo onere, conferre plurimum, quòd tellus, cui fulcrum infigitur, demùm non subsidit; at laqueare seu fornix ex quo solidum pendet onere prægravatum, tantam gravitatem non ita facilè ferre potest. Quare ad tollenda in superiores ædificiorum partes ingentia saxa multo cautiùs atque tutiùs ij operantur, qui longam trabem, aut plura tigna ritè connexa, quasi navis malum rudentibus usquequaque firmatum, ne à perpendiculo deflectat, statuunt, cui superiorem trochleam adnectant; quàm qui trabem Horizonti parallelam parieti infigunt ad idem munus præstandum; hæc siquidem horizonti parallela magis fractioni obnoxia est, quàm perpendicularis; præterquam quod parietem aliquatenus labefactare potest, cum habeat ratio-

nem vectis in ſuperiora propellentis ſaxo deorſum urgente; niſi huic periculo ex arte obviam eatur.

Comparatis itaque invicem ſolidorum frangendorum longitudinibus, hoc eſt intervallis inter fractionum puncta & locum, ubi potentia vim frangendi habens conſtituta intelligitur, quò major eſt longitudo, eò minor eſt reſiſtentia ſolidi, ne frangatur. Qua propter ubi duo data ſolida conferantur, quæcumque demùm illa ſint, non ſolùm eorum Reſiſtentia Abſoluta, quæ ex Rationibus Baſium, & Craſſitierum componitur, attendenda eſt, ſed etiam Reſiſtentia Reſpectiva, quæ ex longitudinibus pendet: atque adeò adæquata Ratio reſiſtentiæ, ne frangantur, ea eſt, quæ componitur ex Rationibus Baſium & Craſſitierum atque ex Ratione longitudinum Reciprocè ſumptarum: cùm enim longitudini majori reſpondeat minor reſiſtentia, manifeſtum eſt longitudinum Rationem eſſe Reciprocè ſumendam, ut reſiſtentiæ, quæ ex illis oritur, Ratio habeatur. Hinc eſt fieri aliquando poſſe, ut ſolidum craſſius minùs reſiſtat fractioni, quàm ſubtilius, ſi hoc breve ſit, illud verò valdè longum, ſi videlicet longitudo craſſioris ad longitudinem ſubtilioris Rationem habeat majorem, quàm ſit ea, quæ ex Rationibus Baſium, & Craſſitierum componitur. Sic ſi duo fuerint cylindri, & alter triplo craſſior fuerit reliquo, ſed etiam trigecuplo longior fuerit illo, minùs etiam fractioni reſiſtet; quia reſiſtentia abſoluta majoris cylindri ad minorem eſt ut 27 ad 1, ſed reſiſtentia Reſpectiva ejuſdem majoris ad minoris reſiſtentiam pariter reſpectivam eſt ut 1 ad 30: Ratio ergo ex his Rationibus 27 ad 1, & 1 ad 30 Compoſita, eſt Ratio 27 ad 30, hoc eſt 9 ad 10, ac propterea major cylindrus reſiſtit fractioni ut 9, minor verò fractioni reſiſtit ut 10.

Deſine jam mirari, ſi quando paxillum maximis viribus reſiſtere videris; quia nimirùm potentia, quæ motum conatur, proximè applicata eſt parieti aut plano, cui paxillus infigitur: quòd ſi remotior illa fuerit, etiam minùs hic reſiſtet. Sic defixo in terram paxillo A B, cui funis A C alligatur, experientia docet paxillum eò reſiſtere validiùs, quò propiùs ad A alligatur funis, debiliùs autem reſiſtere, quò magis

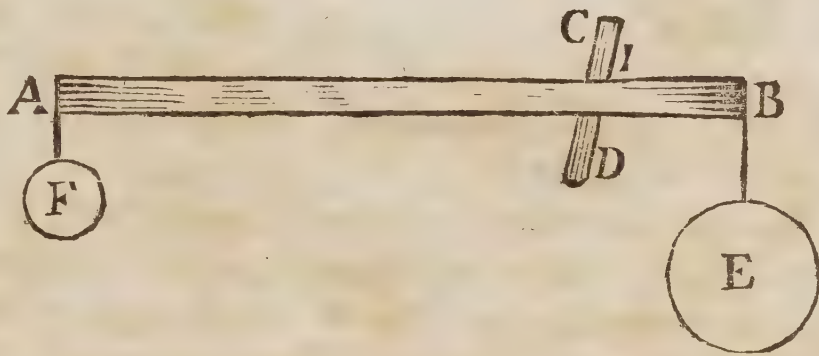
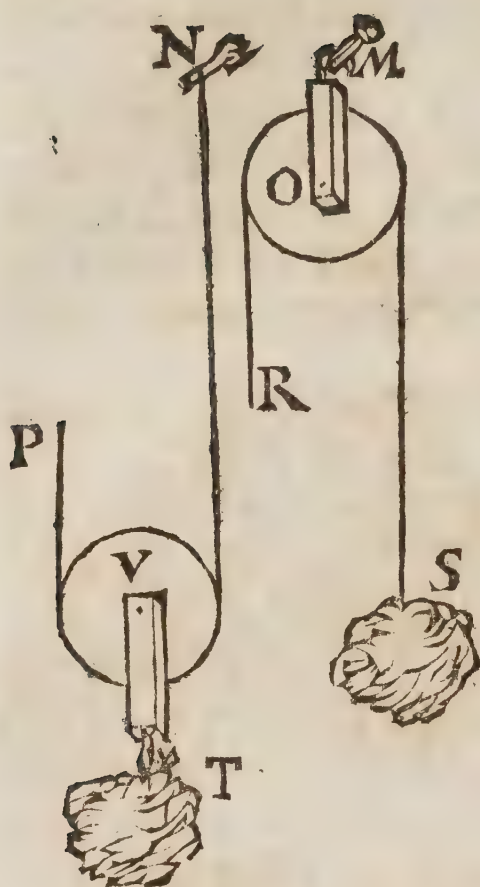
magis ad B accedit; in A nimirùm motus potentiæ trahentis vix excederet motum paxilli, qui ibi flecteretur ex hypotheſi; at fune in B poſito, potentia ibi conſtituta, & per funem applicata multò velociùs moveretur, quàm paxilli partes propè A, quæ ibi flecterentur.

Quòd ſi loci conditio, aut ipſa oneris movendi conſtitutio id exigat, ut funis propè B alligetur, & de paxilli A B firmitate dubitetur, paxillum alterum D E paulò remotiorem commodo loco depange ita, ut funis primùm in D firmetur, deinde circa B convolutus extendatur, pro ut operis faciendi ratio fieret.

Eâdem ratione ſi tigillus, ex quo onus dependere debet, parieti ſit infixus, & ſit G H, fractioni magis erit obnoxius, quò propiùs accedet pondus ad H: propterea aut ei ſubjicitur brevior tigillus I R omninò contiguus, aut ſupponitur fulcrum O S inclinatum; quod fractionem eò validiùs impediet, quò minùs diſtabunt H & S, & quò acutior fuerit angulus, quem fulcrum S O cum pariete conſtituit, ſeu, quod eôdem recidit, quò magis ad recti anguli quantitatem accedet angulus G S O. Quæ omnia ita ex dictis aperta ſunt, ut ulteriori explicatione non egeant.

Sed & illud hîc, ubi de Reſiſtentiâ Reſpectivâ ſermo eſt, adjiciendum videtur, quòd ex ſolâ majori longitudine hæc non minuitur, niſi cùm longitudo ſolidi ad perpendiculum inſiſtit Horizonti;

Horizonti; tunc enim gravitas ipſa ſolidi tota incumbit ſubjecto plano; & tantùm Potentia oblique atque in tranſverſum trahens applicata extremitati longioris ſolidi plus habet momenti, quàm applicata extremitate brevioris, quia velociùs, & faciliùs movetur ſecundùm Rationem longitudinum illarum. At quando ſolida ſunt horizonti parallela, aut ad illum ita inclinata, ut centrum gravitatis partis illius, quæ erumpit ex corpore, cui ſolidum infigitur, non immineat baſi ſuſtentationis, non ſola longitudo attendenda eſt, ſed & ipſa gravitas, quæ etiam nullo addito extrinſeco motore ſua habet momenta, quibus deorſum connititur. Ex quo fit pro majori gravitate etiam frangendi facilitatem augeri, ipſa nimirum gravitas eſt potentia conjuncta, quæ augetur pro ratione materiæ; materia autem augetur pro ratione longitudinis (cætera ſiquidem paria eſſe hîc claritatis gratiâ, ponamus) ac propterea longius priſma comparatum cum breviori priſmate, eo quòd majorem habeat gravitatem, minùs reſiſtit fractioni ſecundùm Reciprocam Rationem longitudinum. Atqui Ratio motûs hujuſmodi Potentiæ conjunctæ eſt ſecundùm Rationem longitudinum, & ex dictis Ratio Reſiſtentiæ in ordine ad hujuſmodi motum eſt permutatim ac Reciprocè ſecundùm eandem longitudinum Rationem: igitur Ratio duplicatur, & reſiſtentia longioris ad reſiſtentiam brevioris eſt ſecundùm ſubduplicatam Rationem longitudinum reciprocè ſumptarum. Id quod etiam hinc conſtat, quia cùm ſingula illius longirudinis puncta ſuam habeant gravitatem, ſua omnibus inſunt momenta pro Ratione diſtantiæ à puncto quod eſt veluti centrum motûs; ergo aggregata momentorum ſunt ut ſectores ab illis longitudinibus tanquam à Radiis deſcripti: ſunt autem ſimiles ſectores in duplicatâ Ratione Radiorum. Quare ſi longitudines ſint ut 3 ad 2, Reſiſtentia reſpectiva longioris ad reſiſtentiam brevioris eſt ut 4 ad 9. Tota igitur ſolidorum reſiſtentia, ne frangantur, componitur ex Rationibus Baſium, & Craſſitierum, & ex ſubduplicatâ Ratione longitudinum permutatim ac reciprocè ſumptarum.

Ex his itaque, quæ de ſolidorum reſiſtentiâ, ne frangantur, hactenùs diſputata ſunt, conjecturam facilè accipiet prudens

prudens machinator, quàm ſolida & craſſa ſtatui debeant quæque machinarum membra, quóve loco collocanda ſint, ut & materia & forma reſpondeant fini, in quem machinæ deſtinantur: neque enim ſatis eſt concinno, & eleganti diagrammate machinam oculis repræſentaſſe, ejuſque vires ad calculos revocâſſe, quantum quidem ex machinæ figurâ colligitur, ſi demùm, inſtituto motu machina pondere prægravata luxetur.

Illud tamen præterea Machinator animadvertat, oportet, quod ſpectat ad momenta virium, quas potentia movens exercet; neque enim ſola ponderis gravitas machinam, aut corpus, cui machina alligatur, aut innititur, urget aut premit, ſed & ipſa potentia, dum adversùs ipſum pondus conatur machinam movens, aliquando auget gravitatem ex oppoſitâ parte, adeò ut & huic & ponderi reſiſtere debeat machina, aut id, quod machinam retinet. Si enim fuerit vectis AB innixus ſuper baculum CD, ex B pendeat globus plumbeus E, & extremitas A quieſcat aliquo corpore retinente, ut ſi fuerit parieti infixa; ſolo globo E gravitante minus periculum ſubeſt fractionis tùm vectis, tùm baculi CD ſuſtentantis, quàm ſi in A ſit potentia F; cujus conatus deorſum oppoſitus conatui deorſum ponderis E faciliùs curvitatem, aut etiam demùm fractionem vectis efficere poteſt in I, ut patet; immò & baculus CD ſuſtentans vectem, non ſolùm momenta ponderis E, ſed & momenta Potentiæ F, quæ in I uniuntur, in ſe recipit; atque adeò utriſque ferendis par eſſe debet.

Simile quiddam obſervare eſt, ſi ex orbiculo O, in clavo M ſuſpenſo, circà ſuum axem verſatili, dependeat pondus S, & Potentia in R deorſum conata cogat pondus S aſcendere: certum eſt enim ab axe orbiculi, & à clavo M ſuſtineri non

ſolùm pondus S, ſed & Potentiam, quæ eſt in R. Contrà verò ſi orbiculus V ſit adnexus ponderi T, funis autem orbiculo inſertus alligetur clavo in N, & potentia P ſurſum trahat, conſtat ab axe quidem orbiculi ſuſtineri ſolum pondus T; à clavo verò N non totum pondus T ſuſtineri, ſed ejus ſemiſſem, nam etiam Potentia P ſuſtinet pondus. Validior igitur eſſe debet clavus M quàm clavus N, hic enim ponderis ſemiſſem fert, ille verò plus quàm duplum. Potentia enim R major eſt pondere S.

Quòd ſi tàm pondera S & T, quàm clavi M & N, atque Potentiæ R & P non in plano Verticali, ſed in Horizontali conſtituantur, certum eſt pondera S & T non ſuſpenſa ſed jacentia, nihil adversùs clavos M & N; aut adversùs ſuorum orbiculorum O & V axes conari, immò neque adversùs Potentias R & P; quandoquidem toto niſu plano ſubjecto incumbunt, nullámque exercent Activam Reſiſtentiam; ſed Formalem tantummodo, quâ repugnent Potentiis moventibus: quæ quidem reſiſtentia, tùm ex ipsâ ponderum gravitate, tùm ex attritu ſubjecti plani componitur. Clavorum igitur M & N ea ſit, oportet, ſoliditas atque firmitas, quæ potentiarum R & P conatibus reſpondeat; ne forte clavi ipſi frangantur faciliùs, aut revellantur, quàm pondera ſuo loco dimoveantur. Sed hæc innuiſſe ſat fuerit, ut ſingula diligenter à machinatore circumſpicienda eſſe intelligatur; neque tamen in his ad nauſeam diutiùs immorandum.

CAPUT

CAPUT VII.

Præstet-ne Machinam augere? an componere.

EX iis, quæ de Machinarum viribus disputata sunt satis liquet nullum dari finitum Pondus quod data Potentia movere non possit si congruens machina adhibeatur: cum etenim data sit Ratio Ponderis ad Potentiam, eo artificio Machina disponatur, ut Ratione illâ datâ fiat major Ratio motûs Potentiæ ad motum Ponderis; & Pondus cedet Potentiæ moventi. Sic vicissim si oblata fuerit machina, examinandus primùm est locus, ubi Potentia applicanda est, ubi Pondus collocandum; tùm utriusque motûs rationes ineundæ: & pronunciabis majorem requiri rationem Potentiæ ad Pondus, quàm sit Ratio motûs Ponderis ad motum Potentiæ. Sit enim ex. gr. motuum hujusmodi Ratio, quæ est 3 ad 8; Potentia vim movendi habens ut 3 non movebit Pondus, cujus vis resistendi, & momentum, sit ut 8; sed opus est, ut illa major sit quàm 3. At neque Potentiam augere potes, ut oportet, neque Ponderi quicquam detrahere: vide igitur utrum fieri possit, ut mutetur in machinâ motuum Ratio, aut Potentiæ motum augendo, aut ponderis motum minuendo.

Hinc manifestum est machinam majorem non plus afferre facilitatis præ minore, si illæ quidem omninò similes fuerint (modò utraque satis solida sit, ne fractioni sit obnoxia) motuum enim Ratio eadem est in utráque. Sic Vectis 100 palmorum si ita ab hypomochlio distinguatur in partes ut hinc palmos 20, hinc 80 relinquat, non majorem movendi facilitatem præbebit, quàm vectis palmorum quinque ita divisus ab hypomochlio, ut hinc palmus unus, hinc verò quatuor relinquantur. Ut igitur longior ille Vectis utilior accidat, si hypomochlium quidem transferri queat, remove illud à Potentiâ, & admove Ponderi, motuumque Ratio augebitur; patet scilicet majorem esse Rationem 85 ad 15, quam 80 ad 20: Quod si verò hypomochlium ita fixum sit ac vecti adnexum,

ut mutari loco nequeat, abſcinde palmos 5 $\frac{15}{17}$, adeò ut hinc ſint palmi 80 ut priùs, hinc autem ſint palmi 14 $\frac{2}{17}$, & eadem erit Ratio, quæ eſt 85 ad 15. Quare breviore vecte plus ponderis movebis, quàm longiore; vis enim, quæ longiore illo 100 palmorum movebat pondus librarum 100, breviore hoc palmorum 94 $\frac{2}{17}$ movebit libras 141 $\frac{2}{3}$: Quia quamvis in utroque Vecte hypomochlium habente poſt palmum octuageſimum, Potentia eodem ſemper motu moveatur, non tamen idem eſt ponderis motus, qui in minore vecte minor eſt, in majore major, ac proinde motûs Potentiæ ad motum Ponderis Ratio major eſt in minore, minor in majore vecte. Quod ſi demùm nec hypomochlium transferre, nec vecte mutilato uti liceat, licebit ſanè fuſtem, vel quid ſimile, firmiter ad alligatum Vecti adjungere, potentiamque ab hypomochlio longiùs removere: oporteret autem additamentum hujuſmodi eſſe palmorum 33 $\frac{1}{3}$; nam ut 15 ad 85, ita 20 ad 113 $\frac{1}{3}$; adeóque totus vectis eſſet palmorum 133 $\frac{1}{3}$.

Porrò hîc obſerva, quantò facilius ſit ponderis motum minuere, quàm potentiæ motum augere: in allato ſiquidem exemplo, manente eodem potentiæ motu, minuitur ponderis motus decurtato vecte ac diminuto palmis 5 $\frac{15}{17}$; manente autem eodem ponderis motu augetur Potentiæ motus acuto vecte palmis 33 $\frac{1}{3}$: Quia nimirum in Ratione majoris Inæqualitatis ſi Conſequens terminus minor minuatur, aut Antecedens terminus major augeatur, fit adhuc major Inæqualitas; ut autem eadem Ratio ſervetur aucto Antecedente ac diminuto Conſequente, manifeſtum eſt, quæ pars Conſequentis integri eſt conſequens diminutus, eam debere eſſe partem Antecedentis aucti Antecedentem datum: atqui Antecedens datus eſt major dato Conſequente; igitur plus addendum eſt Antecedenti, quàm dematur Conſequenti. Sic data ſit Ratio 8 ad 6: Conſequens bifariam ſecetur, ejuſque ſemiſſis fiat novus Conſequens; erit Ratio 8 ad 3 majoris adhuc inæqualitatis; hæc enim eſt dupla ſuperbipartiens tertias, illa verò erat ſolùm ſeſquitertia. Ut igitur retento priori Conſequente 6 ſit eadem Ratio dupla ſuperbipartiens tertias, ſicut Conſequens fuit bifariam diviſus, ita datus Antecedens 8 eſt duplicandus, ut ſit Ratio

16 ad 6 : plus autem est totus antecedens major qui additur, quàm sit semissis Consequentis minoris qui demitur. In re autem nostrâ semper Ratio motûs Potentiæ per machinam validioris factæ ad motum dati ponderis est Ratio Majoris inæqualitatis: Quapropter satius est Ponderis motum minuere, quam potentiæ motum auctâ machinâ augere.

Hæc quidem, quæ in vecte proposita facilè ac in promptu est perspicere, in cæteris pariter mechanicis Facultatibus, ut in Trochleis, Cochleâ, & reliquis intelligenda sunt, ut ex iis, quæ inferiùs dicentur, suo loco manifestum fiet. Sed quoniam ad ponderis motum extenuandum certos quosdam fines ipsa machinarum materia præscribit ; neque enim quemadmodum quantitatem omnem, & corporum molem in subtiliores, ac subindè subtiliores partes mente concidimus, ita etiam id re ipsâ perficere atque in praxim deducere possumus : propterea ut plurimum cogimur Potentiæ velociorem motum conciliare, ut majorem obtineat Rationem ad motum Ponderis. Quis etenim non incassum uti possit Vecte, cujus hypomochlium à pondere satis gravi non ampliùs distet, quàm per digiti semissem ? aut Cochleam adhibere, cujus spiras intervallum capillaceum secernat ?

Verùm cum id duplici methodo præstare possimus, videlicet aut Machinam ipsam, specie non mutatâ, augentes, aut illam ex pluribus membris componentes, sivè ejusdem generis sint, sive diversi ; operæ pretium fuerit perpendere, majus-ne in augmento ? an verò in compositione ? compendium inveniatur. *Augmentum* voco (ne ullus subsit æquivocandi locus) cum ejusdem Facultatis species immutata permanet, factâ solum partis alicujus accessione ; ut si, quia Vectis justo brevior est, Potentiæ ab hypomochlio distantiam longiorem facias ; cum Trochleæ adhibeantur oneri movendo impares, amplificatis loculamentis orbiculorum numerum augeas ; quia Cochlea ob spirarum raritatem minùs valida est quàm oporteat, lineam ipsam ita inclines, ut spissioribus spiris circumducatur. At verò *Composita* dicitur Machina, cum invalidæ Facultati membra alia adjiciuntur, aut generis ejusdem, ut cum Vectis Vecti, Cochleæ Coehlea, Trochleis Throchleæ adjunguntur ; aut diversi generis, ut cum facultates ipsæ permiscentur, vecti trochleas,

Cochleæ vectem, Trochleis Cochleam, & deinceps, adjungendo. Prioris Compositionis intrà idem genus specimen aliquod exhibui in *Terrâ Machinis motâ : Dissertat.* 1. & inferius suis locis de eâ redibit sermo: Posterioris autem Compositionis diversarum Facultatum, ubi de singulis disputabimus, exempla aliqua subjiciemus, ut discat Tyro Machinarum vires ritè ad calculos revocare, solertiamque machinandi acquirat.

Quamvis autem quæstio hæc multò dilucidiùs explicaretur, si unamquamque Facultatem singillatim attingeremus, quàm si unâ comprehensione omnia complectamur; hîc tamen doctrinæ ratio exigit, ut dimissis rivulis fontem ipsum aperiamus, ex quo in Machinam Compositam vis major, quàm in Amplificatam, majore compendio derivatur. Et quidem cum res tota ex potentiæ atque Ponderis motuum Ratione pendeat, quamdiu in simplici aliquâ facultate consistimus, motus Potentiæ ad motum Ponderis simplicem habet Rationem; si verò Facultas una cum aliâ quâpiam facultate conjungitur, atque connectitur, jam Potentiæ motus ad motum ponderis eam habet Rationem, quæ ex singularum facultatum rationibus componitur. Voco autem *singularum Facultatum Rationem* eam, quæ inter ipsos Potentiæ ac Ponderis motus intercederet, si facultas illa solitaria adhiberetur; Atqui Ratio hæc motuum in singulis Facultatibus modum recipit ex Facultatis ipsius partibus, quarum altera ad Potentiam, àd Pondus altera spectare videtur; ut per singulas Facultates eunti constabit. In Vecte enim Ponderis ab hypomochlio distantia pertinet ad Pondus, Potentiæ autem distantia ab eodem hypomochlio penes potentiam est: In Trochleis ipsarum Trochlearum distantia Pondus respicit; funis autem explicatio Potentiam: In Axe in Peritrochio crassities Axis Ponderi, Peritrochij amplitudo Potentiæ tribuitur: In Cuneo longitudo ad Potentiam spectat, crassities ad Pondus: In Cochleâ demùm spiræ circumductæ perimeter ad Potentiam attinet, extremitatum spiralis lineæ intervallum, ad Pondus. Manifestum est igitur, ubi simplex motuum Ratio in singulis Facultatibus augenda fuerit, manente eâ parte, quæ ad Pondus spectat, necessariò ita augendam esse partem reliquam, quæ Potentiæ tribuitur, ut majori illi motuum Rationi respondeat. Sic dato Vecte palmorum sex, quo potentia moveatur

veatur in quintuplâ Ratione ad Pondus, si maneat eadem ponderis ab hypomochlio distantia, & motuum Ratio esse debeat vigecupla, satis constat totum vectem requiri palmorum 21, ut unus Ponderi cedat, Potentiæ autem viginti.

At verò si motuum Ratio ex Rationibus componenda sit, satisfuerit datæ Facultati minorem Rationem continenti, quàm oporteat, Facultatem aliam adjicere, cujus Ratio cum priori Ratione composita quæsitam Rationem constituat. Sic dato Vecti quintuplam rationem continenti adjunge aliam quamlibet facultatem quadruplæ Rationis; ex quadruplâ enim Ratione & quintuplâ componitur Ratio vigecupla quæsita. Ita autem secunda hæc Facultas priori Facultati adnectenda est, ut quemadmodum duorum Magnetum oppositi poli junguntur, Australis videlicet unius Aquilonari alterius, sic duarum Facultatum oppositæ partes connectantur, ut scilicet quo loco ad priorem Facultatem applicanda esset Potentia, eidem admoveatur locus Ponderi in secundâ Facultate destinatus: proinde siquidem se res habebit, atque si pondus diminutum pro Ratione prioris facultatis, videlicet sub quintuplum, in secundam hanc Facultatem transferretur, in quâ ejus motus ad motum Potentiæ Rationem haberet subquadruplam: re enim verâ duabus hisce Facultatibus junctis, Potentiæ motus vigecuplus est ad motum Ponderis; nam Pondus in vectis extremitate alterâ constitutum quintuplo tardiùs movetur, quàm reliqua vectis extremitas; hæc autem posteriori Facultati loco Ponderis adjuncta quadruplo tardiùs movetur quàm Potentia; igitur Ponderis motus vigecuplo tardior est motu Potentiæ.

Statuamus exempli gratiâ secundam hanc Facultatem Vecti adjunctam esse pariter Vectem ejusdem generis quinque palmorum ita ab hypomochlio distinctum in partes, ut hæ in quadruplâ sint Ratione: Ecce quanto compendio rem assequamur; id enim quod simplici Vecte palmorum 21 præstandum esset, compositis vectibus duobus altero palmorum sex, altero palm. quinque perficimus, servatâ semper eâdem Ponderis ab hypomochlio distantiâ, nimirum palmi unius. Hæc tamen de duobus hisce vectibus dicta ita intelliges velim, ut ad motum simpliciter pertineant; non verò ad motûs quantitatem; satis enim

scio

ſcio non ad eam diſtantiam promoveri poſſe Pondus adhibito ſecundo hoc vecte, ad quam promoveretur Vecte palmorum 21: Verùm hîc ſola movendi facilitas conſideratur. Quòd ſi non alterum Vectem adhibeas; ſed aliud facultatis genus, ut Trochleas binis orbiculis inſtructas, & Vecti in loco Potentiæ adnexas, multò adhuc faciliùs movebitur Pondus, cujus motus erit ſubvigecuplus motûs Potentiæ funem Trochlearum trahentis, & tantus erit Ponderis motus, quantus eſſet, ſi extremitati Vectis palmorum ſex apponeretur Potentia quadrupla datæ Potentiæ. Idem planè de cæteris dicendum Facultatibus.

Hinc manifeſtum eſt compoſitis tribus, quatuorve, aut pluribus Facultatibus, Rationem Compoſitam motus potentiæ ad motum Ponderis fieri multò majorem; cui ſi æqualem Rationem habere velimus unicâ atque ſimplici Facultate, hujus magnitudinem aliquando enormem fieri neceſſe eſſet; ut ſuis locis infrà declarabitur.

In eo igitur elucebit Machinatoris induſtria, ſi Facultates ipſas aptè congruenterque diſponat, atque permiſceat, ſpectatâ materiæ ſoliditate, ſpatij amplitudine, Ponderis poſitione, Potentiæ virtute, temporis ad movendum conceſſi opportunitate: hæc enim omnia attentiſſimè perpendenda ſunt; ne, dum nimis ſollicitè laborem imminuere ſtudet, motum plus æquo imminuens, tardioremque efficiens temporis jacturam faciat, aut totum ſpatium machina implens in eas anguſtias Potentiam moventem conjiciat, ut motum expeditè perficere nequeat.

CAPUT VIII.

Cur majores Rotæ motum juvent præ minoribus.

ONera ſi ex alio in alium locum deportanda fuerint, gemino labore opus eſt, conatu videlicet, quo ſuſtineantur, & impetu, quo transferantur: propterea ſatius eſt ita res diſponere, ut vires omnes ad transferendum exerceantur, citrà conatum ſuſtinendi; ut eâ ratione vel gravius onus vel idem multò

multò faciliùs à potentia moveatur, quàm si ea illud sustinere pariter atque transferre cogeretur. Quoniam verò (cum onera subjecto plano imposita illud premant, atque tùm onerum tùm subjecti plani facies, quæ se invicem contingunt, non ita læves sint, ut partes omnes in rectum directæ nihil habeant asperitatis; quin immò ut plurimum, & salebris impedita via sit, & movendi corporis partes aliæ præ aliis extent atque emineant) ex mutuo prominentium particularum tritu atque conflictu difficultas ad movendum oriretur; idcircò optimo consilio factum est, ut oneribus ipsis subjiciantur Cylindri aut Rotæ, quæ dum in gyrum aguntur, conflictum illum partium tollunt, qui vitari non posset, si onera super plano raptarentur. Hinc Cisia, Sarraca, Vehes, Carri & genus omne plaustrorum. Id quod etiam homines ipsi, ut terrestre iter commodiùs habeant, & minori jumentorum labore illud perficiant, quàm si iis insidentes veherentur, suos in usus retulerunt: Hinc Belgæ sua esseda, Galli petorita & rhedas, Hispani pilenta, Itali carpenta; & pro suâ quisque voluntate diversa vehiculorum genera excogitârunt, quæ subjectis rotis aguntur: dum enim Rota convertitur, ejusque curvaturæ partes aliis atque subinde aliis subjectæ planitiei partibus aptantur, adeóque currus promovetur, solus rotæ modiolus axis ambitum axungiâ lubricum terit; ex quo tritu aut nulla aut levis mora motui infertur.

Illud autem est omnibus exploratissimum, & quotidiano experimento confirmatum, quo majoribus rotis instructi currus (nisi discrimen aliquod in cæteris intercedat) multò faciliùs trahuntur, passimque observatur Romæ in vulgaribus illis vehiculis (ab antiquis Cisiis aut parum aut nihil distant) quæ cum ex celeberrimi Architecti Bonarotæ præscripto duas ingentes rotas habeant, tantis ponderibus onusta cernuntur, ut miraculo proximum videatur ab unico equo tam ingentia onera trahi posse: id quod alibi neutiquam fieri potest, ubi minoribus Rotis vehicula hujusmodi instructa longè minoribus oneribus deferendis paria sunt, si unicus equus adhibeatur.

Hujus rei causam indaganti acquiescendum non est iis, qui illam ex rationibus Vectis petendam esse existimant, perinde atque si rotæ majoris semidiameter esset longior Vectis, minoris verò brevior; ac propterea majore rotâ faciliùs moveretur

vehiculum onuſtum, quàm minore, quia & longiore vecte faciliùs pondera moventur, quàm breviore. Hoc, inquam, à veritate abeſſe palam fiet, ſi animadvertamus potentiam trahentem medio temone applicatam eſſe axi, cui pariter axi innititur onus; atque adeò tùm onus tùm Potentiam concipi quaſi in Rotæ centro, cujus ſemidiametri altera extremitas hypomochlij punctum deſignaret. Atqui Vectis, in quo Potentia & onus ab hypomochlio eandem aut æqualem diſtantiam habent, parùm aut nihil habet utilitatis: immò in Vecte, quâ vectis eſt, tria puncta diverſa tribuenda ſunt Potentiæ, oneri, & Hypomochlio, ut infrà, ubi de Vecte diſputabitur: in Rotâ autem duo tantummodo puncta conſiderantur, ſcilicet centrum & ſemidiametri extremitas. Igitur in Rotâ ratio Vectis non invenitur, ideóque neque major Rota accipienda eſt quaſi longior Vectis. Aliundè itaque petendam eſſe cauſam, cur majores rotæ præ minoribus motum juvent, manifeſtum eſt.

Et primùm quidem, quod ad moram illam attinet, quæ ex modioli Rotæ atque axis tritu oritur, eam minorem eſſe in majoribus Rotis, ſatis conſtàt, ſi attendamus axis craſſitiem, non Rotæ magnitudini reſpondere, ſed oneris gravitati, quam opus eſt ſuſtinere; quapropter axi ſatis valido pro ratione ponderis ſuſtinendi parùm refert, utrùm Rota, cujus radij bipalmares ſint, an verò tripalmares, infigatur: manente igitur eodem axe aut major, aut minor Rota vehiculo ſubjici poteſt. Sed quoniam Rota major, cujus diameter ſeſquialtera eſt minoris, dum converſionem unam perficit, ſpatium quoque ſeſquialterum decurrit, eumdem tamen axem, quem minor Rota, terit, hinc fit, per 8. lib. 5. eumdem axis ambitum ad majoris Rotæ perimetrum (hoc eſt ad ejus motum) minorem habere rationem quàm ad perimetrum minoris Rotæ (hoc eſt ad minorem motum) atque adeò tritus ille modioli, & axis minùs impedit majorem motum quàm minorem.

Deinde, ut cap. 16. lib. 1. ſubindicatum eſt ſuperiùs, majores rotæ efficiunt, ut axis magis à terrâ diſtet; ac proindè temo, cui alligatus eſt equus, vel ſubjecto plano parallelus eſt, vel minimùm à paralleliſmo recedit: ex quo fit tractionem aut parallelam eſſe, aut ſaltem minùs obliquam, quam ſi Rota minor eſſet, & axis depreſſior: quò autem minor eſt tractionis obliquitas,

obliquitas, minorem quoque esse trahendi difficultatem loco citato explicatum est.

Ad hæc viarum asperitatem impedimento esse nemo nescit; offendicula autem, in quæ vehiculorum Rotæ incurrunt, magis obsistere minori Rotæ, quàm majori, facilè ostenditur; hîc enim pariter (id quod de magnitudinibus demonstrat Euclides lib. 5. prop. 8.) idem majorem habet Rationem ad minus, quàm ad majus. Nam si Rotæ minoris semidiameter C B fuerit, majoris autem C D, & in planis parallelis B A, D E volvantur, ut impedimentum simile similiterque positum invenient, multò majus esse oportet illud, quod majori Rotæ objicitur, quàm quod minori. Sit enim minoris offendiculum G I; ducatur ex centro per I recta, quæ sit C I E secans majoris Rotæ peripheriam in H: erit igitur arcus I B similis arcui H D, & ille quidem minor, hic verò major, ut manifestum est. Ducatur in planum perpendicularis H F, & hoc erit impedimentum majoris Rotæ simile impedimento minoris I G, nam similem arcum à conversione circà centrum cum plani contactu impedit; necesse quippe est Rotam majorem converti circà punctum H, sicut & minorem circà punctum I, ut transgrediantur obsistens offendiculum. Porró lineam H F majorem esse quàm I G sic ostenditur. Quoniam A B & E D parallelæ sunt, triangula C B A, & C D E similia sunt: ergo per 4. lib. 6. ut C B ad C D, hoc est ut C I ad C H, ita C A ad C E; & permutando ut C I ad C A, ita C H ad C E; & dividendo ut C I ad I A, ita C H ad H E: at C I minor est quàm C H; igitur per 14. lib. 5. etiam I A minor est quàm H E. Item quia A B & E D ex hypothesi parallelæ sunt, recta I E in illas incidens facit angulos I A G & H E F æquales per 29. lib. 1. sunt autem triangula I G A & H F E rectangula ad G & F ex constructione; sunt igitur similia, &

per 4. lib. 6. ut I A ad I G, ita H E ad H F: quare cum ex dictis I A minor ſit quàm H E, erit per 14. lib. 5. etiam I G minor quàm H F.

Cum itaque H F major ſit quàm I G (aſſumptâ D M æquali ipſi I G, & ductâ perpendiculari M S, donec occurrat periphæriæ in S) inter Tangentem E D & arcum circuli ſtatuatur perpendicularis S L æqualis ipſi I G; & ex centro C ducatur per S recta C O. In triangulo igitur C E O angulus internus E, per 16. lib. 1; minor eſt externo S O L; igitur etiam angulus S O L major eſt quàm I A G: adde utrique angulum rectum, ergo duo S L O, S O L ſimul majores ſunt duobus I G A, I A G ſimul; ac propterea etiam externus L S C major eſt externo G I C per 32. lib. 1. Quapropter ſemidiameter C S obliquior incidit in offendiculum S L, quàm ſemidiameter C I incidat in æquale offendiculum I G: minùs igitur impeditur Rotæ majoris converſio, quàm minoris, quippe cui minus directè opponatur æquale offendiculum.

Præterea cum trahendi difficultas hinc oriatur, quòd Rota incurrens in obſtantem lapidem, aut quid ſimile, jam non circà ſuum centrum convoluta aptatur ſubjecto plano, ſed, dum Rota adhæret atque inſiſtit offendiculo, neceſſe eſt plauſtrum cum impoſito onere elevari pro objecti impedimenti altitudine; faciliùs ab eâdem Potentia elevatur plauſtrum onuſtum, ſi major fuerit Rota, quàm ſi minor, quia videlicet motus Potentiæ ad eandem elevationem majorem habet Rationem in Rotâ majore quàm in minore, cùm illâ enim plus movetur, quàm cum iſtâ. Sit majoris Rotæ impedimentum L S planè æquale impedimento G I minoris; producatur perpendicularis L S in T, & perpendicularis G I in V: tùm intervallo S C deſcribatur arcus C T, & intervallo I C deſcribatur arcus C V. Certum eſt in motu Rotæ majoris propter obicem L S manente puncto S tranſferri centrum C in T, ita ut S T ſit Rotæ ſemidiameter æqualis ſemidiametro C D, & ſimiliter in motu Rotæ minoris propter offendiculum G I manente puncto I transferri centrum C in V, ita ut I V æqualis ſit ſemidiametro C B. Quoniam verò C D, V G, T L ad angulos rectos ſubjecto plano inſiſtunt, & parallelæ ſunt, anguli alterni V I C, I C B æquales ſunt per 29. lib. 1, eorumque menſuræ, arcus videlicet V C &

I B,

IB, æquales sunt; & ob eandem Rationem anguli alterni TSC, SCD, eorumque mensuræ arcus TC & SD, sunt æquales. Atqui arcus SD major est quàm IB; igitur & arcus TC major est quàm VC; hi autem arcus TC & VC respondent motui Potentiæ trahentis: longiore igitur ac majore motu Potentiæ fit eadem elevatio, ac proinde faciliùs in Rotá majore quàm in minore. Porrò arcum SD majorem esse arcu IB, magisque distare punctum S à puncto D, quàm punctum I à puncto B, illicò manifestum fiet, si duos circulos datis duobus, æquales descripseris se intùs contingentes, & ad contactûs punctum lineam Tangentem duxeris, quocumque enim posito minoris circuli offendiculo inter Tangentem, & circulum minorem interjecto, illud idem offendiculum longiùs à contactûs puncto removendum videbis, ut inter Tangentem eandem, & circulum majorem interjici possit: Id quod adeò manifestum est, ut non sit in eo explicando diutiùs immorandum.

Quòd si ad calculos rem hanc curiosiùs revocare libeat, sit ex gr. Rotæ minoris semidiameter CA pedum duorum, scilicet digitorum 32, offendiculi verò DE altitudo digitorum 4. Cum igitur FD & CA parallelæ sint, sicut & FC ac DA per 34. lib. 1. FD & CA æquales sunt, remanetque EF digit. 28, & est Sinus anguli FCE, quo cognito innotescit complementum, arcus scilicet quæsitus EA. Fiat itaque ut CE ad EF, hoc est ut 32 ad 28, seu ut 8 ad 7, ita 100000. Radius ad 87500 Sinum arcûs gr. 61. 2′ 42″; erit enim quæsitus arcus EA gr. 28. 57′ 18″. Jam verò positâ semidiametro CA digitorum 32, fiat ut 113 ad 355, ita data semidiameter digit. 32 ad semiperipheriam circuli digitorum fere 100½, scilicet 100. 53″: ergo arcus EA est proximè digitorum 16.

At Rotæ majoris semidiameter BA sit sesquialtera, aliquid sit quòd figura solùm exprimat sesquiquartam, pedum scilicet trium, hoc est digitorum 48, & offendiculum GH

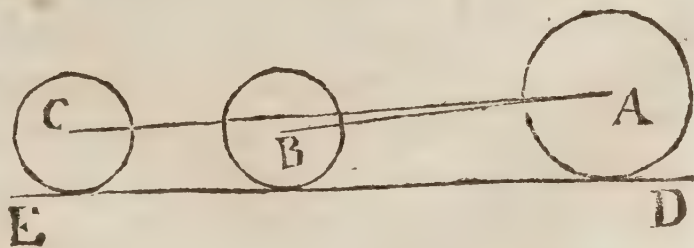
pariter digit. 4. Quare H I eſt digit. 44 Sinus anguli I B H, ex quo innoteſcet arcus complementi H A. Fiat ut B H 48 ad H I 44, ſeu ut 12 ad 11, ita Radius 100000 ad *91666* Sinum arcûs gr. *66*. 26′. 33″; & eſt quæſitus arcus H A gr. 23. 33′. 27″. Jam ſit ut 113 ad 355, ita ſemidiameter 48 ad ſemiperipheriam digitorum $150\frac{4}{5}$ ferè : igitur arcus H A eſt proximè digitorum 20. Cum itaque dum onus elevatur ut 4, Potentia in minore Rotâ moveatur ut 16, in majore autem ut 20 (ut paulò ſuperiùs oſtenſum eſt motum centri æqualem eſſe arcubus E A, & H A) facilitas movendi, quæ hinc oritur, erit ut 5 ad 4.

Ex his manifeſtum eſt, in vehiculis, quæ quatuor rotis inſtruuntur, quarum binæ priores minores ſunt, poſteriores verò majores, faciliùs ſuperari impedimenta à poſterioribus rotis quàm à prioribus, ac propterea minori labore currum ab equis trahi, quàm ſi poſteriores prioribus eſſent æquales. Id quod opportunè factum eſt, quia ut plurimum (quemadmodum in antiquioribus Rhedis viatoriis cernere eſt) in poſteriorem potiùs, quàm in anteriorem currus partem, onus rejicitur, atque adeò poſterior axis magis premitur : quærendum igitur fuit aliquod laboris compendium. Quamquam non negarim alio prorſus conſilio primùm excogitatam hanc Rotarum inæqualitatem; ut nimirum onus conſtitutum quaſi in plano trahentem versùs inclinato, faciliùs quoque illum ex impreſſo anterioris tractionis impetu ſequeretur, ſi in planitie quidem tractio fieret; ubi verò ſuperandus eſſet clivus, ut minùs adversùs trahentem repugnaret onus ſe ipſum in proclive urgendo; nam ſi Rotæ æquales eſſent, longè faciliùs vehiculum in poſteriora relaberetur, pro ipſius clivi inclinatione, cui parallelum eſſet planum oneri ſubjectum inſiſtens axibus æqualium Rotarum : at Rotis inæqualibus poſitis, & poſterioribus quidem majoribus, planum, cui onus incumbere intelligitur à poſteriori axe ad anteriorem deductum minùs inclinatur, quàm collis proclivitas ferat; ac propterea trahentibus equis minùs repugnat. Licèt autem non ſemper aſcendendum ſit in colles & clivos, quorum aſcenſus manifeſtè arduus eſt atque difficilis, raró tamen, aut ferè nunquam, adeò æquata eſt viarum planities, quin leviter ſaltêm inflexæ modò aſcendere

aſcendere cogant, modò deſcendere: in quâ aſcenſuum atque deſcenſuum viciſſitudine non modicè utilis eſt illa Rotarum inæqualitas.

Hinc manualia illa curricula (ſeu ruſticæ vehes) quæ binis brachiis inſtructa unicam habent in anteriore parte rotam & ſublevatis brachiis converſa Rotâ promoventur, faciliùs conſtrui poſſent, ſi propè vectorem duæ eſſent Rotæ majores illâ anteriore Rotâ, ita ut harum diameter triplex eſſet diametri illius: hunc enim unicus homo multò majus pondus transferre poteſt vel impellendo, cùm in planitie eſt, aut clivum aſcendit, vel trahendo, cùm ex declivi deſcendit; levatur ſiquidem labore ſuſtinendi, & omnes vires exercet impellendo aut trahendo; & illa Rotarum inæqualitas in causâ eſt, cur faciliùs impellatur pondus versùs illam partem, in quam inclinatur.

Et quoniam in Rotarum inæqualium mentionem incidi, illud hîc pariter obſervandum videtur, commodiùs currum moveri, cùm anteriores Rotæ à poſterioribus aliquantulùm diſtant, quàm cùm valdè vicinæ ſunt (ubi tamen reliqua omnia paria fuerint, neque aliud præter Rotarum diſtantiam, intercedat diſcrimen) ſi in planitie quidem, & viâ minimum flexuosâ deducendus ſit. Quia nimirum quo propiores fuerint axes, planum, cui onus incumbit, magis inclinatur, ac propterea anteriores Rotas premens adversùs ſubjectam tellurem minus obliquè conatur, ideóque pondus illam validiùs urgens majorem creat movendi difficultatem: contrà verò ſi axes invicem paulò remotiores fuerint, minùs inclinato plano, minor eſt priorum rotarum preſſus in ſubjectam tellurem. Sic ſi Rotæ fuerint A & B, planum, cui onus inſidet, eſt A B, at ſi Rotæ fuerint A & C, planum eſt A C, quod utique minùs inclinatum eſt, magiſque accedit ad parallelismum cum Horizonte D E, atque adeò Rota B magis terram premit, quàm Rota C. Si enim in utroque plano pondus fuerit ſimiliter poſitum (puta circà me-

dium)

dium) linea directionis à centro gravitatis ponderis ducta cadet ad angulos magis inæquales in planum A B magis inclinatum, quàm in A C minùs inclinatum, atque momentum gravitatis ponderis magis accedet ad B quàm ad C, ut infrà suo loco explicabitur, & subindicatum est superiùs lib. 1. cap. 14. §. *Ex his fieri potest.* Hinc Hamburgensia plaustra, quibus merces Hamburgo Norimbergam devehuntur, longiora sunt, quia nec altiores clivi in itinere frequentes occurrunt, nec angustæ sunt viarum flexiones, ex quibus oriatur aut ascendendi, aut plaustrum inflectendi difficultas. Quare illis & majora onera imponi possunt, & sex equi non bini & bini, sed singuli recto ordine adjunguntur; quo fit ut non in diversa trahentes, omninò simili impetu currum deducant. Quòd si viæ plus haberent difficultatis tùm ex clivis, tùm ex flexionibus, non expediret tàm longa plaustra construere, nec equos tam longâ serie disponere, ut cuique rem vel leviter consideranti statim patebit.

CAPUT IX.

Quid Cylindri & Scytalæ ad faciliorem ponderis motum præstent.

ADeò ingentia aliquando pondera transferenda proponuntur, ut ea carris imponere transvehenda aut nimis operosum sit, aut periculo non vacet, ne rotarum axes pondere prægravati diffringantur, aut propter soli mollitudinem rotæ devorentur: propterea rationem aliquam inire oportet, quâ voti compotes simus, citrà hujusmodi pericula. Et quidem si corpus teres sit, nec viarum salebræ, aut angustiæ impedimento sint, ipsum versari in gyrum poterit simili artificio, quo ad deportandos Ephesum ex lapicidinis scapos columnarum centum viginti septem altitudine pedum sexaginta usus est Ctesiphon Gnossius (sic eum vocat Plinius lib. 7. cap. 37. cum Vitruvio lib. 10. cap. 6, quem tamen idem Plinius lib. 36. cap. 14. cum

cum Strabone vocat Chersiphronem) celeberrimo Dianæ templo construendo præfectus, & quidem felici eventu : capitibus enim scaporum, ubi axis extremitates desinebant, subscudis in modum inseruit, atque implumbavit ferreos axes: tùm de materiâ trientali scapos (hoc est ligneos tigillos crassitudinis unciarum quatuor pedis, seu pollicum quatuor) duos longiores juxtà columnæ longitudinem, duosque breviores transversarios ita compegit, ut parallelogrammum constituentes columnam possent complecti ; mediisque transversariis ferreas armillas inseruit, quibus axes ferrei infigebantur, adeò ut liberè versari possent, cum boves traherent ; quemadmodum & in gyrum volvuntur cylindri marmorei aut lapidei, quorum usus est in exæquandis ambulationibus. Est autem maximè verisimile, & probabile, ita firmiter ligneum illud parallelogrammum fuisse compactum, ut non solùm extremis transversariorum capitibus anterioribus alligari possent boves ; sed etiam per totam anterioris scapi longitudinem distribui, ut faciliùs columna transferretur.

Prosperum exitum consecuta scaporum vectura animum adjecit Methageni Ctesiphontis filio, ut paternam industriam æmularetur in Epistyliis vehendis : cum enim horum figura non ea esset, quæ perinde atque cylindrica volvi posset, duabus rotis pedum circiter duodenûm singula epistylia firmiter inclusit ; rotarumque centris ferreos axes infixit, qui in armillis similem haberent versationem, ac dictum est in scaporum vecturâ. Cum enim boves ligneo parallelogrammo alligati traherent, Rotæ volvebantur, atque cum illis pariter epistylia Rotis cohærentia in gyrum versabantur ; quippe quæ in subjectum solum non incurrebant, cum solæ Rotæ terram attingerent. Hâc methodo corporibus, quæ non sunt ad volubilitatem rotundata, facilem conversionem conciliare possumus ; ex Rotis nimirum & pondere moles una compingitur, cujus extremitatibus cylindricis tota innititur, nihilque refert, cujus demum figuræ sit pars media, scilicet pondus, modò hæc à solo aliquantulum distans motum non impediat. Quâ autem ratione aut Rotæ construantur, aut illis onus includatur, artificis seu architecti solertiæ relinquitur.

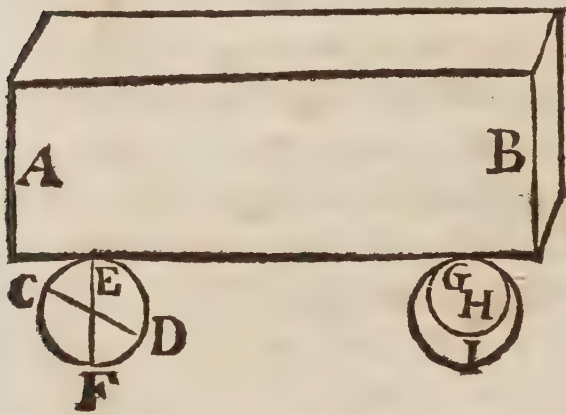
Methagenis artificium imitatus Paconius, teste Vitruvio lib. 10. cap. 6. lapideam basim longam pedes duodecim, latam pedes octo, & altam pedes sex Apollinis colosso restituendam, duabus Rotis pedum circiter quindecim, similiter inclusit: sed aliâ ratione ac Methagenes deducere statuit. A Rotâ ad Rotam circà lapidem fusos sextantales, hoc est crassitudinis pollicum duorum, ad circinum compegit ita, ut fusus à fuso non distaret pedem unum. Tùm circà fusos funem involvit, qui bobus trahentibus explicabatur, & convertebantur Rotæ. Verùm quia funis circumvoluti spiræ ad unam, aut ad alteram partem spectabant, non poterat viâ rectâ ad lineam deduci moles illa; sed modò in hanc, modò in illam partem deflectebat, ut opus esset retroducere, adeò ut ducendo & reducendo pecuniam contriverit, & operam luserit Paconius. Potuisset tamen huic malo occurrere, nec sui inventi laude fraudari, si circà fusos non unicum, sed duplicem funem ita involvisset, ut funium spiris vel ab extremitatibus fusorum, vel à medio, incipientibus, funis uterque paribus semper intervallis à sibi proximâ Rotâ distarent; sic enim factum fuisset, ut boves æqualiter utrumque funem trahentes, æqualiterque evolventes, molem illam rectâ viâ deducerent.

Quamquam autem suâ laude non careant hujusmodi artificum inventa, expeditissimè tamen, & citrà impendium, onera ingentia traducuntur subjectis cylindris, qui pondere pressi, cùm illud trahitur, convertuntur. Palangas peculiari vocabulo Veterès dixere frestes teretes, qui navibus subjiciuntur, cùm attrahuntur ad pelagus, vel cùm ad littora subducuntur; ut apud Nonium Marcellum legisse me memini. Neque aliud quidpiam censendus est Cæsar intellexisse, ubi lib. 3. Belli Civil. scribit *Quatuor biremes subjectis scutulis* (fortasse *scutalis*, hoc est *scytalis*, antiquis enim Romanis *u* literam usupari solitam loco *y* literæ Græcæ notum est) *impulsas vectibus in interiorem partem transduxit*. Sunt autem scytalæ ut apud Suidam, rotunda & polita ligna: aliquid tamen peculiare addit Aristoteles in Mechan. quæst. 11. quærens, *cur super scytalas faciliùs portantur onera quàm super currus, cum tamen ÿ magnas habeant rotas, illæ verò pusillas?* Scytalis nimirum pusillas

ſillas rotas adjectas intelligit, non eas quidem circà axem, ſed cum axe ipſo, cui adnectuntur, verſatiles; cujuſmodi eſſent in hoc ſchemate rotulæ A & B cum ſuo axe connexæ.

Porrò duplicem hujuſmodi ſcytalarum uſum conſidero: ſi enim onus impoſitum incumbat Rotulis ipſis, vel quia plana ſit ejus ſuperficies, vel quia tabulato fuerit ſuperpoſitum, perinde res ſe habet, atque ſi cylindrus eſſet, cujus diameter idem eſſet cum rotularum diametro: neque tunc admodum refert, cujuſnam figuræ ſit axis, quem onus non tangit, ſive rotundus ille ſit, ſive angulatus. At ſi onus ipſi axi incumbat, promineantque hinc & hinc rotulæ, omninò neceſſe eſt axem rotundum eſſe, ut fieri poſſit rotularum converſio, atque ita longum, ut inter rotulas onus laxè intercipiatur; maximè quippe cavendum eſt, ne rotulæ onus contingant, alioquin ex mutuo conflictu mora non mediocris motui crearetur. Ideò autem excogitatæ videntur hujuſmodi ſcytalæ, ut minimâ ſui parte ſecundùm extremitates tangerent ſubjectum planum, atque adeò in pauciora incurrerent offendicula, quàm cylindri totâ ſuâ longitudine incumbentes plano. Sed illæ ab uſu artificum jam diù intermiſſæ locum ſimplicibus cylindris conceſſere, quippe qui ob continentem ſibique ſemper ſimilem figuram ſolidiores ſunt, & periculo carent, cui obnoxiæ ſunt ſcytalæ, ne videlicet Rotulæ illæ labem aliquam faciant cum rotunditatis, atque adeò etiam motûs, detrimento. Illud verò commodum, quod ex offendiculorum evitatione oriebatur, obtinemus pariter, ſi duplicem planorum tigillorum ſeriem ſubſternamus capitibus cylindrorum; hinc enim fit, ut viarum ſalebræ evitentur, & Cylindri modicâ ſui parte contingant ſubjectos tigillos, qui viam planam & æquabilem conſtituentes moram nullam motui injiciunt.

Sed & in hoc cylindrorum uſu communiter cenſetur aliquid ineſſe facilitatis majoris ad onera deducenda, quàm ſi illa currui imponerentur; tùm quia currui ſua ineſt gravitas, quæ unâ cum impoſitâ ſarcinâ majus onus conſtituit, ac

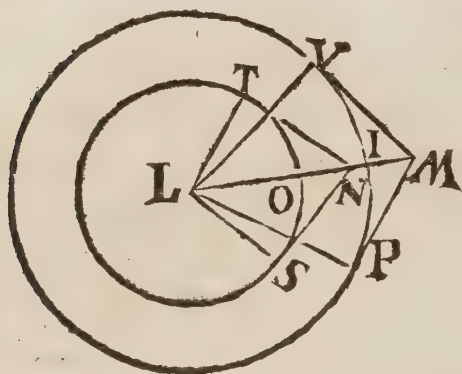
propterea in utroque transferendo is, qui trahit, majorem impendit laborem; at ſubjectis oneri cylindris, horum gravitas nihil officit trahenti: Tùm quia currûs Rotæ, cum ſint circà ſuum axem, cui infiguntur, mobiles, aut hûc & illuc nutant, ſi laxa ſint capita, nec clavo exquiſitè coërceantur, aut ſi arctiùs axi cohæreant, axem quem complectuntur, & clavum quo coërcentur, validiùs terunt; & ex utroque hoc capite movendi difficultas oritur, cùm aliquid impreſſi impetûs aut in illâ inconſtantiâ, aut in hoc conflictu conteratur: nihil autem hujuſmodi cylindris contingit. Tùm etiam quia Rotæ modiolus ab axe premitur, & deorſum pondere urgente, & antrorſum impetu ad anteriora trahente; ex quo quantum difficultatis in movendo oriatur, hinc manifeſtum eſt, quod niſi axungiâ aut amurcâ illinantur curruum axes, ægrè convertuntur rotæ, & denſo ſtridore, quantus ſit partium tritus atque conflictus, teſtatum faciunt. At Cylindri quantumvis ab onere premantur, nullo pingui liquore oblinendi ſunt, ut lubrici fiant; nulla enim impoſiti oneris aſperitas cylindrorum converſionem impedire poteſt. Nam ſi fuerit ingens lapis A B cylindris ſubjectis impoſitus, & cylindri punctum C congruat puncto A lapidis, diametri C D altera extremitas D tangit ſubjectum planum; cum verò ſaxum ex B verſùs A propellitur, ſeu trahitur ex A, ita cylindrus convertitur, ut D F arcus ſenſim ad ſubjectum planum, contrà verò arcus C E ad impoſitum ſaxum accommodetur, citrà omnem ſaxi & cylindri affrictum.

Hinc tamen aliquid etiam incommodi cylindris adhæret, ſi cum plauſtrorum rotis conferantur; hæ ſcilicet motum continuant, cum ſine fine volvantur, quippe quæ axi infixæ, impoſito oneri pariter, ut ita loquar, cohærent; illos verò, nimirum cylindros, onus dum promovetur, poſt ſe relinquit; ac proinde aut cylindrorum copia non exigua ſuppetere debet, qui

qui longâ serie dispositi onus alij ex aliis excipiant, aut qui relinquuntur, subinde transferendi sunt, ut iterùm oneri subjiciantur. Verùm hæc alterna cylindrorum translatio non adeò gravis est; quin plus habeat adjumenti, quàm incommodi; cum enim plurimùm referat, utrùm qui subjicitur cylindrus, reliquis posterioribus cylindris parallelus, an obliquus statuatur, ut onus ad lineam viâ rectâ deducatur, aut motus sui vestigium inflectat; facillimum est opportunâ cylindri translati collocatione parallelâ, aut obliquâ, destinatum oneris motum administrare.

Illud autem non immeritò hîc examinandum occurrit, utrùm majores cylindri minoribus potiores censendi sint, & an præstet subjicere oneri cylindrum G I majorem, an verò minorem G H. Et quidem si figuræ dumtaxat magnitudo atque parvitas spectetur, hoc unum discrimen invenio, quòd ad certam motûs mensuram perficiendam crebriùs volvi oportet cylindrum minorem, quàm majorem; onus verò à subjecto plano distare majoris diametri G I intervallo potiùs, quàm minoris G H, non video, quid conferat ad motûs facilitatem; tantum enim promovetur onus, quantus est peripheriæ arcus, cui illud in motu aptatur, eíque æqualis est arcus oppositus, qui plano pariter in motu congruit: ac propterea parum refert, utrùm eadem arcus mensura sit majoris circuli pars minor, an minoris circuli pars major.

Verùm si qua inter motum occurrant offendicula, hæc minùs officere majori cylindro, quàm minori, dicendum est, quemadmodum & de rotis majoribus dictum est superiori capite; siquidem majoris cylindri diameter obliquior incidit in idem offendiculum, quod minùs directè opponitur motui, & longiore motu Potentiæ fit eadem ponderis elevatio, ut ibi explicatum est.

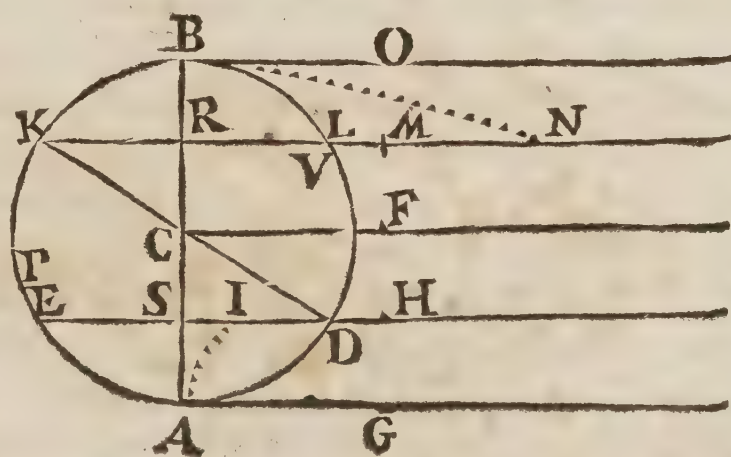
Aliud est præterea, nec sanè nullius momenti, quod majori cylindro incitatiorem dat volubilitatem; quòd videlicet (quemadmodum & globo majori contingit) major cylindrus, quamvis Geometricam Rotunditatem non assequatur, tamen propiùs accedit ad figuram exquisitè Rotundam, quàm minor: si enim à circulo Geometricè perfecto æqualiter recedant utriusque cylindri majoris ac minoris bases, non tamen æqua-

liter angulata eſt utraque baſis, ſed in majori major eſt angulus, in minori minor, atque adeò ille magis, quàm hic, ad rotunditatem accedit. In majori autem circulo angulum, qui peripheriam complectitur, majorem eſſe palam eſt, quia idem exceſſus majori Radio additus conſtituit ſecantem anguli minoris, quàm ſi minori Radio addatur; ac propterea angulus Complementi major eſt in majori, quàm in minori. Id quod, per ſe quidem ſatis clarum, dilucidiùs explicabitur, ſi ex minore circulo extet particula, cujus altitudo ſit O N, ex majore autem circulo æqualis altitudo emineat I M. Ductis Tangentibus & Radiis, certum eſt Secantis exceſſum O N ſupra Radium L O minorem, habere majorem Rationem ad ſuum Radium, quàm habeat æqualis exceſſus I M ad ſuum Radium L I majorem ex 8. lib. 5. Eſt igitur M L P angulus minor angulo N L S, & Complementum L M P majus eſt Complemento L N S quare totus angulus V M P major eſt toto angulo T N S, ac proinde magis ad rotunditatem accedit.

CAPUT X.

Circulorum Concentricorum motus explicatur.

CIrculi motus, ob id ipſum quia circulus eſt, circa ſuum centrum perficitur eâ ratione, ut ſuperiores partes progrediantur, inferiores retrocedant, anteriores deſcendant, poſteriores aſcendant, ſervatâ ſemper pari oppoſitorum progreſsûs atque regreſsûs, deſcensûs atque aſcensûs menſurâ; pro ut unicuique rem vel leviter conſideranti patet. Quare dum in gyrum circulus agitur, centrum quidem manet, reliquæ verò partes ita ſingulæ ex alio in alium locum ſibi invicem

cem ſuccedentes commeant, ut circulus totus ſpatium, in quo volvitur, omninò non mutet. Quemadmodum obſervare eſt in Solis orbitâ, quam Eclipticam vocant; hæc enim diurnâ converſione circa Mundi axem Solem ſecum rapiens à ſuo loco non recedit, Sole ab ortu in Occaſum commigrante: id multò magis in ſingulorum circulorum circà ſua centra revolutione manifeſtum apparet. Quod ſi circulus aut horizonti parallelus, aut illi ad perpendiculum inſiſtens, raptetur; motus ille nihil habet circulari affine, cum circà centrum non perficiatur, ſed ſingula circuli puncta ſolo motu recto unâ cum centro moveantur.

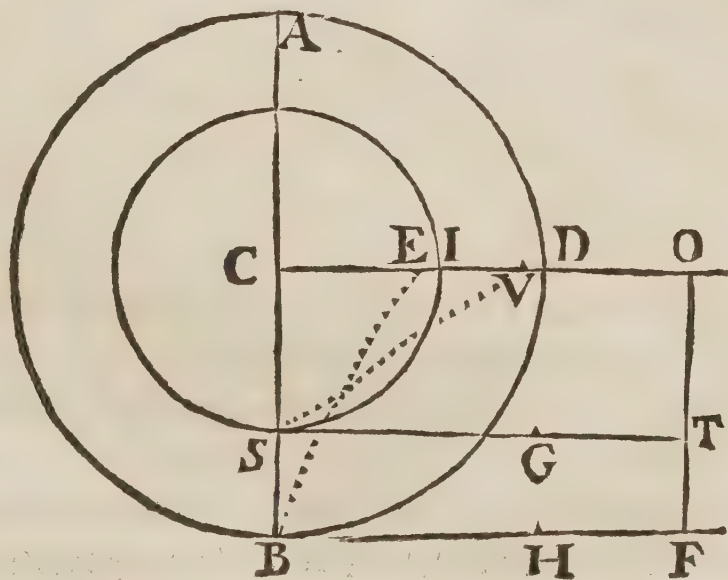
Sin autem axis circulo verſatili infixus trahatur, jam circulus & cum axe pariter movetur, & circa axem volvitur: atque adeò ſingularum circuli partium motus is eſt, qui ex recto centri, & circulari ipſius orbitæ componitur. Hinc ſemicirculi ſuperioris partes cum progrediantur versùs eumdem locum, ad quem centrum tendit, ſuum motum motui centri addunt: Contrà verò inferioris ſemicirculi partes retrocedentes ſuum motum à centri motu detrahunt. Rotæ igitur puncta omnia, dum currus trahitur, ſi non ſummatim tota revolutio, ſed particulatim, accipiatur, non æquali velocitate moventur. Sit explicandi gratiâ, circulus B D A E, cujus centrum C moveatur verſus F, & ſit tangens G A, cui in motu applicatur ipſius circuli orbita; in quâ accipiatur ſextans hinc & hinc A D, & A E. Igitur in Converſione, dum Centrum C trahitur ad F, punctum D venit in G, & arcus D A æqualis eſt rectæ G A, cui in motu ſubinde per partes congruit: atque adeò, quarum partium ſemidiameter C A eſt 21, earum arcus A D, & recta A G eſt 22, & motus centri illi æqualis C F eſt pariter 22. Quoniam verò in motu orbitæ

bitæ circa ſuum centrum, punctum A aſcendens in E retrocedit juxta menſuram ſinûs S E (qui ad Radium C A 21 eſt ut 18) hinc eſt poſt converſionem, in qua D eſt in G, punctum A ita aſcendiſſe, ut ſit in lineâ H E parallelâ Tangenti G A, ſed motui centri tantum detraxerit, quantus eſt ſinus S E. Quia igitur Radius C D ubi congruit punctis F G, ſecat in H rectam H E, ſumatur H I æqualis ſinui S E, & puncti A totus progreſſus remanet S I partium 4, quarum S H, ſeu C F eſt 22. Quare A eſt in I, quando D eſt in G.

Contrà verò in ſuperiore ſemicirculo ſumatur item ex B hinc, & hic ſextans B K & B L; atque in converſione ubi centrum C venerit in F, & punctum orbitæ D in G, erit K in O, & diameter D K ſecabit parallelam K N in M. Igitur punctum B ita deſcendit ad parallelam N K, ut motui centri C F, hoc eſt B O ſeu R M, addiderit ſuum progreſſum juxta menſuram R L Sinum Sextantis B L, hoc eſt 18. Venit igitur B in N; atque additis R M 22, & M N 18, totus progreſſus puncti B eſt R N 40. Comparatis itaque invicem curvis lineis A I & B N, manifeſtum eſt puncta B & A non æque velociter moveri, cum eodem temporis ſpatio inæqualia loci ſpatia percurrant.

Eadem erit methodus, ſi reliquorum orbitæ punctorum velocitates aut tarditates conſiderandæ ſint: ſi tamen adverteris non eandem eſſe omnium circuli Quadrantum rationem in determinandâ menſura motûs addendi, aut demendi motui centri. Nam in anteriori Quadrante ſuperioris ſemicirculi, & in poſteriori Quadrante inferioris ſemicirculi, menſura progreſſûs addendi in illo, & regreſſus demendi in iſto, attendenda eſt ex Sinu Recto arcûs, qui deſcribitur in motu circa centrum à puncto, cujus velocitas inquiritur, aut tarditas: Et quidem integer Sinus Rectus accipitur, ſi punctum à ſummo vertice deſcendens, vel ab infimo contactûs puncto aſcendens movetur, ut ex B vel ex A: ſin autem punctum conſideretur, quod intrà eoſdem Quadrantes diſtet ab extremitatibus diametri ſubjecto plano inſiſtentis, puta L aut E, quæ moventur in V, aut in P, progreſsûs aut regreſsûs menſura deſumitur ex differentiâ Sinuum Rectorum, qui reſpondent arcubus B L & B V, aut arcubus A E & A P. In poſteriori verò Quadrante ſuperioris

rioris ſemicirculi, & in anteriori Quadrante inferioris ſemicirculi, progreſſus addendus, aut regreſſus demendus, motui centri, menſuram deſumit ex Sinubus Verſis, aut ex eorum differentiâ, pro ut puncti motus aſcendens aut deſcendens incipit ab extremitate Quadrantis, aut à loco medio, ut facilè cuique conſtat: neque enim ſchema multiplici linearum deſcriptione ad confuſionem implere operæ pretium eſt.

Cum itaque in oppoſitis Quadrantibus ſimilem menſuram recipiant incrementa atque decrementa ſive à ſinubus Rectis, ſive à Verſis, addenda aut demenda motui centri, manifeſtum eſt punctum quodlibet in integrâ converſione demùm progreſſum fuiſſe pari menſurâ cum motu centri. Si enim Algebricè ſtatuatur motus Centri Z, incrementum in ſuperiore ſemicirculo addendum +A, decrementum in inferiore ſemicirculo tollendum − A; manifeſtum eſt totum motum, qui componitur, Z +A − A non eſſe niſi Z.

His ita conſtitutis, quæ ita clara ſunt, ut nihil habere videantur dubitationis, nec in controverſiam vocari queant, jam eximendus eſt ſcrupulus, quem philoſophantibus injecit Ariſtoteles Mechanic. quæſt. 24. de circulorum concentricorum motu, quando alter ad alterius motum promoto communi centro movetur. Sit enim major circulus, cujus Radius C B, minor autem, cujus Radius C S; quos tangant parallelæ BF & ST, quibus item recta per centrum ducta parallela ſit C O, quam videlicet percurrit centrum, dum trahitur. Negari non poteſt in hâc circulorum tractione & converſione peripherias tùm majoris, tùm minoris Circuli ſuis Tangentibus ita coaptari, ut factâ Quadrantis B D converſione, fiat pariter Quadrantis S I

conversio, & ubi punctum D venerit in F, punctum I sit in T, & centrum C in O, atque adeò Radius C D mutato situ factus sit O F. Major igitur Quadrans percurrit spatium B F, & minor spatium S T. At quia æquales rectæ O F & C B perpendiculares sunt ad eandem rectam B F, etiam sunt parallelæ, jungúntque parallelas S T & B F, quæ propterea etiam sunt æquales, ex 34. lib. 1. Igitur arcûs S I minor arcu B D, coaptatur spatio æquali ipsi arcui Quadrantis B D, cui supponitur æqualis recta B F. Quarum itaque partium 7 est Radius C B, earum est Quadrans B D, hoc est recta B F 11, estque pariter S T 11. At quarum partium 7 est Radius C B, earum sit Radius C S 4; igitur Quadrans S I est $6\frac{2}{7}$ multo minor quàm recta S T, cui ipse Quadrans S I in motu congruit.

Id enim verò tantum præ se fert difficultatis, ut mirum sit, quot Ixiones rota hæc torqueat, & quàm varias in partes se alij aliter versent; quorum sententias si examinare liberet, in longum nimis sermonem me vocaret ista disputatio, nec satis scirem, utrùm plus aliquid lucis propositæ quæstioni affunderetur. Quid igitur probabilius dicendum videatur, paucis expono.

Priùs tamen observa in dictâ Quadrantis revolutione, quando Centrum C venerit in O, & D in F, & in I in T, tunc punctum B esse in E (est enim O E æqualis Radio C B) atque punctum S in V (est scilicet O V æqualis Radio C S) ita ut B ascendat per curvam B E, punctum autem S ascendat per curvam S V, & similiter punctum D descendat per curvam D F, punctum verò I descendat per curvam I T. Ex quo patet punctum S minoris circuli plus promoveri, quàm punctum B majoris circuli; hujus enim progressus est C E, illius autem est C V: & pari ratione constat magis ad anteriora promoveri punctum I minoris circuli, cujus progressûs mensura est I O, quàm punctum D majoris circuli, cujus progressus est D O.

Et hæc quidem, quando centri motus legem accipit à peripheriâ majoris circuli; ad cujus motum minor circulus concentricus movetur; eo quod major circulus insistit subjecto plano, cui orbita subinde coaptatur rectam lineam sibi æqualem designans ex hypothesi, dumque movetur, secum rapit interiorem circulum.

Quod

Quod si minor circulus insistat subjecto sibi plano, legemque det motui centri; quia minor peripheria designat rectam sibi æqualem, res contrario modo procedit, quia dum ad minoris circuli motum circulus major movetur, hujus orbita designat in plano subjecto lineam minori peripheriæ æqualem. Hinc si arcus S I designat rectam S G sibi æqualem, ubi I venerit in G, etiam D erit in H, atque totus Quadrans B D designabit solùm rectam B H æqualem rectæ S G. Erit igitur recta S G æqualis Quadranti S I $6\frac{2}{7}$; cui pariter æqualis est B H: Ex quo fit punctum B, quia distat à centro C partibus 7, non solùm non procedere in revolutione Quadrantis; sed retrocedere per $\frac{5}{7}$ interea, dum commune centrum C promovetur per $6\frac{2}{7}$.

Non absimili ratione punctorum B, & S jam in E & V translatorum motus per consequentes circuli Quadrantes, donec integra revolutio perficiatur, considerandus est: & quæ de uno puncto cujusque circuli deprehenduntur, de singulis ejusdem orbitæ punctis dicta faciliùs intelliguntur, quàm ut uberiori explicatione opus sit.

Ex his apertè liquet eam lineam rectam in subjecto plano designari à peripheriâ tùm majoris, tùm minoris circuli, quæ æqualis sit motui centri, prout ille legem accipit à majore aut à minore orbitâ, ad cujus motum altera movetur; ac proinde modò longiori, modò breviori lineæ rectæ in motu coaptantur ambæ peripheriæ; ut enim rectè loquitur Aristoteles loc. cit. *Quando hic quidem movet, ille verò movetur ab isto, quantum utique moverit alter, tantum alter movebitur.*

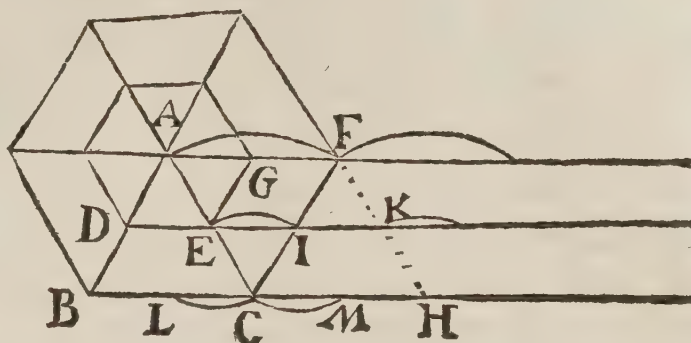
Cur igitur parem lineam rectam designat in plano utraque orbita major & minor? constat ex dictis: quia nimirum cujuslibet circuli quodlibet punctum dum trahitur simul, & volvitur, promovetur non nisi pro ratione motûs centri: sed concentricorum circulorum unum & idem est centrum; ergo unicus est centri motus, & secundùm unam eandemque mensuram motûs centri, omnia puncta tùm majoris, tùm minoris orbitæ, demum absolutâ conversione, promota sunt; singulorum enim incrementa, dum superiorem semiperipheriam motu describunt, ab oppositis decrementis elisa in inferioris semipe-

ripheriæ deſcriptione, ſolum centri motum relinquunt. Nil itaque mirum, ſi tres lineæ, quarum primam centrum percurrit, ſecundam orbita minor deſignat, tertiam orbita major, planè æquales ſunt; pendent enim ab unico & communi motu centri, cui nihil additur, aut demitur ex integrâ converſione circa centrum, ſivè illa latiùs excurrat in majore circulo, ſivè arctiùs in minore coërceatur.

At, inquis, difficile eſt cogitatione aſſequi, & oratione explicare, quî fieri poſſit, ut peripheriâ utráque ſubjectum ſibi planum ſemper tangente, nullóque puncto manente ſine motu, ita ut plana ſubjecta ab aliis ſubinde atque aliis punctis tangantur, pauciora puncta minoris peripheriæ totidem punctis rectæ lineæ coaptentur, ac plura puncta majoris peripheriæ.

Sunt qui difficultatem hanc declinant adſtruentes infinita puncta tùm in circulorum peripheriis, tùm in lineis rectis, negantéſque inter infinitas multitudines, quæ invicem comparentur, affirmari poſſe totidem in unâ infinitâ multitudine, ac in aliâ pariter infinitâ unitates reperiri, nulla enim eſt infiniti ad infinitum Ratio, ac proinde nulla fieri poteſt, perinde ac in multitudinibus finitis, comparatio minoris, aut majoris, aut propriè, &, ut aiunt, poſitivè æqualis. Hæc tamen (quamvis quod ad infinita Ratione carentia ſpectat, à me ultrò admittantur, Rationem ſcilicet habere dicuntur inter ſe magnitudines, idem & de multitudinibus dicendum, quæ poſſunt multiplicatæ ſe mutuò ſuperare, ut definit Euclides lib. 5. ubi autem nullus eſt terminus, ut in infinito, nullus pariter exceſſus intercedere poteſt quavis factâ multiplicatione) non facient ſatis comparanti omnia puncta unius lineæ cum omnibus punctis alterius lineæ, non quâ infinitæ punctorum multitudines ſunt, ſed quâ finitæ magnitudines ex punctis illis quantumvis infinitis conſtituuntur: finitas autem magnitudines comparari invicem poſſe, ac Rationem inter ſe habere nemo negaverit. Supereſt igitur explicandum, quomodo peripheria minor coaptetur lineæ rectæ æquali illi eidem, cui commenſuratur peripheria major.

Propterea, duce Galilæo Dialog. 1. de motu, obſervant ſimilium polygonorum concentricorum motum ac converſionem, in quâ polygonum, ex quo centri motus legem accipit, ſingula

la latera ita æqualibus lineæ rectæ partibus accommodat, ut in integrâ conversione linea recta subjecti plani sit æqualis perimetro polygoni: at non item partes omnes lineæ, cui alterum polygonum in motu coaptatur, si unica comprehensione sumantur, lineam æqualem polygoni majoris perimetro constituunt. Res, claritatis gratia, explicetur in Hexagonis, quorum commune centrum sit A, & latera BC, DE incumbant parallelis lineis BH, DK. Det primùm legem motui centri polygonum exterius, & majus, fiatque conversio circa punctum C, demùm latus CF congruet rectæ CH, & centrum A per arcum AF erit translatum in F; latus verò minoris polygoni EG congruet parti IK, intactam relinquens partem EI, ita tamen; ut tota EK æqualis sit ipsi CH. Id quod est manifestum, quia factâ translatione centri in F, semidiameter, quæ ex F pertingit ad H, est parallela ipsi AC, cum ad similes angulos incidat in subjectam lineam; sunt autem parallelæ etiam AF, DK, & BH; igitur tres lineæ AF, EK, CH sunt æquales, ex 34. lib. 1. Atqui quod uni lateri contingit, etiam reliquis lateribus commune est; igitur factá integrâ conversione Hexagonum majus designabit lineam sextuplicem ipsius CH æqualem toti perimetro, & Hexagonum minus percurret lineam similiter ipsius EK sextuplicem, quæ æqualis est perimetro majoris Hexagoni, sumendo tàm partes lineæ DK, quas intactas relinquit, quàm quæ tangunrur. Cæterùm si eæ solùm, quæ ab Hexagono minore tanguntur, accipiantur, patet illas simul sumptas non esse majores perimetro ejusdem minoris Hexagoni.

Deinde polygonum interius & minus det legem motui centri, & conversio fiat circa punctum E, postquam latus EG congruit lineæ EI, & centrum est in G (in hoc enim exemplo ad vitandam in Schemate confusionem literarum assump-

tum est Hexagonum minus subquadruplum majoris, latera scilicet minoris subdupla sunt laterum majoris) cum interim punctum C retrocesserit in L, & demum latus C F congruat lineæ L M. Igitur majus polygonum solùm designat in motu, quo progreditur, lineam C M æqualem lateri minoris polygoni E I; & factâ integrâ conversione, designata erit linea sextuplex ipsius C M & ipsius E I; atque adeò utrumque polygonum æqualem lineam progrediendo designat.

Hæc quæ de Hexagonis concentricis exempli gratiâ dicta sunt, de omnibus similibus atque concentricis polygonis dicta intelliguntur, quotcumque sint laterum. Jam verò Authores illi concipiunt circulos tanquam polygona infinitorum laterum: & quemadmodum minus polygonum totidem spatia subjectæ lineæ intacta relinquit, totidemque tangit, quot habet latera; ita pariter in circuli minoris conversione, infinita spatia vacua non-quanta (ne scilicet si quanta essent, opus esset lineâ infinitâ) intermista spatiis, quæ tanguntur, adstruunt, adeò ut demùm ex omnibus spatiis tactis simul & intactis coalescat linea æqualis ei, quæ tangitur à majore peripheriâ majoris circuli.

Mihi tamen arridere non potest illa loquendi formula, quæ circulum polygonum infinitorum (& quidem infinitorum simpliciter) laterum dicit. Polygonum enim utique regulare circulus esset; polygonum autem esse non potest illud, quod angulis caret; neque anguli esse possunt, ubi non est lineæ ad lineam inclinatio; in peripheriâ verò circuli linea nulla esse potest, essent siquidem infinitæ lineæ æquales invicem, quæ utique constituerent extensionem simpliciter infinitam. Quod si infinita dixeris puncta; non est puncti ad punctum inclinatio, quæ possit angulum constituere, ac proinde circulus non est polygonum infinitorum laterum, nisi vocabulis ad opinandi licentiam immoderatè abutamur. Adde quod omnia diametri puncta ad omnia puncta peripheriæ essent in Ratione, quam Archimedes *lib. de dimensione circuli* definivit contineri inter Rationem 7 ad 22, & Rationem 71 ad 223: non igitur infinita esse possunt aut diametri, aut peripheriæ, aut utriusque puncta; ab infinitis enim Rationem omnem ablegant iidem Authores. Si

itaque

itaque circulus polygonus non eſt, adhuc indiget explicatione, quomodo ad circulos concentricos traducantur ea, quæ de polygonorum concentricorum converſione conſiderata ſunt.

Quòd ſi circulum ita in polygonum convertamus, ut nec illi fixum definitumque laterum numerum tribuamus, nec ſimpliciter infinitum; ſed liceat minora ſemper atque minora latera concipere, ut laterum ipſorum numerus ſemper augeatur, ita ut non ſimpliciter infinitus, ſed indefinitus dicatur, non abnuo: propoſita enim difficultas ſatis commodè hâc ratione explicabitur. Verùm in hac laterum extenuatione, ſi ad minimam extenſionem deveniamus, quæ à puncto phyſicè non differat; non infinitus eſt hujuſmodi punctorum numerus, ſed certus eſt atque definitus: Nec ipſis punctis, ſeu minimis Phyſicis ſua figura detrahenda eſt, in majori enim peripheriâ minùs curvantur interiùs, minúſque convexa ſunt exteriùs, propiúſque ad lineam rectam accedunt; in minori autem orbitâ puncta hæc circularia curvantur magis, magiſque convexa ſunt exteriùs, & à rectitudine magis deflectentia ita abſunt à ſubjectâ rectâ lineâ, ut, dum converſio fit circuli, & trahitur, deſcribant in motu lineam curvam magis obſecundantem motui centri, quàm quæ deſcribitur à punctis ſimiliter poſitis in majore peripheriâ.

Cæterùm cavendum eſt maximè ab eo, quod quia ſubeſt æquivocationi, difficultatem in hâc quæſtione auget; illud autem eſt, quod punctum peripheriæ cum puncto lineæ Tangentis perperam comparatur, quaſi in contactu coæquarentur; id quod à veritate longè abeſt; ſe enim contingunt circulus & linea incommenſurabiliter, ſi contactus præciſè ſpectetur: at ſi contactus & motus componantur, jam quædam extenſio concipitur, quæ aliquâ ratione comparari poteſt cum ſpatio lineæ, quæ tangitur, quatenùs huic aut illi parti lineæ in motu coaptatur circulus, aut ejus pars. Quare circuli minoris, qui ad majoris circuli motum movetur, ſingula puncta non aptè comparantur cum ſingulis ſubjectæ rectæ lineæ punctis, quaſi circuli punctum, quod eſt tertium à contactu, antequam incipiat motus, in converſione tangat tertium rectæ lineæ punctum; ſed tanget fortaſſe quintum aut ſextum pro ratione magnitudinis

aut

aut parvitatis ipſius circuli ; pro ut in polygonis concentricis obſervare eſt ; quò enim majus eſt interius polygonum , eò etiam minora ſunt intervalla , quæ intacta relinquuntur. Et quamvis in circuli contactu intervalla hujuſmodi intacta non admittantur , non eſt tamen abs re puncto circuli , quod voluitur ſimul & trahitur cum ipſo circulo , vim tribuere tangendi plus quàm unum ſubjectæ rectæ lineæ punctum , quemadmodum majoris peripheriæ punctum in motu contingit ex punctis ſubjectæ lineæ rectæ non communicantibus minus quàm unum, ſi ad interioris circuli motum circulus exterior moveatur : nam ad majoris, & exterioris motum minor, & interior promovetur ; ad minoris verò & interioris motum major & exterior circulus retroagitur. Quapropter ſi interior circulus in primo caſu velociùs , & exterior in ſecundo caſu tardiùs movetur comparatè ad ſpatium collocatum cum eorum peripheriis , nil mirum in motu perfici ab illius puncto Phyſico plus ſpatij , quàm ferat ejus magnitudo, ab hujus autem puncto Phyſico minus ſpatij : in continuâ enim quantitate partes minores ſubinde ac minores vera , ut opinor , Philoſophia admittit. Sed quia hæc eſſet infinita , concertationumque plena diſputatio , ſatis ea ſint , quæ diximus , & ad utiliora gradum faciamus.

MECHA

MECHANICORUM
LIBER TERTIUS.

De Libra.

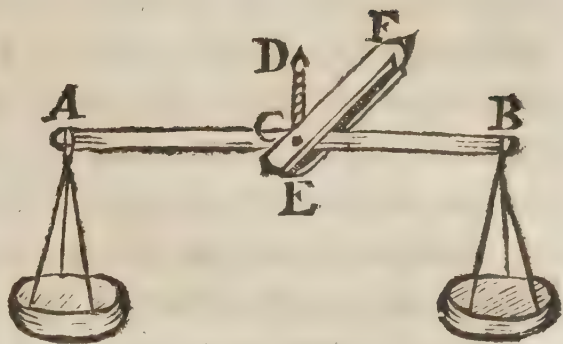
EXPLICATIS ſuperiore Libro Cauſis motûs Machinalis, ordinis ratio poſtularet, ut ad ipſas Machinas, ſeu, ut ab Antiquioribus apud Pappum lib.8. Collect. Mathem. prop.10. vocantur, Facultates, ad quas Machinamenta ab artificibus excogitata reducuntur, aut ex quibus hæc componuntur, examinandas & explicandas progrederemur: Et fortè alicui videatur ab inſtituto noſtro alienum libram hîc conſiderare, quippe quæ non ad motum oneribus conciliandum inventa eſt, ideóque nec inter Facultates enumeratur, ſed uſum omnem habet in motu prohibendo, ubi factum fuerit ponderibus æquilibrium. Nec eo quidem conſilio libræ momenta hîc expendo, ut indè Vectis rationes explicentur (quemadmodum non paucis placet) non enim Vectis vires ad libræ Rationes revocandas exiſtimo, cum ſua cuique Facultati cauſa inſit, communis illa quidem, ſed quæ perinde in Vecte reperitur, atque ſi nulla prorſus exiſteret libra. Verùm eatenus libram Mechanicæ contemplationi inſerendam cenſeo, quatenus non minoris artis eſt ea, quæ in motum prona ſunt, cohibere & ſiſtere, quàm onera quieſcentia per vim ſuo loco dimovere: Cum maximè ad libram pertineat Statera, in qua modicum pondus multò majori ponderi æquipollet, æquatis in diſpari gravitate gravitationum

momentis, ut infra in loco ostendetur. Præterquam quod explicato æquilibrio, faciliùs declaratur in motu Machinali, quid præstet major illa Ratio momentorum agendi ad momenta resistendi, quàm sit reciproca Ratio gravitatum, seu virium oppositarum, absolutè sumptarum extrà machinam; ex qua majore Ratione momentorum, etiam Potentiæ moventis virtus innotescit. Nihil autem officit libræ dignitati, quod Cain authorem agnoscere videatur, qui, ut Josephus lib. 1. Antiq. Jud. cap. 2. loquitur, *Simplicem hactenus vivendi rationem excogitatis mensuris & ponderibus immutavit, pristinamque sinceritatem & generositatem ignaram talium artium, in novam quandam versutiam depravavit.* Quid enim si quis præclaro artificio ex naturæ thesauris deprompto abutatur? Dolos & fallacias, aut errores, quibus infici potest libræ usus, ideò retegemus: ut nimirum quod Justitiæ commutativæ symbolum datur, omni injustitiæ suspicione vacet. Cæterùm quæ nobis inest arbitrij libertas, potissima naturæ rationis compotis prærogativa, libræ, aut stateræ jure merito comparatur, quâ iniqui abutentes dicuntur Psalm. 61. *Mendaces filij hominum in stateris:* ubi S. Basilius hom. in Psalm. 61. ait *Cuilibet nostrâm intus statera quædam est à Conditore omnium apparata, per quam rerum naturam possis probè dignoscere.* & infra: *Tibi namque propria datur libra, quæ sufficiens discrimen boni, ac mali demonstrat. Corporea enim pondera in libræ lancibus probamus; quæ verò ad instituendam vitam eligenda veniunt, per liberum arbitrium discernimus: quod & stateram nominavit, quòd momentum æquale ad utrumlibet possit capere.*

CAPUT I.

Libræ forma, & natura exponitur.

EO consilio instituta est libra, ut certis, ac notis ponderibus, ignotæ gravitatis quantitas indagetur, quæ demùm innotescit, cum æquatis hinc & hinc ponderum libræ adnexorum momentis, neutro prævalente, libra consistit. In hoc instru

instrumento consideratur primùm *Iugum*, seu *scapus*, seu *librile* A B: hoc bifariam dividitur in C, quod, *Centrum* libræ dicitur, non quia sit necessariò Centrum gravitatis libræ, sed quia est Centrum, circa quod agitur, seu versatur jugum, infixo nimirum in C axiculo, qui & *Agina* Latinis, Græcis apud Aristotelem in quæst. Mechan. *Spartum* dicitur. Partes autem jugi videlicet C A, & C B. *Brachia*, *Radij*, aut etiam ab aliquibus *Librilia* vocantur. Ex medio jugi ad perpendiculum assurgit lingula C D, quæ inseritur ansæ E F complectenti capita axiculi, adeò ut suspensâ ex F ansâ, quæ horizonti ad perpendiculum immineat, tùm demùm intelligatur factum æquilibrium, cum lingula ansæ congruit, & jugum consistit horizonti parallelum. Utrùm autem *Trutina* dicenda sit ipsa lingula, an verò ansa, non conveniunt Authores: litem Grammaticis dirimendam relinquo.

Extremis brachiorum punctis A & B adnectitur utrumque pondus, tam notum, quod est alterius mensura, quàm ignotum, cujus gravitas examinatur. Nihil autem refert, an pondera uncinis adnexa dependeant, an verò lancibus indè pendentibus imponantur; id quod vulgare est magisque usitatum, & libræ fecit nomen *Bilanci*. Illud enim præcipuum est, ac maximè attendendum, quòd omnia hinc & hinc æqualia sint, nimirum pondus unius lancis cum funiculis seu catenulis æquale sit ponderi alterius lancis cum suis appendiculis (pondus, inquam, ponderi æquale sit; nil enim interest æquales ne? an inæquales fuerint utriusque lancis funiculi secundùm longitudinem, modò in æquali distantiâ à centro adnectantur) & brachium alterum majus non sit reliquo brachio non solùm quoad gravitatem, quæ materiæ jugi inest, sed potissimùm quoad ipsorum brachiorum longitudinem.

Porrò hæc brachiorum longitudo non est desumenda, ut ita loquar, materialiter, à centro jugi ad extremitatem, ubi materia desinit, ex quâ constat, sivè ferrum sit, sivè lignum, sivè aliud quidpiam: sed brachiorum longitudinem definiunt

puncta jugi, ex quibus pondera dependent: horum etenim diſtantiam à centro omnino æqualem eſſe oportet. Hujuſmodi autem puncta non alia ſunt, quàm puncta contactûs jugi & annulorum ſeu uncinorum illi infixorum, quibus deinde lances aut pondera adnectuntur. Hoc illud eſt, in quo maxima artificis induſtria, atque diligentia collocanda eſt, ut exactiſſimam brachiorum æqualitatem aſſequatur.

Data itaque hac, quam diximus, brachiorum æqualitate, ſi æqualia pondera hinc & hinc addantur, manifeſtum eſt jugum libræ ex aginâ ſuſpenſum ad neutram partem inclinari, ſed manere horizonti parallelum; fieri namque non poteſt, ut extremitas altera deſcendat, quin oppoſita extremitas cum adnexo pondere aſcendat, & quidem æquali motu propter brachiorum æqualitatem. Finge enim pondus B deſcendere in F, utique pondus A aſcendet in E, atque deſcribent arcus BF & AE æquales, quippe qui æqualibus angulis ad verticem in C ſubtenduntur, & ab æqualibus radiis CB, CA deſcribuntur. At æqualis eſt in B vis deſcendendi atque in A repugnantia ad aſcendendum; illa igitur præpollere non poteſt. Siquidem vis deſcendendi componitur ex ponderis gravitate, & non impeditâ motûs naturalis velocitate; repugnantia verò ad aſcendendum componitur & ex ponderis contranitentis gravitate, & ex velocitate motûs præter naturam: ſunt autem gravitates ex hypotheſi æquales, motus etiam per arcus BF & AE eſſent æquales; ac proinde vis tendendi deorſum inveniens æqualem oppoſitam repugnantiam ad motum ſurſum nequit illi imprimere impetum, quo per vim moveatur: ut enim ſequatur motus, aut gravitates diſpares eſſe oportet, aut motuum Potentiæ moventis & Ponderis moti velocitates inæquales, ut major ſit Ratio hujuſmodi velocitatum, quàm ſit reciproca Ratio gravitatum: alioquin nulla eſſet virium movendi & reſiſtentiæ inæqualitas, ubi omnia eſſent æqualia. Cum itaque in librâ ſic conſtitutâ intercedat omnimoda æqualitas & brachiorum, quibus definitur motus, & gravitatum, quæ ſibi invicem æqualiter obſiſtunt, ac proinde eadem ſit reciproca Ratio gravitatum

&

& motuum, jugum libræ horizonti parallelum consistere necesse est; & in alteram partem si inclinetur, manifestum est in illâ lance plus ponderis fuisse impositum, quàm in reliquâ.

Ut autem quàm exactissimè ponderum ignota gravitas examinari queat, opus est ut axiculus jugo infixus (saltem in superiore parte, cui scapus incumbit) exquisitè cylindricam figuram obtineat; hinc enim fiet, ut cum rotundo foramine scapi contactus fiat in lineâ, quamcumque tandem positionem habeat ipse scapus: nam quemadmodum ex prop. 13. lib. 3. duo circuli se intùs contingentes tangunt in puncto, ita duæ superficies cylindricæ, cava altera, altera convexa, se tangunt in lineâ. Id si fiat facilè ab æquilibrio deflectet scapus, si vel modica intercedat ponderum inæqualitas. At si angulatus fuerit axiculus, vel superior foraminis pars rotunditatem non fuerit assecuta, jam non in unâ lineâ, sed in pluribus contactus fieret, atque adeò iners esset ad motum scapus, etiamsi non omninò æqualia essent pondera lancibus imposita.

Quare artifices illos non probo, qui axem ita efformant, ut superior pars in aciem desinat, illud sibi persuadentes, quod minore partium conflictu se tangentes axis & scapus faciliorem relinquant in alterutram partem motum libræ. Id quod ut verum sit, non tamen vacat periculo, ne, dum axis capita inseruntur ansæ, acies illa planè sursùm non dirigatur, sed modicum in alterutram partem vergat: quæ declinatio si contingat, foramen autem exactè rotundum fuerit, miraculo proximum cense, si libra vacua æquilibrium constituat, ita ut lingula ritè collocata congruat ansæ; acies si quidem illa dividit inæqualiter scapi longitudinem, & brachium alterum altero longius est, atque præponderat. Hoc vitium ubi libra contraxerit, inepti artifices nihil suspicati ab axe malè conformato, aut perperam disposito, ortum duxisse, vel brachium extenuant, vel lancem immutant, donec æquilibrium inveniant. Verùm libram hujusmodi dolosam esse inferiùs constabit propter brachiorum inæqualitatem: quæ quidem levem infert ponderum differentiam in rebus exigui momenti contemnendam; sed in iis, quæ exquisitam ponderis mensuram exigunt, non leve damnum hinc potest emergere.

Quod si axis non sit ansæ, sed scapo, firmiter infixus, volua-

tur autem in ansæ foraminibus (id quod artificibus non paucis magis arridet) jam non superior; sed inferior axiculi pars attendenda est; quippe quæ inferiorem foraminum ansæ partem contingit; & eadem, quæ de superiore parte dicebantur, observanda sunt. Illud tamen præterea in ansæ foraminibus observandum venit, quod eorum infima pars ita sit constituta, ut axis illis incumbens parallelus sit horizonti, quando ansa suspenditur, ut liberè pendeat, vel ita collocatur, ut ad perpendiculum horizonti immineat: alioquin axe inclinato, jugum urgeret alteram ansæ partem, ab alterâ recederet; ex quo jugi cum ansa conflictu aliqua motui difficultas crearetur.

Jam verò quod ad pondera attinet, supervacaneum est monere non omnia pondera omnibus libris convenire: quamvis enim libra, quâ libra est, nullam prorsus respuat ponderum gravitatem, sed omnem quorumcumque ponderum æqualitatem apta sit indicare suo æquilibrio; quia tamen ex materiâ constat, quæ definitam habet soliditatem atque partium firmitatem (ut nihil dicam de certis atque definitis viribus retinentis ansam, & cum ansâ libram, ac utrumque pondus) fieri potest, ut adeò gravia lancibus imponantur onera, quæ brachiorum rectitudinem inflectant, & eorum æqualitatem corrumpant: Quare tenuioribus libris parva pondera examinantur, crassioribus majora. Illud potiùs cavendum est, ne pondera, quibus tanquam mensurâ utimur, fallacia sint, quia falsa, aut excedendo legitimam gravitatis quantitatem, aut ab illâ deficiendo.

Quamvis autem tot pondera minimæ mensuræ adhibere possemus, quot numerare oporteret ad explorandam propositæ gravitatis ignotæ quantitatem, hoc tamen valde incommodum esset: quid enim, si lanius carnem in macello vendens grana numerare cogeretur, quæ æquilibrium cum carne constituunt? sed & inutilis esset labor, nam multa sunt, quorum quantitas non est ad vivum resecanda, & minutissimæ particulæ frustra investigantur. Subtilitas hæc relinquatur gemmariis, aurificibus, aurique monetalis cusoribus, quibus damnum esset minutias contemnere. Quamquam nec istis author fuerim, ut singularibus granis uterentur, sed potiùs ponderibus, quæ pluribus granis æquivalerent; si enim singula grana à legitimo pondere deficiunt per centesimam grani partem, quæ facilè sensûs

aciem

aciem fugit, additis centum hujusmodi granis error est integri grani deficientis; & in unciâ libræ Romanæ ponderalis ad monetam pertinentis cum grana 576 contineantur, in unciâ auri error esset granorum ferè sex deficientium, & in integrâ librâ, quæ est granorum 6912, esset error granorum 69; qui tamen error vix contingat, si assumatur integra uncia, aut libra: illud si quidem, quod solitarium præ suâ tenuitate in conspectum non cadit, cum pluribus similibus conjunctum evadit demum notabile atque conspicuum. Quare ad paranda pondera hujusmodi subtiliora, assume laminam metallicam pondere unius libræ, sed æquabiliter extensam, ejusque duodecimam partem accipe; hæc erit Uncia, quam sepones. Alterius Unciæ octavam partem assumens habebis Drachmam. Drachmæ pars tertia dabit scrupulum. Scrupuli semissis est obolus. Oboli triens est siliqua. Demùm siliquæ quadrans est Granum. Ex hac minutâ divisione satis constat, quàm obnoxiæ errori sint minores particulæ præ majoribus; idemque error, qui in unciâ singularis esset, & ut nullus consideraretur, toties repetitus, quot grana in unciâ continentur, jam non esset contemnendus. Id autem dictum intelligatur etiam in majoribus ponderibus, ubi unciæ non reputantur, satius esse majora pondera habere, quàm minimam mensuram sæpiùs multiplicatam assumere.

Sed quoniam adhuc incommodum accideret tot habere mensuras, quæ juxta seriem naturalem numerorum crescerent, ut propositæ paucitatis examinandæ quantitas indagetur, observatum est non leve compendium, quod offert progressio Geometrica ab unitate incipiens, & in Ratione duplâ aut triplâ progrediens. Nam maximum terminum progressionis duplæ sibimet ipsi additum si mulctaveris unitate, & in progressione triplâ maximo termino unitate mulctato si residui semissem addideris, numerum habebis gravitatum omnium, quæ paucis illis ponderibus examinari possunt. Sic dentur octo pondera in Ratione duplâ incipiendo ab uncia 1; octavum est unc. 128: hunc numerum duplica, & à 256 aufer unitatem, reliquus numerus 255 indicat octo illis ponderibus posse in librâ examinari omnes gravitates ab uncia 1 ad uncias 255. Simili modo in Ratione triplâ dentur quatuor pondera 1. 3. 9. 27.

aufer ab ultimo unitatem, remanet 26, cujus semissis 13 additus numero 27 dat 40: cujus igitur gravitatis est primum pondus ut 1, tot gravitates usque ad 40 examinari possunt illis solis quatuor ponderibus. Præstat autem uti ponderibus in Ratione duplâ, quia licèt plura pondera requirantur, omnia tamen seorsim in propriâ libræ lance collocantur: at si Ratio ponderum sit tripla, aliquâ commutatione uti necesse est, ut in adjecta Tabella observabis, quæ usque ad numerum 40. extenditur: Ubi etiam vides in Ratione triplâ sufficere quatuor pondera 1. 3. 9. 27, at in duplâ exigi sex videlicet 1. 2. 4. 8. 16. 32.

Pondera in Ratione Dupla
1. 2. 4. 8. 16. 32.

Res	Pondus	Res	Pondus	Res	Pondus	Res	Pondus
1	1	11	8. 2. 1.	21	16. 4. 1.	31	16.8.4.2.1.
2	2	12	8. 4.	22	16. 4. 2.	32	32.
3	2. 1	13	8. 4. 1.	23	16.4.2.1.	33	32. 1.
4	4.	14	8. 4. 2.	24	16. 8.	34	32. 2.
5	4. 1	15	8.4.2.1.	25	16. 8. 1.	35	32. 2. 1.
6	4. 2	16	16.	26	16. 8. 2.	36	32. 4.
7	4.2.1.	17	16. 1.	27	16.8.2.1.	37	32. 4. 1.
8	8.	18	16. 2.	28	16. 8. 4.	38	32. 4. 2.
9	8. 1.	19	16. 2. 1.	29	16.8.4.1.	39	32. 4. 2. 1.
10	8. 2.	20	16. 4.	30	16.8.4.2.	40	32. 8.

Pondera in Ratione Tripla 1. 3. 9. 27 & 12.

Res	Adde	Pondus	Res	Adde	Pondus	Res	Adde	Pondus	Res	Adde	Pondus
1	1	1.	14	9.3.1.	27.	27		27.	40		27. 9. 3. 1.
2	1	3.	15	9.3.	27	28		27. 1.	41	1	27. 12. 3,
3		3.	16	9.3.	27. 1.	29	1.	27. 3.	42		27. 12. 3.
4		3. 1.	17	9. 1.	27.	30		27. 3.	43		27. 12. 3. 1.
5	3. 1.	9.	18	9.	27.	31		27. 3. 1.	44	3. 1.	27. 12. 9.
6	3.	9.	19	9.	27. 1	32	3. 1.	27. 9.	45	3.	27. 12. 9.
7	3.	9. 1.	20	9. 1.	27. 3.	33	3.	27. 9.	46	3.	27. 12. 9. 1.
8	1.	9.	21	9.	27. 3.	34	3.	27. 9. 1.	47	1.	27. 12. 9.
9		9.	22	9.	27. 3. 1.	35	1.	27. 9.	48		27. 12. 9.
10		9. 1.	23	3. 1.	27.	36		27. 9.	49		27.12.9.1.
11	1.	9. 3.	24	3.	27.	37		27. 9. 1.	50	1.	27.12.9.3.
12		9. 3.	25	3.	27. 1.	38	1.	27. 9.3.	51		27.12.9,3.
13		9. 3. 1.	26	1.	27.	39		27. 9.3.	52		27.12.9.3.1.

At contingere poteſt paratis hiſce ponderibus in Ratione duplâ aut triplâ aliquid abundare, & maximum terminum cæteris additum excedere quæſitum numerum, (ut hic, ſi opus eſſet provenire ſolum ad 40, maximus terminus 32 eſt abundans) propterea retentâ cæterorum ſummâ adde aliud pondus, ut quæſitum numerum compleat, & eſt illud, quo opus eſt; ſic 1. 2. 4. 8. 16. conficiunt ſummam 31; aufer 31 ex 40, reſiduum eſt 9; ſit igitur ſextum pondus 9, & ſatis erit uſque ad 40; quia cum habeantur reliquis ponderibus omnes numeri infra 31, jam ex 23 & 9 fit 32, ex 24 & 9 fit 33, & ſic de reliquis deinceps. Idem dic de aliâ qualibet ſummâ majore quàm ferant data pondera, minore tamen quàm opus ſit, ſi adhuc unum pondus in eâdem progreſſione adderetur; ſufficit enim reſiduum. Exemplum habes in ſuperiore Tabella ponderum in Ratione triplâ, ubi quatuor conficiunt 40, ſed ſi adderetur quintum in eadem Ratione 81, eſſet nimis magnum,

ſi ſolùm habere velimus pondera infra 121 : quæratur uſque ad 52, & quia inter 40 & 52 differentia eſt 12, quintum pondus ut 12 ſufficiet. Hinc quia ad libram requiruntur ſolum 24 ſemunciæ, ad unciam 24 ſcrupuli, ad ſcrupulum 24 grana, ſi pondera ſint in Ratione triplâ, ſufficiunt tria ponderâ 1. 3. 9. quæ conficiunt 13, & quartum pondus ſit 11, ut compleatur ſumma 24 : & in Ratione duplâ ſufficiunt quatuor pondera 1. 2. 4. 8. quæ conficiunt 15, & quintum pondus 9 complens ſummam 24 illud eſt, quod requiritur, ut ex adjectis Tabellis liquet.

Pro 24 ſemunciis ad libram, aut 24 ſcrupulis ad unciam, aut 24 granis ad ſcrupulum 1.2.4.8.9.

Res	Pondera.
16	9. 4. 2. 1.
17	9. 8.
18	9. 8. 1.
19	9. 8. 2.
20	9. 8. 2. 1.
21	9. 8. 4.
22	9. 8. 4. 1.
23	9. 8. 4. 2.
24	9. 8. 4. 2. 1.

Pro ſemunciis 24 1. 3. 9. 11.

Res.	Adde	Pondera.
14		11 3.
15		11. 3. 1.
16	3. 1.	11. 9.
17	3.	11. 9.
18	3.	11. 9. 1.
19	1.	11. 9.
20		11. 9.
21		11. 9. 1.
22	1.	11. 9. 3.
23		11. 9. 3
24		11. 9. 3. 1.

Unum hîc, ubi de Ponderibus ſermo eſt, obiter moneo, libræ nomen apud Romanos æquivocum fuiſſe, alia enim erat libra Ponderalis aridorum, alia Menſuralis liquidorum (& potiſſimum olei, quod cornu librali metiebantur) quam inciſis & inſculptis lineis in uncias 12 partiebantur, quemadmodum & libra pondo in uncias pariter 12 diſtinguebatur: ſed inter utramque libram, ſi materia ipſa ad pondus revocabatur, non exiguum erat diſcrimen ; ut enim ex proprio experimento teſtatur

tur Galenus lib. 6. cap. 8. *de compositione medicam. per genera.* Libra mensura solùm uncias decem continebat, quarum libra pondo erat duodecim: quapropter uncia mensuralis ad unciam ponderalem erat ut 5 ad 6 spectatâ gravitate & quantitate materiæ.

CAPUT II.

Libra inæqualium brachiorum expenditur.

USus libræ brachiorum inæqualium minùs necessarius est, ac propterea neque communis aut vulgaris, nisi quatenus ad stateram traductus est: illam tamen hîc considerare erit operæ pretium, ut æquilibrij rationes magis innotescant. Sit libra A B, cujus centro C dividatur jugum in brachia inæqualia C A & C B. Certum est, etiam si nullum addatur pondus, jugum ex centro C suspensum retinere non posse positionem A B horizonti parallelam; quia licet punctum C sit centrum motûs libræ, non est tamen centrum gravitatis illius; hoc enim est in puncto jugum (quod hîc æquabiliter ductum ponitur) bifariam dividente, videlicet in I, quod æquales gravitates I A & I B circumstant. Verùm interim ex hypothesi fingamus lineam A B omni gravitate carentem; & in ipsis libræ extremitatibus statuamus pondera eam inter se reciprocè Rationem habentia, quæ est Ratio brachiorum, & ut C A ad C B, ita sit pondus B ad pondus A. Pondera hæc, quæ in lancibus libræ vulgaris æqualium brachiorum magnam momentorum inæqualitatem haberent, quia inæqualiter gravia, hîc æquilibrium constituunt, quamvis inæquales sint eorum gravitates absolutæ, quia libræ brachia reciprocè: secundùm eandem Rationem inæqualia: quatenus enim alligantur pondera hæc extremita-

tibus libræ, æqualia obtinent momenta; nec jugum A B poteſt in alterutram partem inclinari, cum neutrum pondus poſſit ab altero aſſumere vim, qua ſursùm moveatur, majorem oppoſitâ virtute innatâ deſcendendi, qua repugnat, ne elevetur. Sit C A ad C B ut 1 ad 4., & viciſſim pondus B ut 1 ad pondus A ut 4. Si gravitates dumtaxat conſiderentur, virtus ponderis A eſt ut 4, virtus verò ponderis B ut 1: ſed quia à centro motûs C retinentur, nec liberè rectâ viâ moveri poſſunt, impedimentum recipiunt pro brachiorum longitudine, minûſque impeditur deſcenſus aut aſcenſus rectus ponderis, quod longiori brachio adjacet, magis, quod breviori. Illud igitur pondus, quod majori brachio adnectitur, ſi deſcendat, magis deſcendit, ſi aſcendat, magis aſcendit; quod verò breviori, ſi aſcendat, minùs aſcendit, & ſi deſcendat, minùs deſcendit; atque adeò ſi B deſcenderet in E, menſura deſcensùs eſſet perpendicularis E G, aſſenſum autem ponderis A in D metiretur perpendicularis D F: idem dic ſi A deſcenderet, & B aſcenderet. Porrò D F & E G ſunt in Ratione brachiorum C A & C B ut patet, quia triangula rectangula C F D, & C G E, præter rectos angulos ad F & G æquales, habent etiam æquales ad C angulos ad verticem, & per 32. lib. 1. ſunt æquiangula; igitur per 4 lib. 6. ut C D ad C E, ita D F ad E G; at C D æqualis eſt ipſi C A, & C E ipſi C B (eſt enim eadem linea, quæ mutatâ poſitione A B venit in D E) igitur ut C A ad C B ita D F ad E G. Quare ratione poſitionis pondus B vim habet deſcendendi, & reſiſtit aſcenſui, ut 4, pondus autem A vim habet deſcendendi, ac proinde etiam reſiſtendi, ne aſcendat, ſolùm ut 1.

Cum itaque momentum deſcendendi (idem eſto judicium de momento repugnantiæ, ne aſcendat) componatur tùm ex gravitate ponderis, tùm ex propenſione ad motum, hoc eſt ex motûs, qui conſequi poſſet, velocitate, manifeſtum eſt gravitatem ut 4, cujus motus eſſet ut 1, nec poſſe vincere gravitatem ut 1, cujus motus eſſet ut 4, nec viciſſim poſſe ab illâ vinci; eſt ſiquidem inter gravitatem quadruplum ſemel, & gravitatem ſubquadruplam quater Ratio æqualitatis; victoria autem obtineri non poteſt, niſi intercedat virium inæqualitas. Si enim pondera eſſent æqualia, ponderis A reſiſtentia ratione

motû;

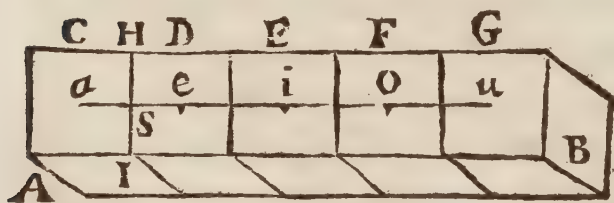
motûs esset subquadrupla, sed quadruplicatur ratione gravitatis, ergo resistentia est æqualis: item si longitudines essent æquales, resistentia ponderis B esset subquadrupla ratione gravitatis, sed quadruplicatur ratione distantiæ C B; ergo in B est æqualis.

Neutrum igitur pondus potest opposito ponderi impetum imprimere, quo elevetur; quia nimirum unaquæque gravitas majorem impetum alteri communicare non potest, quàm possit ipsa concipere, ac propterea impetus gravitatis B, quæ est ut C A, potens conari deorsum ut G E, si imprimeretur gravitati A, quæ est ut C B, deberet illam elevare ut F D: Atqui gravitas ipsius A, quæ est ut C B, conatur deorsùm ut F D, & ejus impetus si gravitati B, quæ est ut C A, imprimeretur, illam elevare deberet ut G E: igitur in unaquaque gravitate æqualis esset ejusdem conatus deorsùm & vis illata nitens sursùm, nec plus præstare posset impetus impressus, quàm innatus. Utraque igitur consistere debet, & neutra impetum acquirit, aut ab alterâ impetum accipit, quia frustra esset impetus acquisitus aut impressus, quem nullus consequi potest motus. Quare cum eadem sit gravitatum Ratio ut C A ad C B, atque motuum reciprocè ut F D ad G E, ex 16 lib. 6. rectangulum sub extremis C A, hoc est pondere B, ut 1, & motu G E, ut 4, æquale est rectangulo sub mediis C B, hoc est pondere A ut 4, & motu F D ut 1: sunt igitur æqualia momenta, quæ componuntur ex gravitate ut 1 & motu ut 4, atque ex gravitate ut 4 & motu ut 1.

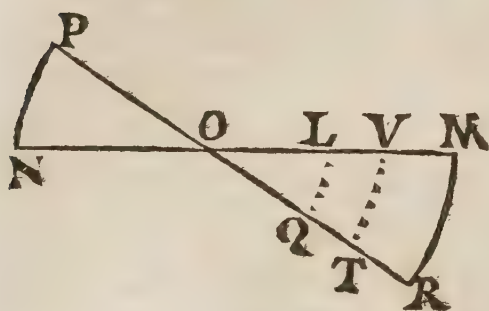
Ex his apertissimè liquet, cur superiori capite tantopere inculcata sit brachiorum æqualitas in libræ jugo, ut ex æquilibrio innotescat propositi ponderis ignota gravitas; hæc enim æqualis censetur notæ gravitati, ubi cùm oblato pondere illa æquâ lance libratur: quia scilicet, si inæqualia essent brachia, inæquales essent propensiones ad motum, seu motuum velocitates, quæ ad componendam momentorum Rationem concurrunt; adeóque fieri non posset, ut æquales essent gravitates in lancibus; nam minor gravitas ex brachio longiore plus habet momenti, quàm ex breviore, pro ratione inæqualitatis brachiorum. Verum est libram hujusmodi brachiorum inæqualium vacuam posse priùs ad æquilibritatem reduci, deinde, illâ sic

æquilibri conſtitutâ poſſe lancibus imponi Reciprocè pondera pro Ratione inæqualium brachiorum, & ex æquilibrio argui ponderum illorum Rationem, non tamen æqualitatem: ſed artificium hoc, quod peritioribus nihil officeret, anſam non modicam furacibus, & doloſis mercatoribus præberet decipiendi imperitos; quamvis enim libræ hujuſmodi æquilibri impoſitis, hinc & hinc ponderibus adhuc fieret æquilibrium, ſignum quidem eſſet æqualibus momentis addita eſſe æqualia momenta gravitatis, non tamen verùm eſſet additas eſſe æquales gravitates, ut rudioribus fortaſſe videretur. Hinc eſt libram brachiorum inæqualium in uſu non eſſe, ne locus pateat dolis.

Dixi autem expreſsè priùs ſtatuendam eſſe libræ vacuæ æquilibritatem, deinde ſumenda pondera reciprocè pro Ratione longitudinis brachiorum: niſi etenim priùs æquilibritas illa ſtatueretur, ſi pondera impoſita eſſent reciprocè in Ratione longitudinis brachiorum, ſemper pondus minus additum brachio longiori præponderaret, quia etiam ipſa brachij longioris gravitas ſua habet momenta, & quidem non modica, majora momentis brachij brevioris, quæ omninò computanda ſunt: nam ſi ponderum in ea Ratione reciprocè poſitorum momenta ſint æqualia, illiſque adjiciantur inæqualia gravitatis brachiorum momenta, manifeſtum eſt momentorum ſummam, cui plus additur, majorem eſſe reliquâ, cui additur minus.

Sed quænam ſunt, & quanta utriuſque brachij momenta? Ut hæc inveſtigemus, & certâ ratione definiamus, ponamus jugum ipſum ſecundùm ſuas omnes partes uniuſmodi, & gravitatem æquabiliter fuſam per totam illius longitudinem. Sit igitur datum priſma A B, quod in quinque partes æquales dividatur, ſingulas pondo libram unam; & per ſingula gravitatis centra ducatur recta *a u*: fiatque ſecundùm rectam H I, à qua pars una C abſcinditur à reliquis, totius priſmatis ſuſpenſio, ita ut centrum motûs ſit in S. Proculdubio unaquæque pars à cæteris ſejuncta ſi appenderetur ſecundùm longitudinem jugi *a u*, quod infigeretur per centra gravitatum *a*, *e*, *i*, *o*, *u*, obtineret ſuum

ſuum momentum juxtà diſtantiam centri ſuæ gravitatis à centro motûs. Quid autem refert (quod quidem attinet ad hanc momentorum Rationem) ſi in unum continuum corpus unitæ illæ partes coagmententur, an verò diviſæ ſolo contactu ſibi invicem adhæreant? eadem quippe eſt gravitas ſingulis inſita, eadem ſingularum à centro diſtantia. Cum itaque centra gravitatum *a* & *e* æqualiter diſtent ab S centro motûs, partes C & D æquiponderant: at diſtantia *S i* tripla eſt diſtantiæ *S a*; ergo momentum partis E triplum eſt momenti partis C; ſimilique ratione pars F habet momentum quintuplum, & pars G ſeptuplum. Igitur componendo, momentum totius aggregati quatuor partium D, E, F, G, eſt ſedecuplum momenti partis C; neque enim ſingulæ partes ex hoc quod cum cæteris pendeant, illiſque cohæreant, ſuum amittunt momentum. Hinc fit momenta brachiorum eſſe inter ſe ut Quadrata longitudinum eorumdem brachiorum: ſiquidem oſtenditur ſingularum partium momentum creſcere ſecundùm Rationem numerorum imparium, prout ſecundùm eandem Rationem creſcunt diſtantiæ centrorum gravitatis illarum. Sic brachiorum longitudines ſi eſſent in Ratione 2 ad 7, illorum momenta ratione ſuæ gravitatis innatæ & ratione poſitionis eſſent ut 4 ad 49.

Hæc Ratio momentorum in Ratione Quadratorum longitudinis, ſi res attentè perpendatur, omnibus eſt manifeſta: Nam ſingulorum brachiorum gravitates juxta hypotheſim æquabiliter fuſæ per totum libræ jugum Rationem inter ſe habent, quam illorum longitudinis propenſiones ad motum, ſeu, quod eòdem recidit, diſtantiæ à centro motûs eandem pariter Rationem habent, quam brachiorum longitudines: Quoniam igitur (ut ſæpiùs dictum eſt, ſæpiúſque iterùm inculcandum) momenta componuntur ex gravitatibus ratione materiæ, & ex propenſionibus ad motum ratione ſitûs ſeu poſitionis, componuntur duæ Rationes longitudinum; atque adeò momentum unius brachij ad momentum alterius brachij eſt in duplicata Ratione ſuarum longitudinum, hoc eſt, ut ipſarum longitudinum Quadrata. Id quod adhuc ulteriùs ſic explicari poſſe videtur. Sit libræ jugum M. N, & motûs centrum O: intelligatur moveri, ut obtineat poſitionem

nem P R. Momentum brachij minoris O M referre videtur ſector M O P, momentum verò brachij majoris O N referre videtur ſector N O R; ſingularum quippe partium motus ab arcu deſcriptus illarum momentum ob oculos ponit, & totius brachij momentum illius motus, ſcilicet ſector in motu deſcriptus. At ob æqualitatem angulorum ad verticem in O, ſectores M O P, N O R ſunt ſimiles, &, quia uterque ſector eſt ſimilis pars ſui circuli, eam inter ſe habent ſectores Rationem, quæ eſt circulorum, per 15. lib. 5. circuli autem ſunt in duplicatâ Ratione diametrorum, ex 2. lib. 12. ſeu Radiorum O M & O N; igitur & ſectores ſunt in duplicatâ Ratione O M ad O N, hoc eſt quadrati O M ad quadratum O N.

At quæris. In propoſito priſmate A B, momentum brachij S A ad momentum brachij S B eſt ut 1 ad 16: An, ut habeatur æquilibrium in S, addendum erit in A pondus librarum 15? quandoquidem pars C eſt libræ unius, reliquum autem brachium lib. 4, & longitudo S B eſt quadrupla longitudinis S A.

Hoc ſanè non eſt iis, quæ dicta ſunt, conſequens, nec ex illis efficitur: aliud quippe eſt momenta brachiorum eſſe ut 1 ad 16, aliud verò perinde ſe habere, atque ſi ex brachiorum gravitate carentium extremitatibus penderent libræ 1 & 16, ut ad æquilibrium conſtituendum opus ſit breviori brachio addere libras 15. Primum illud verum eſt, etiam ſi extremitatibus adnecti intelligamus hinc quidem libræ ſemiſſem, hinc verò libras octo, manet ſcilicet eadem Ratio 1 ad 16. Alterum à formà veritatis prorsùs alienum videtur, nam licet libræ 4 in extremitate B poſitæ æquivaleant libræ unciæ ſimul cum pondere lib. 15. in extremitate A; non eſt tamen eadem ratio librarum 4 ſecundùm longitudinem brachij S B diſtributarum; quo enim propiores ſunt partes centro motûs, eò minus habent momenti: non igitur libræ 4 ſic diſtributæ æquivalent libris 16, nec addendum erit pondus librarum 15 in oppoſitâ extremitate ad æquilibrium conſtituendum, quandoquidem nec ipſa

unica

unica libra partis C tantumdem habet momenti, quantum haberet si totâ ex A penderet.

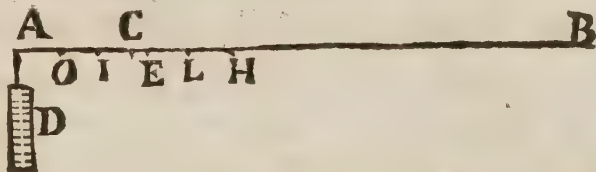
Equidem ex his, quæ paulò ante dicebam de ſectoribus referentibus momenta brachiorum, aliquando eò deveni, ut ſuſpicarer totam gravitatem brachij O N (idem dic de reliquo O M) intelligendam eſſe ibi exercere totum momentum, ubi eſt quaſi centrum omnium ſuorum momentorum, hoc eſt, ubi momenta bifariam dividuntur. Si autem ſector N O R refert totum momentum brachij O N; non eſt intelligendum centrum hoc momentorum eſſe punctum L, ubi eſt ſemiſſis brachij O N; quia Sector L O Q ad Sectorem N O R eſt in Ratione Quadrati O L ad Quadratum O N, quod eſt illius quadruplum. Quod ſi inter O L & O N ſumatur media proportionalis O V, jam ſector V O T eſt ad Sectorem N O R in duplicatâ Ratione Radiorum O V, & O N, hoc eſt ut O L ad O N, hoc eſt ut 1 ad 2; ac propterea Sector V O T æqualis eſt Trapezio N V T R; proinde in V videbantur diviſa æqualiter momenta. Hinc arguebam vel totam brachij gravitatem cenſendam eſſe ſua exercere momenta in puncto diſtantiæ à centro motûs mediæ proportionalis inter ſemiſſem brachij & totam brachij longitudinem, vel in extremitate brachij cenſendam eſſe pendere gravitatem, quæ medio loco proportionalis ſit inter totam brachij ejuſdem gravitatem & ejus ſemiſſem.

Verùm, ut quod res eſt ſincerè eloquar, quamvis in Sectoribus illis, quos paulò ante commemorabam, imaginem quandam momentorum gravitatis ſecundùm brachiorum longitudinem diſtributæ agnoſcerem, non tamen in re Phyſicâ ſatis fidebam Geometricæ illi commentationi: quippe qui obſervabam à Sectoribus quidem poni ob oculos Rationem momentorum ſingulorum brachiorum ex motu, qui idem eſt, ſivè multa, ſivè modica ſit gravitas, ſivè in uno, ſivè in alio puncto conſtituta intelligatur, non tamen definiri ipſius gravitatis momenta. Quare ſatius duxi ad experimenta potiùs confugere, ut hinc lux aliqua ſuboriretur, qua gravitatis quæſita momenta innoteſcerent.

Primùm igitur aſſumptus eſt ligneus cylindrus, cujus diameter C E unc. 1. 06″ pedis Romani antiqui, & addito in A

pondere D unciarum $40\frac{1}{2}$ collocatus est in æquilibrio, quod factum est in B puncto. Fuit autem longitudo B A unciarum pedis Romani $7\frac{2}{5}$ B C verò unc. $42\frac{17}{50}$. Resecto demùm subtilissimè cylindro, repertum est pondus A B unciarum $2\frac{1}{8}$, pondus autem B C unc. $13\frac{1}{2}$. His observatis cum nullus dubitarem, quin momenta brachiorum essent ut quadrata longitudinum, ipsas longitudines A B unc. $7\frac{2}{5}$, & B C unc. $42\frac{17}{50}$ ad unicam denominationẽ reduxi, videlicet $\frac{370}{50}$ & $\frac{2117}{50}$: & assumptis numeratorum Quadratis 136900 atque 4481689 hanc posui Rationem momentorum. Tùm sic ratiocinatus sum Algebricè ; ut 136900 ad 4481689, ita momentum B A 1 ℞ ad 32. 73'' ℞ momentum B C. Cum igitur æqualitas esset inter momentum brachij B C, & momentum brachij B A plus ipso pondere D ; hæc enim constituebant æquilibrium, æquatio Algebricè est inter momentum B C 32. 73'' ℞ & B A + D, hoc est 1 ℞ + unc. $40\frac{1}{2}$: & per Antithesim demptâ utrinque 1 ℞, æquatio est inter 31. 73'' ℞ & unc. 40. $\frac{1}{2}$. Factâ itaque numeri absoluti $40\frac{1}{2}$ divisione per numerum Radicum prodit pretium 1 ℞ pondo unc. 1. 27'', quod est momentum brachij B A ; ac proinde momentum brachij B C est pondo unc. 41. 57''. Quare perinde est atque si gravitas unc. 1. 27'' poneretur in extremitate A lineæ Mathematicæ, ac in extremitate C poneretur gravitas unc. 41. 57''. At in A fuit additum pondus unc. $40\frac{1}{2}$: ergo momentum brachij B C æquivalet ponderi D, & præterea unc. 1. 07'', qui est semissis gravitatis brachij A B observatæ unc. $2\frac{1}{8}$, hoc est in centesimis paulò ultra 2. 12''. Si verò momentis brachij B A pondo unc. 1. 27'' addatur gravitas D pondo unc. 40. 50'', fit aggregatum 41. 77'', quod excedit inventum momentum brachij B C unc. 41. 57''. excessu $\frac{20}{100}$ unciæ : quæ discrepantia facillimè potuit oriri ex aliquâ exili, ac minime notabili differentiâ vel in dimetiendis brachiorum longitudinibus, vel in ponderandis eorum gravitatibus ; cum maximè resegmina illa, & scobs, non computarentur in gravitate. Quod si fiat ut longitudo B C 2117 ad longitudi

longitudinem A B 370, ita pondus in A unc. 41. 77‴ ad pondus in B unc. 7. 30″, constat esse ferè semissem gravitatis unc. $13\frac{1}{2}$: sed est excessus semunciæ ob minùs accuratam observationem.

Qua propter aliud experimentum quàm accuratissimè institui ligneo parallelepipedo, cujus longitudo palmorum Romanorum 7. unc. 6. 566‴, ejus verò pondus lib. 1. unc. $1\frac{1}{4}$. Alteri extremitati additus est plumbeus cylindrus ad perpendiculum pendens, cujus pondus unc. 20. Impositum est parallelepipedum rotundo claviculo ferreo, qui horizonti parallelus erat, & factum est æquilibrium in puncto, ubi tota longitudo in duas partes dividebatur, quarum minor ponderi adhærens fuit mensurâ unc. $18\frac{1}{6}$, partes verò major fuit mensurâ palm. 6. unc. $\frac{2}{5}$. Cum itaque longitudo C B observata fuerit unciarum mensuralium 72. 40″, & A C unciarum mensuralium 18. 16″, in eadem pariter Ratione ponuntur brachiorum gravitates absolutæ. Quare C B pondo unc. 10. 59″, A C verò pondo unc. 2. 66″. Igitur ut longitudinis B C quadratum 52417600 ad longitudinis A C quadratum 3297856, ita momentum B C 1 ℞ ad $\frac{3297856}{52417600}$ ℞ momentum brachij A C: cui additur cylindrus D unc. 20: Est ergo æquatio inter A C + D, hoc est $\frac{3297856}{52417600}$ ℞ + unc. 20. 00″ & 1 ℞; & factâ Antithesi est æquatio inter unc. 20. 00″ & $\frac{49119744}{52417600}$ ℞: demum institutâ divisione consurgit pretium 1 ℞, hoc est momentum B C, unc. 21. 342‴ & paulo amplius: atque momentum brachij A C est pondo unc. 1. 343‴, cui additâ gravitate cylindri fit summa unc. 21. 343‴ planè æqualis momento brachij B C.

Et ut hanc operandi methodum confirmarem, iterum institui argumentationem assumendo quadrata gravitatum utriusque brachij, sunt enim ex hypothesi gravitates in Ratione longitudinum. Cum igitur sit C B pondo unc. 10. 59″; & A C pondo unc. 2. 66.″ fiat ut quadratum C B 1121481 ad quadratum A C 70756, ita ipsius C B momentum 1 ℞ ad $\frac{70756}{1121481}$ ℞ momentũ ipsius A C. Quoniam verò A C + D hoc est $\frac{70756}{1121481}$ ℞

† unc. 20. 00'' æquatur momento B C hoc eſt 1 ℞, factâ per Antitheſin communi ſubtractione $\frac{70756}{1121481}$ ℞, remanet æquatio inter pondus unc. 20. 00'' & $\frac{1050725}{1121481}$ ℞, & factâ diviſione emergit pretium 1 ℞, hoc eſt momentum B C pondo unc. 21. 347'''. atque adeò momentum ipſius A C eſt pondo unc. 1. 347''; cui ſi addatur cylindri D gravitas unc. 20, totum momentum in A eſt unc. 21. 347''', omnino æquale momento ipſius B: id quod ab initio vix ſperare audebam, cum hæc operatio à ſuperiore differat ſolùm per $\frac{1}{1000}$. Hîc pariter brachij A C gravitas abſoluta pondo unc. 2. 66''. habet momentum unc. 1. 347''', cum ejus ſemiſſis ſit unc. 1. 330''', quæ eſt minima atque prorsùs contemnenda differentia: quî enim fieri potuit, ut, quantalibet adhiberetur diligentia in metiendo, & ponderando, ne pilum quidem à verò aberrarem? aut quis omninò certus ſit omnes parallelepipedi partes æquali prorsùs fuiſſe præditas gravitate, itaut quæ pars ad arboris radicem vergebat, non fuerit paulò denſior, aut interiùs nodulum aliquem latentem habuerit, quo factum fuerit, ut vera gravitas inſtituto calculo non exactiſſimè reſponderet? ſimili ratione ſemiſſis gravitatis brachij B C intelligitur in extremitate B: nam fiat ut longitudo B C 72. 40'' ad longitudinem A C 18. 16'', ita reciprocè pondus in A unc. 21. 347''' ad pondus in B unc. 5. 354''': erat autem brachij B C gravitas abſoluta unc. 10. 59'' cujus ſemiſſis 5. 295'''. differt ab invento pondere ſolùm per $\frac{50}{1000}$ unciæ, hoc eſt ferè ſeſquiſcrupulum, ſeu grana 34.

Ex his quidem ſatis apparebat brachij gravitatem in libræ jugo intelligendam eſſe, quaſi ejus ſemiſſis in ipsâ extremitate conſtitueretur, ſeu, quod idem eſt, tota gravitas brachij ad mediam longitudinem applicaretur (eadem ſiquidem eſſe momenta totius gravitatis in dimidiatâ diſtantiâ, ac dimidiæ gravitatis in totâ diſtantiâ, ex ſæpiùs dictis eſt manifeſtum) mihi tamen ſatisfactum non exiſtimabam, niſi ulteriore experimento veritatis veſtigia perſequerer. Quare eundem plumbeum cylindrum, cujus longitudo erat palmi 1. unc. 1. $\frac{9}{10}$, ita in extremitate A collocavi, ut ſuper A I jaceret, & factum eſt æquilibrium in E, eratque E A longitudo unc. 22 $\frac{4}{10}$. Tùm diviſo bifariam in O ſpatio A I, quod cylindrus jacens occupabat, ex puncto

puncto O ſuſpendi cylindrum, & factum eſt pariter æquilibrium exactiſſimè in E, ſicut priùs, cum jacebat ſuper A I. Deinde cylindrum eumdem iterum parallelepipedo impoſui jacentem, ſed ea ratione illum ultrò citróque promovebam, ut omnino propè fulcrum conſiſteret, donec demùm factum eſt æquilibrium in H, & fuit H A palm. 2. unc. 10 $\frac{7}{10}$: Factâ verò ſuſpenſione cylindri ex L, ita ut H L eſſet dimidiata cylindri jacentis longitudo, æquilibrium pariter in H factum eſt.

Relictâ igitur illâ ſectorum analogiâ, deprehendi per illas quidem ob oculos poni motum, non verò momentum, ſeu propenſionem ad motum, quæ ex diſtantiâ à centro motûs in ipsâ longitudine definienda eſt: & quod ad gravitatem attinet, nullus mihi relictus eſt dubitandi locus ita computandam eſſe totius brachij gravitatem per ipſum æquabiliter diffuſam, quaſi tota in dimidiatâ diſtantiâ à centro motûs collocaretur: quamvis enim particularum gravium, quæ ultrâ ſemiſſem longitudinis magis à centro removentur, momentum creſcat pro Ratione diſtantiæ, reliquarum tamen numero æqualium citrà longitudinis ſemiſſem centro propiorum momentum ſimiliter pro Ratione minoris diſtantiæ minuitur; ac propterea tantùm iſta momenta ſimul ſumpta decreſcunt, quantum illa ſimul ſumpta augentur. Ex quo oritur quædam quaſi æqualitas, perinde atque ſi momenta omnia majora & minora in illam particulam confluerent, quæ media eſt Arithmeticè inter extrema (momenta ſi quidem ratione diſtantiæ Arithmeticè creſcunt, prout Arithmeticè ipſa diſtantia creſcit) hæc autem eſt in ſemiſſe longitudinis brachij. Ex quo iterum confirmatur momenta brachiorum eſſe ut quadrata longitudinum; ſunt enim in duplicatâ Ratione illarum; ſemiſſes quippè ſunt in Ratione integrarum longitudinum, gravitates ſunt in Ratione earumdem longitudinum, ergo Ratio compoſita eſt duplicata ejuſdem Rationis longitudinum.

Hinc datâ jugi æquabilis, & uniformis gravitate abſolutâ, & datâ Ratione longitudinum brachiorum inæqualium libræ, dividatur data gravitas ſecundùm datam Rationem brachiorum: tùm fiat ut longitudo minor ad longitudinem majorem, ita dimidia gravitas majoris brachij ad aliud, ex quo quarto ter-

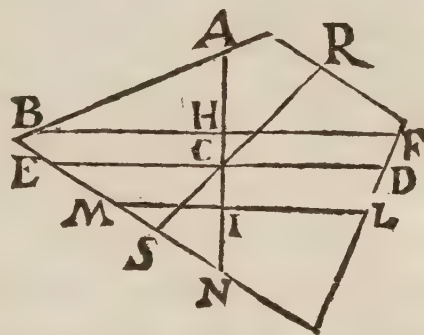
mino invento si auferatur dimidia gravitas brachij minoris, residuum indicabit pondus addendum extremitati brachij minoris, ut fiat æquilibrium cum solâ gravitate brachij longioris. Vel potiùs fiat ut quadratum longitudinis brachij minoris ad differentiam inter quadrata brachiorum, ita semissis gravitatis brachij minoris ad pondus ipsi addendum.

CAPUT III.

Quomodò corporum æquilibria explicentur.

QUamvis libro primo plura de Gravitatis centro, prout hujus operis instituto congruebat, disputata sint, eorum tamen plenior explicatio ex his, quæ duobus præcedentibus capitibus dicta sunt, petenda est, si quidem Physicam æquilibrij causam nosse velimus. Neque enim Gravitatis centrum illud est, quod æquales gravitates, sed quod æquales gravitationes, aut æqualia gravitatis momenta, hoc est æquales ad descendendum propensiones ac vires circumstant. Nam gravitas eâ Ratione per universum corpus grave distribuitur, quâ Ratione materia ipsa, cui illa inest, diffusa intelligitur; quæ si uniusmodi sit & homogenea, ibi centrum habet, ubi est molis ipsius centrum; ubi siquidem bifariam moles & materia, ibi pariter gravitas illi insita bifariam dividitur. Quoniam verò fieri potest, ac sæpiùs contingit, materiam quidem corporis & molem invariatam permanere, figuram autem mutari; ex quo nunc in hanc, nunc in illam partem migrat gravitatis centrum, quia alia atque alia fiunt gravitatis momenta pro variâ corporis secundùm suas partes positiones; propterea hujusmodi momentorum æqualitas ex libræ Rationibus desumenda est, sivè æqualium, sivè inæqualium brachiorum libra intelligatur, prout varia corporis gravis suspensio aut sustentatio contingit.

Sed quia in communi usu non adeò frequens est illa suspensio, qua corpus pendeat quasi ex puncto lineæ directionis transeuntis per centrum gravitatis, & ad universi centrum deductæ, aut illa sustentatio, qua corpus grave acutissimo apici incumbat,

incumbat, cui immineat idem gravitatis centrum; quinimmò ita plerumque suspenditur, aut sustinetur corpus, ut ductâ per Gravitatis centrum lineâ, aut ex hujus extremitatibus tanquam polis illud suspendatur, aut subjecto fulcro lineæ huic parallelo illud sustineatur; ideò hujusmodi lineam per centrum gravitatis ductam liceat appellare *Diametrum Gravitatis*; quæ diameter quasi in librâ locum Axis seu Aginæ obtinet, corporis verò partes hinc & hinc positæ rationem habent brachiorum libræ, atque pro distantiarum seu longitudinum Ratione sua habent momenta. Sit propositum Trapezium, cujus gravitatis centrum C puncto respondeat, & sustineatur secundùm rectam lineam A C N (similis esset philosophandi ratio, si assumeretur recta R C S) quæ propterea *Diameter Gravitatis* à me dicitur, quia sicut circuli diameter per centrum ducta illum in semicirculos æquales distinguit, ita hæc per gravitatis centrum transiens dividit Trapezium in momenta æqualia, itaut in neutram partem inclinetur, juxta dicta de centro Gravitatis. Sed cur fiat æquilibrium intelliges ex Rationibus libræ Brachiorum inæqualium: ducatur enim ad rectam A N per C perpendicularis D C E, & fiunt brachia C D, C E inæqualia; sunt igitur momenta C E longioris majora momentis C D brevioris. Ductis verò ipsi D E parallelis B F & M L, secatur diameter gravitatis A N in punctis H & I: quare inæqualia sunt brachia H B longius, & H F brevius, & vicissim I M est brevius, & I L longius: Ex quo fit momenta in L & E majora esse momentis in M & D, at momentum in F minus esse momento in B; atque adeò componendo majora cum minoribus ex eâdem parte, fieri compositum momentum unius partis æquale toti momento oppositæ partis. Vel si non placeat particulatim Trapezium distinguere quasi in tot libras, quot ductæ intelliguntur parallelæ, dic totius gravitatis A D N semissem intelligi in D, & totius gravitatis A E N semissem intelligi in E; & quamvis pars A D N absolutè & seorsim accepta major sit & gravior parte A E N absolutè sumptâ, quia tamen sunt reciprocè in Ratione distantiarum

rum C E & C D, propterea æquilibrium conſtituere; pars enim minùs gravis ex poſitione majorem habet propenſionem ad motum, qui eſſet velocior; partis verò gravioris minor eſt propenſio ad motum, qui eſſet tardior; atque adeò hæc minùs reſiſtit ratione motûs, magis autem ratione gravitatis; at illa ex adverſo magis reſiſtit ratione motûs, ſed minùs ratione gravitatis, ſervatâ reciprocè eâdem Ratione inter gravitates & motus. Nil igitur mirum ſi æquatis hinc & hinc viribus agendi, & reſiſtendi ſequatur conſiſtentia.

Hinc manifeſtum eſt, cur mutatâ figurâ centrum gravitatis ad eam partem transferatur, quæ longiùs à ſuſtentationis vel ſuſpenſionis loco recedit; quia nimirum creſcunt ex illâ parte comparatè ad oppoſitam momenta ratione diſtantiæ majoris, ac proinde, ut fiat momentorum æqualitas, centrum ad illam partem ſecedit. Sic ceſpitantes à naturâ docentur in partem oppoſitam illi, in quam inclinantur, brachium illicò extendere, ut brachij gravitas longiùs à corpore tranſlata plus habeat momenti, quàm cùm reliquo corpori adhæret, atque hinc ſequatur centri gravitatis in illam partem tranſlatio. Veritas hæc ſatis nota eſt ipſis funambulis, cùm corpus univerſum ſuper extento fune librant; neque enim temerè crura & brachia extendunt aut contrahunt, ſed certâ lege, ut centrum momentorum gravitatis totius corporis hac vel illâ ratione diſpoſiti immineat, & incumbat funi. Sic plumbeæ virgæ rectæ ex medio ſuſpenſæ, & in æquilibrio manentis, ſi brachium alterum inflexeris, fieri non poteſt, ut reliquum brachium rectum ſervet poſitionem horizonti parallelam, ſed deorſum inclinabitur, quia cum longius ſit brachio inflexo, majora habet momenta ac prævalet. Quod ſi ob inæqualem virgæ craſſitiem non planè ad mediam illius longitudinem facta ſit ſuſpenſio, ſed æquilibritas contingat in puncto, quod propius eſt craſſiori extremitati virgæ, factâ alterutrius brachij inflexione tollitur æquilibrium, quia non jam ampliùs eadem eſt reciprocè Ratio longitudinum, quæ & gravitatum.

Ex his pariter conſequens eſt aliquando minimam virtutem ſatis eſſe ad dimovenda ab æquilibrio ingentia corpora, ſi ita ſuſtineantur, ut fulcrum vel in puncto, vel in lineâ contingant: quoniam ſi corpus grave inſiſtat apici coni, aut pyramidis, aut

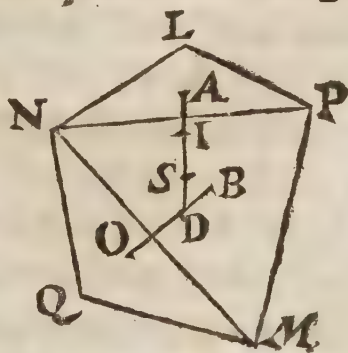
angulo

angulo solido, aut portioni sphæricæ, quam contingat idem corpus sive planâ, sive sphæricè cavâ, sive sphæricam æmulante superficie, contactus in puncto efficitur, ac propterea quacunque in extremitate corporis addatur vis movendi, æquilibrium tollitur, & quidem eò faciliùs, quo magis à puncto contactûs extremitas illa removetur; in illâ quippe distantiâ vis movendi apta velociorem motum efficere, quàm si propior esset, plus habet momenti: Id quod adhuc faciliùs accidit, si ab extremitate, ubi vis movendi applicatur, ductâ per contingentis fulcri punctum rectâ lineâ ad oppositam extremitatem, inæqualiter divisa sit in puncto contactûs, & vis ipsa movendi in magis distante extremitate constituta fuerit; tunc enim non sua tantùm momenta addit, sed illa multiplicat pro Ratione excessûs suæ distantiæ; quemadmodum de inæqualibus libræ brachiis dictum est. Sin autem fulcrum sustinens, quod horizonti parallelum ponitur, sit acies prismatis, aut latus pyramidis jacentis, aut portio cylindrica seu conica jacens; tunc in lineâ fit contactus, si vel plana sit, vel circulariter concava corporis insistentis superficies: sed si vis movendi, quantacumque sit, addatur secundùm rectam lineam, quæ efficit Gravitatis diametrum, puta in A vel N, non mutat æquilibritatem, si fulcrum congruit toti diametro A N: si verò fulcrum brevius est quàm A N, & ex. gr. congruit solùm ipsi A I, jam centrum motûs est I, & oportet vim movendi tantam esse in N, ut aggregatum ex parte M L N ac virtute additâ in N habeat ad partem M A L reliquam majorem Rationem, quàm sit Ratio distantiæ I A ad distantiam I N. Quare in hujusmodi contactu lineari vis movendi, æquilibrium facilè tollens, esse debet ad latus diametri gravitatis, & pro ratione distantiæ majus erit momentum; maximum autem erit momentum in E distantiâ maximâ.

Non igitur facilè inter fabulas rejicienda sunt, quæ Atlas Sinicus pag. 32. de Montibus circa urbem Peking loquens ait, *Púon mons altissimus ac præruptus varios attollens vertices, in cujus summitate ingens est lapis, qui minimo contactu movetur ac titubat:* fieri siquidem potuit, ut lapis ille in infimâ parte excavatus innitatur subjecto saxo, à quo vel in puncto, vel in lineâ tangatur, sicuti dictum est; & cum sit perfectè libratus, modico impulsu tangentis, quâ saltem parte ad illum patet accessus, po-

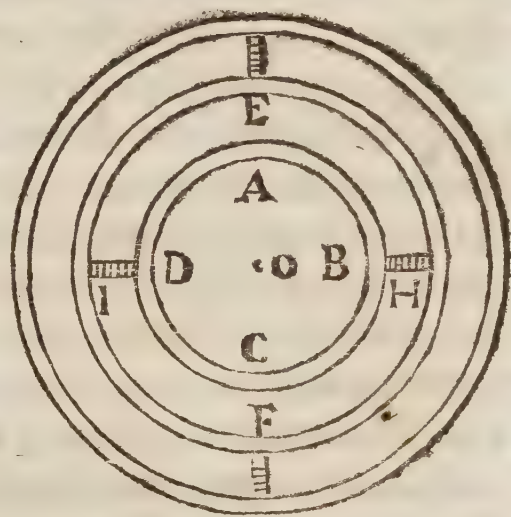
test ab æquilibrio dimoveri : quòd si usquequaque circumobeundo lapidem quâcumque in parte tangatur, sequitur illius trepidatio, signum est contactum subjecti fulcri esse in puncto. Simili ratione explicanda sunt, quæ idem Atlas Sinicus in XI Provincia Fokien habet pag. 125, ubi ait, *Versùs Urbis Changcheu Orientalem partem mons est Cio dictus, in quo lapidem esse scribunt altum perticas quinque, crassum decem & octo, qui quoties tempestas imminet, titubat omninò, ac movetur:* hic enim lapis in perfecto æquilibrio constitutus suprà fulcrum, à quo in puncto, vel in lineâ tangatur, & fortasse etiam ab eodem fulcro distinctus in longitudines inæquales, violento impulsu halituum aut infernè subeuntium, aut ex superiore nubium parte obliquè reflexorum, facilè moveri potest ac titubare, si extremitas à fulcro remotior impellatur.

Et quoniam de Sinensibus mentio incidit, non injucundum fuerit hîc aliud addere pertinens ad eorum industriam in servando æquilibrio. Idem Atlas Sinicus, cum sermo est de Provincia Peking, ubi solum esse arenosum atque planissimum testatur, hæc habet pag. 28. *Modus itineris faciendi hisce locis non infrequens, nec incommodus est. Plaustrum adhibent cum unâ rotâ ita constitutum, ut uni illius medium occupandi, & quasi equo insidendi sit locus, aliis duobus ab utroque latere adsidentibus; auriga plaustrum retro ligneis vectibus urget ac promovet non securè minùs, quàm velociter.* Si rem conjecturis indagare liceat, ego rotam concipio ita inclusam ligneo loculamento majoris segmenti circuli figuram habente, ut huic insitus sit rotæ axis, ad dextram autem & ad lævam extantia tabulata tantæ latitudinis, ut quis modò propè rotam, modò longiùs adsidere queat ad æquilibrium constituendum inter duos viatores inæqualiter graves : Aurigæ locus est in suprema parte loculamenti, cui quasi equitans insidet, binosque contos, seu vectes concinnè locatos, ut manubrium ante se habeat, extremitas altera (fortasè in acumen desinens, ut leviter solo infigatur) post se terram respiciat, utrâque manu apprehendens solum obliquè premit, & currum in anteriora velociter promovet. Id quod nemini difficile videatur, qui sæpiùs observaverit à puero fabri lignarij aut ferrarij rotam curulem identidem impulsam per urbis vias velociter deduci; quæ dum impresso impetu veloci-

ter converſa in anteriora promovetur, licet huc atque illuc nutabunda inclinetur, ob velocem converſionem immunis eſt à caſu: quemadmodum etiam ſtanneum aut argenteum orbem apici cultri impoſitum, ſi in gyrum velociter agatur, à caſu immunem videmus, etiamſi punctum ſuſtentationis non exactiſſimè centro reſpondeat. Sic aliquis ſuppoſitam ſphærulam altero pede, etiam ſummis digitis premens, celeriter in gyrum totum corpus contorquet, qui non ita facilè citrà cadendi periculum eidem ſphærulæ inſiſtens quietus conſiſteret; ipsâ nimirum converſionis celeritate gravitatis propenſionem eludente. Non abſimili igitur ratione in hujuſmodi rotæ Sinici plauſtri converſione veloci deteritur, quicquid in alterutram partem inclinationis oriretur vel ex modicâ viæ inæqualitate, vel ex æquilibrio non adeò exactè ſervato, ut etiam conſiſtente plauſtro inſidentes viatores conſiſterent æqualiter librati abſque alicujus artificij ſubſidio: Quod artificium in promptu eſſe non dubito; neque enim Sinenſes ita ſibi præfidentes exiſtimo, ut aliquâ ratione ſibi non præcaveant à periculo casûs, ſi fortè rotâ in obicem incurrente plauſtrum ſeu loculamentum in anteriorem, aut in poſteriorem partem improvisâ inclinatione convertatur. Sed ſingula perſequi nec otium eſt, nec operæ pretium: quapropter generatim dicendum corporis æquilibrium ibi fieri, ubi in duas partes ita diſtinguitur, ut illarum gravitates ſint reciprocè in Ratione longitudinum ſeu diſtantiarum à puncto ſuſpenſionis ſeu ſuſtentationis, quemadmodum in librâ dictum eſt. Quare ſi tota moles propoſita eâdem gravitatis ſpecie prædita fuerit, nec facile ſit in illâ centrum gravitatis invenire, quia nimis irregularis eſt, diſtingue illam in duas partes, & ſingularum inventa centra gravitatis junge rectâ lineâ, quæ quaſi libræ jugum dividatur in reciprocâ Ratione illarum partium; eſt enim punctum illud, in quod cadit diviſio, punctum æquilibrij, & centrum gravitatis totius. Sic Trapezij, NPMQ invenies punctum æquilibrij, ſi duorum triangulorum NQM, NPM, in quæ dividitur, ſingularia centra gravitatis invenias O & B: hæc jungantur rectâ OB; tum fiat ut triangulum NQM ad triangulum NPM, ita reciprocè BD ad DO,

& eſt D punctum æquilibrij, ſeu centrum gravitatis Trapezij quæſitum. At ſi Trapezio addatur triangulum N L P ejuſdem ſpecificæ gravitatis, emergit Pentagonum irregulare LPMQN: inveniatur additi trianguli centrum ſingulare gravitatis A, & jungatur recta A D; tùm fiat ut Trapezium ad triangulum additum, ita reciprocè A S ad S D, & eſt punctum S centrum commune gravitatis totius Pentagoni, in quo fit æquilibrium; perinde enim eſt ac ſi in jugo libræ A D inæqualiter diſtributæ appenderetur ex A quidem triangulum N L P; ex D verò Trapezium N Q M P, quæ in illis diſtantiis à centro motûs æqualia haberent momenta.

Quòd ſi tota moles propoſita conſtet partibus non ejuſdem ſpecificæ gravitatis, non jam ſatis eſt inveniſſe ſingularia centra, ut ducatur jugum libræ illa connectens, & notam eſſe Rationem molis ad molem; ſed præterea opus eſt notam habere Rationem gravitatis ſpecificæ ad gravitatem ſpecificam; quia Ratio gravitatum abſolutarum componitur ex Rationibus quantitatum, & gravitatum ſecundùm ſpeciem. Quamobrem ſi additum triangulum habeat ſpecificam gravitatem majorem gravitate ſpecificâ Trapezij, quia hoc ligneum eſt, illud ferreum, non cadet in S punctum æquilibrij, ſed accedet ad punctum A, quia factâ hujuſmodi Rationum compoſitione, minor eſt inæqualitas gravitatum abſolutarum; ſi enim Trapezium excedit mole Triangulum, cedit illi ſpecificâ gravitate. Ponamus namque Rationem molis Trapezij ad molem Trianguli eſſe ut 7 ad 2; ſpecificæ verò gravitatis Rationem ut 5 ad 42, gravitas abſoluta Trapezij lignei eſt ut 35, gravitas Trianguli ferrei ut 84: ſunt igitur gravitates in Ratione 5 ad 12: dividatur itaque jugum A D in I reciprocè, ut ſit A I 5, I D 12, & erit I centrum gravitatis compoſitæ, ac punctum æquilibrij, quia ab illo inæquales gravitates habent ſuas diſtantias in Ratione reciprocâ ipſarum gravitatum. Eadem eſt in corporibus omnibus Ratio, & methodus deprehendendi punctum æquilibrij, ſeu centrum gravitatis, per quod deinde duci poteſt diameter gravitatis, ut fiat opportuna ſuſpenſio.

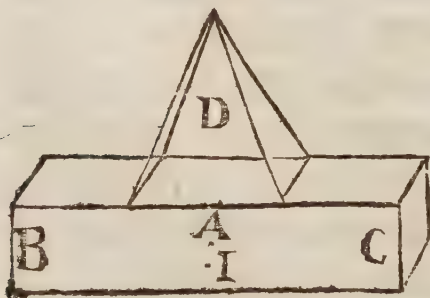
Quia tamen aliquando evenit ſuſpenſum corpus aut ſuſtentatum, dum poſitionem horizonti parallelam ſervare contendit, aliquod incommodum ſubire in motu corporis, cui innititur; propterea

propterea huic occurrendum eſt artificio, quo ſitum eumdem perpetuò ſervet. Rem exemplo declaro. In pyxide nauticâ inſiſtit cuſpidi acus magnetica æqualibus momentis librata, ut horizonti parallela jaceat, quamcumque in partem dirigatur. Si alicui navis plano pyxis ipſa adhæreret ita, ut infimâ ſui parte illi congrueret, quamcumque in partem navis inclinaretur, ipſum pariter pyxidis fundum inclinari manifeſtum eſt, & alteri acûs magneticæ poſitionem horizonti parallelam ſervantis extremitati occurrens illius motum impediret, aut ſaltem retardaret. Ut igitur ſemper pyxis tùm acui magneticæ, tùm horizonti parallela conſiſtat, ſuſpendenda fuit, non quidem funiculo, ne incertis motibus jactaretur, ſed duobus polis, ſuper quibus opportunè verſaretur æqualiter librata. Verùm duobus hiſce polis non tollitur omne incommodum; ſi etenim poli reſpiciant navis latera, elevatâ aut depreſsâ prorâ juvant, ſed navi in dextrum aut in ſiniſtrum latus inclinatâ, alter deprimeretur, alter elevaretur, niſi & ipſi infigerentur circulo ſuper alios polos proram & puppim reſpicientes verſatili. Sit pyxis ipſa A B C D, in qua venti deſcripti ſint, & in centro O acus magnetica volubilis inſiſtat: pyxidem circulus E I F H complectatur, cui poli D & B facilè verſatiles infigantur, ut inclinatâ navi in A vel in C pyxis horizonti parallela maneat; & ut eumdem paralleliſmum ſervet, etiam ſi navis in B aut D inclinetur, circulus ille E I F H duos pariter polos facilè verſatiles habeat in E & F externæ pyxidi immobili infixos: hac enim ratione fiet, ut in quacumque navis inclinatione pyxis nautica à ſuo paralleliſmo & æquilibrio non recedat.

Hoc eodem artificio conſtruitur lucerna ferreo aut æneo globo incluſa multipliciter perforato, ut fumo exitus pateat, quæ citrà effuſionem olei in ſolo rotata non extinguitur; eſt ſiquidem vaſculum plumbeum, ut ſua gravitate ſecuriùs deorſum vergat, polis verſatilibus ſuſpenſum in circulo, qui pariter

polos inſerit ſecundo circulo, ſecundus ſimiliter tertio, tertius demum ſcaphio, ſeu inferiori hemiſphærio globi, cui includitur, eâ diſpoſitione, ut quemadmodum pyxidis nauticæ hîc deſcriptæ ambitus in quatuor partes diſtinguitur à polis, ita lucernæ hujus ambitus in octo partes à polis diſtribuatur, atque proinde facilior ſit globi in omnem partem volutatio citrà periculum inclinationis vaſculi oleum cum ellychnio continentis.

Nec pluribus opus eſt hîc explicare, quàm proclive ſit artificium hoc ad plura traducere, quorum uſus eſt in plano horizontali, ne libellâ ſemper & normâ indigeamus, ut illa ritè collocentur: ut ſi horologium horizontale ſtatuendum ſit quocumque in plano, ſit illud pyxidi incluſum cum circulo, quemadmodum de pyxide nauticâ dictum eſt: ſi lectulum viatorium in rhedâ ſternere oporteat, in quo citrà jactationem, etiam viâ ſalebroſâ, quieſcere liceat, ferreo parallelogrammo complectere lectulum ex polis ſuſpenſum circâ medium eo loco, ut corpus in lectulo jacens ſit horizonti parallelum, ipſum verò parallelogrammum polis rhedæ infixis & verſatilibus ad caput & ad pedes ſuſpendatur: & alia hujuſmodi, quæ facilè pro rerum opportunitate excogitari poſſunt.

Verùm quàm facilè eſt ſuper polos in æquilibrio conſtituere corpora gravitatis centrum habentia vel in ipsâ ſuſtentationis lineâ, vel infrà illam, tam multis difficultatibus implicitum opus eſt in æquilibrio ſtatuere corpus, cujus gravitatis centrum in parte ſuperiori reperitur, & quidem maximè ſi multùm inde removeatur; tunc enim ſufficit vel minima inclinatio, ut totum corpus revolvatur, cum ex alterâ parte ſint plura gravitatis momenta, quàm in oppoſitâ.

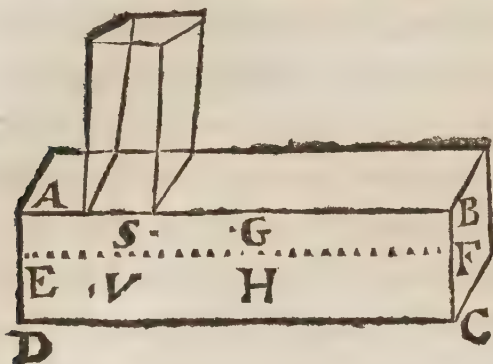
Nam ſi corpus BC, cujus centrum gravitatis ſit A, ſuſpendatur ſuper polis in I, quando axi ſuſtentanti ad perpendiculum reſpondet centrum gravitatis A, manet æquilibrium, ſed factâ corporis inclinatione, ut A recedat à perpendiculo, jam versùs C plures ſunt partes gravitatis deſcendentes, quàm versùs B ſint partes aſcendentes, & illæ velociùs moventur deorſum, quàm hæ ſurſum; quapropter illæ majora

D
A
I
B
C

majora habent momenta, quibus deorſum urgentibus corpus revolvitur. Id quod multò magis contingit in Acrobarycis, quæ nimirum gravitatem in ſummitate habent, ut ſi corpori B C in ſuperiori parte adnexa eſſet pyramis D; cum enim totius compoſitæ molis ex ſolido B C, & pyramide D, centrum commune gravitatis non eſſet in A, ſed adhuc ſuperius procul à polo I, qui eſt centrum motûs, factâ levi inclinatione multo plus gravitatis eſſet ex parte C, quàm ex oppoſitâ B, ut conſtat: nam quò altius & remotius eſt centrum gravitatis, eò faciliùs linea directionis cadit extra punctum vel lineam ſuſtentationis, factâ pari inclinatione.

Liceat autem hîc obiter, quaſi corollarij loco, attingere æquilibria corporum humido inſidentium, & Acrobarycorum fluitantium, in quibus pariter Rationes libræ agnoſcentur, ſi rectè perpendatur, ubi fiat ſuſtentatio. In omni igitur corpore fluitante duplex pars conſideranda eſt, & quæ intrà humidum mergitur, & quæ in aëre extat: illa quidem utpote ſecundùm ſpeciem minùs gravis, quàm humor, levitat, hæc verò aëre gravior gravitat: Quare & illa ſuum habet centrum levitatis, & hæc centrum gravitatis; nec poſſet corpus datam poſitionem ſervare, niſi in eâdem lineâ perpendiculari ad univerſi centrum tendente eſſet utrumque centrum & levitatis & gravitatis; cumque par ſit virtus aſcendendi virtuti deſcendendi, neutrâ prævalente, & ſibi viciſſim utrâque obſiſtente, conſiſtit corpus. Quòd ſi non in eodem perpendiculo ſit utrumque centrum, utrumque ſuâ viâ pergere poteſt, illud aſcendendo, hoc deſcendendo. Sic baculum rectum in aquam immittens, manúque retinens, ne in alterutram partem inclinetur, mergi quidem illum videbis pro Ratione ſpecificæ ſuæ gravitatis, quæ minor eſt ſpecificâ gravitate aquæ, ſed erectus non manebit, niſi quandiù retinueris; nam ubi illum dimiſeris, ſtatim centrum gravitatis deſcendet, & levitatis centrum aſcendet, quia vel exiguus aquæ motus partem immerſam inclinans ſatis eſt, ut centra illa non eidem perpendiculo reſpondeant; ac propterea demùm baculus jacens innatabit.

Quieſcente igitur corpore in humoris ſuperficie, manifeſtum eſt centrum gravitatis partis extantis in eodem perpendiculo eſſe cum centro levitatis partis demerſæ. Quare ſi

ligneum

ligneum priſma A C aquæ imponatur, & immergatur ita, ut pars demerſa & levitans ſit E C, pars verò extans in aëre & gravitans ſit A F, centrum gravitatis eſt G, centrum levitatis eſt H, quæ ſibi directè adverſantia in oppoſitas partes conantur æqualibus viribus, atque propterea nullus ſequitur motus. Quòd ſi aut H recederet versùs D, aut G versùs B, & hoc poſſet deſcendere, & illud aſcendere neutro contranitente.

Jam verò quieſcenti priſmati imponatur aliquod pondus, certum eſt partem in aëre extantem, conflatam ex parte priſmatis & ex addito pondere, graviorem eſſe, ac proinde prævalere viribus partis in aquâ levitantis, illamque deprimere, quoaduſque fiat æqualitas inter levitatem & gravitatem. Sed multùm intereſt, utrùm additi ponderis centrum gravitatis in eodem perpendiculo ſit cum centro gravitatis G, ut rectâ deprimatur priſma infrà ſuperficiem aquæ; an verò ſit extrà illud perpendiculum; id quod ſi accidat, commune centrum gravitatis transfertur verſus A, aut B. Sit ex. gr. ad partes A propè S; cumque non immineat puncto H centro levitatis, deſcendit priſma ad partes A, & oppoſita pars aſcendit, ita ut E deprimatur infrà ſuperficiem aquæ, F verò emergat. Sed dum ad partes C F priſma emergit ex aquâ, ad partes autem D E deprimitur, centrum levitatis non manet in H, ſed ad majorem partem depreſſam ſecedit, donec fiat V, atque in eodem perpẽdiculo ſit cum centro gravitatis S; & tunc quieſcit priſma, nec amplius demergitur in E, aut emergit ex F. Suſtinetur itaque centrum gravitatis S à centro levitatis V, & viciſſim centrum levitatis V retinetur à centro gravitatis S; & fit tùm inter gravitates, tùm inter levitates æquilibrium, quia gravitas in A major minùs diſtat à puncto, vel potius à lineâ ſuſtentationis factâ à plano tranſeunte per V, & gravitas in B minor magis diſtat; ideóque neutra prævalet: & ſimiliter levitas in D E major minùs diſtat à lineâ detentionis facta à plano tranſeunte per S, ac levitas minor in C magis diſtat;

diſtat; quare vis tardiùs aſcendendi major prævalere non poteſt minori virtuti repugnanti ad deſcendendum velociùs.

Quemadmodum verò ſi tantum ponderis adderetur in A, ut centrum commune gravitatis non poſſet imminere centro levitatis partis demerſæ, nemo non intelligit futuram omnimodam depreſſionem partis A infrà ſuperficiem aquæ, & omnimodam emerſionem oppoſitæ partis C; ita in Acrobarycis fluitantibus manifeſtum eſt, quò altiùs attollitur gravitas, eò faciliùs factâ inclinatione transferri commune centrum gravitatis ultrà perpendiculum, in quo eſt centrum levitatis partis demerſæ. Sic ſi juſto longior ſit in navi malus, factâ ex fluctibus inclinatione in latus, aut ſaltem impulſu venti ſuprema carbaſa implentis, facilis erit navis ſubmerſio, quia plus momentorum gravitatis eſt ex alterâ parte, quàm ex oppoſitâ, tranſlato in navis latus, aut ultra illud, centro gravitatis totius partis extantis in aëre. Sed de his, Deo dante, pleniùs in Hydroſtaticis diſſerendum erit, ubi oſtendetur ad navium ſtabilitatem neceſſariam eſſe eam centrorum diſpoſitionem, ut centrum gravitatis totius navis cum omnibus impoſitis ſit infrà centrum levitatis partis demerſæ in eodem perpendiculo, in quo pariter erit centrum gravitatis partis extantis.

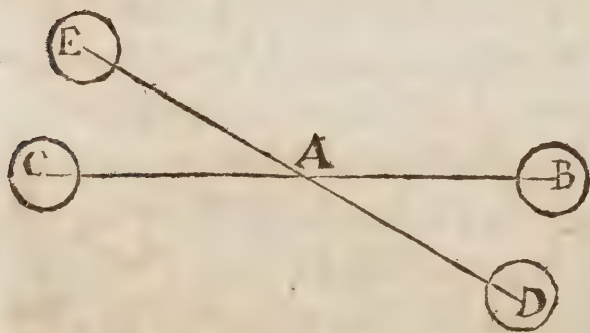
CAPUT IV.

An, & cur libra ab æquilibrio dimota ad illud redeat.

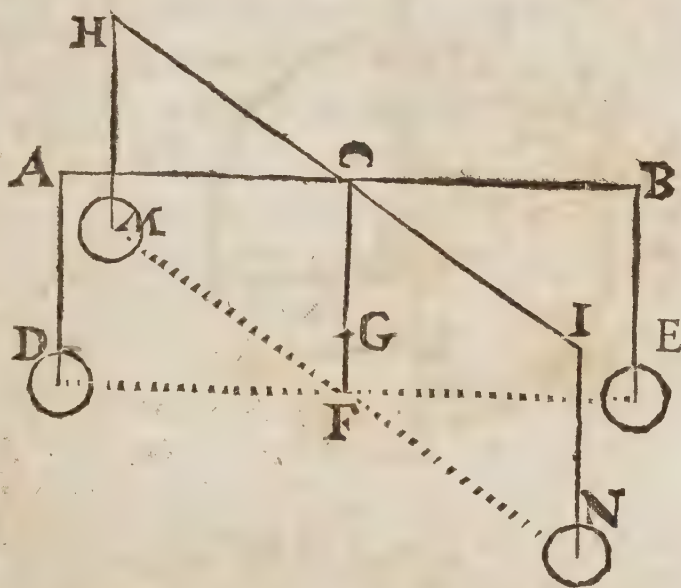
NEmini dubium eſſe poteſt æquilibrium tolli ob momentorum gravitatis inæqualitatem, vel quia in unâ libræ æquilibris lance additum eſt pondus, vel quia altera jugi extremitas, alicujus elevantis aut deprimentis vi, recedit à poſitione horizonti parallelâ. Illud in quæſtionem revocari poteſt, an ſublato ponderis exceſſu, aut ceſſante impulſu extrinſeco, libra redeat ad æquilibrium, & poſitionem horizonti parallelam ſibi ipſa reſtituat. Certè Keplerus in Aſtronomiâ Opticâ cap.1.

prop. 20. asserit eum, qui negat libram brachiorum æqualium ad horizontis æquilibrium redituram, *non antiquitati tantùm, sed rerum naturæ, sed utilitati generis humani bellum indicere.* At ex adverso Authores ferè omnes, qui de his accuratiùs scripserunt, triplicem libræ speciem distinguentes unam tantummodo agnoscunt, quæ se restituat horizonti parallelam. Hoc siquidem tanquam certum assumunt, corpus quodcumque grave, quod suspensum, aut sustentatum liberè in aëre pendeat, in eò tantum situ quiescere, in quo gravitatis centrum cum suspensionis aut sustentationis puncto in eâdem directionis lineâ reperiatur; descendit enim quantum potest, neque ei opponitur punctum suspensionis aut sustentationis, nisi in eodem perpendiculo ad universi centrum ducto utrumque sit. Cum itaque libra sit corpus grave suspensum, & suum habeat centrum gravitatis, tunc demùm quiescet, ubi eam positionem obtinuerit, in quâ suspensionis punctum, & gravitatis centrum in eâdem sint directionis lineâ. Punctum verò supensionis libræ non illud hîc intelligitur, ex quo pendet ansa, cui libra inseritur, sed ipsa Agina, seu spartum, ut Aristotelico vocabulo utar, est suspensionis punctum; ex illo enim proximè libra suspenditur.

Hinc oritur triplex libræ species, quia tripliciter componi possunt centrum motûs, & centrum gravitatis; primò scilicet possunt in uno eodemque puncto convenire, deinde centrum motûs potest esse superius, demum inferius centro gravitatis.

Et quidem si unum idemque punctum sit motûs & gravitatis centrum A, & æqualibus brachiis AB, AC æqualia sint adnexa pondera B & C, utique æquilibrium horizontale manet, propter momentorum æqualitatem tùm ratione gravitatum æqualium, tùm ratione æqualium propensionum ad motum. Si igitur applicatâ manu in B deprimatur libra, ut sit DE; amotâ manu, cur redeat libra ad priorem positionem BC? adhuc enim momenta utrinque sunt æqualia, & tantumdem ascendere deberet D, quantum descenderet E: par igitur est resistentia

resistentia ipsius D propensioni ad motum ipsius E : neutro itaque prævalente fiet in eo situ D E consistentia.

Attamen huic argumentationi, quamvis legitimæ, non acquiescunt nonnulli, qui libram hujusmodi in quâcumque positione quiescentem se visuros desperant, quia nunquam viderunt : quare potiùs causam inquirunt, cur ad æquilibrium redeat libra æqualium brachiorum, quamvis ex medio jugo suspendatur. Existimant aliqui posse vim argumenti eludi, si concedant quidem in uno eodemque puncto convenire centrum motûs & centrum gravitatis jugi, non tamen libræ : nam si præter jugum assumantur etiam uncini aut lances, quibus adnectuntur aut imponuntur pondera, multò magis si eadem pondera assumantur, centrum gravitatis hujusce molis compositæ reperiri asserunt infrà ipsum jugum, ac propterea nullam esse hujusmodi primam speciem libræ.

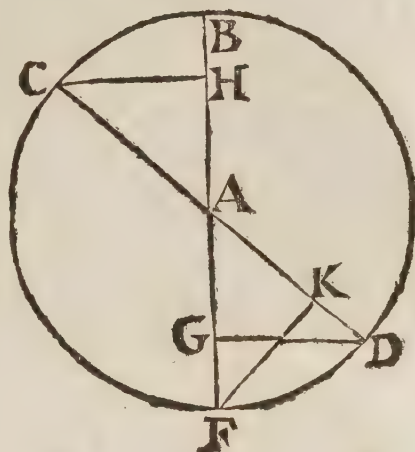
Sit libræ jugum A B ; centrum motûs & gravitatis jugi sit C : pendeant lances D & E, singularúmque cum suis appendiculis gravitas sit æqualis gravitati jugi, ut facere consueverunt accuratiores monetarij. Lancium igitur simul sumptarum commune gravitatis centrum est in F : jungantur centra gravitatum C & F ; & erit demum totius libræ vacuæ D A B E commune gravitatis centrum in G. Quod si lancibus D & E imponantur æqualia pondera, commune centrum gravitatis erit inter G & F, atque quò graviora erunt pondera, eò propiùs accedet ad F. Est igitur manifestum centra motûs & gravitatis totius libræ non in eodem puncto convenire, sed gravitatis centrum esse infrà centrum motûs, seu spartum C.

Verum effugium hoc nullum esse censeo : inclinetur enim libra, & acquirat positionem H I, jam H M & I N lineæ di-

rectionis lancium ſunt æquales, quia eædem cum A D & B E, & ſunt parallelæ, quia ambæ perpendiculares ad horizontem; ac propterea ex 33. lib. 1. æquales ſunt ac parallelæ H I & M N. Cúmque C F linea directionis centri gravitatis jugi ſit iiſdem H M & I N parallela, & exeat ex C medio rectæ H I, cadet pariter in medium rectæ M N ex 34. lib. 1. & idem punctum F eſt commune centrum gravitatum M & N; atque proinde libræ M H I N commune centrum gravitatis erit in eâdem rectâ lineâ C F. Si itaque quieſcit corpus grave ſuſpenſum, quando in eâdem directionis lineâ eſt punctum ſuſpenſionis, & gravitatis centrum, etiam in poſitione H I deberet libra quieſcere, eſto in C non conveniant contra motûs & gravitatis totius libræ.

Nicolaus Tartalea lib. 8. quæſito 32. ideo libram ad paralleliſmum horizontis redire exiſtimat, quia in inclinatione jugi putat majora eſſe momenta brachij elevati, quàm depreſſi. Id quod hâc methodo conatur oſtendere. Si ex C æqualiter diſtent pondera æqualia A & B, fuerintque ab æquilibrio remota, deſcribunt circulum, in quo ſumptis partibus æqualibus, dum A deſcendit ex F in A, vis deſcendendi eſt N O, at ex A in G vis deſcendendi eſt O P major, quàm N O, ut conſtat ex doctrinâ Sinuum. Similiter vis deſcendendi ipſius B ex I in B eſt K L major, quàm L M vis deſcendendi ex B in H. Eſt autem K L ipſi O P, & L M ipſi O N æqualis; igitur O P eſt etiam major, quàm L M. Cum itaque in ſitu A C B pondus B gravitet ſolùm ut L M, & pondus A gravitet ut O P, major eſt potentia ipſius A, quàm ipſius B: igitur ad æquilibrium deſcendere oportet pondus A.

Sed peccat hæc Tartaleæ argumentatio, quia in pondere B non eſt conſideranda vis deſcendendi in H, ſed repugnantia ad aſcendendum in I, ſecundùm quam obſiſtit oppoſito ponderi A; hujus autem reſiſtentiæ menſura eſt L K æqualis ipſi O P potentiæ ſeu propenſioni ipſius A ad deſcendendum: æquatur

æquatur ergo potentia reſiſtentiæ, nec ullus fieri poteſt motus, quamdiù hæc æqualitas permanet.

Joannes Keplerus Aſtronomiæ Opticæ loco citato, cur libræ brachia revolvantur ad æquilibrium, infert ex eo, quòd altero brachiorum prægravato additione ponderis, ita jugum libræ conſiſtit, ut quod eſt gravius non planè imum locum petat, & quod eſt levius, non planè in apicem attollatur. Cujus rei cauſam inquirens ſtatuit libræ jugum C D bifariam in A diviſum; & centro A deſcripto circulo ducit perpendiculum B A F: ex quo manifeſtum eſt neutrum pondus poſſe deprimi infra F, aut attolli ſupra B. Sed quia pondus D ponitur gravius, quàm pondus C, & utrumque naturâ ſuâ ad imum tendit, contenduntque invicem, partiuntur inter ſe deſcenſum B F in proportione, quâ ipſa ſunt: adeò ut B H deſcenſus ponderis C ſit ad B G deſcenſum ponderis D, ut pondus C ad pondus D. Eſt autem F G linea æqualis lineæ B H, quia ex æqualibus A B & A F auferuntur æqualia latera A H & A G, cum enim triangula C H A, D G A rectangula ſint, & angulos ad verticem A æquales habeant, & latera A C, A D æqualia; etiam per 26. lib. 1. latus A H eſt æquale lateri A G. Igitur ut pondus C ad pondus D, ita F G ad G B.

Ducatur ex F ad A D perpendicularis F K: ſimiliter triangula A G D, A K F rectangula, & cõmunem angulum in A habentia, cum latere A F æquali lateri A D, per eandem 26. lib. 1. habẽt latera A G & A K æqualia: ergo & reſidua F G, D R æqualia ſunt. Igitur propter æqualitatẽ diametrorũ F B & D C, erit etiam G B linea æqualis lineæ K C. Quare ut põdus D ad pondus C, ita G B ad G F, hoc eſt ita K C ad K D: ac propterea factâ jugi ſuſpenſione in K pondera C & D inæqualia ſecundùm Rationem brachiorum reciprocè poſita æquiponderabunt & conſiſtent. Cum igitur in hac eâdem Ratione ſit deſcenſus B H & B G, ut eſt pondus C ad pondus D, fiet conſiſtentia in ſitu C A D. *Ergo per ſubſumptionem patet*, ſubdit Keplerus, cujus ſuperiorum doctrinam conatus ſum paulo clariùs exponere, cur libræ brachia

revolvuntur ad æquilibrium; cum enim æque ponderent, æquales etiam in circulo fieri descensus par est.

Meam hebetudinem dissimulare non possum, qui hujusce Keplerianæ argumentationis vim satis assequi non valeo: quid enim, si fieret æquilibrium horizontale ponderum, facta in K suspensione? an propterea consequens est fieri æquilibrium etiam in situ C A D, nisi aliunde probetur? sed quod ad rem nostram attinet, pondera alligata, & adnexa libræ non ita considerando sunt, ut ambo descendant, si comparatè sumantur, sed alterius propensio ad motum deorsum comparanda est cum alterius repugnantiâ ad motum sursum, & vicissim hujus propensio ad descendendum cum illius resistentiâ, ne ascendat. Quapropter si ex D pondere majore auferatur excessus supra pondus C, & fiant æqualia pondera, non possunt ad æquilibrium horizontale redire, nisi C descendat, D verò ascendat: Cum autem hujus ascensus G A sit æqualis descensui H A, nulla est ratio, cur propensio ponderis C vincere debeat æqualem ponderis D resistentiam.

Deinde quid intelligendum est, cum dicitur ipsius C descensus esse B H, ipsius verò D descensus esse B G? ex B enim non utrumque descendit, sed alterutrum: & si pondus D descendisset ex B, ex adverso pondus C ascendisset ex F; cúmque illius descensus esset B G, hujus ascensus esset F H; sunt autem B G & F H æquales. Quòd si non motus præcedens, sed sola propensio ad descendendum & repugnantia ad ascendendum consideretur pro ratione positionis, pondus D habet mensuram propensionis ad descendendum, non motum (qui fortasse transiit) ex B in D, sed quem in eo situ posset perficere ex D in F: atque adeò ipsius D descensus est G F, ejusque resistentia, ne ascendat usque ad summum est G B, & vicissim ponderis C propensio ad descendendum non est ex B in C, sed ex C in F, si usque ad imum descendat, habens mensuram H F, ejus verò repugnantiam ad ascendendum metitur H B. Est igitur manifestum uniuscujusque ponderis propensionem habere oppositam resistentiam æqualem (est enim propensio G F æqualis resistentiæ H B, & propensioni H F æqualis est resistentia G B) ac proinde nullum sequi posse motum ponderum æqualium à centro A æqualiter distantium. At, inquis, quid causæ est,

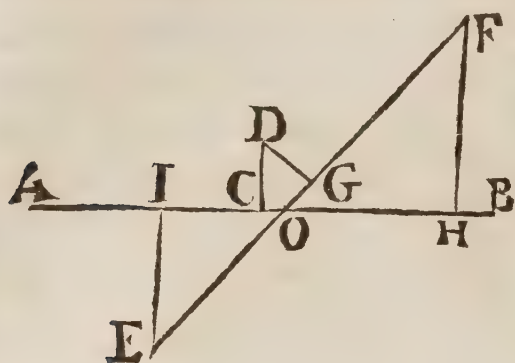
cur

cur ſimilem libram in quâcumque poſitione quieſcentem non habemus? ſed omnis libra ea eſt, ut vel ad æquilibrium redeat, vel omninò quantum poteſt deſcendat, quâ parte habet brachium inclinatum? Reſponſio in promptu eſt; quia ſcilicet difficillimum eſt duo illa puncta exquiſitè convenire, hoc eſt centrum motûs & centrum gravitatis, nimirùm punctum illud, quod brachiorum longitudinem diſcriminat. Quòd ſi vel minimum duo illa centra diſcrepent, natura omnes ſui juris apices exactiſſimè perſequitur, & eſt ſpartum non in medio, ſed aut in ſuperiore, aut in inferiore parte jugi (ſi quidem brachia ſint æqualia; nam ſi ad latus eſſet in eâdem rectâ lineâ, libra eſſet inæqualium brachiorum, & tunc non adnexorum ponderum æqualitas eſſet conſideranda, ſed eorum Ratio, ſumptâ reciprocè brachiorum Ratione) ex quo ſequitur aut reditus ad æquilibrium, aut ulterior deſcenſus brachij inclinati.

Hinc eſt de illâ duplici tantummodo libræ ſpecie locutum fuiſſe Ariſtotelem in Mechan. q. 2. omiſsâ priore hac, quæ videtur ſpeculantis intellectûs terminis coërceri, nunquam in praxim niſi fortuito deducenda. Non enim ſatis eſt accuratiſſimè inquirere centrum gravitatis jugi, ut illud ſit pariter centrum motûs, ſed neceſſe eſt punctum hoc in eâdem rectâ lineâ eſſe, quæ jungit puncta contactuum jugi & annulorum, ex quibus lances dependent: nam niſi hoc contingat, centrum illud gravitatis aſſumptum non eſt punctum, à quo brachiorum longitudines diſcriminantur, ut inferiùs conſtabit dilucidiùs ex iis, quæ de librâ curvâ dicentur.

Quærendum eſt itaque, cur libra aginam habens in ſuperiore loco, ſi ab æquilibrio horizontali dimoveatur, ad illud redeat. Et ne locus æquivocationi pateat, dum ad hoc demonſtrandum aſſumuntur puncta notabili intervallo inter ſe diſtantia (ne videlicet linearum brevitas confuſionem aut obſcuritatem pariat) obſerva lingulæ nomine non eam ſolùm partem intelligi, quæ ſupra libræ jugum intrà anſam excurrens extat; ſed lingulæ, ſeu, ut aliis placet, trutinæ pars eſt etiam linea, quæ in ipſâ jugi craſſitie deſcripta intelligitur perpendicularis ad lineam longitudinis brachiorum, & tranſiens per centrum motûs. Quare hujus lineæ pars intercepta inter centrum motûs, & lineam longitudinis brachiorum, ſivè exigua

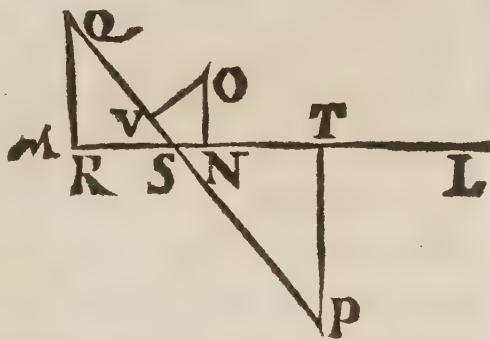
ſit,

ſit, ſivè valde notabilis (quod quidem ad præſentem conſiderationem attinet) nihil intereſt, nam eadem planè ſemper eſt ratio, atque demonſtratio. Sit libra æqualium brachiorum A B, cujus puncto medio C inſiſtat perpendicularis C D, & ſit in ipsâ jugi craſſitie centrum motûs punctum D, impoſitiſque æqualibus ponderibus in A & B, maneat in æquilibrio horizontali A B. Deprimatur extremitas A, ut veniat in E, reliqua extremitas B aſcendit in F, & C venit in G.

Non poteſt igitur manere libra in poſitione E F ſublato deprimente in E, ſed manentibus æqualibus ponderibus redit ad æquilibrium, ſéque reſtituit in A B; tùm quia centrum gravitatis non eſt in lineâ directionis tranſeunte per D punctum ſuſpenſionis, tùm potiſſimum quia momenta ipſius F majora ſunt momentis ipſius E ratione poſitionis & propenſionis ad motum; poteſt enim F deſcendere juxta menſuram F H, dum E aſcendit juxta menſuram E I; eſt autem major Ratio motûs F H ad motum E I, quàm ſit Ratio ponderum, quæ eſt Ratio æqualitatis, nimirum ut F G ad G E. Nam per 8 lib. 5. F O ad G E majorem habet Rationem quàm F G ad G E, & F O ad O E majorem habet Rationem quàm F O ad G E; ergo multo major eſt Ratio F O ad O E, quàm F G ad G E. At ſimilia ſunt triangula F H O, E I O, quia æquiangula (nam propter parallelìſmum linearum directionis F H & I E, alterni E & F, & alterni I & H, qui etiam recti ponuntur, & qui ad verticem O, æquales ſunt) igitur per 4. lib. 6. ut F O ad O E, ita F H ad E I. Eſt igitur major Ratio deſcenſûs F H ad aſcenſum E I, quàm ſit Ratio ponderum, quæ eſt ut F G ad G E.

Hinc patet clara ſolutio quæſtionis à Keplero propoſitæ: quia ſi pondus E majus ſit pondere F, illud non ad imum locum deſcendet, ſed ibi libra obliquè ſubſiſtet, ubi pondera erunt in Ratione reciprocâ motuum; quando ſcilicet ratione poſitionis ita propenſio ad deſcendendum ponderis F erit ad reſiſtentiam ponderis E, ne aſcendat, ut eſt viciſſim pondus E ad pondus F: & tunc perpendicularis linea directionis ex D

puncto

puncto ſuſpenſionis demiſſa cadet in centrum gravitatis compoſitæ libræ & ponderum. Cujus rei argumentum eſt manifeſtum, quod libra quieſcens in poſitione E F ſi moveatur ab aliquo deprimente ulteriùs aut elevante, ſibi relicta non minùs redit ad eumdem ſitum obliquum, quàm redeat ad æquilibrium horizontale, ſi pondera ſint æqualia. Quæ omnia ex dictis plana ſunt & aperta; ſed an hoc idem ritè probaverit Keplerus, viderint alij.

Eadem philoſophandi ratio erit in librâ brachiorum inæqualium L M, in qua ſint pondera L & M (computatis ipſorum brachiorum gravitatibus juxta momenta, quæ habent in illâ eâdem longitudine, ut dictum cap. 2. hujus libri) reciprocè in Ratione brachiorum N M & N L. Deprimatur L in P, & elevabitur M in Q, & N in V.

Dico libram ſummoto deprimente, ad æquilibrium L M redituram. Ducantur perpendiculares P T & Q R, productâ L M horizontali, ſi opus fuerit. Triangula S Q R, S P T ſunt ſimilia; igitur per 4 lib. 6. ut Q S ad S P, ita ponderis Q propenſio ad deſcendendum Q R, ad ponderis P reſiſtentiam, ne aſcendat, P T. Eſt autem major Ratio Q R ad P T, quàm ſit ponderis P ad pondus Q; igitur pondus Q prævalebit. Majorem autem eſſe Rationem ſic oſtenditur. Pondus P ad pondus Q eſt ut N M ad N L ex hypotheſi, hoc eſt ut Q V ad V P: ſed per 8. lib. 5. major eſt Ratio Q S ad V P, quàm Q V ad V P, & major Ratio Q S ad S P, quàm Q S ad V P: igitur major eſt Ratio Q S ad S P, quàm Q V ad V P, hoc eſt quàm pondus P ad pondus Q. Eſt autem demonſtratum ita eſſe Q S ad S P, ut Q R ad P T; igitur major eſt Ratio deſcensûs Q R ad aſcenſum P T, quàm ſit Ratio ponderis P ad pondus Q: Ergo vis deſcendendi major eſt, quàm oppoſita reſiſtentia, ac propterea reſtituet ſe libra in æquilibrio horizontali.

Ex his manifeſtum eſt rem contrario modo ſe habere, quando ſpartum eſt in craſſitie jugi ita collocatum, ut ſit infra lineam, quæ conſtituit longitudinem brachiorum; tunc enim al-

tero brachiorum inclinato, tantum abeſt, ut libra revertatur ad priorem parallelifmum cum horizonte, ut potiùs, nullo ulteriùs deprimente, brachium inclinatum deſcendat omninò, donec impediatur ab anſâ, in quam incurrit alterum brachium elevatum: quod ſi ſuperiori aut inferiori brachio nullum occurreret impedimentum, ita fieret totius libræ converſio & revolutio, ut ſpartum eſſet in loco ſuperiore, & tunc demùm in æquilibrio horizontali jugum quieſceret. Quæ omnia licet perſpicua ſint, ſi ſuperiores duæ figuræ invertantur, clarioris tamen explicationis gratiâ, ſit iterum jugum A B æqualiter diviſum in C, & in perpendiculari C D ſit axis, & centrum motûs inferiùs in D: poſitis æqualibus ponderibus A & B ſit æquilibrium horizontale: & quoniam æqualia ſunt pondera, atque æquales ad motum propenſiones, centrumque gravitatis eſt in eâdem perpendiculari lineâ directionis cum puncto ſuſtentationis D, manent in æquilibrio. Deprimatur A in E, elevatur pariter B in F, & C deprimitur in G. Dico libram, ſi ſibi ipſa dimittatur, non redituram ad poſitionem A B ſupra punctum D; ſed pondus E ulteriùs deſcenſurum. Ductis enim perpendicularibus E I & F H, propenſio ponderis F ad motum deorſum, ut ſe reſtituat in priore æquilibrio, eſt F H, reſiſtentia ponderis E ad motum ſurſum eſt E I. Eſt autem major Ratio reſiſtentiæ E I ad propenſionem deorſum F H, quàm ſit Ratio ponderis F ad pondus E, aut viciſſim; hæc enim æqualia ſunt ex hypotheſi, & eſt eorum Ratio ut A C ad C B, hoc eſt ut E G ad G F: Non igitur poteſt à pondere F, cujus momenta minora ſunt elevari pondus E, cujus momenta ſunt majora ex diſpoſitione ad motum. Conſtat verò major Ratio reſiſtentiæ E I ad propenſionem F H, quàm ponderis F ad pondus E, quia in triangulis O I E, & O H F ſimilibus eâdem eſt Ratio E I ad F H, quæ eſt E O ad O F; ſed ex 8 lib. 5. E O ad O F majorem habet Rationem quam E G ad G F: igitur major eſt Ratio E I ad F H, quam E G ad G F, hoc eſt ponderis ad pondus. Deſcendet itaque E, & nullo occurrente obice ea fiet totius libræ revolutio circà centrum D, ut demum

demum jugum EF ſit infrà punctum D, & quod initio fuit punctum ſuſtentationis, fiat punctum ſuſpenſionis libræ. Eadem dicta intelligantur de librâ brachiorum inæqualium, quæ ſupervacaneum eſt iterum inculcare.

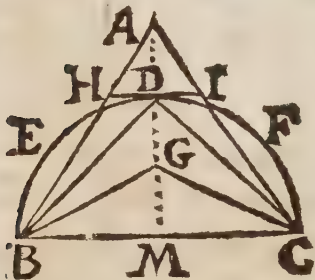
Oblatâ itaque librâ facilè dignoſces, cujus ſpeciei illa ſit, quamvis ob punctorum propinquitatem, ſcilicet centri motûs, & puncti brachiorum longitudinem diſcriminantis, non valeat oculus dijudicare: impoſitis enim æqualibus ponderibus, ut habeat æquilibrium horizontale, aliquantulum deprime alterutrum brachiorum, & ſublato deprimente, ſi quidem manſerit obliqua (id quod rariſſimè continget) pronunciabis centrum motûs convenire cum puncto brachiorum longitudinem diſcriminante: ſin autem ad æquilibrium redierit, centrum motûs erit in ſuperiore loco; ſi ulteriùs deſcenderit, centrum motûs erit infra lineam longitudinis brachiorum. Vel etiam facto æquilibrio horizontali, adde pondus alteri lanci; ſi deſcendat ita, ut jugum obliquè conſiſtat aut magis aut minùs, prout major aut minor factus eſt exceſſus ponderis, pronunciabis centrum motûs eſſe in ſuperiore loco: at ſi factâ ponderum inæqualitate lanx gravior uſque ad imum deprimatur, quantùm poteſt, indicabit centrum motûs eſſe in inferiore loco, aut convenire cum puncto brachia diſcriminante: ſed hoc ultimum temerè non affirmabis, niſi reſtitutâ ponderum æqualitate, ſequatur quies in quacumque poſitione, aut converſâ deorſum anſâ non contingat obliqua jugi conſiſtentia: ſi enim factâ anſæ ſuſpenſione centrum illud fuiſſet in inferiore loco, factâ converſione eſſet in ſuperiore loco, & contingeret æquilibrium in poſitione obliquâ.

CAPUT V.

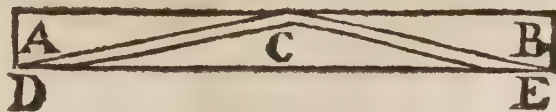
An fieri poſsit libra Curva.

QUamvis ad ponderum examen inſtituendum raró contingere poſſit, ut librâ Curvâ uti cogamur, quia tamen in machinamentis aliquibus ita aut loci anguſtiæ, aut opportuna

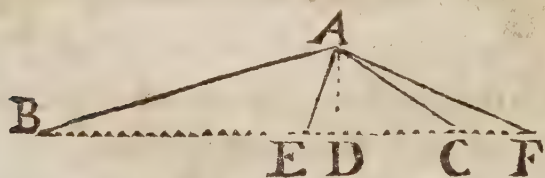
corporum movendorum diſpoſitio , exigunt collocari pondera, ut & libræ Rationes ſerventur, & tamen jugi rectitudo nulla appareat; non erit hîc inutile libram curvam examinare, ut, ſi quando eâ uti contigerit, innoteſcat, quænam ſint brachiorum, & motuum Rationes. Libram autem curvam voco, quæ à communi formâ deflectens latera habet non in directum poſita, ſed in angulum concurrentia, aut in arcum ſinuata, quorum extremitates ſivè ſurſum, ſivè deorſum reſpiciunt: factâ enim ſuſpenſione ſivè ubi angulum latera conſtituunt, ſivè in aliquo arcûs puncto, ea fieri poteſt hinc & hinc ponderum additio, quam horizontale æquilibrium conſequatur. Sed quia imperitis fucum facere poſſet apparens hæc laterum longitudo, caveant,ne ex illis jugum libræ deductum intelligant: contingere ſcilicet poteſt, ut planè varia ſit hujuſmodi libræ forma, & magnitudo, idem tamen ſit ſemper libræ jugum, in quo brachia deſumenda ſunt.

Sint enim in angulum compacta duo latera recta A B & A C; non eſt tota jugi magnitudo computanda ex horum laterum longitudinibus; ſed ex ipſâ extremitatum B & C diſtantiâ B C; quæ ſemper eadem eſt, ſivè ſit arcus B E F C, ſivè alia ſint latera D B & D C, aut G B & G C, atque ſuſpenſio fiat ſivè in A, ſivè in D, ſivè in G, ſivè in quocumque alio puncto, quod ſit intra ſpatium à lineis A B, A C, B C comprehenſum. Eſt igitur idem jugum B C, quia in B & C adnexa intelliguntur pondera, eorúmque diſtantia, prout libræ adnectuntur, ea eſt, quæ jugi longitudinem determinat. Verùm an libra æqualium ſit potiùs, quàm inæqualium brachiorum, definiendum eſt ex puncto ſuſpenſionis, à quo ad extremitates B & C deducendæ ſunt rectæ lineæ; quæ ſi æquales fuerint, libra eſt æqualium brachiorum; ſin autem inæquales, inæqualium. Hinc ſi latera A B & A C jungantur tranſverſario H I, in eóque ſumatur punctum ſuſpenſionis D, nil refert æqualia-ne, an inæqualia ſint latera A B & A C? ſed attendenda eſt æqualitas aut inæqualitas linearum ex D ductarum ad extremitates B & C.

Neque me arguas,quòd dixerim jugum eſſe B C,& attendendam

dam æqualitatem aut inæqualitatẽ linearũ ex puncto ſuſpenſionis ductarum, puta D B & D C; brachia ſiquidem in ipſo jugo conſideranda ſunt; illæ autẽ lineæ nihil habent cum jugo commune præter puncta extrema B & C. Quamvis enim lineæ hujuſmodi brachia libræ non ſint, ſi res propriè conſideretur, inferunt tamen æqualitatem aut inæqualitatem brachiorum, quatenus ex puncto ſuſpenſionis D ducta intelligitur ad B C jugum perpendicularis D M, quæ jugum dividit in partes B M & C M æquales aut inæquales. Nam quia triangula B M D & C M D ſunt rectangula, quadrato B D, ex 47. lib. 1. æqualia ſunt duo quadrata D M & M B, & quadrato D C æqualia ſunt duo quadrata D M & M C. Si igitur lineæ D B & D C æquales ſunt, earum pariter quadrata ſunt æqualia; ex quibus dempto communi quadrato D M, remanent quadrata B M & C M æqualia, ac proinde lineæ M B & M C æquales. Si verò lineæ B D & C D ſunt inæquales, quadrata earum ſunt inæqualia; ex quibus dempto communi quadrato D M, reſidua ſunt quadrata B M & C M inæqualia, eorumque latera (ſcilicet lineæ M B & M C) inæqualia erunt pronuncianda.

Brachia itaque hujus libræ curvæ propriè ſumpta non illa ſunt, quæ apparent, & quia ex illis libræ curvæ moles conſtat, vulgariter hoc vocabulo donantur; ſed ſunt ſegmenta lineæ jungentis extremitates, quibus pondera adnectuntur; in quæ ſegmenta dividitur à perpendiculo, quod ad illam ducitur ex puncto, quod eſt motûs centrum. Cum igitur punctum hoc, quod tanquam centrum legem dat motui, ſit extrà lineam extremitates illas jungentem, aut in ſuperiore, aut in inferiore loco erit; ac propterea altera erit ex duabus illis ſpeciebus libræ, de quibus capite ſuperiore ſermo fuit, habentibus ſpartum aut ſuprà, aut infrà; & huic curvæ ea omnia convenient, quæ ibi dicta ſunt, ut fiat æquilibrium horizontale, aut obliquum. Si enim ſit libræ ſcapus rectus A B bifariam diviſus, centrum motûs habens in C & pondera adnexa in D & E æqualia, habet æquilibrium horizontale, ad quod redit, ſi ab illo dimoveatur; & ſi pondera D & E ſint inæqualia, habet æquilibrium obliquum pro Ratione diſcriminis ponderum;

quia ſcilicet centrum motûs C eſt ſupra lineam D E jungentem puncta contactuum, quibus pondera adnectuntur. Factâ autem figuræ converſione, ut C ſit in inferiore loco, & linea D E in ſuperiore, in ſolo æquilibrio horizontali manet, à quo ſi removeatur, ad illud non redit, neque ullum habet æquilibrium in poſitione obliquâ, ut dictum eſt. Jam ex jugo A B omnia ſuperflua reſecentur, & remaneant virgulæ C D & C E connexæ in C centro motûs: manifeſtum eſt non eſſe immutata ponderum momenta, & eundem eſſe motum libræ curvæ D C E ac rectæ A B; ſivè C intelligatur in parte ſuperiori, ſivè in inferiori. Quare & de hac curvâ, quod ad æquilibrium ſpectat, eadem dicenda ſunt, quæ de librâ ſpartum ſuperiùs aut inferiùs habente ſunt dicta.

Et quidem ſi latera illa, quibus libra curva conſtat, ſecundùm longitudinem æqualia ſint, & paris gravitatis, additis hinc & hinc æqualibus ponderibus fiet æquilibrium horizontale; quia vera linea jugi in ſegmenta æqualia dividitur, ſunt autem omnes Rationes Æqualitatis, omninò ſimiles. At ſi latera illa ſint inæqualia, non erunt addenda reciprocè pondera (etiam computatâ ipſorum laterum gravitate) in Ratione illarum longitudinum; ſed in Ratione ſegmentorum jugi, ut fiat æquilibrium: quia ex laterum illorum inæqualitate ſtatim quidem infertur etiam veram lineam jugi dividi in ſegmenta inæqualia; ſed non illico conſequens eſt ſimilem eſſe Rationem Inæqualitatis: Immò ſi inæqualia ſint illa latera, fieri omnino non poteſt, ut ſegmenta, quæ fiunt à perpendiculari cadente in baſim, videlicet in lineam jugi, ſint in eâdem Ratione; alioquin ſi baſis ſegmenta eſſent in Ratione laterum adjacentium, angulus, ex quo perpendicularis demittitur, eſſet bifariam ſectus, per 3 lib. 6. atque adeò duo triangula haberent duos angulos duobus angulis æquales, nimirum rectum & acutum, atque latus haberent commune; ergo per 26. lib. 1. & reliqua latera eſſent æqualia, contra hypotheſim. Sit enim libra curva laterum inæqualium B A C, linea recta B C eſt vera linea jugi, in quam cadens perpendiculum A D definit brachiorum

A
B
E D C F

rum D B & D C longitudinem. Non eſt autem D B ad D C ut B A ad A C, alioquin angulus B A C eſſet bifariam ſectus, & duo triangula D A B, D A C haberent præter rectos ad D, etiam acutos ad A æquales, atque latus A D commune, ac proinde eſſent etiam latera B A & A C æqualia contra hypotheſim.

Sunt igitur anguli ad A inæquales, & minor eſt, qui adjacet minori lateri A C, quàm qui adjacet majori lateri A B: quia in triangulo B A C major eſt angulus C oppoſitus majori lateri B A, quàm angulus B oppoſitus minori lateri A C, ex 18. lib. 1. igitur in triangulis B D A, C D A rectangulis ad D, complementum C A D minus eſt complemento B A D. Qua propter ſi angulus B A C ſit bifariam dividendus, recta A E auferet aliquid ex majore angulo B A D, & conſtituens angulum B A E cadet in baſim inter B & D. Eſt itaque, per 3. lib. 6. ut B A ad A C, ita B E ad E C: ſed minor eſt Ratio B E ad E C quàm B D ad E C, & multo minor quàm B D ad D C. per 8. lib. 5. igitur minor eſt Ratio B A ad A C, quàm ſit Ratio brachij B D ad brachium D C. Si igitur pondera in C & B eſſent reciprocè ut B A ad A C, haberent minorem Rationem, quàm B D ad D C, ac propterea non eſſent apta ad conſtituendum æquilibrium horizontale. Retento igitur pondere B, augendum eſſet pondus C, vel retento pondere C, minuendum eſſet pondus B, ut eſſent in reciprocâ Ratione brachiorum B D & D C.

Hinc etiam conſtat retentis eodem latere A B eadémque lineâ horizontali B C cum eodem angulo B, ſi velis uti minori pondere, quod cum pondere B faciat æquilibrium, addendum eſſe in A latus majus latere A C, puta latus A F, itaut tota B F ſit jugi longitudo, & brachia ſint B D & D F. Manifeſtum eſt autem ex 8. lib. 5. majorem Rationem eſſe ejuſdem B D ad D C minorem, quàm ad D F majorem; ad pondera debent eſſe in F & B ut B D ad D F; igitur minus pondus in F æquivalet eidem ponderi B, cui in C æquivalet pondus majus. Porrò nemini dubium eſſe poteſt, an latus A F majus ſit latere A C, quippe quod in triangulo C A F opponitur angulo obtuſo A C F, per 19. lib. 1.

Sed ſi res fuerit in praxim deducenda, indicare oportet, quâ methodo utendum ſit, ut quæſitam ponderum Rationem, hoc

eſt

eſt ipſa jugi ſegmenta inveniamus, quippe quod ſolâ mente concipitur ad laterum extremitates jungendas deductum. Hæc autem eſſe poterit praxis. Laterum A B & A C longitudines metire, tùm ex B ad C extentum funiculum ad ſimilem menſuram revoca. His paratis certum eſt hanc jugi longitudinem communiter majorem eſſe longitudine ſingulorum laterum, ſemper tamen ſaltem alterius, tanto exceſſu, ut poſſit ab eâ auferri pars, de quâ mox dicetur; debet ſcilicet excedere mediam proportionalem inter aggregatum laterum, & eorum differentiam. Cum enim linea jugi à perpendiculo cadente ex angulo verticali dividenda ſit, utrumque latus cum jugo facit angulos acutos; alioquin ſi alteruter angulorum rectus eſſet, aut linea jugi non eſſet parallela horizonti, aut latus eſſet idem perpendiculum; & ſi obtuſus eſſet, perpendiculum caderet extra lineam extremitates jungentem. Debet igitur tanta eſſe jugi longitudo, ut differentia partium, in quas dividitur ad differentiam laterum ſit ut ſumma laterum ad totum jugum.

Quare fiat ut jugi longitudo funiculo deprehenſa ad laterum ſummam, ita laterum differentia ad partem auferendam ex longitudine jugi; cujus reſiduum bifariam diviſum dabit minoris brachij longitudinem. Hujus operationis ratio manifeſta eſt ex corollario primo prop. 36. lib. 3, & ex 3. ejuſdem lib. 3. Sit exempli gratia latus A B partium 20, latus A C partium 9, diſtantia B C partium 23. Fiat ut 23 ad 29 ſummam laterum, ita laterum differentia 11 ad $13\frac{20}{23}$ partem auferendam ex jugi longitudine 23: Reſiduum partium $9\frac{3}{23}$ bifariam dividatur, & ejus ſemiſſis $4\frac{13}{23}$ eſt longitudo brachij minoris D C; quod reliquum eſt jugi partium $18\frac{10}{23}$ dat longitudinem alterius brachij majoris B D. Eſt igitur brachiorum (atque adeò etiam ponderum reciprocè) Ratio ut 424 ad 105.

Quod ſi his cognitis inveſtigare oporteat, quanta ſit hujus lineæ horizontalis B C diſtantia à puncto ſuſpenſionis A, nimirum quanta ſit perpendicularis A D, ſtatim ex 47. lib. 1. innoteſcet, ſi ex quadrato lateris A C 81 auferas brachij D C quadratum $20\frac{445}{529}$; nam reſiduum $60\frac{84}{529}$ eſt quadratum perpendiculi A D, quod proinde eſt partium $7\frac{17}{23}$ proximè.

At ſi pro ratione tui inſtituti nimia ſit hujus perpendiculi longitudo,

longitudo, & opportuniùs accidat jugum B C horizontale minùs distare à puncto suspensionis A, jam constat latera A B & A C explicanda in majorem angulum; quapropter etiam major erit jugi longitudo, ex 24. lib. 1. Sit ergo definita perpendiculi A D altitudo partium 4: hujus quadratum 16 aufer ex 81 quadrato lateris A C, & residuum 65 est quadratum brachij minoris D C, quod idcircò est partium $8\frac{1}{16}$ ferè. Similiter ipsius A D quadratum 16 aufer ex 400 quadrato lateris A B, & residuum 384 est quadratum brachij majoris B D, quod est partium $19\frac{23}{39}$ proximè; & totum jugum B C est partium $27\frac{25}{39}$. Quare brachij B D ad brachium D C Ratio esset ut 764 ad 314, quæ reciprocè esset & ponderum.

Ex quibus perspicuum est, positis iisdem libræ curvæ lateribus, disparem esse ponderum Rationem: in priore enim positione Ratio est 424 ad 105, hoc est proximè ut 4 ad 1. in posteriore positione, ubi in majorem angulum laterâ explicantur, Ratio est 764 ad 314, hoc est ut 2. 43′ ad 1; quæ minor est Ratio, quàm prior ut 4 ad 1. Si autem latera eadem essent in directum constituta, esset ponderum Ratio ut 20 ad 9, hoc est ut 2. 22′ ad 1; quæ est minima Ratio omnium, quæ intercedere possunt inter pondera æquilibrium horizontale constituentia ex illorum laterum extremitatibus: quæ extremitates quominùs distabunt, inflexis subinde lateribus, eo majus pondus requiretur in extremitate lateris brevioris, ut æquè ponderet cum uno eodemque pondere collocato in extremitate lateris longioris.

Porrò ubi de ponderum Ratione sermo est, cave ne ipsorum laterum inæqualium libræ curvæ gravitatem contemnas; si enim æqualia illa essent, æqualia quoque essent eorum momenta tùm ratione gravitatis, tum tatione positionis, nam perpendiculum caderet in medium jugum, & latera essent similiter inclinata, ac proinde sola ponderum æqualitas spectaretur: at laterum hujusmodi inæqualium momenta sunt ex utroque capite inæqualia, videlicet & ratione gravitatis insitæ, quæ ex hypothesi singulis lateribus inest pro Ratione molis inæqualis, & ratione positionis, quæ valde diversa est, cùm non sint latera illa simili angulo ad perpendiculum inclinata; sed magis in-

clinatur latus longius faciens cum perpendiculo majorem angulum: pro variâ autem inclinatione ipsam ejusdem lateris gravitatem varia obtinere momenta manifestum videtur. Ponamus laminam metallicam A B clavo infixam in A, circa quem quasi centrum describat semicirculum B D C. Si obtineat perpendicularem positionem A B, tota gravitas innititur clavo A sustinenti, & nullam vim habet descendendi; similiter in perpendiculari positione A C tota gravitas retinetur à clavo A, nec potest descendere. At si positionem habeat A D horizonti parallelam, omnino nec sustinetur, nec retinetur à clavo, sed toto conatu suas descendendi vires exerit. In locis igitur intermediis partim sustinetur aut retinetur à clavo A, partim conatum deorsum exercet: sic ex B veniens in E sustinetur juxta mensuram F E, & deorsum tendit juxta mensuram G E; at ex B veniens in H sustinetur juxta mensuram I H, & deorsum tendit juxta mensuram K H. Simili modo contingit in quadrante inferiore; nam in positione A L retinetur juxta mensuram I L, nec descensum potest habere nisi ut L M; atque in O impedimentum à retinente est ut F O, conatum deorsum metitur O N. Quia scilicet si ab aliquo sustineatur in L, perinde se habet ac si esset in plano habente inclinationis angulum C A L; in quo plano gravitatio est ad gravitationem in perpendiculo ut Radius ad secantem, seu ut Sinus Complementi ad Radium, hoc est ut I L ad A L: ac propterea vires clavi retinentis in eâ inclinatione ad vires retinentis in perpendiculo debent esse ut I L ad A C, hoc est ad A L: At gravitatio, quâ urgetur planum inclinatum, est ut P C Sinus Versus anguli inclinationis, qui planè æqualis est ipsi L M. Cùm autem hîc nullum habeatur subjectum planum, quod prematur à gravitante laminâ metallicâ, exerit hunc conatum deorsum adversùs aliud oppositum pondus, quod elevare conatur, vel cui conanti resistit, ne ab eo elevetur. Si igitur in lineâ A C perpendiculari lamina A C

contra

contra clavum A exercet momenta totius gravitatis deorſum nitentis, & in A L impeditur, ac retinetur ſecundùm menſuram I L, fiat ut A C ad I L, ita tota gravitas laminæ ad aliud, & prodibit quantitas gravitationis contra retinentem, reſiduùmque L M erit illa gravitatio, quæ conſideranda eſt in eâ poſitione inclinata A L.

Sed quoniam A L à centro motûs A diſtantiam habet A I, comparanda erit hæc diſtantia cum diſtantia oppoſiti lateris libræ, ut habeantur momenta invicem comparata. Obſervandum tamen eſt non rem perinde ſe habere, ac ſi tota gravitatio laminæ inclinatæ A L poſita eſſet in L, atque adeò in diſtantiâ A I; ſed quia diſtribuitur ſecundùm totam ipſam longitudinem A L, & partes remotiores plus habent momenti, quàm propiores centro, juxtà Rationem diſtantiarum, propterea vel tota gravitas lateris A L, quæ eſt L M, intelligenda eſt in mediâ diſtantiâ inter A & I, vel ſemiſſis gravitationis A L, hoc eſt ſemiſſis ipſius L M, intelligendus eſt in I, quemadmodum hujus libri 3. cap. 2. dictum eſt totam gravitatem A D intelligendam in mediâ diſtantiâ inter A & D, aut ejus ſemiſſem in extremitate D. Quamvis autem ex inclinatione C A L oriatur diſtantia A I, hæc tamen venire pariter in computationem debet, quia comparari debent hæc momenta cum momentis diſtantiæ oppoſitæ, quæ momenta orta ex Ratione diſtantiarum eadem ſunt, ſive A L ſit lamina, ſive trabs; quamquam valde diſpares ſint gravitates, quæ aſſumendæ ſunt ex eâdem inclinatione; ac propterea & L M indicans gravitationem comparatè ad totam gravitatem abſolutam, & A I definiens momentum ex diſtantiâ, conſiderari debent. Hoc pacto habetur totum momentum lateris A L; ſimiliterque habebitur momentum lateris oppoſiti. Ex quo patet laterum inclinatorum in librâ curvâ momenta componi & ex Ratione diſtantiarum, & ex Ratione momenti, quod habent ſingula latera ex inclinatione ad perpendiculum.

At ſubdubitas, utrùm iſta, quæ hîc dicuntur, cum iis aptè cohæreant, quæ lib. 1. cap. 15. dicta ſunt, ubi ponderis in L conſtituti vires ad deſcendendum definiri diximus à Sinu anguli declinationis à perpendiculo C A L, qui æqualis eſt ipſi A I: hîc verò laminæ A L gravitationem conſtituimus ex

Sinu complementi ejuſdem anguli C A L, nimirum ex lineâ I L.

Quapropter obſerva non eandem eſſe rationem gravitationis lateris A L libræ, atque ponderis adnexi in extremitate L; hujus enim momenta perinde computantur, ac ſi eſſet in I; quia ſcilicet A I æqualis eſt brachio libræ P L, & planum inclinatum, in quo pondus L conſtitutum intelligitur, non eſt A L, ſed Tangens in L ad angulos rectos, ut loco citato explicatum eſt. At libræ latus A L ſuam habens gravitatem aliter ſe habet: nam quemadmodum ſi inniteretur clavo in A, non tamen illi infigeretur, atque ab aliquo ſuſtineretur in puncto L, certum eſt planum inclinatum, in quo moveretur, eſſe A L, contra quæ momenta deſcendendi in plano inclinato reluctatur clavus in A poſitus, & retinens; ita ſublato ſuſtinente in L, & poſito contranitente reliquo latere libræ, non tollitur munus clavi A retinentis, ſed ſubſtituitur latus illud oppoſitum loco ſuſtinentis in L: igitur contra illud latus hoc latus A L exercet eadem momenta gravitationis, quæ exerceret adversùs ſuſtinentem in L, hoc eſt in planum inclinatum; quæ momenta ea ſunt, quæ remanent demptis I L momentis gravitationis in plano inclinato, nimirum reſiduum L M. Quia verò qui ſuſtineret latus A L in L, non eſſet unicum ſuſtinens, ſed planum inclinatum eſt A L, & ita latus retinetur in clavo A, ut etiam ab eo aliquatenus ſuſtineatur, atque adeò lamina inclinata ſuſtineatur à duobus in A & L, retineaturque ſolùm ab A; propterea non totum momentum L M, ſed ejus ſemiſſem accipiendum diximus, ut habeantur momenta, quibus contranititur oppoſitum latus, ſi addantur momenta, quæ oriuntur ex diſtantiâ à centro motûs, ut dictum eſt.

Hæc autem ut exemplo clariora fiant, ſint eadem, quæ priùs in præcedente figurâ poſita ſunt, latera libræ curvæ B A C, longius B A partium 20, brevius C A partium 9, & quidem in eâ poſitione, ut perpendiculum A D cadens in jugum ſit partium $7\frac{17}{23}$, & brachium jugi D C adjacens minori lateri ſit partium $4\frac{12}{23}$, reliquum verò jugi brachium D B partium $18\frac{10}{23}$. Primùm quære momenta laterum ex eorum inclinatione: Cumque perpendiculum A D ſit æquale Sinui Complementi anguli inclinationis

nationis D A C, posito Radio A C, notus est Sinus Versus ejusdem anguli inclinationis, scilicet differentia inter A D & A C, quæ est partium $1\frac{6}{23}$: & simili methodo Sinus Versus anguli inclinationis D A B est partium $12\frac{6}{23}$. Ratio igitur gravitationis lateris A B ad gravitationem lateris A C ex inclinatione est ut 282 ad 29; Ratio momentorum ex distantiâ à centro, ut supra diximus, est ut 424 ad 105. Compositis igitur duabus hisce Rationibus, est totius momenti lateris A B ad totum momentum lateris A C Ratio ut 119568 ad 3045, hoc est in minimis terminis ut 39. 267‴ ad 1. Sit igitur gravitas absoluta lateris A B unciarum 20; gravitatio respondens semissi Sinus Versi anguli inclinationis est unciarum $6\frac{3}{23}$. Item gravitas absoluta lateris A C sit unc. 9: gravitatio respondens semissi Sinus Versi anguli inclinationis est unc. $\frac{29}{46}$. Hæc gravitatio $\frac{29}{46}$ ducatur in distantiam à perpendiculo partium $4\frac{13}{23}$, & est momentum 2.878‴. Similiter gravitatio unc. $6\frac{3}{23}$ ducatur in distantiam à perpendiculo partium $18\frac{10}{23}$, & est momentum 113.013‴. Diviso itaque majore numero 113013 per minorem 2878, in minimis terminis Ratio est ut 39. 268‴ ad 1: quæ minimùm differt à priore illa Ratione propter neglectas fractiunculas in divisionibus.

Nunc inquiramus, quantum ponderis addendum sit lateri minori, ut fiat æquilibrium cum solâ majoris lateris gravitate. Statuatur pondus addendum Algebricè 1 ℞, cujus distantia à perpendiculo cum sit partium $4\frac{13}{23}$, ponderis additi momentum est $\frac{105}{23}$ ℞ addendum momento lateris minoris invento. Quare 2. 878‴ + $\frac{105}{23}$ ℞ æquantur momento 113.013‴ lateris majoris: & utrinque demptis 2. 878‴, remanet æquatio inter $\frac{105}{23}$ ℞ & 110.135‴. Demum institutâ divisione prodit pretiũ 1 ℞, hoc est ponderis addendi, unciarum $24\frac{1}{8}$. Huic itaque ponderi additâ gravitatione lateris minoris A C unc. $\frac{29}{46}$ hoc est in millesimis 630‴, erit in C totum pondus unc. 24.755‴; & in B intelligitur gravitas unc. $6\frac{3}{23}$, hoc est in millesimis unc. 6. 130‴ ferè. Vides igitur hæc pondera esse reciprocè posita in Ratione distantiarum D B & D C: & quamvis demum in his Rationibus non sibi exactissimè respondeant numeri, satis pa-

tet exiguum hoc diſcrimen oriri ex neglectis fractiunculis.

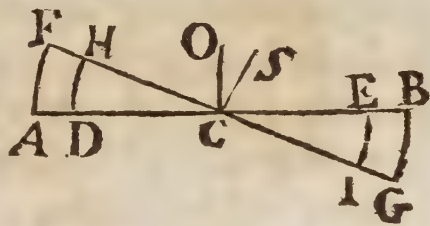
Cæterùm hæc tam minutè perſequi in librâ curvâ, cujus latera non adeò notabili gravitate ſunt prædita, labor quidem videtur inutilis: ſed quoniam hujuſmodi libræ præcipuus uſus eſſe poteſt in machinationibus, ubi latera libræ ſunt tigilli craſſiores non mediocris gravitatis, operæ pretium fuit indicare, quâ methodo ipſorum laterum gravitates & momenta computari oporteat, ut non caſu, ſed ex certâ ratione pondera collocentur, & æquipondia ſtatuantur.

CAPUT VI.

Quænam libræ ſint omnium exactiſsimæ.

INſtrumenti cujuſque bonitas æſtimatur ex fine, ad quem fuit inſtitutum, prout ad illum aſſequendum aptum fuerit, aut ineptum, eóque melius cenſetur inſtrumentum, quò certiùs per illud propoſitus finis obtinetur; quemadmodum per ſingula eunti facilè conſtabit. Ut igitur exactiſſimum libræ genus innoteſcat, ſatis patet inquirendum eſſe, quænam libra facillimè ab æquilibrio recedat; quo receſſu indicans vel minimam ponderum inæqualitatem, etiam ſuo æquilibrio exquiſitam ponderum æqualitatem oſtendit; id quod per libram veſtigamus. Hîc autem de librâ æqualium brachiorum ſermo eſt, quâ communiter uti ſolemus: quamquam aliqua etiam ad libram inæqualium brachiorum proportione traduci queant. Ex duplici capite libram, quà libra eſt, ponderum gravitates præ aliis libris exquiſitè examinare contingit, videlicet aut ex brachiorum longitudine, aut ex ſparti, ſeu centri motûs, poſitione; reliqua enim impedimenta, aut adjumenta materiam potiùs ſequuntur, quàm libræ formam.

Et quidem quod ad brachiorum longitudinem ſpectat, adeò certum Ariſtoteli videtur majoribus libris, majori ſcilicet brachiorum longitudine præditis, accuratiùs examinari ponderum æqualitatem, ut in Mechanicis quæſtionibus hoc primum

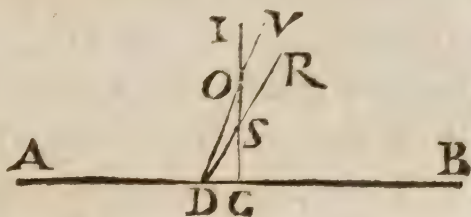
ab eo quæratur, *Cur majores libræ exactiores sunt minoribus?* Causam autem ex eo desumendam putat, quòd spartum sit centrum, brachia verò quasi lineæ à centro exeuntes; & quia Radij longiores ab eodem centro cum brevioribus exeuntes si pariter moveantur, majorem arcum describunt, propterea etiam citius moveri necesse est extremitatem libræ, quò plus à sparto discesserit. Hinc est in minore librâ posse aliquando ex tenui inæqualitate ponderum fieri motum non conspicuum, atque adeò illam occultè discedere ab æquilibrio; id quod in majore librâ contingere non potest, quia longioris brachij extremitas notabili motu inclinatur. Sit enim libra longior A B, cujus spartum sit C; moveatur, & describat arcus B G, & A F, qui sunt multò magis conspicui & majores, quàm qui à librâ minore D E habente idem motûs centrum C, describantur arcus E I & D H. Constat igitur motum puncti E prorsus fugere omnem oculorum aciem, si motus extremitatis B vix sit conspicuus. Ex quo illud etiam consequens est, quod major libra clariùs indicat æquilibrium.

Verùm si hæc ita accipiantur, prout communi huic interpretationi subest Aristoteles, vix aliquid habent momenti: quis enim pondera vix inæqualia bilance subtiliter examinans jugi extremitates respicit, ut videat, an lineæ horizonti parallelæ congruat jugum? & non potiùs lingulam C O considerat, an cum ansâ perpendiculari illa conveniat? Quod si lingula attendatur, idem est ejus motus sive longior sit libra A B, sive brevior D E; factâ enim inclinatione aut majore motu B G, aut minore motu E I, eadem est lingulæ positio C S. Hoc tantùm habent emolumenti brachia longiora, quod faciliùs dividuntur bifariam æqualiter quàm breviora: & si minimum aliquod discrimen intercedat, hoc minorem habet Rationem ad brachium longiùs, quàm ad brevius. Quare aliâ ratione accipienda est libra: nam si in uno eodemque puncto C conveniant spartum & jugi divisio, aut spartum sit inferius, sive longiora, sive breviora sint brachia, ponderum inæqualitas illicò innotescit, quia extremitas præponderans, ad imum locum, quan-

tum

tum poteſt, deſcendit. Locutus igitur videtur Ariſtoteles de librâ ſpartum habente in ſuperiore jugi loco extrà lineam, quæ jugi longitudinem definit.

Sit iterum libra longior A B, & brevior D E, utraque bifariam diviſa in C; & ſit linea lingulæ perpendicularis C K, in quâ ſumatur ſpartum, ſeu motûs centrum O, & reſiduum O K ſit lingula, ex cujus declinatione à perpendiculo anſæ, dignoſcitur ſublatum æquilibrium. Sit pondus A ad pondus B ut 5 ad 3: centrum gravitatis jugi & ponderum commune non poteſt eſſe C, quod brachia C A & C B æqualia conſtituit; ſed erit ut pondus A ad pondus B, ita reciprocè longitudo B G ad longitudinem G A, eritque punctum G centrum gravitatis, nec libra conſiſtet, niſi recta G O H fiat perpendicularis horizonti: lingula igitur O K declinabit à perpendiculo anſæ juxta angulum H O K. Eadem pondera transferantur in minorem libram D E; & ſi fiat ut pondus D 5 ad pondus E 3, ita E F ad F D, erit F centrum gravitatis libræ D E & ponderum: quare libra non conſiſtet, niſi recta F O I ſit horizonti perpendicularis, & tunc à perpendiculo declinabit lingula O K juxta angulum I O K. Quoniam verò eſt ut 4 ad 1, ita A C ad C G, ita D C ad C F, & A C major eſt quàm D C, erit etiam ex 14 lib. 5. G C major quàm F C; igitur angulus C O F minor eſt angulo C O G, pars minor toto; ac proinde ad verticem angulus K O I minor eſt angulo K O H. Poſitis igitur ponderibus iiſdem in libræ longioris A B extremitatibus, declinabit lingula à perpendiculo, cum eo conſtituens angulum majorem, quàm ſit angulus ab eadem lingulâ conſtitutus cum perpendiculo, quando pondera illa inæqualia adnectuntur libræ breviori D E. Hinc eſt quòd ſi inæqualitas ponderum exigua ſit, centrum gravitatis in utrâque librâ non multùm recedat à puncto C, parùm in majore, minimùm in minore, ac proinde lingulæ deflexio fortaſſe inobſervabilis erit in minore librâ, quæ in majore evadet notabilis atque conſpicua. Hinc etiam patet, cur extremitas A deſcendens magis moveatur, quàm extremitas D minoris libræ; quia ſcilicet angulus O G A, per 16. lib. 1. major eſt quàm angulus

angulus O F D, ac propterea ubi O G facta ſit perpendicularis, linea A G cum illâ faciens obtuſiorem angulum, magis deprimetur infrà lineam A B horizontalem.

Sed jam inquirendum eſt, utrùm expediat centrum motûs magis diſtare à lineâ jugi, an verò illi propiùs admoveri, ut clariùs innoteſcat receſſus jugi ab æquilibrio horizontali : illa quippe ſparti poſitio eligenda eſt, quæ etiam minimum motum indicet notabili lingulæ declinatione. Dico itaque ſpartum lineæ jugi proximum utilius eſſe, quàm remotum. Sit enim libra A B bifariam in C diviſa, & ex hoc puncto exeat perpendicularis C I; in quâ pro centro motûs eligatur punctum S; ponantur verò pondera A & B ita eſſe inæqualia, ut centrum gravitatis commune ſit D. Igitur D S R

eſt linea, quæ facta perpendicularis conſtituit cum lingulâ S I angulum I S R. Deinde reliquis omnibus manentibus, ſit centrum motûs O remotius à lineâ jugi, & linea D O V facta perpendicularis declinabit à lingulâ O I juxta angulum I O V, quem conſtat eſſe minorem angulo I S R; nam angulus D S C externus major eſt interno D O S, per 16. lib. 1. eſt autem huic ad verticem I O V, & illi ad verticem I S R; igitur I S R angulus eſt major angulo I O V.

Quòd ſi centrum motûs adhuc propiùs admoveatur medio jugi puncto C, adhuc majorem angulum conſtituet cum lingulâ, ac propterea adhuc multò notabilior erit deflexio lingulæ à perpendiculo, etiam ſi exiguus ſit motus ex eo, quod centrum gravitatis D proximè accedat ad punctum C: eſt ſiquidem extrà controverſiam, quò minor eſt ponderum inæqualitas, eò etiam minorem eſſe puncti D à puncto C diſtantiam. Ex quo manifeſtum evadit exiguam ponderum differentiam non dignoſci, ſi ſpartum notabili intervallo receſſerit à lineâ jugi; hæc enim ſparti diſtantia habet rationem Radij, diſtantia centri gravitatis à medio jugi locum obtinet Tangentis; igitur ſi fiat major ſparti diſtantia, eadem Tangens ad majorem Radium minorem Rationem habebit, atque adeò ſubtendet multò acutiorem angulum, qui propterea minùs obſervari poterit.

Quare pro eâdem ponderum inæqualitate dignoſcendâ, ſi concurrant minima ſparti à jugo diſtantia, & ob longitudinem majorem brachiorum libræ major centri gravitatis diſtantia à medio jugi puncto, patet multò faciliùs dignoſci inæqualia eſſe pondera, quia majore angulo linea deflectit à perpendiculo; & poſito minimo Radio Tangens major angulo majori opponitur.

Hæc quidem de librâ ſpartum habente ſuprà lineam jugi dicta accommodari poſſunt libræ ſpartum habenti infrà jugi lineam, ſi eadem ſchemata inverſo ſitu poſita intelligantur: quò enim majore angulo deflectit à perpendiculo linea jungens gravitatis centrum, & centrum motûs, eò faciliùs brachium, in quo eſt gravitatis centrum, inclinatur. Verùm ſi duplex hæc libræ ſpecies, quæ ſuprà, & quæ infrà jugi lineam ſpartum habet, invicem comparetur, ſatis apertum eſt multò faciliùs à poſteriore hâc ſpecie indicari ponderum inæqualitatem; quia videlicet ſi centrum gravitatis in alterutram partem vel minimùm recedat à medio jugi, non ampliùs imminet ſparto in eodem perpendiculo, neque poteſt ſuſtineri, ſed illicò, quantùm poteſt ad imum locum deſcendit. At in priore illâ ſpecie libræ ſpartum in ſuperiore loco habentis, recedente in alterutram partem centro gravitatis, deſcendit illud quidem; ſed non niſi pro ratione exceſsûs ponderis; qui deſcenſus inobſervabilis erit, ſi exigua ſit ponderum differentia. Hinc non ſemel animadverti accuratiſſimas bilances, quibus aurearum monetarum pondera examinantur, eas eſſe, quæ ſpartum in inferiore loco habent; lanx enim, quæ pondere prægravatur, ad imum, quantùm poteſt deſcendit: factâ autem libræ converſione ita, ut anſa inferiùs ſuſtentata libram ſuſtineat, iiſdemque ponderibus impoſitis, lanx prægravata non deſcendit ad imum locum; ſed manet libra in obliquâ poſitione, quæ ponderum inæqualitati congruè reſpondet; &, ſi ea ſit ponderum inæqualitas, quæ omnem obſervantis ſubtilitatem effugiat, videtur libra in æquilibrio horizontali poſita, cum tamen in priore ſitu, antequam libra inverteretur, non poſſet in ullo æquilibrio conſiſtere.

Non ita tamen hæc dicta intelligi velim, ut nulla ſit habenda ratio materiæ, ex qua libra conſtat; hæc ſiquidem tantæ gravitatis eſſe poteſt, ut axem vehementiùs premens motum aliquatenus impediat, ac propterea levis illa virtus effectiva motûs, qui

qui ponderum adnexorum inæqualitatem cæteroqui consequeretur, ex hâc pressione, & prominularum particularum se vicissim contingentium conflictu elidatur, atque jugi æquilibrium horizontale permaneat. Gravitatem autem motui impedimento esse ex eo constat, *quòd faciliùs quando sine pondere est, movetur libra, quàm cum pondus habet*, ut observavit Aristoteles 9. 10. Mechan. Cui tamen in assignandâ hujus difficultatis causâ non aquiesco, licet ultrò concedam *in contrarium ei, ad quod vergit onus, movere difficile esse*; si enim libræ vacuæ lances minùs graves sunt; imposito autem pondere fiunt graviores, & propterea lanx elevanda facta gravior difficiliùs movetur contra insitam gravitati propensionem, etiam vicissim lanx deprimenda facta gravior ex adnexo pondere faciliùs obsecundat naturali gravium propensioni, atque adeò augere deberet movendi facilitatem, vel saltem hanc imminui non permitteret. Non aliunde igitur ortum ducere videtur hujusmodi difficultas movendi libram onustam, quàm ex màjore prementis gravitatis conatu: pressione autem motum impediri quis neget, si super planam superficiem continuo lævore lubricam ducat regulam metallicam exquisitè politam, quam nunc tenui, nunc validiori conatu premat? utique percipiet pro vario prementis conatu aliam atque aliam esse trahendæ regulæ metallicæ difficultatem.

Adde graviori libræ crassiorem axem, ut ei proportione respondeat, necessariò adjungi; hic autem si non sit exquisitè cylindricus, quâ parte fit contactus, sed aliquatenùs angulatus duobus in locis contingat, satis manifestè apparet magis impediri motum libræ, quàm si axis tenuior esset, atque subtilior; licet enim hic pariter similique ratione angulatus esset, quia tamen anguli minùs distarent invicem, quàm in axe crassiore, minùs etiam libræ conversionem impedirent. Idem accidit, si axis quidem cylindricus, foramen autem, cui axis inseritur, non exquisitè rotundum sed angulatum fuerit. Cur autem libræ conversio impediatur, si fiat contactus in duobus punctis, palàm est; quia nimirum quamdiu centrum gravitatis compositæ interjicitur inter duos illos contactus (vel saltem linea directionis per illud centrum ducta transit per intervallum illud duorum contactuum) non potest fieri libræ in alterutram partem

couversio; quæ proinde ut convertatur, tantum ponderis alteri lanci addi necesse est, ut centrum gravitatis omninò cadat extrà illud spatium, quod à contactibus comprehenditur.

Hinc patet, cur libræ crassiores, & majores ingentibus sarcinis onustæ inertes fiant ad motum, etiam si adnexis ponderibus insit aliquot unciarum, aliquando fortasse etiam librarum, disparitas. Contrà verò aurificibus, & gemmariis, quibus minutias contemnere damno esset, valdè exiguæ libræ in usu sunt; quippè quæ subtilissimo axe contentæ sunt, & levi jugo constant, cujus gravitati æqualis est singularum lancium gravitas: quare cum nec vehemens pressio contingat, nec axis adeò tenuis facilè angulos admittat, exilioribus hujusmodi libris etiam minima ponderum inæqualitas exploratur, si cæteróqui fuerint ritè constructæ.

At quærat hîc quispiam. Proponitur libra, quæ vacua æquilibrium ostendit, nec ita gravis est, ut de validiore axis pressione dubitetur: ut inquiratur, quàm facilè mobilis illa sit, alteri lanci singula subinde grana delicatè imponuntur, quot satis sint ad primò tollendum æquilibrium, tùm aliâ librâ tenuiori examinatum granorum omnium pondus (rejecto ultimo grano, cujus additione primò facta est libræ inclinatio) deprehenditur unciæ unius, exempli gratiâ. Quæritur, an, si eidem lanci imponantur merces, & oppositæ lanci legitima pondera, sit semper numeranda uncia una amplius, ut verum mercis pondus habeatur; quandoquidem deprehensum est non mutari æquilibrium, nisi uncia addatur.

Ut quæstioni satisfaciam, tanquam certum statuamus hanc libræ inertiam non oriri ex multâ jugi & lancium gravitate axem premente; si enim ex hujusmodi pressione oriretur, additis hinc & hinc ponderibus multò major fieret pressio, ex quâ movendi difficultas major crearetur; & si minorem pressionem vix unius unciæ excessus vincit, utique majorem pressionem non nisi plurium unciarum excessus vincere poterit. Definire autem hujusmodi pressionum vires motum libræ retardantes, meæ tenuitatis non est; quippè qui nec divinare audeo, nec certam rationem pressiones illas dimetiendi invenio. Illud igitur reliquum est, seclusâ pressione, quòd axis contactus non omninò in unico puncto, sed in pluribus fiat, ac propterea

propterea alterutri vacuæ libræ lanci imponendam unciam, ut primò diſpoſita ſit libra ad recedendum ab æquilibrio. Hoc autem indicat, libræ prorſus vacuæ centrum gravitatis eſſe inter extrema puncta contactûs axis; ſed additâ unciâ compoſitæ gravitatis centrum convenire cum extremo puncto contactûs axis.

Quærendum eſt igitur, quo intervallo extremum hoc punctum, quod etiam eſt gravitatis centrum, diſtet à medio jugi puncto. Id quod ut innoteſcat, obſervetur jugi & lancium gravitas; tùm in extremitatibus jugi intelligatur ſemiſſis ſingulorum brachiorum, & addatur ſingularum lancium gravitas: ſint autem hinc & hinc ex. gr. unciæ duodecim tota gravitas: alteri addatur uncia, & erunt hinc quidem unciæ 12; hinc verò unciæ 13. Quare jugum reciprocè diſtinguatur in duas partes, quarum altera ſit 13, altera 12: igitur punctum hoc diviſionis jugi diſtat à medio jugi puncto parte unâ quinquageſimâ totius longitudinis ejuſdem jugi: hæc ſiquidem longitudo diſtincta intelligitur in partes 25 æquales; punctum medium ab extremitate diſtat partibus 12 $\frac{1}{2}$, centrum gravitatis compoſitæ diſtat partibus 12; igitur punctorum iſtorum intervallum eſt $\frac{1}{50}$.

Jam imponatur alteri lanci merx, quæ cum pondere legitimo lib. 2. faciat æquilibrium: aio non poſſe pronunciari mercem eſſe unc. 25: nam ſi ponatur merx unc. 25: additâ gravitate lancis & brachij unc. 12 ex hypotheſi, hinc quidem eſſent unciæ 37, hinc verò unciæ 36; igitur diviſo jugo in partes 73, centrum gravitatis diſtaret à medio jugi puncto parte $\frac{1}{146}$. At punctum extremum contactûs axis & jugi diſtat parte $\frac{1}{50}$, igitur multo majus pondus ſupra unciam addendum eſt merci, ut æquilibrium exquiſitè faciat cum pondere legitimo lib. 2. Nimirum inſtituenda eſt analogia ut 12 ad 13, ita unciæ 36 ad uncias 39; dempto igitur pondere lancis & brachij libræ, quantitas mercis eſt unc. 27. Ex quo liquet, quò majora pondera lancibus imponuntur, eò majorem eſſe differentiam à pondere legitimo. Hinc ulteriùs patet hujuſmodi librâ ſatius eſſe multam mercem ſimul ponderare, quàm per partes: pone enim eſſe uncias 12 legitimi ponderis, cum quo

æquilibrium conſtituitur, merx erit unicarum 14, quia ut 12 ad 13, ita unc. 24 ad 26, & demptis unciis 12 ad brachium & lancem ſpectantibus, remanent mercis unciæ 14: quare bis factâ ponderatione erit differentia unc. 4; unica autem ponderatio dabat tantùm uncias 3: quia videlicet ſingulis vicibus additur id, quod reſpondet gravitati lancis oppoſitæ; atque adeò differentia ſæpiùs repetita major eſt, quàm ſimplex: ſic quatuor libris ponderis legitimi reſponderent in alterâ lance mercis lib. 4. unc. 5; quòd ſi quatuor vicibus operando ſingulas libras expendiſſes, differentia demùm eſſet unciarum 8.

Unum adhuc ſupereſſe videtur hîc obſervandum, quoniam longioribus brachiis exquiſitiùs indicari æquilibrium diximus: cavendum ſcilicet, ne in aliud incommodum incidamus, quo illud idem pereat, quod perſequimur. Si enim longiora fiant brachia, additur gravitas, quæ magis axem premens motui aliquam difficultatem creat: quod ſi retentâ eâdem brachiorum gravitate illorum craſſities extenuetur, & in longitudinem extendantur, vide ne nimis exilia evadant ita, ut flexioni obnoxia ſint, vel ſuâ ipſorum, vel expendendorum ponderum gravitate. Præterquam quod longiora brachia plus habere videntur momenti ad premendum axem, etiam ſi par ſit longiorum atque breviorum libræ brachiorum gravitas abſoluta; cujus ſemiſſis in extremitate brachij longioris plùs habet momenti ad deſcendendum, quàm in extremitate brevioris. Et ſi longior haſta ex medio ſuſpenſa faciliùs ſponte ſuâ flectitur circa medium (id quod breviori non accidit) indicio eſt obicem retinentem magis premi; idem igitur & axi libræ contingere poteſt, cujus preſſio major eſſe videtur ex longioribus brachiis, etiamſi in cæteris nullum intercedat diſcrimen. Sic Ariſtoteles quærit quæſt. 27. Mechan. *Cur ſi valde procerum fuerit idem pondus, difficiliùs ſuper humeros geſtatur, etiam ſi medium quiſpiam illud ferat, quam ſi brevius ſit?* cujus difficultatis cauſam ille tribuit validiori vibrationi extremitatum magis diſtantium ab humero ſuſtinente: ſed hoc non niſi in motu contingit, & cùm flexile eſt pondus, cujuſmodi eſſet longior haſta aut bractea ferrea mediocris craſſitiei. Certè longiori columnæ marmoreæ jacenti, cujus medio recens fulcrum ſubjectum fuit, jam putreſcentibus extremis fulcris, ſua longitudo obfuit, ut frangeretur:

retur: id quod æqualis ponderis columnæ breviori ex graviore ſecundùm ſpeciem marmore non ita facilè accidiſſet: non niſi quia gravitas magis à fulcro diſtans plùs habet momenti, etiamſi non contingat vibratio corporis, quemadmodum in motu.

Illud poſtremò non omittendum, quod ad lingulam pertinet, hanc enim longiuſculam eſſe præſtat, quàm brevem, ut vel levi inclinatione libræ, apex lingulæ magis conſpicuo motu extra anſam ad latus ſecedat, & ſublatum æquilibrium indicet. Dum tamen lingulæ longitudinem affectas, cavendum, ne illa momentum addat ſuâ gravitate brachio, quod inclinatur; quamvis enim hoc nihil referat, ubi ſublatum horizontale æquilibrium indicatur; in librâ tamen, quæ in æquilibrio obliquo poteſt conſiſtere, videretur indicare majorem ponderum inæqualitatem, quàm revera ſit. Cæterùm communiter libræ hoc periculo vacant; ſola enim ponderum æqualitas horizontali æquilibrio inquiritur, non ponderum Ratio obliquo æquilibrio inveſtiganda proponitur: quare communiter nil de lingulæ gravitate timendum eſt, quod nos ſolicitos habeat.

Quare præter exquiſitam brachiorum æqualitatem, & accuratam lingulæ cum ipſo jugo poſitionem ad angulos rectos, ad libram exactiſſimam conſtituendam concurrunt brachiorum & lingulæ longitudo, jugi & lancium modica gravitas, axis ſubtilitas, ſparti & jugi quàm maxima propinquitas, & ipſius ſparti infrà jugi lineam poſitio. Quæ tamen omnia cum rectâ ratione ſunt adminiſtranda, ut ponderibus examinandis proportione reſpondeant libræ partes; majoribus enim ſarcinis validior axis, & craſſiora libræ brachia conveniunt; & ſic de reliquis.

CAPUT VII.

Libræ doloſæ vitia reteguntur.

Libram doloſam voco, quæ ſolitariè accepta ſinè ponderibus juſta apparet, & æquilibrium oſtentat, re tamen verâ injuſta eſt, quia adnexis ponderibus ſuo æquilibrio non tribuit æqualita

æqualitatem, vel quia ponderum æqualitatem non indicat vero æquilibrio. Quare nullus mihi ſermo de iniquorum venditorum ſycophantiis, quibus, juſtam licèt libram adhibentes, rudem ac ſimplicem emptorem circumveniunt, aut imprimendo impetum ſurſum brachio, cui legitimum pondus adnectitur, ut merx præponderare videatur, aut ponderibus iniquis & juſto minoribus utendo, aut ſubjectam menſam, cui lanx mercis incumbit, materiâ aliquatenus tenaci illinendo, ut ſublatâ in aërem librâ priùs attollatur lanx ponderis quàm mercis, quæ omninò præponderans apparet, ſi libra ſpartum habeat infrà jugum, aut ſimiles impoſturas excogitando: ſed de illis tantum deceptionibus agendum, quæ ex ipſius libræ conſtructione, aut poſitione ortum habere poſſunt.

Et primò quidem ſe offert dolus, cujus meminit Ariſtoteles quæſt. 1. Mechan. familiaris eo tempore vendentibus purpuram, & ea, quorum modica quantitas pretium exigebat non contemnendum: hi enim librâ utebantur, quæ brachiis non omninò paribus conſtabat, ita tamen, ut hæc inæqualitas non ſe oculis ſtatim proderet. Ut autem lateret dolus, ſcapum ſeu jugum libræ ex ligno conſtruebant, cujus partes omnes non eandem ſpecificam gravitatem obtinerent, quamvis nulla ſecundùm molem diverſitas intuenti occurreret: quia enim nodi, & partes radici propiores, ut potè magis denſæ, graviores ſunt, quàm reliquæ partes à radice remotiores & nodis carentes, partem illam graviorem breviori brachio tribuebant, vel ſi materia planè uniuſmodi eſſet, & æquabili gravitate prædita, breviori brachio aliquid plumbi infundebant, ut materiæ gravitate momentum, quod ratione poſitionis deerat, ſupplente, appareret æquilibrium lancium in vacuâ librâ. Sed ubi demum merx lanci longioris brachij imponebatur, hæc erat juſto minor, quamvis cum oppoſito pondere eſſet æquilibris; non enim erat illi æqualis, ſed in Ratione reciprocâ longitudinis brachij minoris ad longitudinem majoris. Hûc ſpectat inæqualitas brachiorum orta ex eo, quòd jugi ferrei pars altera ex validiore, & diuturniore percuſſione mallei facta denſior, etiam gravior eſt; nam puncto longitudinem jugi bifariam dividenti non reſpondet centrum gravitatis; ſed recedit à medio versùs extremitatem denſiorem, atque graviorem; ac propterea, ut æquili-

brium

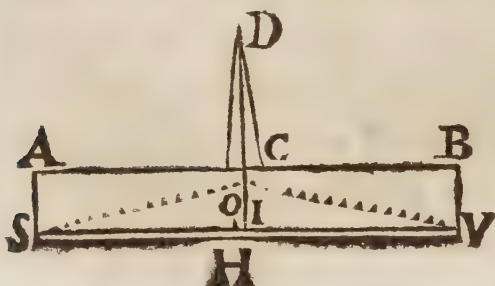
brium appareat, centrum motûs inæqualiter dividit longitudinem jugi. Similiter si jugi quidem materia æquabiliter sit gravis, sed brachiorum inæqualitatem suppleat lancium gravitas reciprocè inæqualis; æquilibris erit libra vacua; sed damno emptoris merx longiori brachij adnectitur. Quare ut pateat dolus, facto æquilibrio inter mercem ac pondus, statim commuta lances, & pondus majus ex longiore brachio multò plus habebit momenti, quàm merx ex brachio breviore: idcircò, si ex pondere dematur, quantùm satis sit ad æquilibrium cum merce iterum statuendum, plus mercis habebit emptor, quàm pro oppositi ponderis mensurâ.

Secundò sit jugi materia planè æquabilis, & ab axe jugum dividatur omnino bifariam: sed puncta contactuum annulorum, ex quibus pendent lances, non æqualiter distent à medio: etiamsi lancis propioris gravitas suppleat momentum, quod deest ratione sitûs, & æquilibris appareat libra vacua, non tamen æqualia pondera lancibus imposita constituent æquilibrium, sed illud gravius apparebit, quod ex distantia majore appendetur: & si pondera æquilibrium faciant, inæqualia erunt reciprocè juxtà Rationem inæqualitatis distantiarum à medio. Similiter igitur facto ponderum æquilibrio, lances commuta, & quidem si post commutationem iterum æquilibrium fiat, justa est libra, secùs verò si alterum gravius appareat, quod priùs æquale videbatur.

At quæris, quâ methodo possis deprehendere, quanta sit brachiorum inæqualitas, quando quidem non habetur æquilibrium post factam lancium commutationem, & planè ignoratur, quanta sit mercis gravitas. Ut quæstioni satisfaciam, accipio legitima pondera, & primùm facto æquilibrio observo legitimi ponderis quantitatem: Commuto deinde lances, & cum non fiat æquilibrium cum eâdem merce, tantum accipio legitimi ponderis, quantum requiritur ad æquilibrium. Demum inter hæc duo pondera legitima invenio terminum medio loco proportionalem, & hoc est mercis pondus, quod collatum cum alterutro ex legitimis ponderibus dat reciprocè longitudinis brachiorum Rationem. Hanc methodum esse certam patet, quia cum bis fiat æquilibrium, bis inter pondera est eadem Ratio reciproca brachiorum. Sint brachia, quæ brevitatis gratia

vocemus R & S ; igitur ut R ad S ita primum pondus legitimum in S ad mercem in R : & factâ commutatione ponitur merx in S, & iterum fit ut R ad S, ita reciprocè merx eadem in S ad ſecundum pondus legitimum in R : igitur, per 11. lib. 5. ut primum pondus ad mercem, ita merx ad ſecundum pondus: ſunt autem nota duo pondera legitima; igitur & innoteſcit mercis gravitas : quæ ſi comparetur ut conſequens terminus cum primo pondere, aut ut Antecedens cum ſecundo pondere, habebitur Ratio R ad S. Sit itaque ex. gr. in primo æquilibrio primum pondus legitimum unc. 72, in ſecundo æquilibrio ſecundum pondus legitimum ſit unc. $69 \frac{18}{100}$. Eſt ergo merx medio loco proportionalis unc. $70 \frac{576}{1000}$; ac propterea R ad S eſt ut 72 ad $70 \frac{576}{1000}$, aut ut $70 \frac{576}{1000}$ ad $69 \frac{18}{100}$, hoc eſt ut 4500 ad 4411. Sit demum totius jugi longitudo diſtincta in partes 200: addantur termini Rationis inventæ, & fiat ut 8911 ad 4411 ita 200 ad 99, & hæc eſt longitudo brachij brevioris, erit autem longioris brachij longitudo partium 101 : diſtat ergo ſpartum à puncto medio per unam ducenteſimam partem totius jugi. Quòd ſi res ſubtiliſſimè ad calculos revocanda eſſet, hujus ducenteſimæ partis gravitas, quæ eſt ſemiſſis gravitatis differentiæ brachiorum eſſet computanda, atque ſubducenda, vel addenda, ut mercis pondus exquiſitè innoteſcat.

Tertiò. Accidere poteſt lingulam ex medio libræ ſcapo aſſurgere ad angulos rectos, lineamque lingulæ tranſeuntem per centrum motûs ita occurrere lineæ jungenti puncta, ex quibus lances pendent, ut eam bifariam æqualiter dividat, in eam tamen ad angulos inæquales cadat. Aio nec brachia eſſe verè æqualia, nec lingulam, quamvis anſæ congruens videatur, indicare æquilibrium horizontale, eſſe veram lingulam, etiamſi pondera in eo æquilibrio conſiſtentia ſint æqualia, & non in Ratione brachiorum.

Sit ſcapus libræ A B, ex quo perpendicularis aſſurgat lingula C D, & ex D per O centrum motûs ducta recta linea occurrat lineæ S V jungenti extrema puncta, ex quibus lances pendent, eamque bifariam dividat in I : ſed quoniam punctum S eſt paulò altiùs

quàm

quàm punctum V, fiat angulus SIO minor, & VIO major. Dico lineam SV esse quidem jugum, sed brachia non esse æqualia, non enim sunt IS & IV: quandoquidem ductis rectis OS & OV, est libra curva SOV latera habens inæqualia, SO minus, & VO majus. Nam in triangulis SIO, VIO latus IS ex hypothesi est æquale lateri IV, latus IO commune est, angulus SIO est ex hypothesi minor, quàm angulus VIO; ergo per 24. lib. 1. basis SO minor est basi VO. Igitur ex O perpendicularis linea cadens in jugum SV dividit illud in brachia inæqualia, & perpendiculum ex O cadit inter S & I, puta in H, quia ex hypothesi angulus SIO est acutus. Vera igitur lingula non est ID, sed linea, quæ ad angulos rectos insistens jugo SV ex H per O ducitur. Quare si CD congruit ansæ perpendicularis horizonti, jugum SV non est horizonti parallelum, non est igitur æquilibrium horizontale, sed obliquum: quia tamen est I centrum commune gravitatis ponderum æqualium in S & V, ac per illud transit perpendiculum ex O cadens in horizontem, propterea possunt esse pondera æqualia, & æquilibrium ostendere, quod modicâ obliquitate inclinatum mentiatur æquilibrium horizontale. At si alia fieret hypothesis, scilicet lineam jugi SV non dividi æqualiter, pondera non essent æqualia, sed essent reciprocè in Ratione motuum, quos perficere possent extremitates S & V, juxta superiùs dicta cap. 4 hujus lib. 3.

Vitium igitur hujus libræ non in eo consistit, quòd pondera non sint æqualia, sed quòd indicet æquilibrium horizontale, cum sit obliquum, & pondera æqualia nunquam possint ad æquilibrium horizontale devenire; ut enim hoc fieret, pondera esse oporteret inæqualia reciprocè in Ratione brachiorum SH & HV. Quòd si contingat punctum O centrum motûs, esse idem cum puncto I, pondera æqualia verè habebunt æquilibrium horizontale; sed lingula CD declinabit ab ansâ, quasi æquilibrium non esset. Libræ hujusmodi vitium deprehendi non potest ponderum commutatione in lancibus; quia cùm æqualia ex hypothesi sint pondera, eadem utrobique habent momenta, servant quippè eamdem distantiam, & æqualiter sunt ad motum disposita. Raró tamen continget jugum SV planè æqualiter dividi à lineâ lingulæ ad angulos obliquos in-

cidente, quæ tamen ad ſcapum perpendicularis appareat: propterea factâ ponderum in lancibus commutatione prodet ſe momentorum inæqualitas.

Quartò. Libra, quam diutiſſimè juſtam expertus es, poteſt momento à ſuâ juſtitiâ deficere, ſi vel modicum inflectatur alterutrum brachiorum, vel ſi utrumque non æqualiter flectatur; hinc enim oritur brachiorum inæqualitas; quam deprehendes commutatis ponderibus in utrâque lance; quæ ſcilicet æquilibrium conſtituebant propter reciprocam Rationem brachiorum, quibus adnectebantur, non ampliùs eandem ſervant in aliâ poſitione Rationem.

Quintò. Axis, qui duobus in punctis contingat (ſcio contactum fieri in lineâ; ſed puncta aſſumo in ipſis lineis, per quæ tranſit planum perpendiculare ad horizontem, in quo eſt linea jugi) vel quia ipſe eſt angulatus, vel quia foramen, cui inſeritur, non exquiſitè rotundum, quâ ſaltem parte fit contactus, libram conſtituit doloſam: quia videlicet duo illa puncta axis perinde ſe habent, ac ſi duo eſſent centra motûs. Manifeſtum eſt autem eandem jugi lineam non poſſe in duobus punctis æqualiter dividi. Tripliciter poteſt hoc fieri. Primò unum ex his punctis poteſt exactè reſpondere medio jugi; ſecundò poteſt utrumque hoc punctum æqualiter à medio jugi diſtare; Tertiò poſſunt ab eodem medio hinc & hinc inæqualiter diſtare.

Sit linea jugi AB, cujus medium C: puncta contactuum axis, ex quibus ad jugum ducitur perpendicularis, ea ſint primò, ut reſpondeant in jugo punctis C & D. Si lanci in B imponatur legitimum pondus, tùm in A ponatur merx uſque ad æquilibrium, à quo proximè recederet, ſi aliquid ampliùs mercis adderetur, fiet æqualitas, quia ex C puncto æqualiter ab extremitatibus diſtante fit ſuſpenſio libræ. At ſi poſitâ primùm merce in A, deinde legitima pondera addantur in B, utique plura pondera, quàm par ſit, addentur: quia videlicet non inclinabitur libra infrà B, niſi ponderum ad mercem Ratio excedat Rationem reciprocam brachiorum AD ad DB; eſt enim D quaſi centrum motûs.

Deinde

Deinde puncta illa contactuum axis possunt respondere jugi punctis E & D æqualiter à medio C distantibus: & tunc, ut tollatur æquilibrium, necesse est tantum ponderis uni lanci addere, ut pondera sint in majori Ratione, quàm sit Ratio reciproca brachiorum; erit si quidem extremitas A proxime dispo. sita, ut facto additamento gravitatis inclinetur, si fuerit ut B E ad E A, ita pondus in A ad pondus in B; & vicissim extremitas B erit proximè disposita, ut auctâ gravitate inclinetur, si ut A D ad D B ita pondus in B ad pondus in A. Quia autem ex hypothesi D C & E C æquales sunt, etiam residua E A & D B æqualia sunt, item A D & B E: quapropter ut A D ad D B, ita B E ad E A; ex quo consequens est ex solâ lancium commutatione (si centrum motûs modò sit D, modò sit E) non posse dignosci hoc libræ vitium, sicut dignosceretur in primo casu, si ut A D ad D B, ita pondus in B ad pondus in A; factâ enim lancium commutatione, pondus ex B in A translatum præponderaret ex centro motûs C, cum tamen in priori positione circa centrum motûs D non tolleret æquilibrium.

Similiter in tertio casu, quando puncta contactuum axis essent F & D à medio C inæqualiter distantia, & ut A F ad F B, ita pondus in B ad pondus in A daret æquilibrium; factâ ponderum in lancibus commutatione non maneret æquilibrium, quia pondus translatum in B ad pondus translatum in A post hanc commutationem adhuc esset ut B F ad F A; sed ad æquilibrium circa D centrum motûs deberet esse ut A D ad D B, est autem B F prima major, quàm A D tertia, & F A secunda minor est, quàm D B quarta; igitur est major Ratio B F ad F A, quàm A D ad D B: igitur pondus, quod priùs erat in B, translatum in A impar est ad æquilibrium constituendum.

Ad dignoscendum, an libra hoc vitio laboret, uti poteris hac methodo. Lancibus impone pondera, ut fiat æquilibrium: tùm lances commuta; & siquidem iterum fiat æquilibrium, adde alteri lanci aliquid ponderis, à quo si libra inclinetur, aufer additum pondus, & oppositæ lanci impone; quæ si persistat non inclinata, adde adhuc pondus, quantum ferre potest citrà inclinationem: iterum commutatis lancibus, nullo pacto manere æquilibrium videbis, & indicio erit contactum axis fieri in duobus punctis, quorum alterum respondet medio jugi siqui-

dem in primâ lancium commutatione mansit æquilibrium ; & est primus casus. Quòd si facto æquilibrio, alterutri lancium addas pondus, & æquilibrium maneat, adde quantum satis est, ut libra sit proximè inclinanda in eam partem, si adhuc pondus adderetur, tùm oppositæ lanci similiter additum pondus si non tollat æquilibrium, indicat inter puncta contactuum axis esse medium punctum C, quod bifariam dividit jugum: & videbis posse sine fine alternis additamentis augeri pondera singularum lancium, quia commune centrum gravitatis modò migrat ad unum punctum contactûs, modò ad aliud extremum. Sed ad internoscendum, utrùm puncta hæc æqualiter, an inæqualiter à puncto C medio distent, observa additamenta illa, æqualia ne sint? an inæqualia? Nam ut centrum gravitatis migret ex D in E, & iterum ex E in D, æqualia addenda sunt primùm in B, deinde in A, pondera. At ut migret gravitatis centrum ex D in F, plus addendum est ponderis in A, quàm addatur in B, ut migret ex F in D; quia scilicet B magis distat à D centro motûs, quàm A distet ab F centro motûs: igitur plus ponderis addendum est in A, ut habeat momentum æquale momento ponderis additi in B. Hoc vitium minoribus libris, quarum exilis est axis, non facilè inerit; majores libræ, quæ crassiori axe indigent, illi obnoxiæ esse possunt, nisi artificis industria in eo ex poliendo solicita fuerit. Sed quid si axis, quâ parte contingit, in angulum simplicem desinat, non tamen in eum cadat perpendicularis linea lingulæ, quæ jugum bifariam dividit? Jam constat à centro motûs dividi jugum in brachia inæqualia, ac proptereà æquilibrium horizontale esse non posse, inter pondera verè æqualia.

Sextò. Si libra exactissimè habens brachia æqualia, & lingulam perpendicularem, & lances æquales, & funiculorum pondera æqualia, habeat tamen funiculum alterum altero longiorem, incumbátque plano horizontali, impositis æqualibus ponderibus non apparebit æquilibrium, si centrum motûs fuerit in medio jugi puncto, vel infrà illud; sed ad illam partem inclinabitur, quæ breviorem funiculum habuerit. Hoc ideò accidit, quia libram attollens extendit breviorem funiculum longiori adhuc languescente, ac proinde pondus huic lanci impositum non resistit sursum trahenti, nisi cum funiculus iste fuerit

fuerit extentus : quare libræ jugum ex hâc parte aſcendit ſine reſiſtentiâ, dum ex alterâ, quæ funiculum habet breviorem, invenit reſiſtentiam ; atque alterâ extremitate manente, alterâ aſcendente, jugum inclinatur, extento demùm utroque funiculo lanx utraque attollitur. Sed quia ex hypotheſi omnia ſunt æqualia, vel remanet jugum in eâdem poſitione inclinatum, ſi punctum libræ brachia diſterminans congruat centro motûs, vel pars inclinata ulteriùs deſcendit, ſi ſpartum ſit inferiùs poſitum.

Hinc pondera apparent inæqualia, quamvis verè æqualia ſint ; & non raro accidit monetas aliquas aureas tanquam leves rejici, quamvis reverâ ſint juſti & legitimi ponderis ; quia lancis, cui imponuntur, funiculus longior eſt, & libra ad hanc partem, in quâ eſt pondus, inclinatur ; ideóque tribuitur monetæ levitas, quia libra vacua in aëre ſuſpenſa juſtiſſima apparet. Viciſſim igitur poteſt fieri, ut moneta levis appareat præponderans, in librâ ſpartum inferiùs habentè, ſi moneta levis fuerit impoſita lanci, cujus funiculus brevior eſt ; factâ ſcilicet jam jugi ad hanc partem inclinatione, cum poſtea lanx utraque à plano ſeparatur, legitimum pondus, quod gravius quidem eſt, non poteſt deſcendere, niſi attollat oppoſitam lancem, cujus aſcendentis motus major eſſe deberet motu legitimi ponderis deſcendentis ; ac propterea niſi ſit major Ratio ponderis ad monetam, quàm motûs monetæ aſcendentis ad motum ponderis deſcendentis, moneta videbitur præponderans : & tantiſper latebit dolus, dum facta fuerit in lancibus ponderis, & monetæ commutatio : apparebit ſiquidem levius id, quod in lance pendet ex funiculo longiore. Quòd ſi libra hujuſmodi funiculis inæqualibus inſtructa ſpartum haberet in loco ſuperiore, initio quidem impoſita æqualia pondera apparerent inæqualia, quia non viderentur æquilibria, ſed demùm ſe libra in æquilibrio conſtitueret, ſi verè omnia æqualia ſint, ut fert hypotheſis. At ſi, ut non paucis venditoribus vulgare eſt, ita libra ſit conſtituta, ut lanx altera, cui legitimum pondus imponitur juxtà quæſitam mercis quantitatem, ſubjecto plano inſiſtat, altera merci deſtinata in aëre pendeat, lingulâ anſæ congruente, quæ æquilibrium oſtendit ; ſit verò funiculus lancis plano incumbentis fortaſsè non ſatis extentus (quia ita contextus,

textus, ut majore vi extendatur, quâ cessante se iterum contrahat) merx videbitur præponderans, etiamsi non sit major legitimo pondere; quia deorsum suâ gravitate connitens, dum pondus ex alterà parte resistit, inclinat lingulam, & oppositæ lancis funiculum extendit.

Septimò. Ex ipso plano, cui libra incumbit, antequam attollatur, oriri potest fallacia æqualibus ponderibus inæqualitatem tribuens, etiamsi nullum libræ insit vitium aut ratione inæqualitatis brachiorum, aut ratione lingulæ perperam inclinatæ ad jugum, aut ratione axis angulati, aut ratione funiculorum inæqualium. Nam si planum ab horizonte deflectat, & ad illum inclinetur; cùm ad perpendiculum ansa attollitur, funiculi pariter horizonti perpendiculares intelliguntur, & quia æquales sunt, jugum libræ est parallelum plano, ac propterea perpendiculum ansæ ad angulos inæquales incidit tùm in jugum libræ, tùm in planum inclinatum; lingula igitur, quæ jugo insistit ad angulos rectos, declinat ab ansâ, & sublatâ in aërem librâ, inclinatur lingula ad depressiorem plani partem, manetque inclinata, quamvis pondera æqualia sint, si centrum motûs & punctum brachia disterminans in eodem puncto conveniant; si verò spartum inferius sit, adhuc magis inclinatur, videturque lanx illa omninò præponderans: at si spartum in superiore loco fuerit, libra primùm inclinata, demùm in aëre suspensa ad æquilibrium horizontale veniet.

Octavò. Si contingat ita pondus in lance collocari, ut ipsius ponderis singulare centrum gravitatis non omninò in eodem perpendiculo sit cum puncto jugi, ex quo lanx illa dependet, æquilibrium non indicabit æqualitatem ponderum in utráque lance positorum: Nam si linea directionis per hujusmodi centrum gravitatis transiens incurrat in jugi punctum, quod sit centro motûs vicinius, quàm punctum extremum brachij, oppositæ lancis pondus erit minus; sin autem occurrat lineæ jugi (quæ producta intelligitur) remotiùs à centro motûs, oppositæ lancis pondus erit majus; quia scilicet hæc centri gravitatis ponderis collocatio perinde se habet, atque si brachium illud aut imminutum sit, aut auctum: quapropter etiam pondera æquilibria sunt in Ratione reciprocâ brachiorum, ut ex sæpius dictis liquet. Hinc si pondus præter opinionem gravius aut le-

vius

vius appareat, ejuſque pars maxima extrà lancem extet, illud aliter in lance diſpone, ut centro gravitatis ponderis facilè immineat punctum jugi, ex quo lanx illa ſuſpenditur; & tunc certior fies, an verè gravitas illa ponderi inſit, an verò irrepſerit fallacia ex ineptâ ipſius ponderis poſitione priori. Hoc tamen intellige, quando ex hujuſmodi poſitione ſequeretur inæqualis velocitas motuum oppoſitorum ponderum.

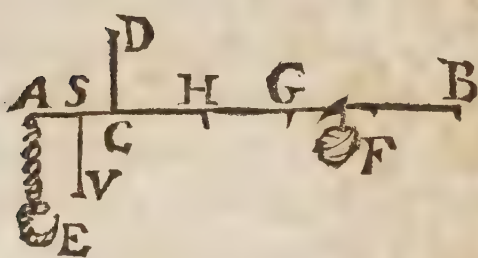
CAPUT VIII.

Stateræ natura & forma explicatur.

HActenùs de librâ ſermo fuit, in quâ, cum brachia æqualia ſint, legitimum pondus eſt æquale gravitati rei, cujus quantitatem ex gravitate inveſtigamus: & quidem quando exigua, vel etiam mediocria ſunt pondera, res commodè hujuſmodi bilance perficitur; at ubi ingentium ſarcinarum quantitas examinanda eſt, prorsùs incommodum eſſet opportunas bilances aut habere, aut adhibere: quot enim & quanta pondera parare oporteret, ut centenas aliquot fæni libras, ſeu mercatorios faſces, ſeu ſaccos farinæ plenos expenderemus? & ex alio in alium locum ſi transferenda eſſet libra cum legitimis ponderibus tantæ gravitatis, nonne opus eſſet plauſtro, ut tàm ingens onus in deſtinatum locum tranſveheretur? Quare Statera excogitata eſt tanquam libra brachiorum inæqualium, in quâ pondus minus longiori brachio adnexum æqualia habet momenta cum majori pondere, quod ex breviore brachio ſuſpenditur. Sed ne varia pondera in promptu habere cogeremur, quæ longioris brachij extremitati adnecterentur, pro variâ oneris gravitate explorandâ, ſapientiſſimè à majoribus ſtatera conſtructa eſt quæ eodem æquipondio modò in majore, modò in minore diſtantiâ à centro motûs, æquilibrium conſtitueret. Ex quo fit ſtateram eandem vires ſubire plurium librarum, prout plura longioris brachij puncta percurrit æquipondium; mutantur ſiquidem Rationes diſtantiarum ponderum, manente eâdem mercium à ſparto diſtantiâ, ac

proinde etiam idem æquipondium variam habet Rationem ad merces inæquales.

Sunt autem ſtateræ partes Jugum, Anſa, Uncus aut lanx, Æquipondium, quod aliis Sacoma, aliis Curſorium dicitur. Jugum eſt, quod in partes inæquales diviſum ab axe, qui Anſæ inſeritur, definit Rationem ponderum, quæ momentis æqualibus librantur. Anſa eſt, ex quâ ſuſpenditur ſtatera, ut liberè utramque in partem verſetur. Uncus, aut lanx, oneri ſuſtinendo deſtinatur; quæ enim facilè molem unam efficiunt, poſſunt ex Unco ſuſpendi; ſed quæ ex pluribus non facilè in unam molem coëuntibus conſtant, lance ſubjectâ recipi oportet. Æquipondium eſt certæ gravitatis pondus, ex quo oppoſitæ gravitatis Ratio innoteſcit.

Sit A B jugum ab axe inæqualiter in C diviſum, ſitque C A brachium minùs, cujus extremitati A catena aut funis adnectitur cum unco aut lance E, & C B brachium majus, cujus longitudinem pro opportunitate percurrit æquipondium F. Anſa reſpondens lingulæ C D, ipſius axis extremitates recipit, ut facilè convolvi poſſit. In minoribus & mediocribus ſtateris lingula craſſiuſcula additur, quæ anſæ intercapedinem ita impleat, eíque congruat, ut tamen nullo partium conflictu impediatur motus; in majoribus & longioribus ſtateris aliquando lingula omittitur, vel quia ſpartum eſt infrà rectam lineam jugi, quod non niſi horizontaliter conſiſtit, vel quia ſi ſpartum eſt in ſuperiore loco, non multùm à vero pondere aberrare permittit ipſa brachij longitudo, quæ facilè prodit parallelíſmum aut inclinationem ad horizontem; mediocris autem error in mercibus, quæ hujuſmodi magnis ſtateris expenduntur, neque emptori, neque venditori incommodo eſt; quapropter in iis ſubtilitatem ſcrupulosè perſequi inutile eſt, & ineptum. Quæ in librâ circà Axem, lingulam, Anſam obſervanda monuimus, ſtateræ pariter communia ſunt, neque hîc iterum inculcanda.

Potiſſimum, quod in ſtaterâ obſervandum eſt, pertinet ad diviſionem longioris brachij in minutiores particulas, ut exquiſitiùs

ſitiùs innoteſcat Ratio mercis ad æquipondium, quæ denotatur ab inciſis in brachio notis indicantibus Rationem brachij longioris ad brevius; eſt ſcilicet minoris brachij longitudo transferenda in alterum brachium, quoties fieri poteſt; & quia hoc longius produci poteſt infinitè, propterea ſtatera vocari poteſt libra quaſi infinita brachiorum inæqualium. Sic diſtantia A C tranſlata in brachium C B ex. gr. quater, facit ut pondus in E poſſit eſſe quadruplum æquipondij F, ſi æquipondium ſit in extremitate B: quia, ut dictum eſt de librâ brachiorum inæqualium, ut A C ad C B, ita pondus in B ad pondus in A: & ſi æquilibrium contingat ſacomate exiſtente in G, erit ut A C ad C G ita Sacoma in G ad pondus in E.

Hîc animadvertendum eſt diſtantiam A C, ſi ſit valdè notabilis, capacem eſſe multiplicis diviſionis, ac propterea æqualem partem H G poſſe ſubtiliùs dividi, ut non ſolùm uncias, ſed & unciæ quadrantes, aut etiam drachmas oſtendat, ſi tranſitus ex H in G ſit nota unius libræ. Verum eſt in brachio C B hujuſmodi majores partes minori brachio æquales non multas eſſe poſſe: ſed huic malo occurritur in adversâ parte jugi; converſa enim ſtatera aliam habet anſam, puta S V, quæ minùs diſtat ab extremitate A; hæc autem diſtantia ſæpiùs iterata plures exhibet partes, & factâ ſuſpenſione V S, æquipondium in extremitate B poſitum æquilibratur cum majori pondere, quàm cùm ex D C ſtatera ſuſpenditur; eſt ſcilicet major Ratio B S ad S A, quàm B C ad C A; nam ad eandem C A, majorem Rationem habet B S major, quàm B C minor, & eadem B S majorem Rationem habet ad S A minorem, quàm ad C A majorem ex 8 lib. 5. manifeſtum eſt igitur majorem eſſe Rationem B S ad S A, quàm B C ad C A. Si igitur pondera ſunt reciprocè ut brachiorum longitudines, idem æquipondium in extremitate B poſitum minorem habet Rationem ad pondus in A, quando brachia ſunt B S & S A, quàm cùm brachia ſunt B C & C A: ac propterea tunc pondus in A eſt majus.

Verùm hactenùs de ſtaterâ perinde locutus ſum, ac ſi nulla illi ineſſet gravitas; quæ tamen omninò contemnenda non eſt, quantumvis minuta ſit ipſa ſtatera atque exilis, hac enim minorum ponderum gravitatem ſcrupuloſiùs exploramus: ideò autem gravitatem à materiâ mente præcidere ſatius duxi, ut

ſtatim appareat vis momentorum, quæ pro variâ diſtantiâ obtinet æquipondium; prout ad majorem, aut ad minorem motum comparatè cum motu ponderis in A, eſt diſpoſitum. Cæterùm pondus in A, quod æquilibrium facit cum ſacomate F, majus eſt quàm pro Ratione diſtantiarum reciprocè ſumptâ; quia videlicet ipſius brachij longioris gravitas ſua habet momenta majora momentis brachij brevioris, ac propterea præter pondus, quod Sacomati reſpondet, addendum eſt etiam pondus, quod reſpondeat exceſſui momentorum brachij majoris ſuprà momenta brachij minoris. Cùm itaque ex dictis cap.2. hujus lib. momenta brachiorum ſingulorum perinde ſe habeant, atque ſi ſemiſſis gravitatis ſingulorum eſſet in extremitatibus, poſito jugo æquabilis craſſitiei, ſi nota ſit totius jugi gravitas, & brachiorum Ratio, ſingulorum quoque gravitas innoteſcit; cujus ſemiſſis per ſibi congruum terminum Rationis ductus exhibet ſingulorum momenta. Sit AB jugum lib.5. unc.10, hoc eſt omninò unc.70: Ratio AC ad CB ſit ut 2 ad 5; igitur gravitas AC eſt unc. 20, & CB unc.50: ſemiſſis AC unc.10 ductus per 2 (qui eſt terminus Rationis illi congruens) dat momentum 20: ſemiſſis CB unc. 25 ductus per 5, dat momentum 125: differentia momentorum eſt 105 dividenda per terminum Rationis congruum diſtantiæ AC, videlicet per 2: Quare ut fiat æquilibrium cum ſolâ gravitate brachij longioris, addendæ ſunt extremitati A unciæ $52\frac{1}{2}$: igitur adddito ſemiſſe gravitatis AC, intelliguntur in A unciæ $62\frac{1}{2}$; & in B unciæ 25: ſunt autem $62\frac{1}{2}$ ad 25, ut 5 ad 2, quæ eſt Ratio reciproca brachiorum. Quare ſi jugum AB æquabile ſit, ut fert hypotheſis, & in extremitate B ſit Sacoma lib.2, pondus in A (computatâ etiam gravitate catenæ & unci AE) non erit ſolùm lib.5. ut exigit Ratio longitudinis brachiorum, ſed prætereà unc.$52\frac{1}{2}$, hoc eſt omnino lib.9. unc.$4\frac{1}{2}$.

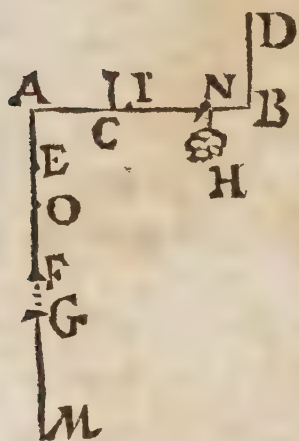
Quia verò aliquando accidit properatâ ad ſubitum uſum ſtaterâ uti, videlicet craſſiore tigillo, cujus gravitas non eſt planè contemnenda, ſed valdè notabilis; propterea hîc brevem praxim adjicere placet, quæ etiam minùs peritis uſui eſſe poſſit, ut ſtatim inveniant gravitatis quantitatem, quæ ſoli gravitati brachij longioris reſpondet. Sit tigillus AB, in quo intelligatur

tur ipsi A C brachio minori æqualis pars C H; est igitur brachiorum differentia H B. Ponamus totam jugi longitudinem esse distinctam in partes 22, quarum A C sit 4, C B 18, ac differentia H B 14. Sit verò tigilli pondus lib. 84, cujus semissem lib. 42 accipio. Tum fiat ut longitudo brachij minoris 4 ad differentiam brachiorum 14, ita semissis gravitatis jugi lib. 42 ad aliud, & provenient lib. 147 addendæ brachio minori, ut fiat æquilibrium cum solâ gravitate longioris. Sic in superiore exemplo, ubi brachia erant ut 2 ad 5, differentia 3, pondus jugi unc. 70, cujus semissis unc. 35; fiat ut 2 ad 3, ita unc. 35 ad uncias $52\frac{1}{2}$, quod est pondus ibi inventum pluribus calculis. Ex his infertur jugum æquabilis crassitiei si suspendatur ex quartâ parte suæ longitudinis, sustinere sinè æquipondio pondus additum minori brachio, cujus gravitas æqualis sit gravitati totius jugi. Si ex sextâ parte suspendatur, sustinet pondus duplex gravitatis ipsius jugi: si ex octavâ parte, sustinet pondus triplex gravitatis jugi; si ex decima parte, sustinet pondus quadruplex; si ex duodecimâ, sustinet pondus quintuplex, & sic deinceps.

Ut igitur ex ratione & certâ methodo construeretur statera exquisitè distincta in suas particulas, oporteret brachium minus cum adnexis appendiculis, catenâ, unco, seu lance, tantæ gravitatis esse, ut cum solâ longioris brachij gravitate æquilibrium constitueretur: tùm distantia inter punctum, ex quo onus suspenditur, & centrum motûs transferenda esset ex eodem centro motûs in brachium longius, quoties fieri posset, & singula intervalla in certas partes minores dividenda, vel pro libito vel (quod magis rationi congruum est) in partes proprias mensuræ, quæ adhibetur, ut si libra sit in uncias, si uncia, in drachmas. Hoc autem pendet ex gravitate sacomatis, quod eligitur: nam si libram unam pendat unà cum suo annulo æquipondium, tot erunt ponderis libræ, quot partes minori brachio æquales intercipiuntur inter spartum & ipsum æquipondium: at si bilibre sit sacoma, jam partes illæ assumptæ æquales minori brachio sunt bifariam dividendæ, ut singularum librarum notæ in jugo habeantur. Quod si constructâ jam hoc modo staterâ, & majoribus partibus distinctis in particulas ex libito assumptas, velis apponere æquipondium majus, quàm

fortè ab artifice deſtinaretur, licebit; modò memineris reciprocam eſſe diſtantiarum Rationem & ponderum, quæ in æquilibrio ſunt.

At ſi contigerit ea omnia, quæ breviori brachio adhærent, non conſtituere æquilibrium cum brachio longiore ſeorſim ſumpto abſque ſacomate, vel quia graviora ſunt, vel quia minùs gravia; ſatis apparet æquipondium in diſtantiâ à ſparto duplâ brachij minoris non habere duplum momentum, ſed inveniendum eſſe aliud punctum, à quo diſtantiæ menſura deſumatur.

Sit ſtatera A C B, quæ in C ſuſpendatur: gravitas brachiorum ita ſe habet, ac ſi illius ſemiſſis in ſua cujuſque brachij extremitate poneretur. Hujuſmodi ſemiſſes gravitatum repræſententur à lineis B D & A E, quæ ſunt utique invicem in Ratione brachiorum (quoniam jugum æquabile & uniforme ponitur) & ut A C ad C B, ita A E ad B D. Sed ut fiat æquilibrium debet eſſe viciſſim ut A C ad C B, ita B D gravitas in B ad A F gravitatem in A: Eſt igitur A E ad A F in duplicatâ Ratione brachiorum A C ad C B, hoc eſt ut Quadratum A C ad Quadratum C B: Ergo etiam dividendo, per 17. lib.5. ut Quadratum C B minus Quadrato A C ad Quadratum A C, ita A F minùs A E ad A E; hoc eſt ut, differentia Quadratorum utriuſque brachij ad Quadratum brachij minoris, ita F E pondus addendum, ad A E ſemiſſem gravitatis brachij minoris, ut fiat æquilibrium cum ſemiſſe gravitatis, & momento brachij C B longioris. Id ſi factum fuerit, aſſumantur in C B, incipiendo à puncto C, partes æquales ipſi C A, & tunc ad mercem additam in F habebit gravitas ſacomatis H eam Rationem, quam habuerit A C ad diſtantiam ejuſdem ſacomatis à puncto C, ut ſuperiùs dicebatur.

Verùm ſi præter A E gravitatem reſpondentem minori brachio A C, pendere intelligatur ex A non ſolùm gravitas E F, quæ ſufficiat ad æquilibrium cum longiore brachio C B, ſed præterea ſit etiam gravitas F G, ita ut tota gravitas addita ſit

E G;

E G; tunc aſſumpto æquipondio H notæ gravitatis, debet fieri ut pondus H ad pondus F G exceſſum ſuprà id, quod requiritur ad æquilibrium, ita diſtantia A C ad aliud ex. gr. C I: & ex I initium ſumere debet diviſio transferendo in longius brachium, & iterando diſtantiam C A ita, ut A C æqualis ſit ipſi I N: ſi enim in G addatur tantum mercis, cujus gravitas G M ſit ad æquipondium H, ut I N ad A C, fiet in N æquilibrium. Quia ſcilicet ut F G gravitas ad gravitatem H, ita I C diſtantia ad diſtantiam C A ex conſtructione; & ut gravitas H ad gravitatem G M, ita C A diſtantia ad diſtantiam I N; erit ex æqualitate per 22. lib. 5. ut gravitas F G ad gravitatem G M, ita diſtantia C I ad diſtantiam I N; Ergo componendo, per 18. lib. 5. ut F M ad G M, ita C N ad I N; ſed ut G M ad H, ita I N ad C A ex hypotheſi; igitur ex æqualitate ut F M gravitas ad gravitatem H, ita C N diſtantia ad diſtantiam C A. Cùm itaque pondera addita ultrà æquilibrium, quod additâ gravitate E F fit in C puncto ſuſpenſionis, ſint in Ratione reciprocâ diſtantiarum à ſparto C, neceſſariò ſequitur æquilibrium in N. Idem dicendum de cæteris deinceps punctis iterando diſtantiam I N, prout brachij longitudo ferre poteſt, nam duplicatâ diſtantiâ I N, poterit in G addi gravitas dupla gravitatis æquipondij H.

Quod ſi demùm partes minori brachio C A adjacentes non eſſent tantæ gravitatis, ut fieret cum longiore brachio C B æquilibrium, quemadmodum ſi eſſent ut O E ad E A ſemiſſem gravitatis brachij minoris; primò obſerva, quantum deſit gravitatis, ut fiat æquilibrium, ſcilicet ſit quantitas O F, quæ ponatur minor gravitate æquipondij H: intelligatur itaque gravitas æqualis gravitati æquipondij H, & ſit exceſſus F G. Quare ſicuti paulò antè dicebatur, fiat ut pondus H ad gravitatem F G, ita A C ad C I, & erit I punctum à quo incipienda eſt diviſio jugi, ita tamen ut facto æquilibrio in I intelligatur addita merx æqualis gravitatis cum æquipondio H, & erit ex. gr. prima libra. At verò ſi O E tam modica gravitas eſſet, ut etiam addita gravitas æqualis gravitati ſacomatis H, nondum adæquaret gravitatem E F, addatur duplex, triplex, quadruplex gravitas ſacomatis H ita, ut demum excedat gravitatem E F neceſſariam ad æquilibrium cum ſolo brachio longiore; tùm fiat

ſicuti

ſicuti priùs, ut pondus H ad exceſſum illum, ſcilicet ad F G, ita A C ad C I, & eſt I punctum quæſitum, ex quo incipit diviſio, & in quo ſi fiat æquilibrium mercis cum ſacomate, indicat mercis gravitatem eſſe duplam, triplam, quadruplam gravitatis ſacomatis H, prout hanc duplicare oportuit, aut triplicare.

Sed quas habemus communes ſtateras ab hâc ſedulitate procul remotas eſſe omnibus conſtabit, ſi obſervaverint amplitudines priorum diviſionum non omninò reſpondere brachij minoris longitudini, hoc eſt, intervallo, quo pondus diſtat à ſparto; neque id ſolùm, quia artifices tantam adhibere diligentiam recuſant pro tenui mercede; verùm etiam ne adeò graves exiſtant majores ſtateræ, ſi minori brachio tanta eſſet addita gravitas, quæ longioris brachij momenta æquaret. Propterea jugum conſtruunt, uncum ſeu lancem cum ſuis catenulis adnectunt, ex anſâ ſuſpendunt, ſacoma non certi ponderis ſed ex arbitrio eligunt, quod tamen additæ lanci, aut unco aliquatenus reſpondeat juxta minoris brachij longitudinem; nam ſi hoc valde breve ſit, augent lancis pondus, & minuunt æquipondium; & ex adverſo, ſi illud longiuſculum ſit, minuunt lancem, augent ſacoma; quia nimirum in illâ brevitate brachij minoris majora ſunt momenta brachij longioris, & minus æquipondium plus habet momenti; contrà verò auctâ minoris brachij longitudine decreſcunt momenta tùm longioris brachij tùm æquipondij.

His paratis ſtatuunt in lance legitimum aliquod pondus juxtà denominationem menſuræ, quam aſſumunt tribuendam ſtateræ, puta libram (idem dic de majoribus ponderibus in averſâ ſtateræ parte inſcribendis, ut lib. 25 aut 100 juxtà regionis morem) deinde tantiſper ſacoma adducunt vel reducunt, dum fiat exquiſitè æquilibrium; & punctum adnotant, in quo ſacoma quieſcit. Tùm aliam adhuc libram, aut, primâ ſublatâ, bilibre pondus, lanci imponunt, & ſacoma retrahunt, ut magis à motûs centro diſtet; iterumque facto æquilibrio punctum notant. Demum intervallum inter hæc duo notata puncta in jugo iterant, quoties poſſunt; & ut uncias habeant, ſingula intervalla in duodecim æquales particulas diſtinguunt, quæ in minuſculis ſtateris adhuc minores diviſiones recipiunt.

Quod ſi adhuc pondera infrà libram unam, hoc eſt infra uncias

cias 12, hac ſtaterâ examinare libeat, inter punctum primò notatum atque ſpartum minuſculas illas diviſiones transferunt, incipiendo ab illo puncto.

Quid autem hîc meminerim puncta hujuſmodi omnia in jugi acie, ſeu angulo ſolido ſuperiore notari, majores autem diviſiones certis lineis ad latus ductis ſignificari? hæc enim vulgaria ſunt. Illud potius notandum eſt, quod in unâ eâdemque ſtaterâ trium regionum ſtateras habere poſſumus: quia enim ſtateræ ſcapus communiter quadrangularis eſt, & in ſuperiore angulo libras hujus regionis inſculpſit artifex, in duobus angulis hinc, & hinc libras duabus regionibus, cum quibus commercia miſcentur, peculiares inſcribere licebit (nam pondera ſimili nomine in pluribus regionibus donata, non eſſe inter ſe æqualia docemur experientiâ, quæ libras Pariſienſem, Romanam, Venetam inæquales eſſe oſtendit) & æquipondij annulus unâ eâdemque operâ in tribus angulis diverſarum regionum pondus ejuſdem mercis indicabit.

Hîc verò curioſiùs inquirenti, præſtantiorne dicenda ſit ſtatera? an libra? vix poterit quiſquam abſolutè reſpondere: nam minoribus ponderibus, ut gemmis, aureis monetis, & ſimilibus examinandis parùm opportuna eſt ſtatera; at ingentibus oneribus hæc aptiſſima eſt, libra autem incommoda. Compendium habet ſtatera unico ſacomate contenta; pluribus ponderibus eget libra. Viciſſim in librâ ſecuriùs artifices laborem impendunt, quia faciliùs æqualitatem aſſequuntur brachiorum, quàm proportionem juſto æquilibrio neceſſariam; & in librâ quidem ſi æqualitatem perfectam ſemel ſtatuant, nil eſt quærendum ampliùs; ſed in ſtaterâ ſingula diviſionum puncta ſuam habent Rationem, ſuamque expoſcunt diligentiam; in pluribus verò aliquando peccare proclivius eſt, quàm in uno. Quòd ſi libræ perfecta æqualitas deſit, ſaltem lancium & ponderum commutatione, ut ſuperiùs monuimus, deprehenditur error; at ſi falſa ſit ſtatera, non aliter innoteſcet, quàm ſi pondus idem iterùm librâ examinemus, ut appareat, an ſibi conſtet eadem gravitas: quis enim aliter iniqui venditoris impoſturàm retegat, qui, ut major appareat mercis gravitas, ex æquipondio, aut ex capite longioris brachij, quaſi nitidiùs illa expoliens, notabilem aliquam gravitatis particulam limâ abraſit? cum ta-

men à minore brachio expoliendo manum abſtinuerit; quippe qui ſatis norat id fieri non poſſe citrà ipſius venditoris damnum: conſtitutâ ſiquidem ſtaterâ, nihil ex hac aut ex illâ parte demendum, nihil addendum, ne mutetur Ratio, quæ intercedit inter ipſorum brachiorum momenta, aut ne æquipondium diminutis momentis magis removendum ſit à ſparto, quàm pro gravitate mercis. Siverò hoc acciderit, occultum manet ſtateræ vitium, nec ipſa ſe prodit.

Et quoniam de ſtateræ vitio ſermo incidit, cavendum venditori eſt, ne illâ utatur, ſi facta fuerit curva; cùm enim recta fuerit ab artifice ſuas in partes ritè diſtincta, & quidem juxta Rationem brachiorum, curva non eandem ſervat Rationem, ut oſtenſum eſt hîc cap. 5. & venditoris damno plus mercis addendum eſſet lanci, ut haberetur æquilibrium; ut ex ibi dictis conſtat.

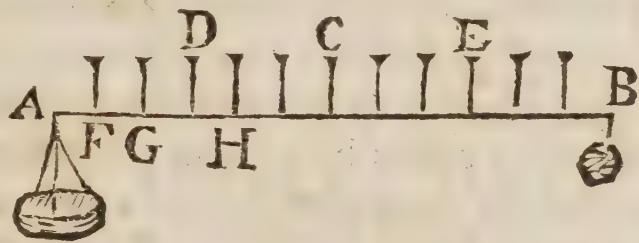
CAPUT IX.

Antiquorum Statera examinatur.

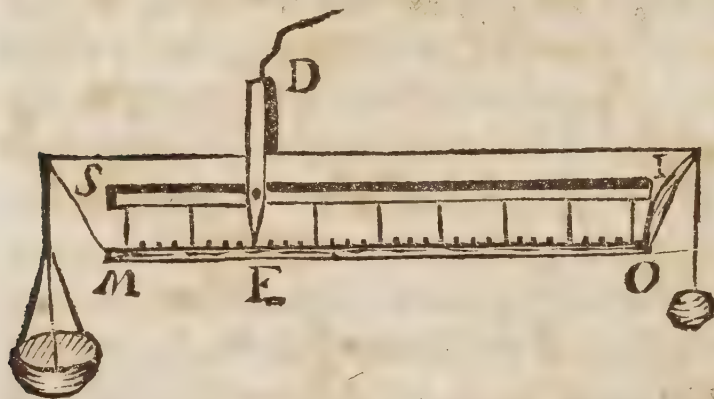
DUbitatur à non paucis, utrùm noſtræ, quâ nunc utimur, ſtateræ ſimilis eſſet Antiquorum, ſaltem Græcorum, ſtatera. Dubitationi locum fecit Ariſtoteles in quæſt. 20. Mechan. quærens, *Cur ſtatera, quâ carnes ponderantur, pauco appendiculo magna ponderat onera?* quæſtioni autem ſatisfaciens plurium ſpartorum mentionem fecit. *Quemadmodum autem ſi una libra multæ ſint libræ; ſic talia inſunt ſparta multa in ejuſmodi librâ; quorum uniuſcujuſque quod intrinſecùs eſt ad appendiculum, ſtateræ eſt dimidium.* & poſt pauca. *Hujuſmodi autem exiſtens multæ ſunt libræ, totque, quot fuerint ſparta. Semper autem quod lanci propinquius eſt ſpartum appenſoque oneri, majus trahit pondus.*

Plura hæc ſparta, quorum Ariſtoteles meminit, Blancano in locis Mathem. Ariſt. occaſionem præbuerunt ſtateram quandam comminiſcendi, quaſi illa fuerit Antiquorum ſtatera: cujus ſententiam probare non potui, cum Mechanicam doctrinam

nam anno labentis ſæculi 54 in Collegio Romano explicans, publici juris facerem hæc eadem, quæ nunc poſt annos viginti ſcribo. Quoniam verò quæ tunc Blancano oppoſui, video placuiſſe Authori Magiæ Naturalis P. Gaſpari Schoto tunc ibi degenti (eaque cum aliis quibuſdam in ſuam Magiam ſtaticam tranſtulit, me identidem ſuprà meritum, pro ſuâ humanitate, laudato) hîc iterum proferre non gravabor, ut meliùs ſtateræ natura innoteſcat.

Statuit itaque Blancanus ſtateram illam fuiſſe haſtam oblongam A B in certas partes diſtributam inter ſe æquales, puta 12, ex quibus exirent trutinæ diverſæ, ut modò ex hâc, modò ex illâ ſuſpenderetur ſtatera, prout carnis vendendæ quantitas poſtulabat, ſingulisque trutinis inſculptam fuiſſe notã ponderis mercis. In extremitate A pẽdebat lanx capax mercis, in oppoſitâ extremitate B æquipondium, *quod* ut ille ait, *debet habere tantum pondus, quantum eſt in lance nudâ, ut ſic tota ſtatera ſit per ſe ſolam æquilibralis; & præterea debet habere pondus ſtatum ac legitimum, ex. gr. unius libræ, aut duarum, aut trium, prout magis trutinandæ merci idoneum erit, & hoc erit proprium æquipondij pondus. Ponamus æquipondium eſſe librarum* 12. *Dico quod trutina C dabit in lance pondus mercis* 12 *lib. ſi ex eâ fiat æquilibrium; eſt enim ut A C ad C B, ita permutatim æquipondium* 12 *ad mercem; ſed A C ipſi C B eſt æqualis; ergo etiam æquipondium* 12 *erit merci æquale, hoc eſt utrinque erit* 12 *lib. Similiter ſi fieret æquilibrium ex trutinâ D, eſſet ut A D* 3 *ad D B* 9, *ita* 12 *ad* 36. *Tandem trutinâ E æquilibrante, eſſet ut A E* 9 *ad E B* 3, *ita* 12 *ad* 4. *Si igitur trutina C notetur* 12 *numero, trutina D numero* 36, *trutina E numero* 4, *& idem de cæteris, ſtatim facile erit quodlibet pondus per hujuſmodi ſtateram exhibere. Unde videas contrario ab illis modo in noſtris ſtateris æquipondium totam haſtam percurrere, in illis verò manente æquipondio trutinam quodammodo per haſtam moveri.* Hæc ille.

Plures haſce trutinas ſic expoſitas, quaſi ſolidas anſas haſtæ infixas, quæ pro opportunitate apprehenderentur, nunquam

potui in animum inducere, ut mihi persuaderem fuisse antiquis in usu; cùm enim non possent summis digitis suspendi ob nimiam mercis gravitatem, puta lib. 36 (& multò plurium, si ex F statera penderet) manu fuissent validè apprehendendæ; quis autem non videt, quibus dolis obnoxia fuisset statera ex levissimâ manûs inclinatione æquilibrium mentiente? Neque plicatiles fuisse hujusmodi trutinas, videlicet funiculos foraminibus insitos in divisionum locis, existimo, quia vel nimis frequentes esse debuissent, vel, nisi æquipondium fuisset levissimum, non potuissent, citrà venditoris, aut emptorum incommodum non leve, exhibere quæsitum pondus. Si enim (ut insistam ratiocinantis Blancani vestigiis) in D exhibentur libræ 36 mercis, in G exhiberentur libræ 60, quia ut AG 2 ad GB 10, ita æquipondium 12 ad mercem 60: quâ igitur ratione innotescere poterat pondus mercis, si deprehendebatur esse majus quidem libris 36, sed minus libris 60? Et si æquilibrium fuisset inter F & G, pondus fuisset majus libris 60, minus libris 132: quàm latè igitur patuisset campus erroribus in tantâ ponderum differentiâ?

Quare si hoc stateræ genere utendum esset, in quâ manente æquipondio spartum percurreret jugi longitudinem, inserenda potius esset hasta annulo solidè firmato, intrà quem hasta ipsa ultrò citróque promoveretur, donec haberetur æquilibrium; eâ enim ratione in minutiores particulas posset hasta distingui; & plurima essent sparta, seu centra motûs. Aut etiam jugum parari posset crassioris laminæ in speciem, cujusmodi esset MO, per cujus longitudinem ductâ incisurâ seu crenâ SI excurrere posset axis exquisitè cylindricus infixus ansæ DE cujus ansæ extremitas in apicem E desinens indicaret particulas in lineâ MO notatas. Verùm quia adversùs hasce stateras faciunt pleræque rationes mox contrà Blancani stateram afferendæ, propterea illas ut parùm aptas rejicio.

Et

Et primùm quidem difficile videatur, quâ ratione fieri posset, ut in C puncto medio indicetur mercis pondus lib. 12, si ex illo statera ipsa est per se solam æquilibralis, ut Blancanus loquitur, positâ lance æqualis gravitatis cum æquipondio: Assumenda fuisset trutina quarta H, quia ut A H 4 ad H B 8, ita 12 ad 24, & subductâ gravitate lancis 12, reliquæ fuissent lib. 12 mercis. Hinc patet neque in D indicari pondus mercis lib. 36; hoc enim est pondus mercis & lancis simul sumptarum; quare merx solum esset lib. 24; & ut haberentur mercis lib. 36, oporteret spartum accipere, quod hastam divideret in partes, quarum proxima lanci esset 1, reliqua 4, quia ut 1 ad 4, ita 12 ad 48, & demptâ lancis gravitate lib. 12 remanerent mercis lib. 36. Sed illud à veritate longissimè abest, quod à Blancano additur, ex trutinâ E indicari mercem lib. 4. Immò addo nullum potuisse ibi fieri æquilibrium, & maximam partem illarum trutinarum futuram fuisse prorsus inutilem; nam si lanx A æquè gravis est ac æquipondium B, lanx cum merce gravior est æquipondio; igitur lanx cum merce in distantiâ majore, quàm sit æquipondij distantia majora habet momenta quàm æquipondium, cum quo nunquam poterit æquilibrium constituere. Quare omnes trutinæ inter B & C, & ipsa trutina C inutiles sunt, si lanx æqualis gravitatis sit cum æquipondio B: propterea lancem multò leviorem esse oporteret, ut cum impositâ merce posset habere ad æquipondium Rationem reciprocam distantiarum à sparto. Sed si lanx levior sit æquipondio, ut inter C & B haberi possit æquilibrium; jam non omnes quidem; sed aliquæ tantum trutinæ inter B & C inutiles evadent; ubi enim hasta dividitur reciprocè in Ratione gravitatũ lancis, & æquipondij, ibi esset statera per se solam æquilibralis, juxtà Blancani ratiocinium: igitur nulla trutina inter illud punctum, & B esset utilis; quia diminutâ æquipondij à sparto distantiâ, ejus momenta decrescunt, & auctâ lancis ab eodem sparto distantiâ, ipsius lancis momenta augentur; igitur multò magis augentur facto ponderis in lance additamento; ac proinde fieri non poterit æquilibrium.

Verùm fortasse Author ille, cùm stateram dixit per se solam æquilibralem ex lancis, & æquipondij gravitatibus æqualibus, hoc tantùmmodo voluit (& ex ejusdem verbis inferendum vi-

detur) ut æquipondium ultrà libras 12 sibi peculiares, tantam præterea haberet gravitatem, quæ si solitariè assumeretur, posset cum lance vacuâ æquilibrium facere in C: quo pacto lanx non esset lib. 12; sed levior. Per hæc tamen non omne incommodum sublatum esset, neque Blancani dicta consisterent; quia sit lanx unius libræ, & item æquipondium ultrà libras 12 habeat libram unam; in C quidem esset æquilibrium cum merce lib. 12; quia merx cum lance; item æquipondium totum sunt lib. 13. At facto æquilibrio in D, distantiæ essent ut 3 ad 9, igitur æquipondium ad mercem cum lance ut 13 ad 39; & subductâ lancis gravitate lib. 1, esset merx lib. 38, non verò 36. Sic in E facto æquilibrio, distantiæ essent ut 9 ad 3, igitur æquipondium ad mercem cum lance ut 13 ad $4 \frac{1}{3}$, & lancis gravitate lib. 1. demptâ, esset merx lib. $3 \frac{1}{3}$ non autem lib. 4. Et in ultima trutinâ prope B esset ut 11 ad 1, ita 13 ad $1 \frac{2}{11}$, & lance sublatâ lib. 1, esset merx lib. $\frac{2}{11}$, cum juxta Blancani ratiocinium deberet esse solum lib. $\frac{1}{11}$.

Deinde jugi brachia sua habent gravitatis momenta, quæ pro variâ longitudine inæqualitatem subirent; & hæc in hujusmodi staterâ modò majora, modò minora essent, aliquando addenda lanci, aliquando æquipondio. Nam si spartum sit in D, abscindens quartam jugi partem, sola brachij DB gravitas sustinet in A pondus æquale gravitati totius jugi; ac proinde facto in D æquilibrio, pondus totum additum in A est non solùm triplum æquipondij, ut fert reciproca distantiarum Ratio; sed est præterea æquale gravitati jugi. At si spartum in F abscindat jugi partem duodecimam, non solùm pondus unâ cum lance est æquipondij undecuplum, sed etiam quintuplum gravitatis jugi: & sic de cæteris. Contra verò si quando æquilibrium fieret inter C & B, ex æquipondio demenda esset gravitas respondens momento brachij oppositi; tum ex residuo colligeretur gravitas lancis cum merce, & subductâ demùm lance, gravitas mercis innotesceret. Sic in E facto æquilibrio, quia EB est quarta pars jugi, ex æquipondio B lib. 12 auferenda est gravitas jugi ex. gr. lib. 4, remanent lib. 8: igitur ut AE 3 ad EB 1, ita lib. 8 ad lib. $2 \frac{2}{3}$: si demas pondus lancis, quæ utique valde levis esse debet, vide quanta gravitas sit demùm tribuenda merci. At si lanx adeò

adeò levis ſit, manifeſtum eſt, quantò plus mercis apponendum ſit, quando ſpartum à medio ſecedit verſus lancem A.

Quare patet genus hoc ſtateræ, ut pote parùm utile, rejiciendum, nec potuiſſe Antiquis uſitatum eſſe, quin facilè deprehenderetur erroribus non levibus obnoxium; cum præſertim oblongam fuiſſe haſtam (non utique leviſſimam) comminiſcatur Blancanus, & qui eum ducem ſequuti ſunt. Non negârim quidem poſſe à perito mathematico ita iniri rationes, ut certis mercium ponderibus ſua puncta in jugo inſciberentur, in quibus æquilibrium fieret cum æquipondio manente in extremitate jugi: ſed hunc laborem ſubiiſſe antiquos Mathematicos, ut ſtateras carnem in macello vendentibus pararent, ſuaderi non poteſt; artificibus autem tantum fuiſſe induſtriæ, omnem fidem ſuperat. Ex his mihi certiſſimum videtur aliam prorsùs adhibendam eſſe Ariſtotelicis verbis interpretationem: Nam ponamus ſtateram illam, de quâ Ariſtoteles loquitur, planè ſimilem fuiſſe noſtræ ſtateræ, quis neget unam libram brachiorum inæqualium eſſe multas libras, hoc ipſo quod æquipondium in multis diſtantiis ab eodem puncto varias brachiorum Rationes conſtituit? ſunt autem plura ſparta, quia punctum idem diſterminans brachia varias Rationes habentia æquivalet multis, & quàm multas Rationes brachiorum definire poteſt, tàm multas conſtituit libras. Demùm quamvis lancis à ſparto eadem materialiter ſit diſtantia, non eſt tamen eadem formaliter, neque enim ſolitariè accipienda eſt, ſed comparatè cum diſtantiâ æquipondij à ſparto; ac propterea cum major æquipondij diſtantia ad eandem lancis & oneris diſtantiam majorem habeat Rationem, poteſt etiam dici tunc ſpartum eſſe lanci & oneri propinquius; nam ſi in unâ æquipondij diſtantiâ brachia ſint, ut 2 ad 5, & remoto æquipondio Ratio diſtantiarum ſit ut 2 ad 6, patet comparatè ad æquipondij diſtantiam, eſſe minorem priore poſteriorem hanc lancis à ſparto diſtantiam. Cùm itaque nulla hîc intercedat violenta interpretatio, nil prohibet exiſtimare Ariſtotelem de ſtaterâ noſtris non diſſimili locutum fuiſſe.

CAPUT

CAPUT X.

Libræ & ſtateræ uſus extenditur.

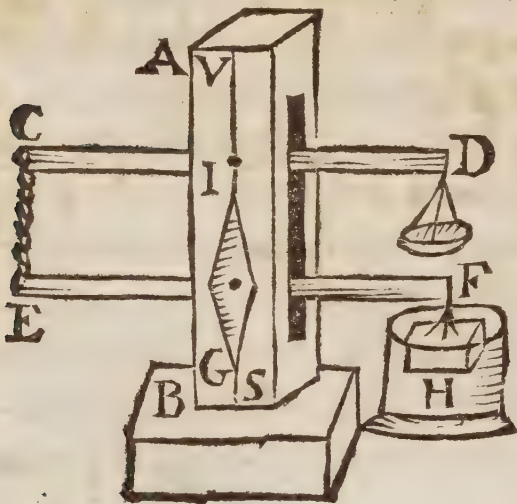
QUæ ſemel aliquem in finem excogitata ſunt, non ea ſunt, ut illis tantùm terminis coërceantur, ſed ad plura extendi poſſunt; & fundamentis poſitis alia ſuperſtrui licet, modò non deſit artificis induſtria atque ſolertia. Quos in uſus libra & ſtatera à vulgo deſtinentur, omnes nôrunt; ſed ad quos alios traduci poſſint, iis manifeſtum eſt, qui illarum naturam diligentiùs ſcrutati ſunt. Qua propter ut aliquâ ratione induſtriis artificibus præeam, qui ſimilia, & multò meliora comminiſci poterunt, pauca quædam hoc capite innuam, quibus libræ & ſtateræ uſus extenditur.

Diſtinctionis autem atque claritatis gratiâ, in plures propoſitiones caput hoc tribuere commodum accidet.

PROPOSITIO I.

Libram conſtruere, quâ innatantium ſolidorum in humido ſpecificam levitatem, & ipſorum humidorum ſpecificam gravitatem inveſtigare poſſumus.

ERigatur tigillus A B fulcro ritè inſtructus in B, ut firmiter conſtitui poſſit horizonti perpendicularis: tranſverſa juga duo C D, & E F bifariam æqualiter diviſa, & circà ſuos axes verſatilia inſerantur tigillo, prout opportunius fuerit, ita tamen, ut in eâdem perpendiculari lineâ V S ſint axes, & inferiori jugo addatur exteriùs axis capiti inſertus index G I, qui ubi convenerit cum perpendiculari lineâ V S in facie tigilli deſcriptâ,

A V C D I F E G S B H

tâ, æquilibrium horizontale jugorum C D & E F indicet. Tum extremitates C & E vel ſolido, vel plicatili vinculo C E connectantur, & in D quidem addatur lanx; in C verò momentum plumbi, ut æquilibrium ſuâ gravitate conſtituant. Poſtquam in F adnexus fuerit ſtylus in triplicem cuſpidem deſinens, ut faciliùs deprimatur corpus ſolidum H infrà humorem, in quo levitat, addatur pariter in E aliquid plumbi, ut jugum E F in æquilibrio maneat; niſi fortè tanta ſit ipſius vinculi C E gravitas, ut plumbum addere non ſit opus. Demùm habeatur vas humore implendum, quod ſubjici poſſit extremitati F, unà cum ſolido H innatante.

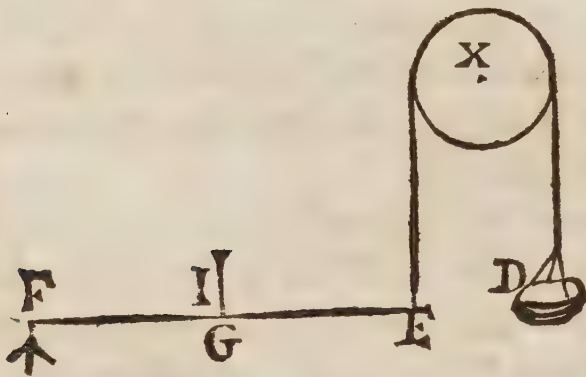
Primò quæritur levitas ſolidi H in aquâ. Expendatur ſolidum H exactè in aëre librâ communi & conſuetâ; ejuſque pondus adnotetur: deinde imponatur vaſi aquæ pleno, ita ut ſolidum totum immergatur; id quod tunc ſolùm fiet, cùm lanci in D fuerit impoſitum pondus congruum, nam deſcendente D, aſcendit C, & ſecum trahit E ſurſum, ac proinde F deprimit ſolidum H infrà aquam. Ubi lingula G I indicaverit æquilibrium ſolido H aquæ prorſus immerſo, obſerva pondus lanci D impoſitum: hoc adde ponderi priùs invento ejuſdem ſolidi H in aëre; & pronunciabis, ut hæc ſumma ponderum ad pondus ſolidi in aëre, ita eſſe gravitatem ſpecificam aquæ ad gravitatem ſpecificam propoſiti ſolidi. Fuerit pondus in aëre unc. 20; additæ ſint in lance D unciæ 5; igitur ut 25 ad 20, hoc eſt ut 5 ad 4, ita gravitas ſpecifica aquæ ad gravitatem ſpecificam ſolidi.

Veritas oſtenditur ex iis, quæ in Hydroſtaticis certa ſunt. Si enim ponamus aquæ gravitatem ad ſolidi H gravitatem ſecundùm ſpeciem eſſe ut 5 ad 4, emergit ex aquâ pars quinta ſolidi gravitans ut 4; reliquæ quatuor infrà aquam levitant ſingulæ ut 1, quæ eſt differentia ſpecificarum gravitatum: igitur pars quinta ſolidi extans eſt unc. 4, quia totum in aëre eſt unc. 20; & pars immerſa levitat tanto niſu, ut æqualis ſit contrario conatui unc. 4. Igitur ſi quinque partes demergantur, reſiſtent unciis quinque, quæ ſolido ſuperimponerentur; idem autem eſt, ſi unciæ quinque imponantur lanci D; eandem enim deprimendi vim habent. Si igitur ſolidum grave in aëre ut 20, levitat in aquâ ut 5, aquæ moles æqualis

eſt 25, atque adeò aqua ad ſolidum eſt ut 25 ad 20 ſecundùm gravitatis ſpeciem.

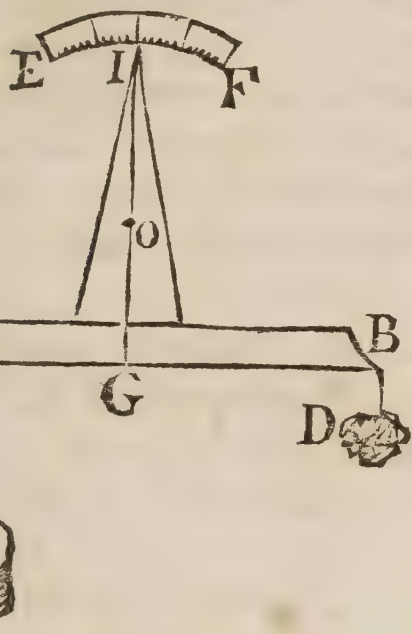
Secundò comparandi ſint humores, uter gravior ſit. Idem ſolidum H notæ gravitatis in aëre unc. 20, quod priori aquæ immerſum requirebat in lance D uncias 5, immergatur eodem modo alteri aquæ, ita, ut in lance ſint unc. 4. drachmæ 5: igitur ſolidi gravitati in aëre unc. 20. addantur unc. 4. drach. 5. & erit aquæ ſecundùm molem æqualis ſpecifica gravitas unc. $24\frac{5}{8}$; hæc ergo poſterior aqua ad priorem aquam eſt ut 197 ad 200.

Tertiò. Notâ ſolidi ſecundùm ſpeciem gravitate comparatâ cum gravitate ſpecificâ humoris, cognoſcere poſſumus alterius molis ejuſdem ſpeciei gravitatem in aëre. Sit cognita Ratio gravitatum ſecundùm ſpeciem ut 4 ad 5. Requiratur in lance D pondus unc. 8, ut infrà aquam deprimatur ſolidum. Fiat ut differentia ſpecificarum gravitatum 1, ad ſpecificam gravitatem ſolidi 4, ita unciæ 8, ad unc. 32: Eſt ergo ſolidum in aëre unciarum 32, & aquæ moles æqualis unc. 40.

Placeat fortaſſe alicui rem hanc aliter perficere. Libræ jugum EF ita firmetur in G, ut alteri extremitati E adnexus funiculus aſcendat orbiculo X circumvolutus, & appoſitâ lance D, atque in F ſtylo tricuſpide, omnia ſint æquilibrata, addito, ſi opus fuerit, in F plumbi momento: Pondus etiam lanci impoſitum surſum trahens E deprimit F, & pariter ſolidum ſubjecto humori innatans à ſtylo deprimitur, & immergitur.

PROPOSI

Propositio II.

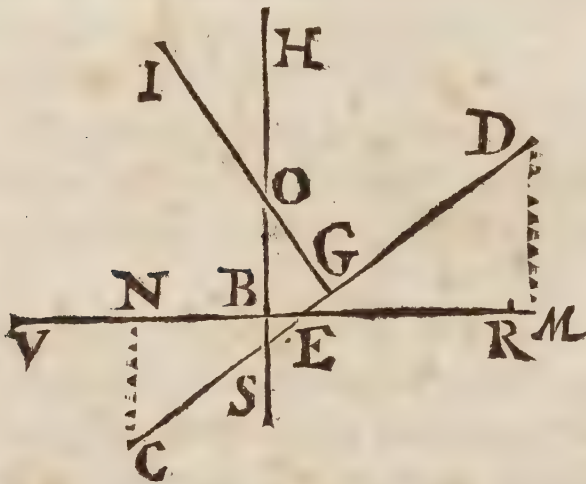
Horologium arenarium ex librâ construere, quod horæ minuta indicet.

JUgum libræ æqualium brachiorum A B paretur, ſpartum O in ſuperiore loco habens: huic enim tantummodo libræ ſpeciei convenire poteſt æquilibrium obliquum. Lingulam O I habeat longiuſculam, quæ indicis munere fungi poſſit, & quam leviſſima ſit. Tum aſſumpta lanx, quæ figuram conicam æmuletur, in imâ parte, quâ apex deſinit, foramen habeat exiguum, ex quo poſſit ſenſim arena fluere; cujuſmodi ea eſt, quâ in vulgaribus horologiis arenariis utimur. Suſpendatur lanx ſeorſim à jugo, & impleatur arenâ, quæ in ſubjectum vas defluat ſpatio horæ unius: horâ elapsâ ſervetur arena, quam vas excepit, reliqua, quæ in lance, rejiciatur.

Sed quoniam ubi multum erat arenæ in lance, plus defluxit, quàm par eſt, iterum arena hæc vaſis ſubjecti in lancem infundatur, & toties experimentum repetatur rejiciendo reliquam, quoties opus fuerit, ut certi ſimus arenæ defluxum exquiſitè metiri unius horæ longitudinem.

Habitâ jam congruâ arenæ quantitas diligenter ſervetur, ne pereat aliquid illius, & novum laborem ſubire cogamur. Hujus arenæ gravitas examinetur librâ exactiſſimâ: item lancis cum ſuis appendiculis pondus inquiratur: quibus cognitis inter gravitatem ſolius lancis C vacuæ, & gravitatem lancis congruâ arenâ plenæ inveniatur terminus medio loco proportionalis, qui dabit gravitatem ponderis D ex oppoſito libræ brachio appendendi.

Demùm intervallo O I longitudinis lingulæ, quæ ſcilicet à ſparto incipit, deſcribatur vel in lamellâ, vel in craſſiore papyro ſextans circularis limbi E I F, qui diviſus in partes 60 ita aptandus eſt, ut lingula ſuo apice notata puncta percurrens medio puncto I congruat, ubi libræ jugum A B horizontale fuerit. Quare cum lingulæ apex I erit in E, declinabit lingula à perpendiculo angulo gr. 30: id quod pariter in oppoſitâ parte continget, quando lingulæ apex venerit in F.

Cum igitur jugum ſimiliter inclinari debeat, ut æquilibrium ſimiliter obliquum fiat hinc lancis C arenâ plenæ depreſſæ cum pondere D elevato, hinc ponderis D depreſſi cum lance vacuâ elevatâ; conſtat eandem eſſe oportere Rationem gravitatis lancis C arenâ plenæ ad pondus D, quæ eſt ponderis D ad gravitatem lancis vacuæ: Eſt igitur ponderis D gravitas medio loco proportionalis inter gravitates lancis vacuæ, & lancis plenæ. Sit deprehenſa gravitas lancis vacuæ pondo unc. $5\frac{5}{9}$, lancis autem cum arenâ unc. 18: igitur pondus D requiritur unc. 10.

Sed quærendum eſt, quantum diſtare oporteat ſpartum à lineâ jugi, ut fiat hujuſmodi æquilibrium obliquum gr. 30. Sit C D libra, & in C pondus unc. 18. in D unc. 10; & fiat æquilibrium ita, ut O I lingula faciat cum perpendiculo H S angulum H O I gr. 30. Ergo in S eſt centrum gravitatis, & eſt reciprocè ut pondus C ad pondus D, ita longitudo D S ad longitudinem S C: igitur quarum partium tota C D eſt 28, & C G 14, earum partium eſt G S 4. In triangulo igitur O G S rectangulo, G S eſt Sinus gr. 30, & G O eſt Sinus gr. 60; ac propterea ſi G S eſt 4, G O eſt 6. 928‴: tanta itaque debet eſſe diſtantia ſparti O à lineâ jugi.

Hîc autem obſervabis lineam jugi inclinatam, cum lineâ horizontali, quam ſecat, conſtituere angulum æqualem angulo declinationis lingulæ à perpendiculo; nam angulo lingulæ cum perpen-

perpendiculari H O I æqualis eſt ad verticem angulus S O G: & quia horizontalis V R ſecat perpendiculum H S ad angulos rectos in B, duo triangula O G S, & E B S rectangula, & communem angulum ad S habentia, ſunt æquiangula, atque adeò angulò S O G, æqualis eſt angulus S E B, cui ad verticem æqualis eſt angulus D E R, qui propterea æqualis eſt ipſi H O I.

Sed quoniam G S eſt 4, & G O eſt 6. 928‴, per 47. lib. 1. innoteſcit O S partium 7. 999‴ ex quâ aufertur O B æqualis ipſi G O (eſt enim diſtantia ſparti ab horizontali æqualis diſtantiæ ejuſdem ſparti à jugo) remanet B S partium 1. 071‴. In triangulis igitur S G O, S B E ſimilibus ut G S 4 ad S O 7. 999‴, ita B S 1. 071‴ ad S E partium 2. 142‴: remanet igitur E G partium 1. 858‴. Quare tota D E eſt partium 15. 858‴, angulus E in triangulo E M D rectangulo eſt gr. 30, ut oſtenſum eſt; igitur D M altitudo, ad quam elevatur pondus eſt partium 7. 929‴. Et ſimiliter quia E C eſt partium 12.142‴, depreſſio N C eſt partium 6. 071‴. Ex quo habetur ſubjectum vas, quod cadentem arenam excipit, hoc ſaltem intervallo depreſſum eſſe infrà lancem pendentem ex jugo horizontali poſito.

Et ut ſubjecti vaſis longitudinem invenias, quâ poſſit cadentem arenam excipere, invenienda eſt diſtantia lancis à perpendiculo H S, & cùm in ſummâ depreſſione eſt, & cùm eſt maximè elevata: Cùm depreſſa eſt, diſtat intervallo B N, cùm horizontalis eſt, diſtat intervallo B V, cùm demùm eſt elevata, diſtat intervallo æquali ipſi B M. Sunt inveſtigandæ diſtantiæ B N & B M: Et quia in triangulo E M D rectangulo angulus eſt gr. 30, & Radius E D eſt partium 15. 858‴; Sinus Complementi E M eſt partium 13. 733‴. Et in ſimili triangulo E N C, quia E C Radius eſt partium 12. 142‴, Sinus Complementi E N eſt partium 10. 515‴. Et iterum in ſimili triangulo E B S, quia E S Radius inventus eſt partium 2. 142‴, Sinus Complementi E B eſt partium 1. 855′. Itaque ex E N aufer E B, remanet B N 8. 660″, ipſi verò E M adde E B, eſt B M partium 15. 588″. Demum ex B M aufer B N, & reſiduum partium 6. 928‴ eſt longitudo, quam percurrit lanx aſcendendo, & eſt æqualis diſtantiæ ſparti à lineâ jugi; ac propterea vas

excipiendæ arenæ destinatum longitudinem habeat necesse est, quæ saltem sit quarta pars longitudinis totius jugi, quæ ex datis est partium 28.

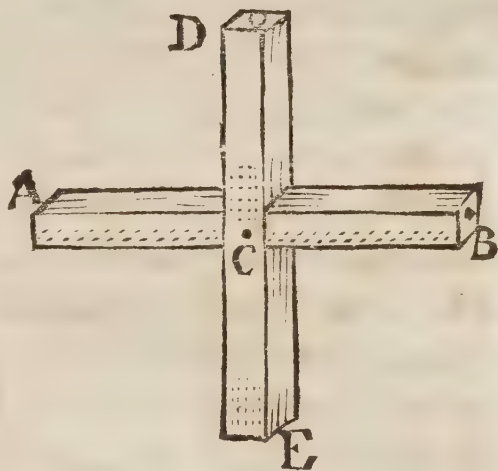
Hæc quæ hactenus dicta sunt, eo consilio attuli, ut si quis velit rem ex certâ ratione peragere, intelligat, quâ sit illi utendum methodo: Cæterùm nemini author fuerim, ut hæc omnia calculis indagare eligat, cùm possit citrà laborem citissimè assequi propositum finem. Statutis enim ponderibus, scilicet lance, arenâ, & æquipondio (quod, ut dixi, medio loco proportionale esse oportet inter vacuam lancem, & lancem eandem cum arenâ) assumatur libræ jugum quodcumque, modò sit æqualium brachiorum, & spartum in superiore loco habeat, tùm adnexis hinc lance cum arenâ, hinc æquipondio, libra consistat obliqua; & in plano Verticali libræ proximo notetur punctum, cui lingulæ apex congruit: deinde extractâ arenâ vacuam lancem relinquat, & librâ consistente notetur pariter punctum in plano, quod apici lingulæ respondet; & hæc sunt extrema puncta arcûs, qui à circumductâ lingulâ describi potest in eodem plano verticali, & dividi in quæsitas partes 60, ut horæ minuta indicentur. Quò autem propius ad jugi lineam accedet spartum, & longior fuerit lingula, major quoque erit hujusmodi arcus, & faciliùs in partes 60 dividetur. Vasis demum longitudinem ipsa libræ positio duplex & cum arenâ, & sine arenâ statim ostendet. Hîc verò ubi de arcûs divisione in partes 60 sermo est, liceat mihi dissimulare partes illas, si res subtilissimè examinetur, non esse omninò inter se æquales; sed in re Physicâ subtilitatem hanc persequi inutile est.

PROPOSITIO III.

Ex Libræ Rationibus aliquod Motûs perpetui rudimentum proponere.

HOc saxum jamdiu multi versant; sua cuique cogitata placent; quem corporibus tribuere nondum potuerunt artifices perpetuum motum, hunc sibi vendicant Philosophorum mentes inquietâ vertigine illius vestigiis insistentes; sed nimis fugacem

fugacem nunquam aſſequentes. Liceat & mihi hîc aliquid proponere quaſi rudimentum naturæ motum perpetuum efficere condiſcentis. Videtur autem omninò certum, ut motus ſemel inſtitutus ſine fine perſeveret (ſeclusâ materiæ corruptione, quæ ævo confecta tabeſcit) opus eſſe alterno quodam virium incremento atque decremento, ut idem viribus auctis prævaleat, viribus diminutis minùs reſiſtat: propterea ſimpliciſſimam machinulam, quaſi duplicem libram æqualium brachiorum ad angulos rectos compactam aliquando excogitavi, in quâ alterna hæc viciſſitudo contingere poſſe videtur.

Scapi duo A B & D E ad angulos rectos in C compingantur, & ſit in C axis, circa quem facilè verſari poſſint: quia verò oppoſita brachia ex hypotheſi æqualia ſunt, & centrum motûs planè in medio congruens centro gravitatis ponitur, in quâcumque poſitione æqualibus momentis librata quieſcunt. Sint autem ſingula brachia tubi in morem excavata ab extremitate uſque ad decuſſationis locum æqualiter, ita tamen, ut ex uno brachio in aliud brachium ſivè oppoſitum, ſivè proximum nullus pateat exitus: extremum autem tubi oſculum congruâ cochleâ poſſit exquiſitè claudi. Hæc, inquam, omnia ea ſint, quæ æquilibrium in quâcumque poſitione conſtituant: id quod improbus labor accurati artificis aſſequi ſe poſſe non deſperat.

Duplici hac librâ ſic paratâ, ſingulis brachiis certa & omninò æqualis quantitas Argenti Vivi infundatur, aut major aut minor pro ratione magnitudinis & gravitatis tuborum, ita tamen ut non ſit immodica quantitas. Occluſis diligentiſſimè tuborum oſculis, erigatur D E ad perpendiculum.

Utique hydrargyrus in ſuperiore brachio D C totus quieſcit propè C, in inferiore brachio C E totus eſt in extremitate E: in brachiis autem C A & C B horizonti parallelis ſe æqualiter librat juxtà brachiorum longitudinem; quare libra tota manet immota, cum ſint hinc & hinc æqualia momenta, tùm ratione

brachio

brachiorum æqualium, tùm ratione argenti vivi æqualis, & æqualiter ad motum diſpoſiti: illud verò quod eſt propè C, & propè E, non poteſt mutare æquilibrium, ut patet. Inclinetur extremitas B aliquantulum deorſum; illicò totus hydrargyrus brachij C B confluit ad extremitatem B, contrà verò qui eſt in brachio C A, totus confluit propè centrum C: Facta eſt igitur libra inæqualium brachiorum, & æqualia argenti vivi pondera inæqualiter diſtant à centro motûs; ac proinde juxtà naturam libræ ſpartum in ipsâ jugi lineâ habentis extremitas B deſcendit quantum poteſt. Cum autem grave quodcumque ſponte ſua deſcendens acquirat impetum non ſtatim pereuntem, ſed qui adhuc juxta priorem directionem ad eaſdem partes ferat corpus grave etiam contra naturæ propenſionem, ut in perpendiculo aſcendente eſt manifeſtum, quid prohibeat extremitatem B hydrargyro prægravatam, ex concepto impetu dum deſcendit, vel, modicum quid tranſilire perpendicularem poſitionem ultrà punctum E? Id quod ſi accidat, extremitas D, dum tota libra convertitur, inclinata infrà horizontalem A B totum hydrargyrum habet non jam in C; ſed in D, quare & illa ſimili modo deſcendit, nam hydrargyrus, qui erat in E, elevato brachio C E ſupra horizontalem A B, totus confluit prope C: neque difficilis eſt deſcenſus; quia B, ubi tranſilierit perpendiculum D E, ulteriùs ex concepto impetu ſponte aſcenderet; ſed multò magis aſcendit ex impetu impreſſo brachij deſcendentis, à quo urgetur.

Fateor equidem in primâ converſione poſt quietem, hydrargyrum E reluctari, nec juvare quicquam ad motum; quia ſcilicet, cùm debeat aſcendere ex ſolo impetu impreſſo brachij C B deſcendentis, nihil confert ad motum, niſi quatenus E initio ſui aſcensûs modicum aſcendit, B verò initio ſui deſcensûs multum deſcendit, ac propterea plus imprimi poteſt impetûs, ratione cujus, creſcente quamvis aſcenſuum menſurâ, habetur aliquid facilitatis ex prævio impulſu. Hinc eſt in primis converſionibus opus eſſe manûs adjumento, quæ ſurſum pellat infimum brachium C E: concepto autem jam impetu, nondum video, cur motus ceſſaturus ſit. Nam ſi nullâ factâ ponderum alternâ tranſlatione (quæ ſemper novum motûs principium affert) ſed ponderibus ſemper in extremitate brachiorum manentibus,

tibus, post aliquot conversiones externo impulsu factas sponte sua diu convertitur rota, aut etiam simplex scapus, non nisi ex impresso impetu tamdiu permanente, quidni perseveret in motu, si in singulis conversionibus novum impetum concipiat? Sed hæc indicasse sufficiat, ut saltem longiorem motum, si non perpetuum, quis assequi possit suo instituto atque proposito opportunum: mihi enim satis est rationes libræ hujusmodi commentatione aliquantò uberiùs explicare. Unum tamen hîc addere fuerit operæ pretium, videlicet, si non placuerit scapos A B & D E invicem ad angulum rectum compactos excavare, sed solidos retinere volueris, posse singulis brachiis æquales tubulos hydrargyri quantitate æquali impletos adalligari, ita tamen, ut similem brachij faciem contingant, ex quo fiet, ut sint ipsi tubuli alternatim dispositi, qui sibi ex adverso respondent, nimirum alter superior, alter inferior, alter ad dexteram, alter ad sinistram.

PROPOSITIO IV.

Dato unico pondere legitimo examinare bilance gravitatem multiplicem materiæ dividuæ.

RES est facilis, non tamen omittenda, ne fortè quis sibi persuadeat non nisi longissimâ operâ id perfici posse. Datum sit unicum pondus legitimum, ex. gr. uncia, & oblata sit materia dividua, quæ particulatim examinari possit, ut sal, & cætera minuta. Non sunt singulæ unciæ ponderandæ; sed primò quidem fiat cum unciâ æquilibrium salis; deinde in lancem eandem cum pondere legitimo transferatur sal; iterum cum alio sale fiat æquilibrium, & hic in lancem ponderis refundatur, totiésque simili methodo repetatur ponderatio, donec oblatæ materiæ plus quàm semissem exhauseris; & adnota, quoties operam illam repetieris; tot enim termini in Ratione duplâ incipiendo ab unitate assumpti, & in summam redacti, dabunt gravitatem salis jam examinati. Sint ex. gr. decem termini; postremus est 512, cujus duplum demptâ unitate est summa omnium; sunt igitur unciæ 1023, hoc est libræ 85 $\frac{1}{4}$. Quod re-

ſiduum eſt ſalis, iterum ſimili ratione examinetur, donec habeas plus quàm ſemiſſem illius reſidui, acceptíſque iterum tot terminis progreſſionis duplæ habebis ejus quantitatem: & ſic deinceps, donec totius propoſitæ molis pondus innoteſcat.

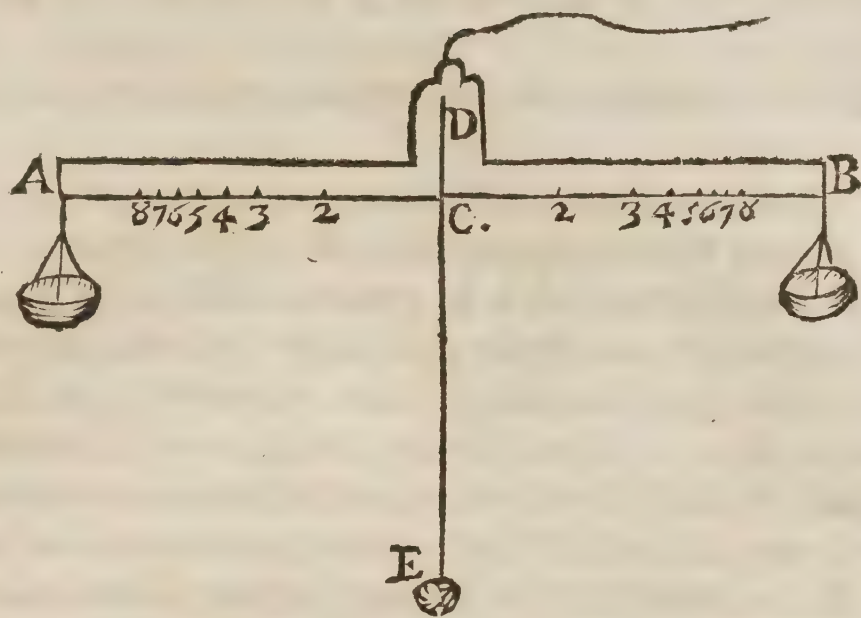
Quòd ſi certam ſalis menſuram extrahere ex totâ illa mole deſideras, ex. gr. libras tres, hoc eſt uncias 36, obſerva quot terminis progreſſionis duplæ proximè accedas ad propoſitam quantitatem, & erunt quinque termini, quorum poſtremus eſt 16, & tota ſumma 31. Quare operatio, ut ſuprà, quinquies repetenda eſt, & habentur unciæ 31: quibus ſepoſitis inquirantur unciæ 5 addendæ, nam duplici operatione ſingulas uncias accipiens in eandem lancem cum unciâ legitimâ repones, & facto demum æquilibrio reliquas tres uncias habebis, ut ſumma conficiatur 36. unc.

PROPOSITIO V.

Libram æqualium brachiorum conſtruere ad plura pondera tùm multiplicia tùm ſubmultiplicia ejuſdem æquipondij examinanda.

ILlud, in quo præſtat libræ ſtatera, eſt, quòd uno eodemque ſtateræ æquipondio plura pondera examinamus. Non diſſimile compendium invenire poſſumus in librâ æqualium brachiorum, quæ tamen ſpartum in ſuperiore loco habeat; hæc enim pro diversâ ponderum inæqualitate variam habet inclinationem, in quâ quieſcat obliquè poſita. Expedit autem ſpartum à lineâ jugi aliquanto intervallo diſtare. Sit ſcapus planus, in quo linea jugi recta AB bifariam dividatur in C; ex quo ad angulos rectos aſſurgat firmiter adnexa quaſi lingula CD, ita tamen ut in D ſtatuatur Axis anſæ inſertus, circà quem verſanda eſt libra; & ex axe pendeat perpendiculum DE, cujus longitudo tanta eſſe debet, ut non ſit minor intervallo DA aut DB. Tum ex A ſumatur totius lineæ jugi AB tertia pars

A 2,

A 2, quarta A 3, quinta A 4, ſexta A 5, & ſic deinceps, quatenu commodè fieri poterit: quæ eædem partes ex B in alterum brachium tranſferātur quàm accuratiſſimè. Demum ex A & B æquales lances pendeant, quæ æquilibrium conſtituant.

Hujus libræ uſus eſt ad multiplicia vel ſubmultiplicia pondera cum uno eodemque æquipondio comparata invenienda: Nam ubi æquipondium legitimum ſtatueris in lance B, mercem verò in lance A, ſi æqualitas intercedat, ita jugum manet, ut perpendiculum D E congruat puncto C: ſi merx major ſit æquipondio, inclinatur deorſum lanx A, & perpendiculum D E ad angulos inæquales ſecans lineam jugi congruit alicui ex punctis notatis inter C & A, ſcilicet in 2. ſi fuerit dupla, in 3 ſi tripla, & ſic de reliquis: ſi demum merx fuerit minor æquipondio, lanx B inclinabitur, & perpendiculum D E congruet alicui ex punctis inter C & B notatis, indicabitque mercem eſſe æquipondij aut ſemiſſem, aut trientem, aut quadrantem, &c. Hinc ſi volueris plures uncias, aut unciæ partem aliquotam habere, ſtatue in B legitimum unciæ pondus; ſi verò plures libras, aut libræ partem aliquotam quæſieris, ſtatue in B libram legitimam. Verùm potiſſima hujus libræ utilitas ſe prodet, ubi dati ponderis, cujus gravitas ſecundùm legitimas menſuras ignota eſt, quæritur pars aliquota, aut illius multiplex pondus. Hujus autem libræ conſtructio innititur ſuperiùs dictis, & manifeſta eſt ratio, quia ex ponderum inæqualitate centrum commune gravitatis reſpondet jugi puncto, quod congruit perpendiculo pendenti ex eodem puncto ſuſpenſionis libræ.

Propositio VI.

Staterâ examinare pondus majus, quàm ipſa communiter ferat.

CErtum eſſe pondus, quod unaquæque ſtatera ferat pro ratione ſuæ magnitudinis, & gravitatis æquipondij, omnibus manifeſtum eſt: & quidem ſi oblatum pondus dividuum ſit, explorari poteſt per partes ejus gravitas, ut tota demùm innoteſcat; ſed ſi moles quædam ſolida ſit, quæ ſe dividi non patiatur, ſtatera autem ſit impar tanto oneri, artificium aliquod adhiberi poteſt, quo gravitatem illam majorem hâc eâdem ſtaterâ inveſtigemus. Et primò quidem ponamus ſtateram ita fuiſſe conſtructam, ut lancis gravitas ſuis momentis æquet momenta brachij longioris, adeò ut, dempto æquipondio ſtateræ jugum conſiſtat in æquilibrio horizontaliter. Tunc certum eſt æquipondium ad onus eſſe reciprocè in Ratione diſtantiarum oneris, & æquipondij à centro motûs. Quare eadem ſtatera poterit quodammodò multiplex fieri, ſi nimirum æquipondium duplicetur, aut triplicetur; poterit enim duplex aut triplex pondus ſtaterâ examinari; ut, ſi proprium ſtateræ æquipondium ſit unius libræ, & brachium longius ſit brevioris brachij quindecuplex, examinari poterit pondus ut ſummum librarum quindecim; aſſumptum verò æquipondium novum bilibre habebit momentum æquale libris 30; ſi trilibre ſit novum æquipondium, momentum erit æquale libris 45; & ſic de reliquis, etiam ſi æquipondium hoc novum non eſſet ad antiquum omninò in Ratione multiplici; ſed in quâcumque alia Ratione etiam ſuper particulari, aut ſuperpartiente; ducto enim pondere novi æquipondij per numerum notatum in ſtateræ brachio, habebitur quantitas ponderis, quod poteſt examinari; ſic ſi æquipondium novum ſit ad antiquum ut unc. 20. ad unc. 12. ducto 20 per 15, fit pondus unc. 300, hoc eſt lib. 25, quibus novum æquipondium in extremitate ſtateræ poſitum æquivalet.

Verùm illud eſt incommodum, quòd hujuſmodi æquipondio majori non poſſumus exploratam habere gravitatem ponderis, ſi fortè gravitas æquipondij non ſit illius pars aliquota: nam

nam ſi novum æquipondium ſit bilibre, non indicabit numerum diſparem librarum ponderis in punctis libras denotantibus (ſed ſolummodo in punctis ſelibrarum) vel ſaltem ſingulas uncias non indicabit, quia omnes numeri in staterâ notati duplicandi eſſent: ſimiliter dicendum de æquipondio triplici, quo adhibito omnes numeri triplicandi eſſent.

Propterea, ut huic incommodo occurratur, retineatur antiquum æquipondium in jugo ſtateræ, ſed ſimul novum æquipondium in jugi extremitate apponatur duplum, vel triplum, vel quadruplum antiqui æquipondij, prout proximè requiritur ad explorandam dati oneris gravitatem; tùm antiquum æquipondium in jugo ſtateræ admoveatur vel removeatur, quatenus opus fuerit ad æquilibrium conſtituendum. Nam ſi numerus librarum novi æquipondij ducatur per numerum omnium librarum, quas ferre poteſt ſtatera, huicque addatur numerus ab antiquo æquipondio indicatus, habebitur ipſa ponderis gravitas, quæ inquiritur. Proponatur pondus aliquod gravitatis ignotæ, quod ſtateræ lanci imponatur, & æquipondium antiquum ac proprium ſtateræ in extremitate poſitum non valeat pondus elevare ad æquilibrium; addatur æquipondium duplum, hoc adhuc impar eſt; addatur triplum, neque hoc ſatis eſt; addatur quadruplum, & hoc unà cum antiquo æquipondio in extremitate brachij poſito præponderans illud eſt, quod requiritur; manente enim novo hoc æquipondio quadruplo in extremitate, antiquum æquipondium admoveatur versùs ſpartum, & fiat æquilibrium in puncto lib. 7. unc. 9: quia ſtateræ numerus extremus eſt ex hypotheſi lib. 15, & æquipondium novum eſt lib. 4, jam ſunt lib. 60; adde lib. 7. unc. 9. tota gravitas ponderis quæſita eſt lib. 67. unc. 9.

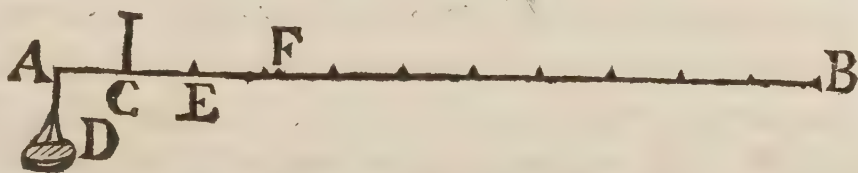
At quæris, an eodem hoc artificio uti liceat in communibus ſtateris, quas noſtratibus artificibus conſtruere ſolemne eſt; in quibus nec ſtatera eſt per ſe ſolam æquilibris, nec æquipondij ſtateræ jugo ita innexi, ut inde pro libito auferri nequeat, gravitatem indagare poſſumus, ut æquipondium illius multiplex eligamus. Opportunè utique dubitas; nam pondus & æquipondium in vulgaribus ſtateris non ſunt omninò in reciprocâ Ratione diſtantiarum à ſparto, ut ſuperiùs ſuo loco dictum eſt. Propterea uti quidem poſſumus eodem artificio, ſed certâ ratio-

ne: quia enim antiquum æquipondium cum ſtateræ notis longè aliter ſe habet, ac in ſtaterâ ſuperiùs aſſumptâ, hoc retineatur, quod antiquum æquipondium indicabit gravitatem ponderis juxta notas, ſtateræ impreſſas; ſed æquipondium novum aſſumatur certæ ac notæ gravitatis proximè tàm ſubmultiplicis ponderis examinandi, quàm ſubmultiplex brachij longioris eſt brachium minus ſtateræ; & hoc æquipondium adnectatur non planè in ſtateræ extremitate, ſed in puncto, in quod cadit longitudo multiplex brachij minoris. Sit ex. gr. ſtatera communis, quæ elevet pondus lib. 15; ſed comparato breviore brachio cum longiore, hoc non eſt illius omnino quindecuplum; aſſumo, quoties aſſumi poteſt brachium minus, ex. gr. quaterdecies; & in illo puncto ſtatuendum erit novum æquipondium notæ gravitatis; & quoniam ſuſpicor propoſitam gravitatem non multum abeſſe à lib. 50, aſſumo æquipondium lib. 3. quæ in notato puncto æquivaleat libris 42 (nam ter 14 dant 42) & promoto versùs ſpartum antiquo æquipondio, fit æquilibrium in puncto lib. 5. unc. 3: erit igitur propoſita gravitas lib. 47. unc. 3. Id quod eſt manifeſtum, quia antiquum æquipondium cum notis ſtateræ impreſſis indicat gravitatem ponderis habitâ ratione momentorum brachij ſtateræ & cæterarum illius partium, quas ſemel attendere opus eſt; reliquæ gravitatis momenta non niſi ratione diſtantiarum conſideranda ſunt.

Quòd ſi plurium æquipondiorum ſupellectile careas, & urgeat neceſſitas ſtatim explorandi gravitatem illam majorem, obvium aliquod pondus, puta lapidem, vel quid ejuſmodi, ſtaterâ tuâ expende, ut ejus gravitas innoteſcat: hoc ſuſpende ex opportuno ſtateræ puncto, de quo dictum eſt, & ejus gravitatem duc per 14 (vel alium quemlibet numerum minorem aut majorem, prout opportuna ejus ſuſpenſio, aut ſtateræ longitudo feret) ut habeas gravitatem huic novo æquipondio reſpondentem: Cætera ut priùs abſolve. Non videtur autem neceſſariò monendus hîc lector poſſe plura nova æquipondia vel diverſæ, vel paris gravitatis, addi in diverſis diſtantiis à ſparto; ut ſi æquipondium lib. 3. in diſtantia 14, & aliud lib. 2 in diſtantia 11 ſimul apponantur, æquivalebunt lib. 42 & 22, hoc eſt libris 64; hæc enim clariora ſunt, quàm indigeant uberiori explicatione.

PROPOSITIO VII.

Stateram parare ad minuſculas gravitates expendendas.

STateræ hujus jugum non differt à vulgaribus; ſed æquipondij & ponderis eſt contraria poſitio; pondus enim longiori brachio, breviori æquipondium adnectitur, & quò levius fuerit pondus, eò magis à ſparto removetur. Paretur jugum cum lance adnexâ, quæ ſuâ gravitate æquet momenta brachij longioris, & in perfecto æquilibrio conſiſtat. Tum brevioris brachij longitudo accuratè transferatur in brachium majus, quod minoris ſaltem decuplum vellem, & ſingulas partes iterum in decem minores particulas tribuerem, ut totum longius brachium in centum particulas diſtingueretur. Sit ſrateræ jugum AB ita in C à ſparto diviſum, ut CB ſit decuplex ipſius CA: ex A autem pendeat lanx D ſuâ gravitate æquè librans momenta brachij CB longioris; quod diſtinctum in longitudines decem æquales brachio minori CA, in ſingulis diviſionibus indicabit Rationem ponderis ad æquipondium. Collocetur enim æquipondium in lance D, pondus examinandum ſi leviuſculum ſit ita, ut ſerico crudo ſuſpendi poſſit, jugo CB imponatur, & à ſparto removeatur, donec fiat æquilibrium: nam ſi in primo puncto diviſionis conſiſtat, erit æqualis gravitatis cum æquipondio; ſi in ſecundo puncto, erit ſemiſſis gravitatis æquipondij; ſi in tertio, erit triens, ſi in quarto, quadrans, & ſic de cæteris. At ſingulis diviſionibus minori brachio æqualibus iterum in decem particulas diſtinctis, indicabitur gravitas à fractione, cujus numerator eſt 10, denominator eſt numerus particularum omnium, quæ inter ſpartum C & locum ponderis æquèlibrati intercipiuntur: ut ſi ex. gr. æquilibrium fiat in F, hoc eſt in tertiâ particulâ poſt duas integras diviſiones priores, jam ſunt particulæ 23; igitur pondus eſt $\frac{10}{23}$; ipſius æquipondij in D poſiti; ut conſtat ex eo, quòd ut diſtantia CF 23 ad

distantiam C A 10, ita æquipondium in D ad pondus in F $\frac{10}{23}$.

Hujus stateræ utilitas satis latè patet, quia non alligatur certo æquipondio, sed in lance D statui potest sivè drachma, sivè uncia, sivè libra, & ponderis minoris gravitas examinabitur; quæ quidem habebitur secundùm Rationem partis ad assem, sed deinde ad certam ponderis mensuram, sivè scrupula, sivè grana revocabitur.

Quòd si pondus examinandum non facilè suspendi possit serico crudo, ut dictum est, paratam habeto lancem minusculam, cui imponi possit pondus; & demùm facto æquilibrio, gravitate ponderis inventâ, atque ad homogeneam cum æquipondio mensuram redactâ, subducenda est hujus lancis cum suo funiculo gravitas, ut sola ponderis impositi gravitas habeatur. Ex quo patet adhibitâ hujusmodi lance, quæ percurrat stateræ jugum, posse expendi gravitatem multò minorem: propterea lancis hujus gravitas minor esse deberet, quàm subdecupla gravitatis æquipondij impositi lanci D, ut in extremo stateræ puncto B fieri posset æquilibrium: verùm si æquipondium in D sit uncia, aut aliquid unciâ minus, majus tamen decimâ ejus parte, satius fuerit lancem illam excipiendo ponderi destinatam esse decimam unciæ partem.

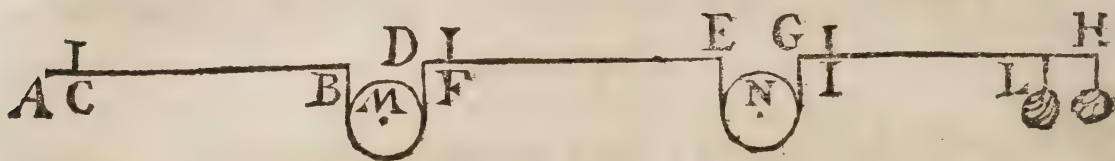
Ponatur enim æquipondium uncia, lanx ponderis cursoria $\frac{1}{10}$ unciæ: impositum pondus faciat æquilibrium in F puncto particulæ 23: est igitur pondus cum suâ lance $\frac{10}{23}$ unciæ, aufer ratione lancis $\frac{1}{10}$ unciæ, residuum $\frac{77}{230}$ unciæ est gravitas ponderis; hoc est scrupulorum 8. Similiter fiat æquilibrium in puncto 99; ergo pondus cum lance est $\frac{10}{99}$ unciæ; aufer $\frac{1}{10}$, residuum est $\frac{1}{990}$ unciæ, quod est levissimum pondus paulò majus semisse grani. Si in parte 98, pondus erit $\frac{1}{490}$ unciæ, hoc est grani 1 $\frac{1}{6}$, si in puncto 97, pondus erit $\frac{3}{970}$ hoc est ferè grani 1 $\frac{4}{7}$: & sic de cæteris.

PROPOSITIO VIII.

Ad ingentia onera examinanda ſtateras communes componere.

SI opportunas ſtateras parare oporteret ingentibus oneribus examinandis pares, cujuſmodi eſſet æs campanum, aut bellicum tormentum majus, eas eſſe debere aut longiſſimas, aut immani æquipondio inſtructas, manifeſtum eſt. Fac enim tormentum eſſe lib. 17000 circiter, & ſtateram habere uncialem diſtantiam ſparti ab extremitate, cui pondus adnectitur, æquipondium verò eſſe lib. 25; utique ut 25 ad 17000, ita uncia pedis ad uncias 680, hoc eſt pedes 56. unc. 8: atque adeò tota ſtatera eſſet ped. 56 $\frac{3}{4}$ ut minimum: cui longitudini ſi congrua craſſities reſpondeat, an non machinâ opus eſt, ut ſola ſtatera transferatur? præterquam quod ipſa longioris brachij gravitas momenta non exigua haberet. Quòd ſi, ut non paucis ſolemne eſt, ita trabem ex mediâ longitudine ſuſpendas, ut æquilibris maneat, tùm alteri extremitati propoſitum onus adnectas, oppoſitæ autem extremitati plura minora pondera adjicias, donec æquilibrium fiat, quorum ſingulæ gravitates in ſummam redactæ propoſiti oneris gravitatem manifeſtam reddant, non ſolùm methodus hæc artificio caret, ſed & falſitatis periculo non vacat, incertum quippe eſt an trabis centrum gravitatis planè in mediâ longitudine ſit, cùm pars radici proxima gravior ſit reliquâ, ac proinde libra ſit inæqualium brachiorum, quæ cenſetur æqualium.

Satius igitur fuerit ſtateras plures minores componere, ut indicatum eſt lib. 2. cap. 7, quàm ingentem ſtateram conſtruere. Aſſumantur tres ſtateræ A B, D E, G H, quarum brachium minus ſit majoris ſubdecuplum, & ita omnes ex ſuperiore loco ſuſpendantur, ut orbiculi M & N facilè verſatiles inferiùs firmati excipere poſſint funiculos B M D, & E N G, quibus extremitates junguntur: ex quo fiet, ut dum H vi æquipondij deprimitur, extremitas E, atque extremitas B pariter deprimantur, pondus verò in A ad-

nexum elevetur. Motus autem ſtaterarum non ſunt æquales: nam ſicut depreſſio ipſius H eſt decupla elevationis ipſius G, cui elevationi æqualis eſt depreſſio extremitatis E, ita hæc ejuſdem E depreſſio decupla eſt elevationis ipſius D: quare depreſſio H eſt centupla elevationis D; ac propterea quia depreſſio B æqualis elevationi D eſt decupla elevationis A, depreſſio æquipondij in H eſt millecupla elevationis ponderis in A conſtituti. Ex quo ſequitur æquipondium in H æquivalere ponderi millecuplo, quod in A appendatur. Igitur æquipondium lib. 17 æquivalebit ponderi lib. 17000.

Quod autem hactenus de ſtateris æqualibus dictum eſt, etiam de inæqualibus dictum intelligatur, componendo Rationes, quas ſingularum ſtaterarum brachia habent. Hinc ſi Ratio A C ad C B ſit 1 ad 10, Ratio D F ad F E ſit 1 ad 8, Ratio G I ad I H ſit 1 ad 12, Ratio compoſita eſt 1 ad 960, quæ poteſt intercedere inter æquipondium & onus. Hinc manifeſtum eſt plures addi poſſe ſtateras, quot opus fuerit, quocumque tandem ordine collocentur, ſive ſecundùm rectam lineam, ſive invicem parallelæ, prout commodius accidet, & loci opportunitas feret.

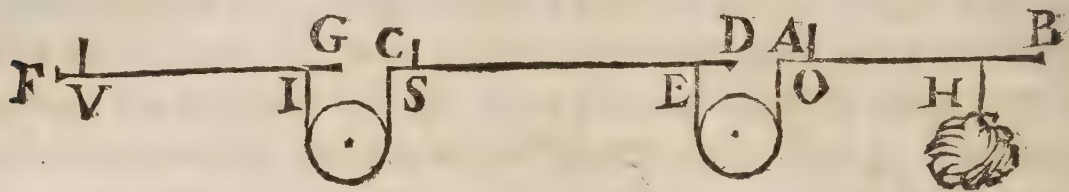
Si ſtateræ iſtæ fuerint ita conſtructæ, ut jugum dempto æquipondio æquilibre ſit, quia extremitas brachij minoris gravitate tantâ prædita eſt, ut gravitati longioris brachij æquipolleat, res planiſſima eſt, quia ſola brachiorum longitudinis Ratio attendenda eſt; & præterea æquipondium in H augeri poſſet, aut minui. Immò hîc etiam adhiberi poſſet artificium, de quo prop. 6. dicebatur, addendo novum æquipondium certæ gravitatis, ut ſi præter æquipondium H etiam eſſet L lib. 2; quod in puncto jugi ſeptimo æquivaleret ponderi ſeptingenties majori, hoc eſt lib. 1400. Quâ methodo addi poſſunt etiam plura æquipondia in punctis jugi diverſis: quod ſanè eſſet egregium

gium compendium, & ut plurimum duabus ſtateris ponderatio ipſa perficeretur.

At ſi ſtateræ cujuſque jugum non fuerit æquilibre, contemnenda non eſt brachij longioris gravitas, ut dati ponderis gravitas ritè examinetur: Nam ſemiſſis gravitatis brachij I H in extremitate H conſtitutus æquivalet ponderi decuplo in G minùs gravitate ſemiſſis brachij I G. Igitur perinde eſt, atque ſi hujuſmodi pondus additum fuiſſet in E, ubi habet momentum decuplum æqualis ponderis in D, & centuplum æqualis ponderis in A. Quare momentum brachij I H eſt ut 50, & momentum I G ut $\frac{1}{2}$, atque adeò momentum ut 49 $\frac{1}{2}$ intelligitur additum in E, quod propterea comparatum cum extremitate A habet momentum ut 4950. Sic momentum gravitatis F E comparatum cum extremitate A eſt ut 495; & momentum brachij C B eſt ut 49 $\frac{1}{2}$. Tota igitur momentorum, quæ ex brachiorum gravitate oriuntur (ſi illa æqualiter ducta intelligantur) ſumma eſt 5494 $\frac{1}{2}$, ſive ſint unciæ, ſive libræ, prout ſtaterarum moles requirit. Id quod quia ægrè innoteſcit, ſi jugum non fuerit æquabiliter ductum, idcircò expeditius fuerit ſtateris ritè diſpoſitis, ac dempto æquipondio, addere in A tantum gravitatis, ut juga ſint horizonti parallela (cujus paralleliſmi indicium potiſſimum dabit extremæ ſtateræ lingula, quæ plus cæteris movetur) quæ gravitas ubi innotuerit, addenda erit gravitati, quam deinde æquipondium indicabit, cùm onus ipſum in A additum fuerit. Sic pone momenta illa 5494 $\frac{1}{2}$ eſſe uncias, hoc eſt lib. 457. unc. 10 $\frac{1}{2}$, & expendendo onus additum in A, æquipondium librale H indicet æquilibrium in puncto ſeptimo, hoc eſt lib. 700, addantur lib. 457. unc. 10 $\frac{1}{2}$, erit tota oneris gravitas lib. 1157. unc. 10 $\frac{1}{2}$.

Verùm quia vulgares ſtateræ, quibus communiter utimur ad majorum ponderum gravitatem examinandam, non ita ſunt fabrefactæ, ut brachium longius in partes aliquotas minori brachio æquales diſtinguatur, propterea minoris brachij longitudo, quoties fieri id poterit, transferatur in brachium longius, ut inveniatur punctum, cui adnectendus eſt funiculus, quo cum alterius proximæ ſtateræ extremitate connectitur. Sed antequam opus aggrediaris, amoto æquipondio ſecundæ & ter-

tiæ ſtateræ, vide quantum ponderis ſingulæ, quantum connexæ requirant ad æquilibrium cum longiore brachio, ut innoteſcat, quantum adhuc gravitatis oneri tribuendum ſit, præter illam, quæ ab æquipondio indicatur.

F I V I G C S D E A O H B

Sit ex. gr. ſecunda ſtatera C D, cujus brachium longius S D æquivaleat lib. 42, & tertiæ ſtateræ F G longius brachium V G æquivaleat libris 37. Ponamus tertiæ ſtateræ (cui onus erit adnectendum) brachium minus F V duodecies contineri in longiore brachio uſque ad I, ubi funiculus connectit illud cum extremitate C ſecundæ ſtateræ. Item ſecundæ ſtateræ C D brachium minus C S tredecies ſumi poſſit in brachio longiore uſque ad punctum E, ubi illam funiculus connectit cum primæ ſtateræ extremitate A. Igitur quia momentum brachij S D æquivalet libris 42 ex hypotheſi, & intelligitur tranſlatum in I, ubi duodecuplo velociùs movetur quàm punctum F, ducantur lib. 42 per 12, & æquivalet libris 504, quibus addenda ſunt momenta brachij V G lib. 37, & ponderi invento ex æquipondio demum addendæ erunt lib. 541. Jam ſtatuamus æquipondium H primæ ſtateræ A B conſtituere æquilibrium in puncto indicante libras 14: perinde igitur eſt, atque ſi libræ 14 ponerentur in E; & quia E S ad S C eſt ut 13 ad 1, libræ 14 in E æquivalent ponderi in C librarum 182, quæ in I poſitæ (quia I V ad V F eſt ut 12 ad 1) æquivalent ponderi in F librarum 2184. Quod ſi punctum illud, in quo æquipondium H conſiſtit, non eſſet nota librarum ſimplicium 14, ſed ponderum, quæ ſingula libras 25 continent (ut nobis Italis præſertim in Galliâ Ciſalpinâ ſolemne eſt) utique onus in F adnexum eſſet lib. 54600, quibus adhuc addendæ eſſent libræ 541, propter momenta brachiorum ſecundæ & tertiæ ſtateræ, & eſſet tota gravitas lib. 55141.

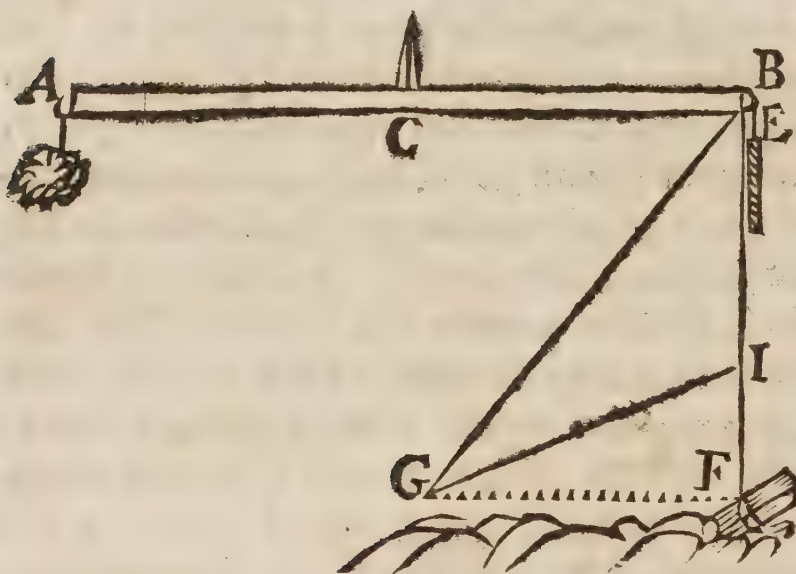
At ſi ſtateras communes habeas, nec poſſis æquipondia jugo inſerta amovere, ut inquirere poſſis momenta gravitatis brachij longioris,

longioris, hoc unum in ſecundâ, & in tertiâ ſtaterâ, aut etiam pluribus, ſi opus fuerit, obſerva; quoties nimirum brachium minus in longiore contineatur, ut punctum I & E innoteſcat, quod cum proximæ ſtateræ extremitate C & A connectendum eſt: in ſingulis autem ſtateris ſua æquipondia admoveantur, vel removeantur, donec fiat æquilibrium. Non eſt autem neceſſe ſingulas ſtateras inſculptas eſſe notis homogeneis gravitatum; prima enim AB poteſt habere notas indicantes quartam partem Centenarij, hoc eſt lib. 25, ſecunda verò & tertia poſſunt indicare tantum ſingulas libras cum ſuis unciis. Fac enim conſtituto æquilibrio, æquipondium H eſſe in puncto pond. 9. lib. 7. duc 9 per 25, & ſunt lib. 225, & additis lib. 7, ſunt lib. 232; quæ ducuntur primò per Rationem ſecundæ ſtateræ 13 ad 1, & fiunt 3016, quæ ductæ per Rationem tertiæ ſtateræ 12 ad 1, dant demum lib. 36192. Deinde æquipondium ſecundæ ſtateræ CD ſit in puncto lib. 7. unc. 8: hæ ducendæ ſunt per Rationem tertiæ ſtateræ 12 ad 1, & fiunt lib. 92. Demum æquipondium tertiæ ſtateræ indicet lib. 5. unc. 6, addantur hi tres numeri 36192, 92, & 5. unc. 6; tota gravitas oneris in F adnexi erit lib. 36289. unc. 6.

Ideò autem inquirenda dixi puncta I & E, ut longitudines VI & SE ſint multiplices longitudinum brachiorum minorum FV & CE, atque fractionum moleſtia evitetur. Cæterùm ſi volueris extremitates ipſas G & D cum extremitatibus C & A connectere, omnino licebit, ubi innotuerit, quota pars brachij minoris ſit IG & ED. Nam ſi Ratio DS ad SC deprehendatur ut $13\frac{2}{5}$ ad 1, Ratio autem GV ad VF ut $12\frac{3}{4}$ ad 1, gravitas indicata ab æquipondio H ducenda primùm erit per $13\frac{2}{5}$, deinde numerus productus per $12\frac{3}{4}$ ductus dabit quæſitam oneris gravitatem reſpondentem æquipondio H, quod, ex hypotheſi ſuperiùs conſtitutâ, indicans pond. 9. lib. 7, hoc eſt lib. 232, monet ducendas libras 232 per $13\frac{2}{5}$, & fit $3108\frac{4}{5}$, qui numerus ducatur per $12\frac{3}{4}$, & fiunt lib. $39637\frac{1}{5}$. Deinde æquipondium ſecundæ ſtateræ poſitum in puncto lib. 7. unc. 8 indicat has ducendas per $12\frac{3}{4}$, & erunt lib. $97\frac{3}{4}$: quibus ſi addatur numerus primæ ſtateræ, & numerus quem dat tertia ſtatera lib. 5. unc. 6, ſumma erit omnino lib. 39740. unc. 5.

Propositio IX.

In librâ brachiorum æqualium posse non æqualia esse ponderum æqualium momenta.

SIt libra A B, cujus centrum C, prorsus in medio, jugum in brachia dividat æqualia : sint autem in brachiorum extremitatibus annuli vel unci, quibus adnectenda sunt pondera, quæ assumantur gravitatis exquisitè æqualis, computatâ etiam funiculorum gravitate. Sed alterum quidem pondus D unco adnectatur unâ cum suo funiculo; alterius verò ponderis E funiculus suâ extremitate inferiùs in F paxillo alligetur, & transiens per annulum, vel uncum suspendat connexum pondus E. Experimento disces pondus E semper prævalere æquali ponderi D, si per annulum vel uncum funiculus liberè valeat excurrere, descendente ipso pondere E.

Sed rei primâ facie admiratione dignæ causam inquirenti illa se statim offert, quæ Machinalium motionum causa à nobis affertur; quia videlicet pondus E descendens duplo velociùs descendit, quàm pondus D ascendat; ubi enim pondus E venerit in F, extremitas libræ B ibi consistet, ubi duplicatus est funiculus, mediâ nimirum viâ; atqui extremitas A non nisi tantumdem ascendit, & cum eâ pondus D; igitur pondus E velociùs descendens potiora habet momenta, nec erit æquilibrium, nisi pondus E sit ponderis D subduplum.

Cave tamen existimes semper esse motuum Rationem duplam; id enim tunc solùm accidit, cum funiculus extentus est horizont

horizonti perpendicularis, cujusmodi eſt FE: at ſi fuerit inclinatus, non eſt eadem motuum Ratio, ſed ut duplex funiculi GE longitudo ad altitudinem perpendicularem EF, ita ſe habet motus ponderis E ad differentiam, quâ excedit motum ponderis D, ſeu depreſſionis libræ B. Sit funiculus GE, altitudo perpendicularis, per quam deſcendit pondus E, ſit EF; diſtantia GF: deſcendente pondere E, ubi hoc attigerit planum horizontale in F, funiculus, qui erat GE, factus eſt GIF; igitur libra deprimitur uſque in I, & eſt IF differentia motuum EF & EI.

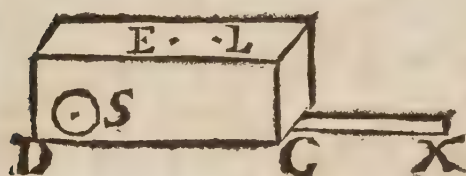
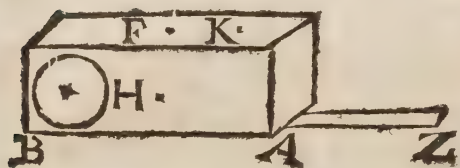
Quare cùm GI ſit GE minùs IF, quadratum GI æquale eſt quadrato GE plus quadrato IF, minùs rectangulo ſub GE & IF bis comprehenſo. At eidem quadrato GI æqualia ſunt quadrata IF & GF ſimul ſumpta ex 47. lib. 1: propterea auferatur utrinque quadratum IF, & remanet quadratum GE, minùs rectangulo bis ſub GE & IF comprehenſo æquale quadrato GF: Addatur utrinque rectangulum ſub GE & IF bis, & utrinque dematur quadratum GF, & eſt quadratum GE minus quadrato GF (hoc eſt quadratum EF ex 47. lib. 1.) æquale rectangulo bis ſub GE & IF. Igitur ex 17 lib 6. ut bis GE ad EF, ita EF ad IF. Ponderis itaque motus deorſum EF comparatus cum aſcenſu ponderis D, eſt ad differentiam motuum IF, ut duplex longitudo funiculi GE ad altitudinem perpendicularem EF, per quam deſcendit pondus E.

Ex quo ulteriùs colligitur, quò obliquior eſt funiculus, eò minorem eſſe differentiam IF, ac propterea minorem eſſe Rationem deſcensûs EF ad aſcenſum ponderis oppoſiti, ideóque etiam minus habere virium ad prævalendum. Hinc ex diverſâ funiculi longitudine & obliquitate, ſi æquilibrium fiat, licebit arguere ipſam ponderum inæqualitatem, ratione habitâ motuum reciprocè ſumptorum; qui motus cum habere non poſſint Rationem multiplicem majorem duplâ, ut conſtat funiculi ipſius flexionem conſideranti, neque pondus D poteſt eſſe minus pondere E, neque eodem majus quàm duplum, ſi fiat æquilibrium; minus autem erit quàm duplum, ſi funiculus ſit obliquus, & ex motuum differentiâ, quæ ſingulas funiculi obliquitates conſequeretur, etiam ipſa ponderum inæqualium differentia infertur.

PROPOSI

PROPOSITIO X.

Æqualia pondera similis figuræ, sed diversæ substantiæ, similibus & æqualibus pyxidibus inclusa discernere.

Sint duo globi, alter ferreus H, alter argenteus S, inclusi æqualibus & similibus pyxidibus AB & CD ita æqualis ponderis, ut pyxides vacuæ librâ examinatæ æquiponderent, & adjecti globi pariter sint æquales ratione ponderis, quamvis moles inæquales sint, major enim est ferreus, minor argenteus. Oporteat igitur discernere, utra pyxis argenteum globum contineat. Singularum pyxidum longitudo bifariam dividatur in F & E, ex quibus punctis fiat suspensio; quâ factâ utique descendent extremitates B & D. Addantur tum in A, tum in C pondera, ut fiat æquilibrium. Pondus majus indicabit ibi esse globum argenteum. Vel si unico æquipondio uti placeat, invento æquilibrio unius pyxidis, idem æquipondium ad alteram pyxidem transferatur; si enim apposita extremitas præponderet, ibi est argentum, si sursum attollatur, ibi est ferrum. Manifesta autem est ratio, quia majoris globi centrum gravitatis propius est medio pyxidis, ex quo fit suspensio, ac propterea minus habet momenti, quàm minor globus, cujus centrum magis distat.

Quamvis verò suspensio facta fuerit ex medio, nihil refert, etiamsi ad alterutram extremitatem accedat ut in K, dummodo æqualis assumatur distantia in L; eadem enim semper ratio pro inæqualitate momentorum militat, inæqualis scilicet distantia centrorum gravitatis.

At si non ea esset pyxidum longitudo, ut extremitatibus A & C facilè adnectatur æquipondium, assume regulam BZ longiorem ipsâ pyxide, eamque alliga funiculo per K transeunte, & in Z æquipondium statuatur: deinde regulam eandem similiter alliga alteri pyxidi, ut sit DX, & funiculus per L transeat:

nam

nam idem æquipondium in X ſi nimis leve ſit, indicat ibi argentum eſſe; id quod pariter indicabit æquipondium majus faciens æquilibrium.

Quòd ſi pondus idem utrobique faceret æquilibrium, indicio eſſet aut incluſa corpora non eſſe ſecundùm molem ſimilia, aut ſi ſimilia fuerint non eſſe in pyxidibus ſimiliter poſita in extremitate, contrà hypotheſim. Id quod ut deprehendas, ita pyxides converte, ut ad latus conſtituatur pars, quæ priùs erat infima; tunc enim ponderis aliqua diverſitas apparebit. Si autem adhuc æquilibrium conſtituatur, minorem molem ita ex arte collocatam fuiſſe, ut centrum gravitatis æqualem diſtantiam habeat à puncto ſuſpenſionis, ac moles major in alterâ pyxide, manifeſtum eſt. Tunc igitur utraque pyxis intrà aquam ponderanda eſt; quæ enim minùs gravis apparebit, continet argentum; hoc quippe minus ſpatij occupans quàm ferrum, majori aëris moli in pyxide locum relinquit: major autem aëris moles plus deterit ponderis pyxidi intra aquam: pyxidum ſcilicet moles ponuntur æquales.

CAPUT XI.

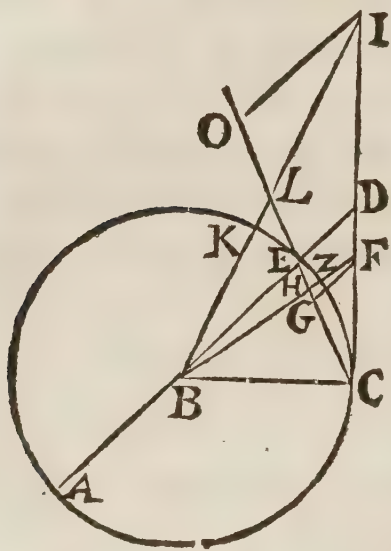
Fundamenta præmittuntur ad explicandum, cur gravia ſuſpenſa modò præponderent, modò æquilibria ſint.

LOcus hic eſt obſtrictam non ſemel in ſuperioribus fidem liberandi, cùm me oſtenſurum ſuſcepi in corporibus ſuſpenſis aliquando minùs gravia gravioribus prævalere, nec tamen ullum libræ aut Vectis veſtigium deprehendi, neque motum propriè circularem tribui poſſe potentiæ moventi, quæ vi ſuæ gravitatis juxtà directionis lineam deorſum conatur, atque movetur motu recto, ſurſum aſcendente rectà corpore graviore, quod per vim elevatur. Sed ut res tota capite ſequenti clariùs & breviùs explicari valeat, propoſitiones aliquot hîc lemmatum loco præmittendæ videntur, & problemata, quibus cer-

ta methodus præſcribatur, ut pro inſtituto corpora ipſa gravia eligantur, atque ſuis quæque locis diſponantur.

PROPOSITIO I.

Exceſſus ſecantis cujuſcumque anguli ſupra Radium, minor eſt Tangente ejuſdem anguli.

SIt datus angulus quilibet D B C, ejus Tangens D C, ſecans B D, & exceſſus ſecantis ſupra Radium D E. Dico D E minorem eſſe Tangente D C. Ducatur recta C E dato angulo ſubtenſa faciens angulos ad baſim æquales ex 5. lib. 1. ac proinde acutos: igitur angulus D E C complementum ad duos rectos eſt obtuſus, & maximus in triangulo D E C, ac propterea ex 19. lib. 1. maximum latus eſt, quod illi opponitur, nimirum Tangens D C.

PROPOSITIO II.

Cujuſlibet anguli Tangens eſt media proportionalis inter exceſſum ſecantis ſupra Radium, & aggregatum ex Radio & ſecante ejuſdem anguli.

DAtus ſit idem angulus D B C, Tangens D C, exceſſus ſecantis D E: producatur recta D B uſque in A, & eſt recta D A aggregatum ex Radio B A & ſecante B D. Dico Tangentem D C eſſe mediam proportionalem inter E D & D A. Cùm enim ex 36. lib. 3. rectangulum ſub E D & D A æquale ſit quadrato, quod à Tangente C D deſcribitur, per 17. lib. 6. ſunt tres continuè proportionales E D, D C, D A.

Hinc ſequitur exceſſum ſecantis ſupra Radium ad aggregatum ex Radio & ſecante habere Rationem duplicatam Rationis,

nis, quam idem excessus habet ad Tangentem, hoc est, se habere ut quadratum E D ad quadratum D C, ita E D ad D A; igitur & dividendo ut quadratum E D ad differentiam quadratorum E D & D C, ita excessus E D ad Radij duplum E A, differentiam inter E D & D A.

PROPOSITIO III.

Dato angulo, ad cujus secantis excessum supra Radium sua Tangens habet Rationem datam, cujuscumque anguli minoris Tangens ad excessum suæ secantis habet Rationem majorem datâ; cujuscumque autem anguli majoris Tangens ad excessum suæ secantis habet Rationem minorem datâ Ratione.

ANgulus D B C sit datus, & illius Tangens D C ad D E excessum suæ secantis habeat datam aliquam Rationem. Primò sit minor angulus F B C. Dico ejus Tangentem F C ad suæ secantis excessum F Z habere majorem Rationem quàm D C ad D E. Quia angulus C F B exterior major est interno C D B ex 16. lib. 1. fiat huic æqualis angulus C F G, eruntque ex 28. lib. 1. parallelæ lineæ D B & F G, & ex 29. lib. 1. D B F & G F H alterni æquales: sunt autem B H E & F H G æquales per 15. lib. 1. ut pote ad verticem; ergo & reliquus angulus B E H est reliquo angulo F G H æqualis. Similia itaque sunt triangula, & per 4. lib. 6. ut E B ad B H, ita G F ad F H: est autem E B major quàm B H (nam B H minor est Radio B Z, cui æqualis est Radius B E) igitur & G F major est quàm F H; ergo & multò major quàm F Z. Sed quoniam G F & E D sunt parallelæ, & triangula C F G, C D E sunt æquiangula, ex 4. lib. 6. eadem est Ratio C F ad F G, quæ est C D ad D E: C F autem ad F G majorem ex 8. lib. 5. habet minorem Rationem quàm ad F Z minorem; ergo C F Tangens anguli minoris habet ad F Z excessum suæ secantis supra Radium, Rationem majorem quàm C D ad D E.

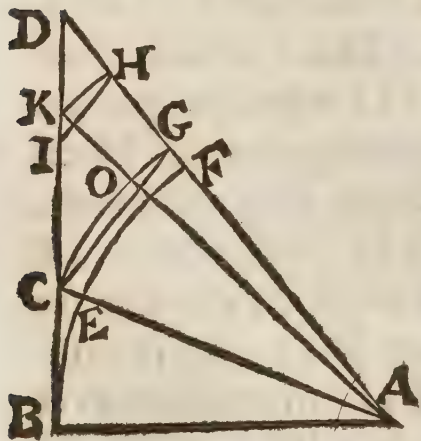
Secundò sit angulus I B C major dato angulo D B C: Dico illius Tangentem C I ad suæ secantis excessum K I habere mi-

norem Rationem, quàm C D ad D E. Quoniam externus angulus C D B major eſt interno C I B, fiat illi æqualis angulus C I O, & lineæ C E productæ occurrat in O, linea I O, quæ parallela eſt lineæ B D; & ſunt anguli O I L & E B L alterni æquales, quemadmodum & anguli ad verticem in L æquales ſunt. Quapropter in triangulis I O L & E B L æquiangulis per 4. lib. 6. ut L B ad B E, ita L I ad I O: eſt autem L B major quàm B E (nam L B major eſt Radio B K) ergo etiam L I, & multo magis K I major eſt quàm I O. Sed ut C D ad D E ita C I ad I O; ergo minor eſt Ratio C I ad I K majorem, quàm ſit C I ad I O minorem; ergo eſt minor Ratio Tangentis C I ad exceſſum ſuæ ſecantis K I, quàm ſit Ratio C D ad D E.

PROPOSITIO IV.

Differentia inter Tangentes duorum quorumlibet angulorum major eſt, quàm differentia inter eorum ſecantes.

SInt anguli B A C, B A D, eorum Tangentes B C & B D, quarum differentia C D: angulorum ſecantes A C & A D, ſecàntium differentia (aſſumptâ A G æquali ipſi A C) eſt D G. Dico C D eſſe majorem quàm D G. Ducatur recta C G, & eſt triangulum C A G iſoſceles, ideóque angulus C G A acutus, & qui eſt illi deinceps, C G D obtuſus, & maximus in triangulo C G D: quare per 18. lib. 1. major eſt C D Tangentium differentia quàm D G ſecantium differentia.

D H K G I O F C E B A

PROPOSITIO V.

Ratio differentiæ Tangentium ad differentiam ſecantium fit ſemper minor.

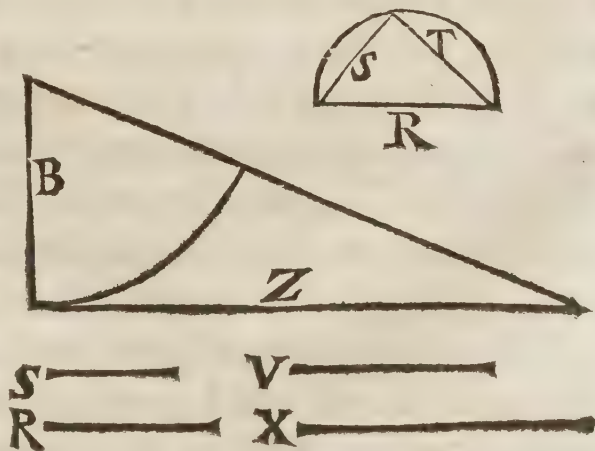
ESto anguli B A C Tangens B C, anguli B A K Tangens B K; deſcripto arcu C O G, differentia ſecantium eſt K O,

&

& Tangentium differentia eſt C K. Item anguli B A D Tangens B D, & deſcripto arcu K H, differentia Tangentium B K & B D eſt K D, atque ſecantium A K & A D differentia eſt H D. Dico majorem Rationem eſſe C K ad K O, quàm K D ad D H. Ducantur rectæ C G & K H. In triangulis iſoſcelibus C A G & K A H, anguli ad baſim C G minores ſunt angulis ad baſim K H, quia angulus C A G major eſt angulo K A H: quapropter angulo C G A fiat æqualis angulus I H A. Cum itaque ex 28. lib. 1. I H & C G ſint parallelæ, per 2. lib. 6. ut C I ad H G, hoc eſt ad K O, ita I D ad D H: atqui C K major eſt quàm C I; ergo major eſt Ratio C K ad K O quàm C I ad K O ex 8. lib. 5. hoc eſt quàm I D ad D H. Sed I D eſt major quàm K D; ergo per 8. lib. 5. major eſt Ratio I D ad D H, quàm K D ad D H; ergo multò major eſt Ratio C K ad K O, quàm K D ad D H. Idem de cæteris conſequentibus angulis nec diſſimili methodo demonſtrari poterit, minorem ſcilicet fieri Rationem differentiæ Tangentium ad differentiam ſecantium.

PROPOSITIO VI.

Dato Radio, & datâ Ratione Tangentis ad exceſſum ſecantis, invenire Tangentem & ſecantem, earúmque angulum.

DAtus Radius ſit B, data Ratio Tangentis ad exceſſum ſecantis ſuprà Radium ſit R ad S. Oportet Tangentem ipſam atque ſecantem invenire. Tangens eſto A: ut R ad S ita A ad $\frac{A \text{ in } S}{R}$ exceſſum ſecantis ſupra Radium; igitur ſecans integra eſt B + $\frac{A \text{ in } S}{R}$; hujus quadratum eſt B quad. + $\frac{2 B \text{ in } A \text{ in } S}{R}$ + $\frac{A \text{ quad. in } S \text{ quad.}}{R \text{ quadr.}}$ quod ex 47. lib. 1. æquale eſt quadratis Radij & Tangentis ſimul, hoc eſt B quad. + A quad. Utrinque dempto B quad. tum omnibus per A diviſis, deinde omnibus ductis per R quad.

demum factâ Antithesi A in R quad. —— A in S quad. æquatur 2 S in B in R. Quare revocatâ ad Analogiam æquatione, est ut R quad. —— S quad. ad 2 S in R, ita B Radius ad A Tangentem quæsitam. Tum fiat ut R ad S ita A inventa ad aliud, & erit excessus secantis, qui additus Radio B dabit quæsitam secantem.

Sit R 3, S 2: horum quadratorum 9 & 4 differentia est 5; duplum rectangulum sub R & S est 12. Igitur ut 5 ad 12, ita B Radius 100000 ad 240000 Tangentem gr. 67. 22′. 48″. Iterum ut 3 ad 2 ita 240000 ad 160000 excessum secantis; Igitur addito Radio, Secans quæsita est 260000; quæ etiam in Canone respondet eidem angulo.

Itaque generatim loquendo, fiat ut differentia inter quadrata terminorum datæ Rationis ad rectangulum bis sub iisdem terminis comprehensum, ita datus Radius ad aliud, & proveniet Tangens quæsita; quæ habita facilè dabit secantis excessum in Ratione datâ.

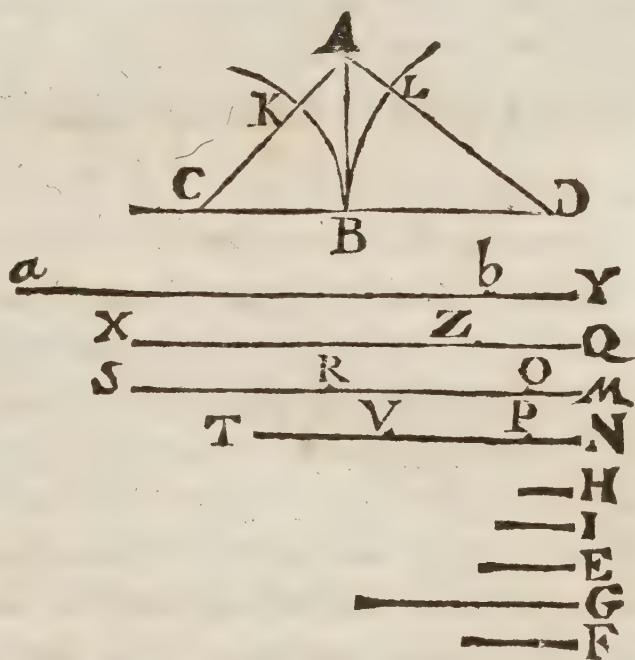
Quòd si rem Geometricè perficere velis, circà majorem Rationis datæ terminum R describe semicirculum, & in eo accommoda minorem Rationis terminum S; nam linea T dabit quadratum, quod est differentia quadratorum ex R & ex S, ut est manifestum ex eo, quod angulus in semicirculo est rectus per 31.lib.3.& ex 47 lib.1. quadratum unius lateris circa rectum est differentia quadratorum hypothenusæ & reliqui lateris. Deinde inter alterutrum terminorum duplicatum, & reliquum terminum quære mediam proportionalem, & sit V potens quadratum æquale duplo rectangulo sub terminis datis. Quoniam verò ex 20. lib. 6. quadrata sunt in duplicatâ Ratione laterum, & T quadratum ad V quadratum est in duplicatâ Ratione T ad V; inveniatur tertia proportionalis X. Demum ut T ad X ita fiat B ad Z, quæ est quæsita Tangens, & ad angulum rectum constituta cum Radio B dabit hypothenusam secantem quæsitam, quæ cum Radio constituet quæsitum angulum.

Vel etiam ex corollario prop. 2. fiat ut differentia quadratorum ex R & ex S ad S quadratum, ita duplum Radij B ad excessum secantis: deinde hic excessus inventus ad Tangentem quæsitam fiat ut S ad R; & summa ex dato Radio atque excessu invento dabit quæsitam secantem.

PROPOSI

PROPOSITIO VII.

Datâ Tangente communi duorum circulorum inæqualium, & datis Rationibus excessum Secantium ad eandem Tangentem, invenire Circulorum Radios.

SIt super lineam CD indefinitam erecta ad perpendiculum recta AB, quam in B oporteat tangere duos circulos inæquales, ita ut sit Tangens duorum angulorum inæqualium, excessus autem secantis unius sit ad datam Tangentem ut E ad G, alterius verò secantis excessus sit ad eandem ut F ad G: & hujusmodi circulorum semidiametros invenire oporteat.

Fiat ut G ad E ita AB data ad H; & ut H ad AB ita AB ad MS, ex quâ dematur MO ipsi H æqualis, reliquæ OS semissi RS æqualis sumatur BD pro Radio circuli BL. Item fiat ut G ad F ita AB data ad I; & ut I ad AB ita AB ad NT, ex quâ dematur NP æqualis ipsi I, & reliquæ PT semissi VT æqualis statuatur BC semidiameter circuli BK. Junctis CA, & DA erunt excessus secantium suprà suos Radios ad Tangentem, videlicet KA & LA ad AB in datis Rationibus.

Quia enim recta TP secta est bifariam in V, & adjecta est illi PN, per 6. lib. 2. quadratum NV est æquale quadrato VT (hoc est quadrato CB) unà cum rectangulo TNP: huic autem rectangulo, ex 17. lib. 6. æquale est quadratum AB, quæ ex constructione est media proportionalis inter PN, hoc est I, & NT. At iisdem quadratis CB & BA simul sumptis æquale est

eſt quadratum C A ex 47. lib. 1. igitur quadratum C A æquatur quadrato N V, & linea C A æqualis eſt lineæ N V. Sunt autem V P & C K æquales (nam & æquales ſunt lineis V T & C B) ergo etiam K A reliqua æqualis eſt reliquæ P N, hoc eſt I. Cum itaque I ad A B ſit ut F ad G ex conſtructione, etiam K A ad A B eſt in eâdem datâ Ratione F ad G.

Nec diſſimili methodo utendum erit ad oſtendendum L A ad A B eſſe in datâ Ratione E ad G : id quod indicaſſe ſufficiat, nec pluribus eſt opus. Quare C B & D B ſunt quæſitorum circulorum ſemidiametri.

Propositio VIII.

Datis duobus inæqualibus circulis ſe contingentibus in B, datiſque eorum Radiis C B & D B, invenire Tangentem communem B A, ad quam ſecantium exceſſus habeant datas Rationes E ad G, & F ad G.

OPortet ſecantis exceſſum, qui ad Tangentem habet majorem Rationem, quàm alter exceſſus; pertinere ad minorem circulum; qui verò minorem Rationem habet, pertinere ad majorem circulum. Cum enim rectangula ſub exceſſibus & aggregatis ſuarum ſecantium ſuorúmque Radiorum ſint inter ſe æqualia, ut pote ex 36. lib. 3. eidem Tangentis quadrato æqualia, erit per 16. lib. 6. ut exceſſus ſecantis majoris circuli ad exceſſum minoris, ita aggregatum ex ſecante & Radio minoris ad aggregatum ex ſecante & Radio majoris. Sicut ergo eadem Tangens habet majorem Rationem ad Radium minoris circuli quàm ad Radium majoris, ſubtendítque majorem angulum in circulo minori quàm in majori; ita ſuæ ſecantis exceſſus habet majorem Rationem ad eandem Tangentem, quàm exceſſus ſecantis minoris anguli in circulo majori.

Sit itaque major Ratio F ad G quàm E ad G, & pertinebit ad circulum minorem. Fiat ut F ad G ita G ad Q X, ex quâ dematur Q Z æqualis ipſi F. Tum fiat ut X Z ad Z Q, ita minoris Radij duplum T P ad P N: & inter P N & N T inveniatur media proportionalis B A, quam ex B ad perpendiculum erectam

æ rectam jungat cum centro C rectâ C A : nam K A ad Tangentem A B habet datam Rationem F ad G. Cùm enim eadem A B, quæ ex constructione est media inter P N & N T, sit etiam ex 36. lib.3. & 17. lib.6. Media inter K A & A C B, & extremarum N T & A C B excessus supra sibi respondentes extremas P N & K A sint ex constructione æquales (sunt scilicet P T & K C B duplum Radij C B) etiam ipsæ extremæ sunt æquales, nimirum N T æqualis ipsi A C B, & P N, æqualis K A. Atqui ut X Z ad Z Q, ita ex constructione T P ad P N, & componendo atque convertendo ut Z Q ad Q X ita P N ad N T; ergo etiam ut Z Q ad Q X ita K A ad A C B. Quare sicuti Z Q ad Q X est duplicata Rationis F ad G ex constructione, etiam K A ad A C B est ejusdem Rationis F ad G duplicata; ergo K A ad mediam A B, hoc est Excessus secantis ad Tangentem, est ut F ad G.

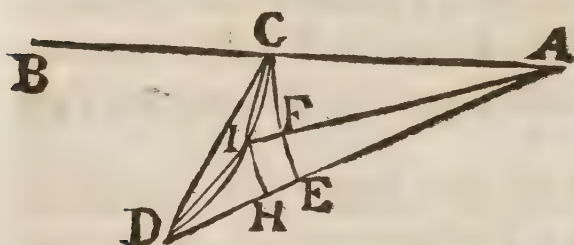
Eâdem methodo fiat ut E ad G ita G ad Y *a*, ex quâ dematur Y *b* æqualis ipsi E : & fiat ut *a b* ad *b* Y, ita Radij majoris B D duplum S O ad O M; atque inter O M & M S erit media proportionalis eadem A B : similique ratiocinatione ostendetur excessum L A ad Tangentem A B esse in datâ Ratione E ad G.

Ut in praxim res faciliùs deduci queat, exemplo illustretur. Sit Radius minor C D 12, F ad G ut 16 ad 35 : inveniatur his tertia proportionalis Q X 76 $\frac{9}{16}$. Dematur F 16, remanet X Z 60 $\frac{9}{16}$. Fiat ut 60 $\frac{9}{16}$ ad 16, ita Radij duplum T P 24 ad P N 6 $\frac{2}{5}$ proximè. Est ergo N T 30 $\frac{2}{5}$. Inter 6 $\frac{2}{5}$ & 30 $\frac{2}{5}$ media est 14.

Item sit Radius major B D 18, E ad G ut 12 ad 35 : inveniatur his tertia proportionalis Y *a* 102 $\frac{1}{2}$, & auferatur E 12, remanet *a b* 90 $\frac{1}{2}$. Fiat ut 90 $\frac{1}{2}$ ad 12, ita Radij duplum S O 36 ad O M 4 $\frac{7}{9}$. Est ergo M S 40 $\frac{7}{9}$. Inter 4 $\frac{7}{9}$ & 40 $\frac{7}{9}$ est media proportionalis 14 : in his autem exemplis neglectæ sunt fractiunculæ.

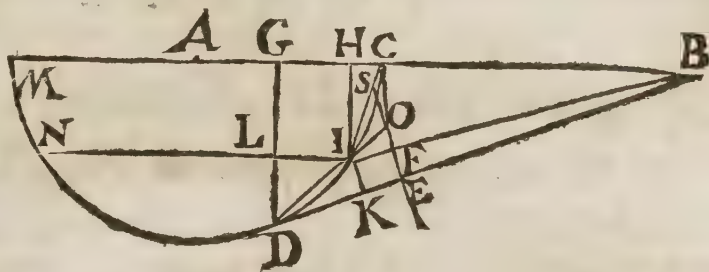
PROPOSITIO IX.

Si duorum circulorum ſe exteriùs contingentium centra jungat recta linea, & ab unius centro ad alterius convexam peripheriam rectæ ducantur, ſubtenſa arcus abſciſſi major eſt quàm differentia linearum angulum in illo centro conſtituentium.

DUorum circulorum centra ſint A & B, qui ſe tangant in C, & jungat centra recta A B. Ex centro A in alterius convexam peripheriam ducatur recta A D abſcindens arcum C D. Dico linearum A D & A C angulum in centro A conſtituentium differentiam E D minorem eſſe ſubtensâ C D. Quia ex 20. lib. 1. duæ lineæ A C & C D ſimul majores ſunt rectâ A D; auferantur A C & A E æquales, remanet C D major quàm E D. Similì ratione C I major eſt quam I F. & ſi ſumatur angulus I A D, etiam I D major eſt quàm D H differentia inter A I & A D, quia in triangulo A I D duo latera A I & I D majora ſunt reliquo D A, demptíſque æqualibus A I & A H remanet I D major quàm D H.

PROPOSITIO X.

Si duo circuli ſe exteriùs contingant, & in uno æquales arcus ſumantur, ad quorum extremitates ducantur rectæ à centro alterius circuli; differentia ſinuum arcûs ſimpli & dupli ad differentiam Exceſſuum harum rectarum ſupra ſuum Radium habet minorem Rationem, quàm ſinus arcûs ſimpli ad Exceſſum lineæ ad ipſum ductæ.

SInt duo circuli, quorum centra A & B, ſe contingentes in C, ſumantur æquales arcus C I & I D, ad quos ex centro B

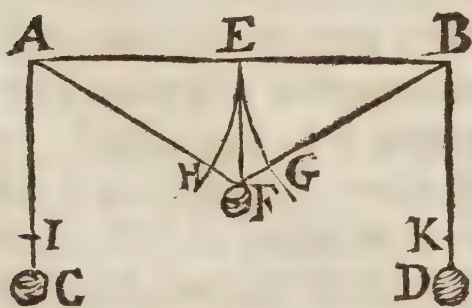
ducantur rectæ BI & BD secantes circulum CE in F & E: Radium B excedunt excessibus FI & ED, qui ex 8. lib. 3. inæquales sunt, & major est ED quàm FI differentiâ KD. Arcuum subtensæ CI & ID æquales sunt, sinuum IH & DG differentia est LD. Dico majorem Rationem esse HI ad IF, quàm LD ad DK.

Primò ducantur rectæ EF, KI: EF autem producatur ita, ut occurrat rectæ DI productæ in O. Quia triangula BFE & BIK sunt isoscelia, & angulus BEF æqualis est angulo BKI, rectæ EO & KI ex 28. lib. 1. sunt parallelæ: igitur ex 2 lib. 6. in triangulo DOE ut DI ad IO, ita DK ad KE: Atqui DI major est quàm IO, ergo etiam DK major quàm KE. Probatur autem DI majorem esse quàm IO; quia DI æqualis est ipsi CI ex hypothesi; punctum verò O est extra circulum CE, quem linea EFO secat: ergo linea EF producta occurrit lineæ IC citrà punctum C in S. Sed quoniam angulus BEF est acutus, qui est illi deinceps DEO est obtusus; ergo per 16. lib. 1. externus DOS multo magis est obtusus: ergo per 19 lib. 1. major est IS quàm IO, ergo multò major est IC quàm IO, hoc est ID major est quàm IO.

Deinde angulus MCI major est angulo NID, majori enim arcui MDI ille insistit, hic autem minori ND ex 33. lib. 6: triangula verò HIC & LDI rectangula æquales habent hypothenusas, hoc est Radios CI & ID, ergo majoris anguli HCI major est sinus HI; minoris verò anguli LID minor est sinus LD. Igitur ex 8. lib. 5. HI major ad KE, hoc est ad IF, habet majorem Rationem quàm ad eandem KE habeat LD minor: & eadem LD habet minorem Rationem ad DK majorem quàm ad KE minorem: Ergo HI ad IF majorem habet Rationem, quàm LD ad DK.

CAPUT XII.

Præponderatio & Æquilibritas gravium fune suspensorum consideratur.

PRopositum est lib. 2. capit. 5. Experimentum, cujus hîc symptomata explicanda, causam afferendo omninò consonam iis, quæ sæpiùs inculcata sunt. Funiculi extremitatibus alligantur pondera prorsùs æqualia; tùm claviculis duobus à se invicem aliquo intervallo disjunctis, sed in eâdem horizontali lineâ constitutis (exquisitè tamen, quoad ejus fieri poterit rotundis atque politis, ne suâ asperitate motui impedimento sint) funiculus imponitur. Deinde tertium pondus assumitur duobus illis simul acceptis levius, aut singulis illis æquale, aut etiam illis minus, & funiculo inter utrumque claviculum adnectitur: hoc sibi dimissum ita duobus illis ponderibus, quæ ob gravitatis æqualitatem sibi mutuo nisu obsistebant, ne moverentur, prævalet, ut ipsum descendens vi suæ gravitatis cogat utrumque illud ascendere. Id quod admiratione carere non potest, cum duo majora pondera, suum æqualem conatum singula vicissim elidentia, conjunctis viribus minori gravitati præstare non valeant.

Funiculo C A B D jungantur æquales gravitates C & D ex claviculis A & B pendentes, quæ æqualiter deorsum connitentes, sibique æqualiter repugnantes ne ascendant, quiescunt. Adnectatur in E pondus: huic etiamsi minori illæ gravitates C & D omnino obsistere non possunt, quin ex E descendat in F ex. gr. & funiculum trahens cogat illas ascendere C quidem in I, D verò in K. Quapropter funiculo E B D æqualis est funiculus F B K, & funiculo E A C æqualis est funiculus F A I: cum autem rectæ B E & B G æquales sint (nam centro B, intervallo B E descriptus est arcus)

arcus) his ablatis, BD æquatur ipsi FG plus BK; & demptâ communi BK, remanet GF æqualis ipsi DK. Eâdem ratione HF ostenditur æqualis ipsi CI. Est igitur mensura motûs ponderum C & D ascendentium HFG, ponderis verò intermedij descendentis EF. At ex prop. 1. capitis superioris Tangens EF major est secantis BF excessu GF, item secantis AF excessu HF: contingit autem aliquam Tangentem majorem esse utroque excessu simul sumpto: potest igitur gravitas minor velociùs descendens præstare utrique ponderi tardiùs ascendenti.

Quamdiu itaque spatium descendentis per Tangentem majus est spatio ascendentium, quod metitur excessus secantium, ita ut Ratio motûs descendentis ad motum ascendentium major esse possit Ratione, quam habent pondera extrema ad pondus intermedium; hoc minore illa majora præponderantur. Ubi verò eò ventum sit, ut jam neutra Ratio alteri præstet, tunc pondera subsistunt, & quies est. Si demùm ponderi intermedio pondus addatur, vel vis aliqua inferatur ponderis vicem subiens, utique adhuc descendit, quia Ratio ponderum extremorum ad pondus intermedium auctum facta est minor; sed sublato hoc ponderis additamento, illa extrema majorem habent Rationem ad pondus intermedium, quàm possit esse motuum reciprocè sumptorum Ratio; ac proinde illa descendentia hoc tantisper elevant, dum fiat Rationum æqualitas.

Non est autem hîc opus ea, quæ uberiùs superiore libro explicata sunt, replicare, videlicet, gravium resistentiam, ne moveantur, non esse attendendam penès ipsam gravitatem dumtaxat, verùm etiam motûs, qui situm ipsum atque positionem consequeretur, velocitate aut tarditate dimetiendam; hanc verò unius tarditatem cum alterius velocitate comparari non posse nisi ex longitudine spatiorum, quæ utrumque eodem temporis intervallo percurreret. Ex quo manifestâ consequutione conficitur satis esse, si spatiorum inæqualitas aut æqualitas ostendatur; ut præponderatio aut æquilibritas innotescat: ac propterea satis est hîc secantium excessus cum Tangente comparare; hæc enim ponderis intermedij, illi ponderum extremorum motum definiunt.

Quapropter animum in rem ipsam attentiùs intendentes observamus descendentis ponderis intermedij funiculum BFA

cum horizontali lineâ B A angulos conſtituere ad B & A primùm quidem acutiſſimos, deinde majores & majores; ac propterea Tangentis ad Exceſſum ſecantis Rationem ſemper minui ex propoſ. 3. ideóque tandem ad eam deveniri Rationem, quæ non ſit major Ratione ponderum reciprocè ſumptorum. Quid igitur mirum, ſi tandem fiat quies, ubi non eſt Rationum inæqualitas? Viciſſim autem quia ponderum certa eſt Ratio; certa eſt etiam Ratio Tangentis ad Exceſſum ſecantis certi cujuſdam anguli; igitur ex eâdem prop. 3. minoris anguli Tangens ad Exceſſum ſuæ ſecantis majorem habet Rationem, quàm ſit Ratio ponderum reciprocè: ideóque pondus in E conſtitutum poſitionem habens, ex quâ aliquis major motus deorſum conſequi poteſt, quàm aſcendant extrema pondera, deſcendit, & ſuperat eorum reſiſtentiam. Sed quoniam ſuppoſitâ extremis ponderibus manu ita elevare ea poſſumus, ut pondus intermedium deſcendens funiculumque intendens conſtituat ad B & A angulos, quorum communis Taugens E F habeat ad Exceſſum ſecantium H F G Rationem minorem, quàm ſit reciprocè Ratio ponderum extremorum ad pondus intermedium, ſatis conſtat, cur illa extrema præponderent, cùm & plus gravitatis & majora momenta, hoc eſt propenſionem ad majorem motum, obtineant. Quamvis enim ex prop. 4. differentia inter Tangentes duorum in eodem circulo arcuum inæqualium major ſemper ſit differentia, quæ inter eorumdem ſecantes intercedit; quia tamen ex prop. 5. Ratio hæc ſemper fit minor, quò anguli augentur, idcircò ſi Tangens ſit duobus circulis communis, fieri poteſt, ut utriuſque circuli ſecantium differentiæ ſimul ſumptæ majores ſint ipsâ Tangente, vel ſaltem Tangens ad illas ſimul ſumptas eam habeat Rationem, quæ minor ſit Ratione ponderum reciprocè.

Et ut veritas exemplis ante omnium oculos poſita nullum dubitationi locum relinquat, data ſit Ratio extremorum ponderum ad pondus intermedium, & inquiratur Tangens ſimilem Rationem habens ad utriuſque ſecantis Exceſſum: intelligatur autem hîc facilitatis gratiâ punctum E omninò æqualiter diſtans ab A & B ita, ut æquales etiam ſint ſecantium exceſſus H F & G F. Et primò quidem ponatur pondus medium æquale ſingulis extremis. Eſt igitur quæſita Ratio dupla Tangentis

E F

EF ad Excessuum summam HFG, cujus summæ semissis est GF, atque adeò Ratio Tangentis EF ad GF est quadrupla, hoc est ut 4 ad 1. Ergo ex corollar. prop. 2. ut quadratum Excessûs ad differentiam inter quadrata Excessûs & Tangentis (sunt autem quadrata 1 & 16) hoc est ut 1 ad 15, ita excessus secantis ad duplum Radij BE. Quare Excessus secantis ad Radium BE est ut 1 ad 7 $\frac{1}{2}$. Posito igitur Radio BE 100000, Excessus secantis GF est 13333 $\frac{1}{3}$, & ejus quadrupla Tangens EF 53333 $\frac{1}{3}$ dat angulum EBF gr. 28. 4'. 21", cujus secans BF est 113333 $\frac{1}{3}$. Distantia AB statuatur pedum quatuor, hoc est digitorum 64: est BE dig. 32. Igitur ut BE 100000 ad GF 13333, ita BE dig. 32. ad GF dig. 4 $\frac{1}{4}$. & Tangens hujus Excessûs quadrupla erit descensus EF dig. 17, ascensus verò DK aut CI dig. 4 $\frac{1}{4}$ singuli, & ambo simul 8 $\frac{1}{2}$. In omnibus igitur angulis minoribus angulo gr. 28. 4'. 21". Ratio Tangentis ad Excessuum secantium summam major est Ratione duplâ, quæ est ponderum Ratio, in angulis verò majoribus minor est Ratione duplâ: ac propterea ibi pondus intermedium superat extrema, hîc superatur ab illis, & quiescunt in invento angulo gr. 28. 4'. 21".

Generaliter autem ut invenias, quantum ascendere possint extrema pondera vi ponderis medij descendentis, sit nota Ratio ponderum: tùm minoris termini Rationis datæ semissem accipe (quia unicus Excessus hîc sumitur, & pondus medium æquali intervallo distat ab A & B) & hujus semissis quadratum deme ex quadrato termini majoris: Deinde fiat ut hæc quadratorum differentia ad quadratum illius semissis, ita duplum Radij, hoc est tota claviculorum distantia AB ad aliud, & erit Excessus unius secantis, quæ est mensura ascensûs æqualis ponderum DK aut CI.

Ponderum extremorum Ratio simul sumptorum ad intermedium sit ex. gr. ut 7 ad 6: termini minoris 6 semissis est 3, cujus quadratum 9 ex 49 quadrato termini majoris 7 deme, & est differentia 40. Distantia claviculorum A & B sit digitorum 80; fiat igitur ut 40 ad 9 ita 80 ad 18, & vi ponderis illius intermedij poterunt extrema pondera ascendere dig. 18. Ut verò innotescat, quantum descendat pondus medium, inter Excessum

secantis

ſecantis 18, & 98 ſummam ſecantis & Radij, quære mediam proportionalem, & ex prop. 2. hæc eſt Tangens dig. 42: duplicatus autem 18 pro utroque exceſſu ſecantis dat 36, atque motuum Ratio 42 ad 36 eadem eſt cum reciprocâ Ratione ponderum 7 ad 6. Quòd ſi angulum E B F tantummodo quæris, quem funiculus F B conſtituit cum horizontali A B, fiat ſimiliter ut 40 ad 9 ita Radij duplum 200000 ad 45000 Exceſſum Radio addendum, ut habeatur ſecans 145000 gr. 46. 24′.

Ex his facilè intelligitur cur pro majore claviculorum A & B intervallo pondus medium magis deſcendat, quia ſcilicet attendenda eſt anguli magnitudo, ex quâ pendet Tangentis & ſecantis Ratio; ubi verò major eſt Radius, majorem quoque eſſe ſimilis anguli Tangentem atque ſecantem manifeſtum eſt. Quare ſi exiguum ſit pondus medium, & vix appareat, an ab illo extrema pondera eleventur, atque dubitetur, an ideò ſolùm illud deſcendat, quia funiculum magis intendit; adhibe longiorem funiculum, cui eadem pondera adnectas, & augeatur, quantum opus fuerit, claviculorum A & B intervallum; demum enim apparebit extremorum ponderum aſcendentium motus: acutiſſimus ſcilicet angulus in majore circulo habet ſecantis Exceſſum ſuprà Radium faciliùs notabilem quàm in minore. Sic vides poſito Radio habente unitatem cum ſeptem cyphris, non inveniri Exceſſum ſecantis niſi gr. 0. 1′. 10″. unitatem: at poſito Radio cum quindecim cyphris, habetur ejuſdem anguli ſecantis Exceſſus ſupra Radium partium 57585857: immò habetur etiam unius ſecundi ſecans, cujus Exceſſus ſupra Radium eſt 11752.

Hinc etiam deſines mirari, cur longiores funes aut catenæ nullâ vi ita intendi poſſint, ut in lineâ horizonti parallelâ rectam poſitionem habentes conſiſtant, ſed aliquantulum ſaltem inflectantur; quia nimirum inſitum funi aut catenæ pondus idem præſtat, quod in hoc experimento pondus in medio appenſum. Id quod nautæ non ignorantes ſæpius malunt uni anchoræ funem duplo longiorem adnectere, quàm duabus anchoris ſimplici & ſubduplo fune inſtructis navem firmare: nôrunt ſiquidem longè majore vi opus eſſe ut funis longitudinem habens ducentorum cubitorum intendatur, quàm ſi centum tantummodo cubitorum longitudo eſſet; ac proinde undarum impetum

Impetum longior funis faciliùs eludit, eóque minùs timendum est, ne dirumpatur, quò difficiliùs intendi potest.

Simile quiddam dicendum videtur, cùm longiorum prismatum aut cylindrorum extremitates subjectis fulcris totam longitudinem horizonti parallelam in aëre quasi suspensam sustinent; suo enim pondere si non franguntur, saltem curvantur; id quod brevioribus cylindris aut prismatis non contingit. Quia videlicet ex ipsâ positione partes, quæ in mediâ longitudine locum obtinent, & quæ his proximæ sunt, aptæ sunt velociùs moveri quàm remotiores: & quemadmodum pondus in medio positum descendens vincit resistentiam extremorum ponderum ascendentium, ita vis harum partium mediarum superat vim, quâ partes invicem nectuntur, ac proinde distractæ flectuntur saltem, & demum separantur.

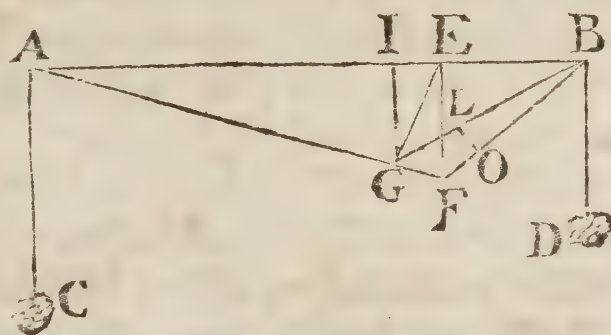
Sed antequam planè ex animo effluat, unum hîc observandum (de quo fortasse maluisses initio præmoneri) aliud esse quod ex naturæ instituto, aliud quod ex iis, quæ accidunt, contingit. Quæ hactenus diximus de Ratione motuum spectatis ponderum gravitatibus, intelligenda sunt, nisi quid interveniat, quod legem hanc infringat; cujusmodi est aliqua funiculi remissio, vel minor intensio, ita ut hic faciliùs à medio pondere descendente adhuc intendatur, quàm extrema pondera eleventur; ubi enim eò devenerit pondus medium, ut intentus funiculus cum lineâ horizonti parallelâ angulum faciat, cujus Tangens ad secantium Excessus Rationem habet reciprocam ponderum, ibi subsistit, etiamsi extrema pondera elevata non fuerint nisi juxtâ mensuram differentiæ secantium duorum angulorum, ejus videlicet quem demum funiculus constituit, & ejus qui funiculi remissionem ipso motûs initio consequitur: quia ulterior descensus ad ulteriorem ascensum non haberet majorem Rationem, sed minorem Ratione ponderum reciprocè sumptorum. Quòd si valde inæqualia fuerint pondera, evenire potest totam vim descendendi, quam pondus medium habet, absumi in funiculo intendendo, nec quicquam virium superesse ad extrema pondera attollenda.

Húc etiam spectat impedimentum, quod ex funiculi claviculos terentis conflictu oritur; cùm enim descendentis ponderis medij momentum semper decrescat, ut ex prop. 5. constat,

adeò extenuari poteſt, ut jam ſuperare non valeat extremorum ponderum aſcendentium momenta aucta momento, quod ex partium conflictu oritur; qui conflictus ſi non adeſſet, pergeret illud adhuc deſcendendo. Propterea ſi claviculos ipſos congruentibus rotulis inſeras, adeò ut funiculus excavatæ abſidi inſideat, longè majorem motum faciliúſque perfici videbis; minûs enim rotula cùm ſuo axe confligit, quàm funiculus cum claviculo, ſi illum te ..t; & quidem quò major fuerit rotula, circa eundem axem faciliùs volvitur, minor ſiquidem partium tritus fit, ſi cætera omnia ſint paria. Simili modo ſi pondus medium plus æquo per vim deprimas, faciliùs ſuum in locum redibit adhibitis rotulis, quàm ſi funiculus claviculis inſiſteret: quia pondera extrema ſuperare non valent & gravitatem ponderis medij & impedimentum, quod oritur ex majori tritu funiculi & claviculorum, quàm rotularum & axium. Obſervabis etiam adhibitis rotulis pondus medium ſibi relictum tanto impetu à lineâ horizonti parallelâ deſcendere, ut ex concepto impetu fines ſuos tranſiliat, ac idcirco deſinente impetu, quem in motu acquiſivit, iterum ſurſum trahi ab extremis ponderibus, quæ ſicut minorem Rationem habebant ad gravitatem ponderis medij auctam impetu acquiſito, ita majorem Rationem habent ad eandem ſpoliatam illo impetu.

Porrò hæc quæ hactenus de pondere in mediâ planè diſtantiâ inter claviculos aut rotulas conſtituto dicta ſunt, intelligenda ſunt pariter de pondere claviculorum intervallum inæqualiter dividente, quod quidem ſpectat ad æquilibrium aut præponderationem propter Rationum æqualitatem aut inæqualitatem. Peculiare tamen aliquid obſervandum eſt, videlicet aliquando contingere, ut hoc pondere medio deſcendente pondus proximum aſcendat, remotum verò deſcendat, utróque autem pondere extremo aſcendente magis aſcendere quod proximum eſt, minùs quod remotum. Hujus inæqualis aſcenſûs (ſi pondus medium rectâ ad perpendiculum deſcendat) cauſa in promptu eſt ex iis, quæ prop. 8. indicata ſunt, nam ejuſdem Tangentis quadrato æqualia ſunt, atque adeò & inter ſe æqualia, rectangula, quæ fiunt ſub Exceſſu ſecantis & aggregato ſecantis & Radij: ſunt igitur ex 14. lib. 6. Exceſſus ſecantium reciprocè in Ratione aggregatorum ſecantis & Radij:

dij: quapropter ubi major eſt Radius & ſecans, ibi minor eſt ſecantis Exceſſus, hoc eſt remoti ponderis aſcenſus, & contra ubi minor eſt Radius & ſecans, ibi major eſt ſecantis Exceſſus, hoc eſt ponderis proximi aſcenſus.

Cur autem aliquando proximum pondus aſcendat, atque remotum deſcendat, quando nimirum valde inæquales ſunt ponderis medij à claviculis diſtantiæ, hinc fit, quod idem pondus ex longiore funiculo majorem habet vim deſcendendi, quàm ex breviore; cui majori momento cum reſiſtere debeat pondus proximum, faciliùs cedit deſcendenti, atque adeò non rectâ deorſum tendit pondus medium, ſed obliquè, accedendo ad pondus remotum, quod propterea deſcendit. Sic poſitum pondus in E valde inæqualia habet momenta comparatum cum extremis ponderibus D & C, quæ in punctis B & A exercent ſuas vires adversùs pondus medium; quod ubi infrà horizontalem A B deſcẽderit, illico inæquales angulos cum horizontali lineâ A B conſtituit inflexus funiculus; ut ſi intelligatur pondus ex E veniſſe in F, angulus F B A major eſt angulo F A B ex 18. lib. 1. quia latus A F eſt majus latere F B. Igitur angulus F B D, quem funiculus inflexus F B facit cum perpendiculari B D minor eſt angulo F A C; ergo ex dictis lib. 1. cap. 15. pondus in F minora habet momenta ad deſcendendum versùs perpendiculum B D, quàm ad deſcendendum versùs A C, & quidem duplici titulo, ſcilicet anguli F B D minoris, & funiculi F B brevioris. Cum itaque pondus illicò ac ex E deſcendit magis pronum ſit ad deſcendendum versùs perpendiculum A C, non per rectam E F perpendicularẽ deſcendit; ſed obliquè per lineam E G, ita ut funiculus G A brevior ſit funiculo E A, ac propterea cedit ponderi C deorſum trahenti. Et quia funiculus G B longior eſt funiculo F B, & multo magis funiculo E B, propterea aliquando contingere poteſt pondus D magis aſcendere, quàm aſcenderet, ſi E fuiſſet planè in mediâ diſtantiâ inter A & B. Ex quo etiam fit deſcenſum perpendicularem ponderis medij minorem eſſe; nam punctum G

minùs diſtat ab horizontali A B, quàm punctum F, & tamen major eſt differentiá inter E B & G B; ideò minor eſt Ratio I G ad Exceſſum G L, quàm E F ad Exceſſum F O.

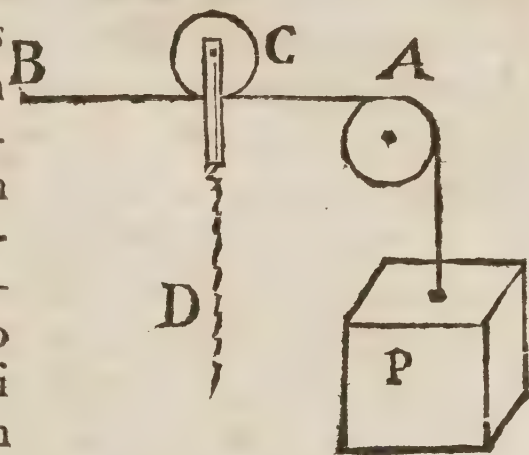
Hanc momentorum inæqualitatem perſpicies, ſi pondus medium ſingulis extremis æquale inter claviculos æqualiter conſtitutum deſcendere permittas, ſuóque in loco cõſiſtere; cùm enim æqualis ſit funiculorum illud ſuſtinentium longitudo, & æquales faciat angulos tùm cum horizontali, tùm cum perpendicularibus, contra utrumque extremum æqualibus momentis pugnat, ac rectâ ad perpendiculum deſcendit. Tum alteri extremorum aliquid adde ponderis; hoc utique deſcendens ſecum rapit & ponderis medij & reliqui extremi gravitates, quas cogit aſcendere, donec ea fiat funiculorum inæqualitas, ut momenta, quæ pondus medium habet ad deſcendendum ratione diſtantiæ á claviculo remotiori, jam ſuperari non valeant à pondere illo extremo cum ſuo additamento.

Nec diſpar eſt philoſophandi methodus, cum funiculi extremitas alterutri claviculo alligatur, unico pondere in alterâ extremitate pendente ex altero claviculo: pondus enim inter claviculos funiculo adnexum, quia velociùs movetur deſcendendo, quàm reliquum pondus aſcendendo, ſuperare poteſt illius gravitatem. Sit enim funiculus alligatus in A, & pendeat pondus D ex claviculo B: pondus (utrùm æquale ſit, an majus, an minus, parum refert) adnectatur in C: utique deſcendens deſcribit arcum C I circa centrum A; eſt autem funiculus I B longior quàm C B ex 8. lib. 3. Sed quoniam duo latera B C & C I ſimul majora ſunt reliquo latere I B ex 20. lib. 1. major eſt recta C I, & multo magis arcus C I ſpatium quod percurrit pondus medium deſcendens) quàm I E Exceſſus lateris I B ſupra C B, hoc eſt menſura motûs ponderis D aſcendentis. Quia verò ponderis medij deſcendentis circa centrum A momenta decreſcunt ex dictis lib. 1. cap. 15. circa centrum autem B decreſcunt quidem, quia minor fit angulus declinationis à perpendiculo G B D, ſed decrementum hoc temperatur, quia momenta creſcunt ratione longitudinis funiculi, quæ ſemper augetur ex 8. lib. 3.

lib.3.propterea ad momentorum æqualitatem venit, ubi demùm quieſcit. Quantum autem deſcendat, pendet ex ipſius ponderis gravitate abſolutâ ſive majori, ſive minori, ſive æquali comparatâ cum pondere D,& ex diſtantiâ à centro A : ſi enim valde propinquum ſit centro, parùm deſcendit,etiamſi cæteroqui gravius ſit; & ſi per vim adhuc deprimatur, ut veniat in G, ceſſante vi extrinſecùs illatâ pondus D deſcendens illud iterum attollit.

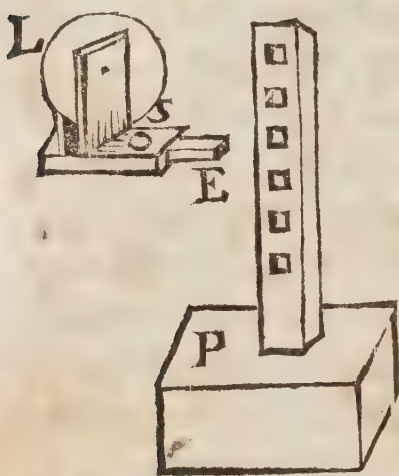
Cave tamen ponderis medij deſcendentis momenta metiaris ex arcu, quem deſcribit, ſed potiùs illa definienda ſunt ex ipſo deſcenſu perpendiculari, cum moveatur vi ſuæ gravitatis. Quoniam verò æqualibus arcubus deſcriptis non reſpondent paria perpendicularium linearum incrementa ex prop.10.ſed ſemper minora fiunt; contra verò incrementa ſecantium augentur,hinc eſt deveniri ad momentorum æqualitatem, ita ut pondus medium gravius pondere extremo aptum ſit minùs deſcendere quàm illud aſcenderet ſecundùm reciprocã Rationẽ gravitatum.

Hinc elici poteſt compendium aliquod in attollendo pondere cæteroqui valde gravi; ſit enim pondus P attollendum fune circumducto rotulæ A: quò longior funis poteſt alligari in B, eò faciliùs ſequetur motus, ſi ad ſervandam in mediâ diſtantiâ poſitionem potentiæ moventis ſimplicem trochleam aut annulum in C addideris,cui inſeratur funis B A: nam applicata potentia in D deorſum trahens multo faciliùs attollet pondus P, quàm ſi arreptâ funis extremitate B idem onus elevare conaretur ad eam altitudinem, ad quam attolleretur à pondere in C adnexo, quod æqualibus viribus præditum eſſet cum potentiâ in D trahente. Ubi jam ſit attollendi difficultas, ſuppone aliquid ponderi P, cui illud incumbat, nec contra funem conetur: tùm iterum funem intende, & alliga in B, ut ſit A B horizonti parallelus, & iterum in D deorſum trahens priorem facilitatem experieris: id quod toties iterari poterit, quoties opus fuerit.

Ex his omnibus, quæ toto hoc capite diſputata ſunt, manifeſtum eſt non referendas eſſe machinarum vires ad Rationes

circuli aut Vectis, quandoquidem hic videmus minori pondere majus pondus moveri abſque ullo motu circulari.

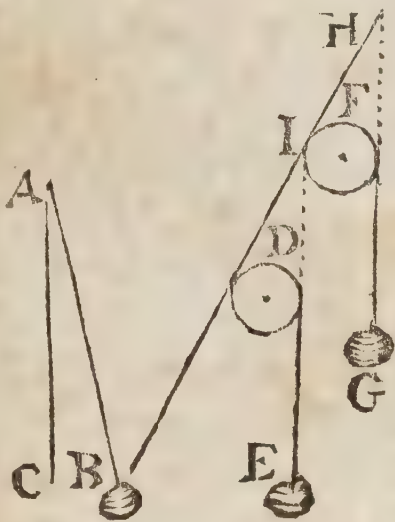
CAPUT XIII.

An aliqua ſit Libræ obliquæ utilitas.

Libram obliquam vocat Simon Stevinus Static. lib.3.prop.6. rotulam L funiculi in excavatâ apſide capacem pondus cum æquipondio jungentis, & in ſuo loculamento facillimè verſatilem, cujus particula extans E poſſit pro re natâ eximi, atque iterum inſeri foraminibus, quibus exactè congruat, tigilli P firmè infixi pedi ſatis gravi, ne valeat à ponderis examinandi gravitate rapi & inclinari. Hanc ille ad ponderum obliquorum momenta inveſtiganda utilem exiſtimavit, eamque ſæpiùs ingerit Static.lib.1.prop.19.& ſeqq.quamvis ſemper illam cum elevante directo conjunctam adhibeat. Propterea, an aliquid ex illâ emolumenti, ſi ſolitaria adhibeatur, capere poſſimus in ponderum momentis inveſtigandis ſivè ſuſpenſorum, ſivè in plano inclinato jacentium, hîc examinare operæ pretium fuerit; nam & à ſuperioris capitis argumento non aliena videtur eſſe præſens diſputatio.

Antequam verò rem aggrediar, monendum te cenſeo, Amice Lector, opportunius accidere, ſi tigilli perforati loco cylindrum in cochleam efformatum ſtatueris, cui congruat in ſimilem helicem excavatum foramen S in rotulæ L loculamento: ſic enim faciliùs elevabitur aut deprimetur rotula, prout exiget ipſius ponderis poſitio.

Dupliciter itaque contingere poteſt ponderis obliquitas, ſeu quia ſuſpenſum non in eodem perpendiculo, in quo eſt punctum ſuſpenſionis, habet centrum ſuæ gravitatis, ſeu quia plano inclinato incumbit; utroque enim in caſu momenta habet ad deſcendendum, quæ communi librâ aut ſtaterâ veſtigare utique non poſſumus: an libræ obliquæ ope id aſſequemur? Et primò quidem ſi pondus examinandum è funiculo ſuſpenſum fuerit, ejuſque momenta pro variâ declinatione à ſuo perpendiculo inquirantur

rantur, res manet incerta, si in praxim deducatur, quia plurimum interest, quâ obliquitate inclinetur, atque à suo perpendiculo deflectat funiculus libræ obliquæ, si maximè cum diversâ obliquitate jungatur dispar funiculi illius longitudo. Nam ex A suspendatur pondus B habens B A C angulũ declinationis à suo perpendiculo A C; & primùm sit libra obliqua D, itaut æquipõdium E retineat pondus B in eodem situ: deinde transferatur libra obliqua ex D in F, & æquipondium G retineat pariter in eodem situ pondus B cum declinationis angulo B A C. Si in eâdem rectâ lineâ sint B D F, nulla est momentorum inæqualitas, quamvis disparitas intercedat inter funiculi longitudines B D, & B F. Sin autem F paulo superior fuerit aut paulo inferior, jam B D & B F angulum in B constituunt, & momenta mutantur. Quoniam enim I E & H G perpẽdiculares sunt parallelæ, in easque incidit recta B D F producta, anguli B I E, & B H G sunt æquales per 29. lib. 1. at verò si libra obliqua F non planè in eâdem rectâ lineâ, sed superiore loco collocaretur, angulum constitueret cum perpendiculo H G acutiorem, & inferiùs posita angulum efficeret minùs acutum. Quare pondus B, quò acutior est angulus, & magis accedit ad perpendiculũ F G, eò etiam magis conatur contra F, & ad æquilibrium exigit majorem gravitatem in G, quàm cum angulus est minùs acutus. Id quod experimento allato superiori capite manifestum fit; si enim funiculi extremitates jungant pondera inæqualia, pondus intermedium magis accedit ad perpendiculum, in quo est major gravitas. Hinc quia valde incertum est in praxi, utrùm B, D, & F in eâdem sint rectâ lineâ, propterea etiã incertũ erit ex gravitate ponderis G inferre, quanta sint ponderis B momẽta cum declinatione B A C: Nisi fortè duplicẽ instituas libræ obliquæ positionem in D, & in F, atque eodẽ semper põdere tam in E quàm in G retineatur pondus B in positione eâdẽ. Ita tamẽ collocanda est libra obliqua, ut angulus A B D sit rectus; ex illo quippe æstimatur planũ inclinatũ, in quo pondus B conatur descendere, ut dictũ est lib. 1. cap. 15. alioquin si acutus fuerit aut obtusus ille angulus, quamvis in eâdem declinatione B A C retineatur, valde inæqualia apparebunt momenta. Quis autem de

anguli

anguli illius rectitudine certus fuerit? cùm maximè rectam D B oporteat ad perpendiculum insistere lineæ jungenti punctum A suspensionis cum centrō gravitatis ponderis B. Ex pondere itaque, quod est in E, aut in G, nemo potest certò definire momenta ponderis B suspensi.

At si dato quopiam plano inclinato jaceat pondus, velísque librâ hujusmodi obliquâ explorare, quanta habeat pro eâ plani inclinatione ad descendendum momenta, ego sanè nihil certi affirmare auderem; quippè qui semper incertus hærerē, an æquipondium libræ obliquæ indicaret ipsa momēta ponderis in plano inclinato pro ratione inclinationis; nam plani subjecti non omninò lubrica superficies, & ponderis illi incumbentis asperitas impedientes motum, non nihil detrahunt momenti ad descendendū. Cum verò pro diversá inclinatione planū inæqualiter prematur ab insistente pōdere, adhuc eadem superficierū se contingentiū asperitas magis obsistit motui, quò major est plani inclinatio declinans à perpendiculo. Quare adhuc magis incerta essent momenta, quæ ab æquipondio libræ obliquæ indicarentur.

Nihil aliud itaque commodi hinc sperari potest præter notitiā momenti, quod planorum asperitas detrahit momēto descendendi. Si enim nota sit ponderis dati gravitas absoluta, & plani inclinatio innotuerit, videlicet angulus, quem planum inclinatū cum plano horizontali constituit, fiat ut Radius ad Sinum noti anguli inclinationis, ita gravitas absoluta dati ponderis ad momēta, quæ habet in plano inclinato: Tum librâ obliquâ exploretur, quanto æquipondio opus sit ad retinēdum pondus in plano inclinato, ne deorsum labatur: nam differentia inter gravitatem æquipondij, & momenta inventa pro tali inclinatione indicabit, quantum impedimenti oriatur ex planorū se contingentium asperitate, si æquipondij gravitas minor sit momentis, quæ ab hujusmodi inclinatione exiguntur. Sic ex. gr. sit ponderis dati absoluta gravitas unciarum 30, inclinationis angulus dati plani cum plano horizōtali sit gr. 60. fiat ut 100000 Radius ad 86603 Sinum gr. 60. ita 30 ad 25.98″. Si applicata libra obliqua æquipondium habeat solùm unc. 24, manifestum est à planorum asperitate detrahi momenti partem ferè decimam tertiam, cùm desint justo æquipondio ferè unciæ 2. Verùm & hìc observandum, opus esse funiculi, à quo pondus retinetur, parallelismum cum plano inclinato, prout ex iis, quæ de obliquis tractionibus lib. 1. cap. 16. dicta sunt, satis constat.

MECHA

MECHANICORUM LIBER QUARTUS.

De Vecte.

HACTENUS de instrumentis ad movenda pondera idoneis nihil, nisi fortassè obiter, dictum est: jam ad illa explicanda accedimus, quibus veteres facultatibus nomen indiderunt. Quamvis autem in quinque facultatibus enumerandis primum locum Vecti Pappus lib. 8. Collect. Math. non tribuat, placuit tamen de Vecte ante cæteras facultates disserere, est siquidem paratu facillimus, & ad subitum usum promptissimus, atque censeri potest, ut idem Pappus loquitur, *fortasse præmeditatio motús circa excedentia pondera: statuentes enim quidam magna pondera movere (quoniam primùm à terrâ attollere oportet, ansas autem non habebant) quòd omnes partes basis ipsius ponderis solo incumberent, paulùm suffodientes, & ligni longi extremitatem subjicientes sub onus, adducebant ex alterâ extremitate, supponentes ligno propè ipsum onus lapidem, qui Hypomochlium appellatur. Cúmque illis visus esset hic motus valde facilis, existimaverunt fieri posse, ut hoc pacto magna pondera moveretur. Vocatur autem tale lignum Vectis, sive quadratum sit, sive rotundum, & quanto propinquius oneri ponitur hypomochlium, tanto faciliùs pondus movetur.* Hæc ille vectis ortum & procreationem quodammodo indigitans.

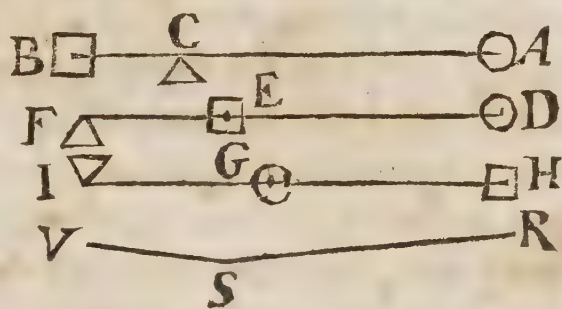
Contingere quidem potest, ut Vecte aliquando utamur ad sustinendum ingens pondus, non autem ad movendum, adeò ut potentia exigua sustinens, in alterâ vectis extremitate posita,

habeat rationem æquipondij retinentis pondus in oppoſitâ extremitate collocatum : & tunc locum habet Ariſtotelis ſententia Mechan.quæſt.3.dicentis, *Ipſe vectis eſt in causâ libra exiſtens, ſpartum infernè habens, in inæqualia diviſa; hypomochlion enim eſt ſpartum, ambo namque ſunt ut centrum.* Verùm cùm propriè, & preſsè tunc facultas eſſe non videatur, neque exerceat munus vectis, quia non movet, ſed ſit quaſi jugum ſtateræ; fruſtra Vectis quâ vectis eſt, ad libram revocatur: præſertim cùm aliquod vectis genus ſit, in quo nullum libræ veſtigium deprehendi poteſt, etiamſi pondus cæteroqui ruiturum ſuſtineat; ſi nimirum pondus ipſum inter vectis extremitates conſtitutum ſuſtineatur, aut potentia ipſa ſuſtentans medium locum occupet inter pondus & hypomochlium, ut infra dicetur. Quid enim pariter non revocetur libra aut ſtatera ad Vectem, ſi ex altera jugi extremitate pondus addatur, quod ad oppoſitum pondus majorem habeat Rationem, quàm libræ, aut ſtateræ brachia reciprocè ſumpta? tunc enim (quaſi ſtateræ aut libræ centrum motûs eſſet hypomochlium) ſequitur motus prout ex vecte. Quemadmodum igitur libra aut ſtatera ad ponderum æquilibrium inſtitutæ, non verò ad eorum motum, libræ aut ſtateræ munus non exercent in motu, quâ motus eſt; ita pariter vectis hypomochlium inter extremitates habens non exercet munus vectis in quiete: alioquin & vectis ad libram, & viciſſim libra ad vectem abſurdo circulo revocaretur. Adde verò genus hoc vectis hypomochlium inter extremitates habentis, ſi adhibeatur ad onus in plano horizontali movendum, non verò ad illud ſuſtentandum, nihil habere commercij cum librâ, onus ſi quidem nullam exercet vim ſuæ gravitatis adversùs ipſum vectem, nam ceſſante potentiâ onus illicò quieſcit; at in libra ſublato æquipondio pondus deſcendit. Quid ſi vecte utamur ad corpus leve infra aquam deprimendum? an erit illa libra inverſa? Non igitur me fruſtra conficiam labore enitens rationes libræ in vecte recognoſcere, ſed ipſum per ſe conſiderans, quæ opportuniora cenſuero, diſputabo.

CAPUT

CAPUT I.

Vectis forma, & vires explicantur.

VEctis ob id ipſum quia Vectis eſt & Facultas mechanica, longitudo quædam eſt, in qua tria puncta aſſignantur, primum Potentiæ moventi, alterum Ponderi movendo, tertium Fulcro, ſeu Hypomochlio, cui innixus vectis tanquam ex centro duos arcus deſcribens duplicem motum definit, Potentiæ videlicet & Ponderis, pro variâ illorum ab eodem fulcro diſtantiâ. Hinc quia tripliciter in hac longitudine tria hæc puncta diſponi poſſunt, tria oriuntur vectis genera. Primum eſt vectis genus, cùm extremitates occupantur à Potentia A & Pondere B, medius locus Hypomochlio C cedit. Secundum genus eſt, cum extremitati alteri F innititur vectis, alteri Potentia D adjungitur, & inter utramque extremitatem collocatur Pondus E. Tertium genus eſt, cum Potentia & Pondus loca ſecundi generis invicem permutant, Potentia G videlicet in medio, Pondus H in extremitate conſtituitur, manente alterâ extremitate I tanquam motuum centro. Cum itaque nulla alia fieri poſſit trium hujuſmodi punctorum diverſa diſpoſitio, patet tria ſolùm Vectis genera excogitari potuiſſe: quod enim quartum Vectis genus, ſcilicet inflexum R S V comminiſci quibuſdam placuit, omnino ineptum eſt, quippe quod à primo genere nihil differt, niſi quia, loco ſubjecti fulcri, adnexum habet hypomochlium inter extremitates conſtitutum in S, ubi ſinuatur in angulum, cui in motu innititur.

Quemadmodum autem inter hæc tria Vectis genera diſſimilitudo, ita non modica inter eorum vires diſcrepantia interce-

dit. Primum enim genus, ſi ab hypomochlio inæqualiter dividatur longitudo vectis, ut ab eo plus diſtet Potentia, quàm Pondus, juvat Potentiam; ſecus verò, ſi Potentia & Pondus æqualibus intervallis ab hypomochlio abſint, aut propior ſit Potentia quàm Pondus; Potentiæ etenim tunc vectis vel nihil affert adjumenti, vel plurimum detrimenti. Secundum genus Potentiæ laborem ſemper minuit, Tertium ſemper auget. Quonam id pacto contingat, manifeſtum fiet, ſi vectis vires unde ortum habeant, aperiamus.

Certum eſt fieri non poſſe, ut pondus aliquod per vim moveatur, niſi potentiæ moventis virtus ſuperet ponderis reſiſtentiam; ſi enim pari conatu confligerent, anceps eſſet victoria, & nullus eſſet motus; multo minùs à potentiâ infirmiore, quàm par ſit, vinci poterit innata ponderis propenſio. Hoc igitur ipſo quod motus efficitur, argumento eſt potentiæ virtutem reſiſtentiâ ponderis eſſe majorem: Quod verò pondus eodem temporis intervallo plus ſpatij aut minus decurrat, pro ratione exceſsûs virium potentiæ ſupra ponderis reſiſtentiam definitur; nam ſi perexiguus fuerit exceſſus, movebitur quidem pondus, ſed tardè; ſin autem potentiæ virtus longè excedat ponderis vires, eam celerior motus conſequetur. Et hæc quidem intelligi hactenus velim, quando potentia & pondus juxta æqualem ſpatij longitudinem pari velocitate promoventur, ut ipſa experientia omnibus manifeſtum facit; nemo ſiquidem dubitat, an currus à validioribus equis celerius quàm à debilibus cantheriis trahatur; & à robuſtiore bajulo citiùs quàm ab imbecilliore onus in deſtinatum locum transferri quotidie videmus.

Ut igitur vecte pondus moveri valeat, lex hæc eadem ſtabilis & firma permaneat, neceſſe eſt, ut ponderis reſiſtentia minor ſit virtute potentiæ moventis. Quia verò reſiſtentia componitur ex innatâ ponderis gravitate, & ex motûs violenti tarditate aut velocitate, hoc eſt ex motûs hujuſmodi quantitate intra datam temporis menſuram; propterea ita duo hæc temperari oportet, ut quod alteri additur, alteri dematur; ne adeò reſiſtentia augeatur, ut jam minor non ſit virtute potentiæ. Quare in vecte, cujus extremitati A potentia applicatur certæ virtutis, ita ſtatuendus eſt hypomochlio C locus, ut comparato motu potentiæ in A cum motu ponderis in B, ea ſit motûs B

tarditas;

tarditas ; quæ addita gravitati ponderis B reſiſtentiam componat minorem virtute movendi potentiæ A. Quoniam enim, manente puncto C tanquam centro motûs potentiæ deſcendentis & ponderis aſcendentis, manifeſtum eſt eam eſſe motuum Rationem, quæ eſt Radiorum C A & C B idcirco quò major erit hujuſmodi Radiorum inæqualitas, eò etiam major erit Ratio motûs potentiæ ad motum ponderis, cujus tarditas gravitatem compenſans minuet reſiſtentiam, ut virtuti potentiæ, proportione reſpondeat.

Hìc verò, ſi rem paulò attentiùs introſpicias, deprehendes tamdiu ſolùm admirationi eſſe machinarum vires, quamdiu cauſa occulta manet ; quæ ſi in medium proferatur, admirationi nobis eſt ipſa noſtra admiratio. Aio igitur potentiam tantumdem planè motûs in pondere efficere cum vecte conjunctam (idem de cæteris pariter Facultatibus intelligatur, ne idem ſæpiùs ad nauſeam inculcare oporteat) ac ſi ſolitaria eodem conatu pondus aliquod ſecum pari velocitate adduceret, aut elevaret. Sit potentia A æqualiter, ac pondus B, diſtans à fulcro C ; & quo conatu movetur potentia deſcendens ſpatio digitorum decem, dum arteria bis pulſat ; cogat oppoſitum pondus libræ unius aſcendere pariter eodem tempore per digitos decem ; eſſe enim æquales oppoſitos hujuſmodi motus, qui ex æqualibus Radiis arcus æquales deſcribunt, certum eſt. Jam manente Radio C A, finge Radium C B mutilum atque decurtatum adeò, ut ſola ejus pars decima reliqua ſit, & C B ponderis diſtantia ab hypomochlio ſit ſubdecupla diſtantiæ C A potentiæ ab eodem hypomochlio : erit igitur motus in B ſubdecuplus motûs in A. Quare pondus unius libræ in hac ſubdecuplâ diſtantiâ cùm ſubdecuplo tardius moveatur (percurrit enim tempore eodem ſpatium ſubdecuplum) indiget ſolùm ſubdecuplo impetu ejus, quem prius exigebat, ut æqualiter cum potentiâ moveretur. Totus igitur impetus ille, quem potentia ponderi unius libræ imprimebat, ut æquali velocitate pariter moverentur, illa deſcendendo, hoc aſcendendo, ſi decem ponderibus ſimilibus diſtribuatur, ſatis eſt, ut omnia illa moveantur ſubdecuplâ velocitate. Quia autem duorum arteriæ pulſuum ſpatio ſingula aſcendunt digitum unum, & ſunt decem aſcenſus digitales, dum potentia deſcendit digitos decem, & dum potentia primo

arteriæ pulſu decurrit digitos quinque, decem illa pondera motum quinque digitorum perficiunt, ſingula videlicet per ſemidigitum (id quod pariter obſervari facilè poterit in ſingulis minutioribus temporis particulis) tantumdem motus perficit potentia ac pondus, ſive toto impetu uni libræ impreſſo libra una habeat motum decem digitorum, ſive decimâ impetûs parte ſingulis libris impreſsâ, ſingulæ habeant motum digitalem: utrobique ſcilicet ſunt decem motus digitales, ſive unius ponderis, ſive decem ponderum eodem tempore. Quis verò miretur, ſi ille idem, qui decem aureis nobili hoſpiti ſplendidiores epulas parare poſſet, decem hominibus frugalem menſam inſtrueret ſingulis aureis in ſingulos homines tributis? Deſinat igitur pariter mirari, ſi potentia eadem, quæ decem impetûs particulis libram unam ſecum pari velocitate movet, ſingulis particulis in ſingulas libras tributis moveat decem libras, ſingulas ſubdecupla velocitate; neque enim hic plus conatûs, quàm ibi, requiritur.

In hoc itaque Vectis vires ſitæ ſunt, quod ex Potentiæ & Ponderis poſitione ita temperantur motus, ut impetûs quem potentia ponderi imprimere valet, aut re ipſa imprimit, intenſio reſpondeat tarditati aut velocitati motûs ipſius ponderis. Hinc ſi Potentia, & Pondus æqualibus intervallis ab hypomochlio diſtent; motus æquales ſunt; & perinde ac ſi potentia ſolitaria ſine vecte (ſi illa quidem vivens ſit) attolleret pondus, vectis nihil juvat potentiam, quia pondus hoc recipit totam impetûs intenſionem, quam illa efficere poteſt. Sin autem Potentia quidem magis, Pondus verò minùs à fulcro abſit, tardior ponderis motus minorem exigit impetûs intenſionem; ac proinde entitas eadem impetûs, quæ eſt intenſivè minor, poteſt fieri extenſivè major, & communicari ponderi majori, ac priùs. Quare pro Ratione tarditatis motûs extenuatur impetûs intenſio, atque ideò pro eadem Ratione augeri poteſt ponderis extenſio, hoc eſt gravitas; ut quæ Ratio eſt velocitatis motûs in pondere æqualis velocitati motûs in potentiâ, ad tarditatem motûs in pondere minoris motu in potentiâ, eadem ſit directè Ratio intenſionis impetûs in pondere æquè veloci ad intenſionem impetûs in pondere tardiori, & reciprocè eadem ſit Ratio ponderis tardioris majoris ad pondus illud minus, quod æquè

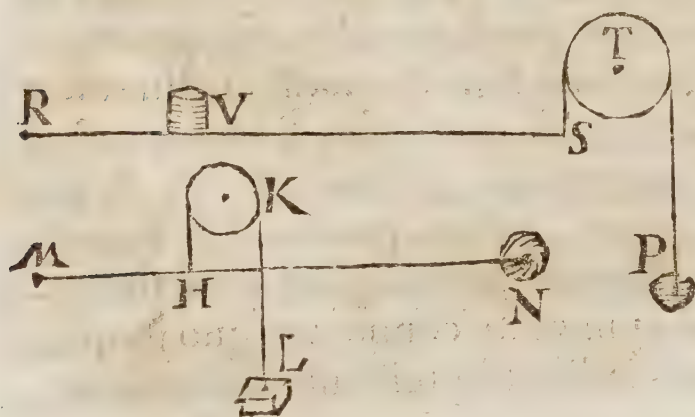
velociter

velociter cum potentia moveri poteſt. Quòd ſi potentia propior fuerit hypomochlio, quàm pondus, potentia tardiùs, pondus movetur velocius: plus igitur intenſionis impetûs requiritur in pondere quàm in potentiâ, adeò ut impetus, qui in potentiâ non vivente eſt extenſivè major, intenſivè minor, contra in pondere ſit extenſivè minor, intenſivè major: ac propterea pondus tantò levius eſſe oportet pondere, quod æquè velociter cum potentiâ moveretur, quantò velociùs movetur præ illo æquè veloci. Non igitur vectis juvat potentiam, ut faciliùs moveat, ſed movendi difficultatem auget. Id quod in Tertio vectis genere ſemper contingit, in quo potentia G minus ab hypomochlio I diſtat, quam pondus H, & tardiùs movetur. Accidit autem hoc idem etiam in Primo genere, cum vectis inæqualiter ab hypomochlio diſtinguitur in partes, ſi loca permutentur, ut potentia propior ſit, quàm pondus. His tamen uti poſſumus, quoties quidem viribus abundamus, ſed ſpatium, in quo potentia moveatur, anguſtum eſt, oportet autem ponderi velocem motum conciliare. Contra verò in vecte Secundi generis potentia à fulcro ſemper remotior eſt, quàm pondus; idcirco ſemper juvat potentiam; quia quo tardior eſt ponderis motus, eò minorem ponderis pars, quæ æqualis ſit ponderi æquè veloci, exigit impetûs intenſionem; ac propterea quod reliquum eſt impetûs à potentia producendi, pluribus aliis ſimilibus ponderis partibus impertiri poteſt; atque adeò abſolutè majus eſt pondus, quàm quod æquè velociter moveretur.

Hæc eadem, quæ de ponderibus vecte movendis dicta ſunt, intelligi pariter oportet de ponderibus vecte ſuſtentandis citra motum; eo tantùm obſervato diſcrimine, quod ad motum major requiritur potentiæ virtus, quàm ſit ponderis reſiſtentia, in ſuſtentatione verò par reſiſtentiæ ponderis eſt virtus potentiæ. Reſiſtentia autem in ſuſtentatione non ex motûs tarditate aut velocitate, quæ re ipſa ſit, ſed ex eâ, quæ eſſet, ſi motus fieret, quatenus pondus eſt vecti connexum, definienda eſt; & pro hujuſmodi momentorum Ratione, quibus pondus deorſum conatur, etiam impetûs contranitentis intenſionem dimetiri neceſſe eſt. Quia igitur pondus cum vecte connexum quo propiùs ad hypomochlium accedit, eo tardiùs ſibi relictum deſcenderet; propterea

propterea etiam minorem contranitentis impetûs intenſionem requirit: Ex quo fit eodem potentiæ conatu, quo illa pondus ſine vecte ſuſtineret,poſſe majorem ponderis gravitatem ſuſtineri adhibito vecte, eóque majorem, quo major eſt Ratio diſtantiæ potentiæ ad diſtantiã ponderis à fulcro; & viciſſim potentia minore conatu idem pondus ſuſtinebit, ſi hoc propius admoveatur ad hypomochlium,quàm priùs, cum opus erat majore conatu.

Porrò conatum potentiæ de induſtriâ dixi, ut vocabulo uterer, quo tum potentia vivens, tùm inanimata æquè comprehenderetur; quia aliquando quidem potentia conatum adhibet innatâ ſuâ gravitate, aliquando autem præter,aut contra gravitatis propenſionem. Gravitate utitur, quæ inanima eſt, & vires ſuas exerit totas, quodcunque demum pondus vecte movendum aut ſuſtentandum proponatur. Potentia verò vivens ſuo conſulens commodo, ne ſe inani conficiat labore, non plus operæ confert, quàm opus fuerit, ſed vires ex opportunitate adminiſtrat,modò majores, modò minores impendens, quippe quæ muſculorum contentione voluntarios motus perficit, & non ſolùm deorſum premendo, ſed etiam ſurſum connitendo,aut in tranſverſum urgendo, vecte uti poteſt: At inanimata potentia non niſi deſcendendo vi ſuæ gravitatis cogere poteſt adverſum pondus ad aſcendendum; atque ſi primum vectis genus demas, cui poteſt illa proximè admoveri, in cæteris generibus, ſi attollendum ſit pondus, artificium aliquod excogitandum eſt, quo interjecto, aut potentiæ virtus, aut ipſum pondus ad vectem applicetur, ut propoſitum finem aſſequamur; conatus enim potentiæ & ponderis, licet inæquales, non tamen oppoſiti ſunt, ſed ad eandem partem ſua gravitate contendunt.

Sic vecte R S, cujus fulcrum ſit in extremitate R, non poteſt pondus V attolli à potentia inanimata P, ſi proximè illi adjungatur in S; ac propterea rotula in T figenda eſt verſatilis,& funiculo S T P jungenda potentia P, quæ deorſum connitens elevat vectem in S, atque

que adeò etiam pondus V. Simili ratione ſit vectis Secundi generis M N, & hypomochlium in M, locus autem ponderis in H : ſi potentia N inanimata vecti proximè adnectatur, utique elevare non poterit pondus in H collocatum : quare ſtatuatur in loco ſuperiore rotula K, & funiculo H K L jungatur pondus L cum puncto H; nam potentia N ſua gravitate deſcendens deprimendo punctum H vectis elevabit pondus L. Idem continget, ſi vectis M N ſit tertij generis, & N ſit pondus attollendum, potentia verò inanimata collocanda ſit in H. Nihil utique præſtabit deſcendendo in H; ut igitur punctum H aſcendat, rotula K adhibeatur, & à potentia L deſcendente elevabitur idem punctum H, ac proinde etiam pondus N. Vel ſi in vecte R S tertij generis ſtatuatur potentia V, illa deſcendens deprimet velociter extremitatem S, & pari velocitate aſcendet pondus P. Quid hoc ſimplex artificium aliquando in ſcenicis motionibus præſtare poſſit emolumenti, facilè prudens machinator intelligit.

Ex his, quæ de Vectis viribus explicata ſunt, apertè liquet omnino veritati conſentanea eſſe ea, quæ lib. 2. cap. 8. diximus, in rotis curruum inveniri non poſſe rationem vectis, quia duo tantummodo ſunt puncta, ſcilicet extremitas Radij ſubjectam tellurem tangentis, & rotæ centrum, cui & innititur pondus, & medio temone applicatur potentia. Cum igitur potentia & pondus eandem habeant poſitionem, & æquali velocitate moveantur, nullum habetur ex Vectis rationibus compendium. Eatenus enim Vectis in Mechanicarum Facultatum cenſu numeratur, quoad potentia & pondus diſpari celeritate moventur, vel quia potentia ſe velociter movens exiguo conatu tardè movet pondus, ut in primo & ſecundo genere vectis, vel quia potentia ſe tardè movens multo conatu celeriter movet pondus, ut in tertio genere. Quare ſemper in motu ponderis per vectem aliquid lucri habetur, nimirum aut major ponderis gravitas, quæ movetur, aut ſaltem major velocitas, qua movetur.

CAPUT II.

Quid in hypomochlij collocatione ſit obſervandum.

TRia in Vecte, ut dictum eſt, puncta conſtituuntur & deſignantur duo quæ moventur, tertium illorum motuum centrum, quod alicui corpori innititur, ut vectis conſiſtat, nec à ponderis gravitate, aut à potentiæ vi abripiatur: huic corpori *Hypomochlio* nomen inditum eſt à Græcis, quaſi (ſi verbum è verbo volumus) *ſubvectis*, nam ut plurimum vecti ſubjicitur, nos *Fulcrum* dicimus, quia vectem ſibi incumbentem fulcit. Cæterùm non eſt hæc conſtans, & perpetua hujus corporis poſitio, ut ſub vecte ſit, quamvis ſemper Hypomochlij aut Fulcri nomine donetur; quandoquidem in vecte tertij generis, ubi pondus in extremitate eſt, potentia medium locum obtinet, ſi infra alteram vectis extremitatem eſſet corpus hujuſmodi, utique à potentia nequiret attolli pondus, ut patet: in ſuperiore igitur parte ſit oportet, ut potentiâ ſurſum conante, pondere deorſum contranitente, impediatur altera vectis extremitas, ne fiat totius vectis converſio obſecundans aut potentiæ conatui, aut gravitati ponderis, quod eſſet attollendum. Quod ſi hoc vecte tertij generis deprimendum eſſet infra aquam per vim corpus aliquod leve, tunc ſub vecte conſtitueretur hypomochlium: contrà vectis primi & ſecundi generis ſi ad premendum aut deprimendum adhibeatur, exigit hypomochlium in ſuperiori parte. Similiter non eſt ſub vecte, ſed ad latus adjacet, quoties pondus eſt movendum in plano horizontali, ſive in eodem plano ſit vectis, ſive in plano verticali, ut cùm duo marmora non elevanda ſunt, ſed immiſſo inter illa vecte invicem disjungenda. Quemadmodum igitur lapis à lædendo pedem vocabulum habet, etiamſi non lapides omnes pedem lædant; ita corpus illud, cui punctum vectis quieſcens innititur, hypomochlij & fulcri nomen retinet, quamvis non ſemper ſub vecte ſit, illúmque ſuffulciat. Quid autem profuerit immutare vocabula,

cabula, ubi rem ipſam tenemus? Immò punctum ipſum vectis quieſcens, quod hypomochlio reſpondet, non raró ab iis hypomochlium dicitur, aut fulcrum, qui verborum compendio claritati conſultum volunt; mihíque hanc loquendi facultatem, ubi res tulerit, reſervo.

Quieſcens autem voco punctum vectis, quod eſt centrum motuum potentiæ, & ponderis; non quia ſemper omnino quieſcat, ſed quia ſi aliquo motu moveatur, tardiſſimum certè eſt omnium punctorum; cætera quippe vectis puncta circa hoc tanquam circa centrum deſcribunt lineam inflexam ac recurvam: alioquin ſi punctum hoc plus moveretur quàm pondus, mutatæ fuiſſent vices, & quod pondus dicitur, eſſet reipſa hypomochlium, corpus verò, quod hypomochlium dicitur, eſſet pondus, quod à potentiâ potiſſimum moveretur. Obſervandum enim eſt non pondus ſolum, verùm etiam hypomochlium accipere vim externam potentiæ vectem agitantis, reſiſtente videlicet pondere, ex quo fit illud premi; quod ſi inæqualiter reſiſtant, licet utrumque moveatur, in illud potiùs exercet virtutem ſuam potentia, quod languidiùs reſiſtit, altero validiore hypomochlij rationem habente. Sic vecti ad attollendum marmor applicato ſi glebam, hypomochlij loco, ſuppoſueris, non marmor attolles, ſed glebam vecte conteres: marmor igitur eſt hypomochlium vecti ſuperpoſitum, & glebæ eſt pondus contritum vecte ſecundi generis: At ſi pro gleba lignum ſubjicias, quod non frangatur, ſed aliquantulum cedens comprimatur, & vectis veſtigium recipiat, ita tamen, ut marmor moveatur, duplex vectis genus hîc intercedit, prout duplex effectus potentiæ conatum conſequitur; ad comprimendum ſcilicet lignum vectis eſt ſecundi generis hypomochlium habens impoſitum marmor, ad elevandum autem marmor vectis eſt primi generis, cujus hypomochlium eſt ſubjectum lignum. Cujuſmodi ſit hypomochlium, ſive ſit funis vectem retinens, ſive axis infixus, circa quem volvatur vectis, ſive quodcumque aliud corpus, cui ille incumbat, aut innitatur, modò abſit incommodi periculum ex ejus fragilitate, parum refert: ſatis eſt, ſi par fuerit ferendo oneri, quod vecte elevatur. Ex ponderis autem gravitate hypomochlij ſoliditas atque materies definienda eſt; ex motûs

qualitate (ſpectatâ loci, in quo perficiendus eſt, poſitione) forma hypomochlij ſtatuatur.

Illud examinandum videtur, quandónam præſtet uti vecte primi generis, quando vecte Secundi generis, hoc eſt an plus commodi afferat fulcrum in vectis extremitate collocatum, ut in ſecundo genere, an verò inter pondus atque potentiam interjectum, ut in primo genere. Propoſita ſit vectis longitudo decem palmorum, quo oporteat pondus ita attollere, ut ejus motus ſit reſpondens arcui deſcripto ex Radio duorum palmorum. Si vectis ſit primi generis, pondus & potentia ſunt in vectis extremitatibus, hypomochlium dividit totam longitudinem in partes duas, quarum major ad potentiam ſpectans eſt quadrupla minoris ſpectantis ad pondus; eſt ſcilicet illa octo, hæc duorum palmorum. At ſi vectis fuerit ſecundi generis, hypomochlium & potentia illius extremitates occupant, pondus ab hypomochlio diſtat palmos duos: quare potentiæ diſtantia ab hypomochlio cum ſit tota vectis longitudo, eſt quintupla diſtantiæ ponderis. Cum igitur ponderis motus cum potentiæ motu comparatus hic quintuplo tardior ſit, ibi verò ſolum quadruplo tardior, minore impetu indiget, ut moveatur vecte ſecundi generis. Cæterùm conſiderato hoc duplici vectis genere, obſervandum eſt in ſecundo genere à potentiâ elevandum non ſolum pondus ſed etiam vectem ipſum, qui ſi valde gravis ſit (ut aliquando contingere poteſt trabem fungi vectis munere) auget potentiæ movendi difficultatem: Contra verò in vecte primi generis ipſa vectis gravitas juvat potentiam; & quidem ſi homo ſit, qui vectem premat, ipſa corporis gravitas acceſſionem facit, ad impetum, qui à vitali conatu oritur: præterquam quod hic liberè & facillimè potentiam inanimatam adhibere poſſumus, & aliam atque aliam adjicere prout opus fuerit; at non item in vecte ſecundi generis, niſi adhibito artificio, de quo ſuperiori capite dictum eſt.

Datâ igitur ponderis movendi gravitate, & datâ potentiæ virtute (quæ videlicet tantò conatu adhibito poteſt certam gravitatem ſola ſine vecte movere in ſimili plano ſive horizontali, ſive inclinato, ſive verticali) diſtinguatur vectis in duas partes ita, ut vel pars ad partem, ſi ſit primi generis, vel totus ad partem,

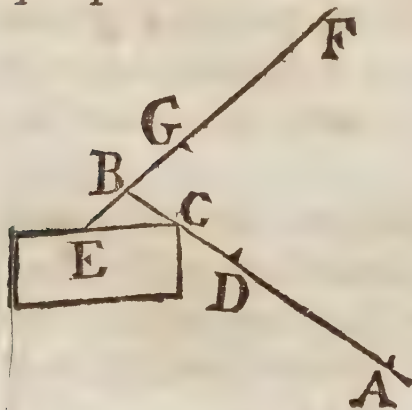
tem, si sit secundi generis, eandem Rationem habeat, quæ est dati ponderis ad pondus, quod à potentiâ solâ sine vecte potest moveri. Sic data Potentia virtutem habeat movendi pondus lib. 6. certo conatu, oporteat autem hoc eodem conatu movere lib. 30: quia virtus potentiæ est subquintupla ponderis dati, propositus vectis intelligatur primùm distinctus in partes sex, quarum una tribuatur distantiæ ponderis ab hypomochlio, reliquæ quinque tribuantur distantiæ potentiæ, ita ut reciprocè sit distantia potentiæ ad distantiam ponderis, ut pondus datum ad virtutem potentiæ: & hic est vectis primi generis. Deinde ut habeatur vectis secundi generis, distinguatur totus vectis in partes quinque, & una ex illis sit distantia ponderis ab hypomochlio in vectis extremitate constituto. In utroque enim casu motus potentiæ est quintuplus motûs ponderis, atque adeò potentia poterit vecte movere pondus quintuplum ponderis, quod sola potest movere.

Potentiæ virtutem dixi, non potentiæ gravitatem, tùm quia non omnis potentia vim movendi habet ex gravitate, tum quia potentiæ gravitas movere non potest gravitatem æqualem, sed minorem, nam cum æquali facit æquilibrium, & solùm potest illam suspendere. Quare si potentia vi suæ gravitatis moveat, non satis erit, si fiat ut potentiæ gravitas ad ponderis gravitatem, ita reciprocè ponderis distantia à centro motûs ad distantiam potentiæ ab eodem centro; sed distantia ponderis ad distantiam potentiæ exigit habere minorem Rationem. Hinc si potentia sit ponderis subquintupla ratione suarum gravitatum, pondus ab hypomochlio distare debet minus quàm parte quinta distantiæ potentiæ ab eodem hypomochlio. Quod si vectis is esset, cujus gravitas notabile momentum adderet potentiæ, tunc distantia ponderis, quæ esset subquintupla distantiæ potentiæ, sufficeret, minor enim esset Ratione potentiæ adæquatè acceptæ ad Pondus.

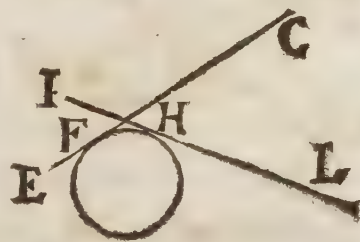
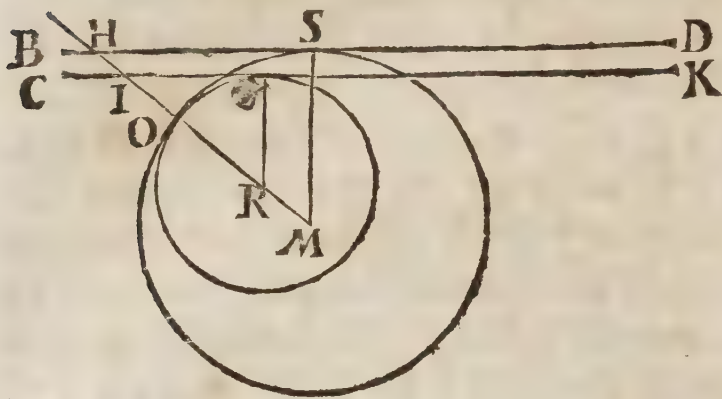
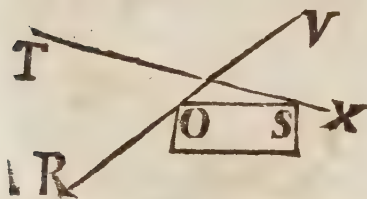
Ubi verò ponderis gravitatem considerare oportet, non satis est illam notam habere, ac si staterâ expenderetur, sed considerandum est planum, in quo illud movendum est; neque enim eadem habet momenta, si sursum elevandum sit

in plano Verticali, ac si urgendum sit in plano inclinato, aut propellendum in horizontali: propterea in Ratione assignandâ partibus vectis non est attendenda gravitas absoluta ponderis, sed quatenus in proposito plano. Idem est de gravitate potentiæ dicendum.

Ex dictis patet non quamcumque vectis longitudinem semper opportunam esse, quamvis verum sit quemlibet vectem posse secundùm quamcumque Rationem in partes distingui, atque proinde quodcumque pondus à quacumque datâ potentiâ posse moveri, si ritè applicari posset. Unum enim est incommodum, quod, quo propiùs ad centrum motuum admovetur pondus, eo minor est illius motus: & contingere potest adeò exiguam esse ponderis ab hypomochlio distantiam, ut motus adeò tenuis nulli futurus sit usui. Quapropter longiori vecte utendum erit, ut, servatâ eâdem distantiarum Ratione, intervallum inter pondus & centrum motuum sit notabile & conspicuum, ex quo motus sufficiens obtineri possit. Quid enim juvaret, si vecte palmorum 25 tentares attollere pondus centuplum virtutis potentiæ? an ut pondus ab hypomochlio distans per digitum (sumo digitos quatuor pro singulis palmis) elevaretur ad altitudinem unius aut alterius grani hordei? Præterquam quod tam ingens pondus ægrè posset in tantillo spatio ad vectem opportunè applicari.

Quod autem ad hypomochlium attinet, curandum maximè est, ut qua parte vectem contingit, minimum sit, &, si fieri potest, proximè in aciem desinat; ut scilicet eandem semper in motu vectis partem contingat; si enim alia atque alia vectis pars hypomochlio insistat, mutantur ponderis atque potentiæ momenta, ideoque augeri potest movendi difficultas. Sit vectis secundi generis AB innixus saxo, quod contingit in C, & centri gravitatis ponderis locus sit D: utique quia DC minor est quàm DB, major est Ratio AB ad DC minorem, quàm ejusdem AB ad DB majorem, per 8. lib. 5. At elevato vecte, ut habeat positionem FE, sicut

cut A venit in F, ita B venit in E, ubi ſaxo innititur, & pondus D venit in G. Eſt igitur F E ad G E, ut A B ad D B; ergo etiam F E ad G E habet minorem Rationem quàm A B ad D C. Quo autem minor eſt motuum Ratio, eò etiam minus eſt potentiæ momentum ad momentum ponderis; igitur ſi Ratio A B ad D B minor ſit, quàm A C ad D C, etiam Ratio F E ad G E minor erit quàm Ratio A C ad D C. Quare tunc ſolùm eadem movendi facilitas manebit (quod quidem ſpectat ad rationem hypomochlij quicquid ſit an ex alio capite mutetur, ut infra) quando C B pars extrema vectis, quæ innititur hypomochlio, ea eſt, ut eadem ſit Ratio A B ad D B, quæ eſt A C ad D C: Hoc autem fieri omnino non poteſt, quia A B & D B ſunt idem ac A C, atque D C, ſi his utriſque addatur eadem pars C B. Si ergo ut A C plus C B ad D C plus C B eſſet ut A C ad D C, etiam permutando, & dividendo, & iterum permutando, per 16. & 17. lib. 5. eſſet ut A C ad D C ita C B ad C B, ac propterea A C totum æquale eſſet parti D C. Non igitur fieri poteſt, ut maneat in motu eadem facilitas ratione hypomochlij, ſi accidat, ut vectis poſitiones in motu ſe decuſſent; id quod evenit, ſi alia atque alia pars vectis hypomochlium tangat. Et quia major eſt Ratio totius A B ad totam D B, quàm ſit ablatæ C B ad ablatam C B, erit etiam, per 33. lib. 5. reliquæ A C ad reliquam D C major Ratio quàm totius A B ad totam D B, hoc eſt major Ratio quàm F E ad G E.

Similiter in vecte primi generis, ſi fulcrum ſit cylindricum, tangit quidem in puncto, ſed dum vectis deorſum urgetur, aliud atque aliud ejus punctum aliis cylindri punctis congruit: nam ſi fuerit potentia in C, & pondus in E, vectis autem tangat in F, in converſione cum E venerit in I, & C in L, jam contactus fit in H ita, ut H L minor ſit quàm F C, contrà verò H I major ſit quàm F E. Decreſcunt ergo potentiæ momenta, cujus diſtantia à motûs centro minuitur, augentur autem ponderis momenta, cujus diſtantiæ à motûs centro aliquid ſemper accedit. Et quidem quò craſſior fuerit cylindrus, factâ pari vectis inclinatione, major etiam oritur diſtantiarum differentia; ut facilè demonſtratur,

ſi

ſi duo circuli ſe intus contingant in O, ubi vectem ſuſtinent, & deinde vectis inclinetur, ut faciat angulum O I G tangens cylindrum minorem in G, aut faciat angulum O H S illi æqualem tangens cylindrum majorem in S: duo ſi quidem triangula I R G & H M S ſunt æquiangula, quia vectes C K & B D ſunt paralleli ex hypotheſi, lineæ verò à centris R & M ad puncta contactuum G & S ductæ cadunt ad angulos rectos, ex 18. lib. 3. quapropter & anguli ad centra R & M ſunt æquales: igitur etiam arcus O G & O S ſunt ſimiles in Ratione ſuarum ſemidiametrorum O R & O M: major ergo eſt arcus O S quàm arcus O G, ac propterea illi major quàm huic vectis pars in converſione aptatur, adeóque diſtantia ponderis ab hypomochlio minùs augetur ab O in G, quàm ab O in S, factâ æquali vectis inclinatione. Illud tamen habetur compendij, ſi craſſior cylindrus vecti ſupponatur, quod non adeò inclinandus ſit vectis, ut ad certam altitudinem attollatur pondus, ac illum inclinare oporteret, ſi exilior cylindrus fulcri munere fungeretur.

Quæ de cylindro dicta ſunt, manifeſta quoque apparent, ſi hypomochlium planum ſit, ut O S: eſt nimirum longè alia Ratio V O ad O R atque X S ad S T; nam additur ipſi O R longitudo O S, ut habeatur S T. Cum ergo minor ſit potentiæ diſtantia X S, quàm V O, minora ſunt potentiæ momenta: contra verò cum major ſit ponderis diſtantia T S, quàm R O, majora pariter ſunt ponderis momenta. Ut itaque in vectis motu momentorum Ratio ſtabilis ac firma perſeveret, ſatius eſt hypomochlium vecti objicere aciem anguli, in quem duæ ſubjecti corporis facies concurrunt, aut vecti axem infigi, circa quem ille convolvatur.

CAPUT

CAPUT III.

Qua Ratione ſtatuendus ſit ponderi locus in Vecte primi generis.

QUoniam pondus vecte movendum non eſt corpus aliquod planè individuum, ſed partes habet, quarum aliæ ſunt puncto fulcri, hoc eſt, centro motûs, propiores, aliæ remotiores; animum diligenter advertere opus eſt, cuinam vectis puncto intelligendum ſit adjunctum onus, ut ex eo ad fulcrum diſtantia determinetur. Et quidem vix cuiquam dubium eſſe poteſt, an inter omnia ponderis puncta illud unum eligendum ſit, in quo gravitas vires ſuas omnes exercere intelligitur, videlicet circa quod paribus momentis deorſum nititur, ſi ipſa ſibi relinquatur: hoc autem eſt Gravitatis centrum ipſi ponderi inſitum, in quod ſingularum partium conatus confluere, & ſecundùm quod per directionis lineam deorſum vectem urgeri concipimus.

Sit enim pondus P, quod vecti A B infixum, & longitudini A C congruens, ſuo gravitatis centro I deorſum nititur per lineam directionis I H. Dico vectem perinde à toto pondere urgeri, atque ſi tota ejus gravitas eſſet in puncto I, atque ideò diſtantiam ponderis ab hypomochlio D eſſe, neque A D maximam, neque C D minimam, ſed I D mediam: quia, etſi partibus ſingulis ſua inſit gravitas, & ſingula pro ſuâ à puncto D diſtantiâ ſua habeant momenta, ita majora momenta remotiorum particularum à minoribus vicinarum compenſantur, ut intelligenda ſit vel tota gravitas in media diſtantia I D vel ſemiſſis gravitatis in extrema diſtantia A D, prout lib. 3. cap. 2. de momentis brachiorum inæqualium libræ oſtenſum eſt. Hoc autem, quod de pondere ſecundùm molem & gravitatem æquabili dicitur, etiam de ponderibus, quorum anomala eſt figura, vel ex diver-

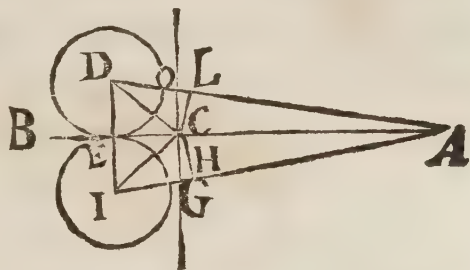
ſis ſecundùm ſpeciem gravitatibus compoſita, intelligendum eſt, ſi eorum centro gravitatis congruat vectis longitudo; nam ponderis diſtantia non eſt Arithmeticè media inter maximam & minimam, ſed eſt intervallum, quod inter fulcrum & centrum gravitatis interjicitur.

Sed quia non raro pondus aut vecti totum incumbit, aut pluribus funiculis firmiter alligatum ex illo ſuſpenditur, propterea obſervandum eſt, in quod vectis punctum incidat Directionis linea ex centro gravitatis ponderis ducta; hæc enim definiet diſtantiam ponderis ab hypomochlio, & innoteſcent momenta, quibus illud reſiſtit potentiæ elevanti. Id quod per libram æqualium brachiorum (ne illorum inæqualitas aliquam pariat difficultatem) inſtituto æquilibrio facillimè experiri poteris, ſi laminas ligneas, aut metallicas, in varias figuras conformaveris, in quibus centrum gravitatis inventum fuerit, & ita ſingulas ſecundùm unum latus immobiliter uni brachio aptaveris, ut illi congruant, atque in oppoſitâ jugi extremitate æquipondium addideris; facto enim æquilibrio, & demiſſo perpendiculo per centrum gravitatis notatum tranſeunte, apparebit, cuinam libræ puncto reſpondeat; atque inter hoc punctum, & centrum motûs libræ, diſtantia erit ad reliqui brachij totam longitudinem, ut æquipondij gravitas ad ponderis examinati gravitatem.

Quod ſi pondus ex unico fune pendulum adnectatur vecti, ſatis conſtat, ex quo vectis puncto deſumatur ejus diſtantia, nimirum ex puncto ſuſpenſionis; intentus enim funis à pendente gravitate lineam Directionis oſtendit. Quamvis autem ſi hujus puncti tantummodo ratio habeatur, eadem videantur futura ponderis momenta, quæcumque tandem fuerit vectis poſitio ſive horizonti parallela, ſive obliqua, examinandum tamen erit inferius cap. 8. utrum ratione anguli, ſecundùm quem pondus deorſum trahere conatur vectem, ejus momenta mutentur.

Nunc autem pondus firmiter vecti adnexum, non verò ex unico fune pendulum, conſideremus, ſive vecti incumbat, ſive infra vectem collocetur; hoc nimirum eſt illud, in quo, propoſitis majoribus ponderibus, non videtur connivendum; neque enim nihil refert, utrùm infra, an ſupra vectem ſit movendæ gravitatis centrum, quantóque intervallo hoc ab illo abſit, ibi ſi

ſi quidem gravitas collocata intelligitur, ubi ſuas omnes vires omnium partium conſpiratione exercet. Quapropter, ut ponderis momenta innoteſcant, centri gravitatis motum perpendere, ac dimetiri oportet. Hinc eſt pondus firmiter adnexum vecti perinde ſe habere, atque ſi vectis quidam curvus in angulum inflexus ad punctum hypomochlij, ſi ſit vectis primi generis, extremitatem alteram in centro gravitatis ponderis, alteram in potentiâ haberet.

Sit Vectis rectus A B horizonti parallelus, hypomochlium habens in C, & in parte inferiore ſtabili nexu adjungatur pondus, cujus gravìtatis centrum I. Ex I in vectem horizontalem cadat perpendicularis linea directionis I E; hoc enim perpendiculum definit diſtantiam gravitatis à vecte. Eſt igitur potentia in A, & pondus in I perinde, atque ſi eſſet vectis A C I; & ut pondus atque potentia in eâdem linea horizontali conſiſtant, non eſt attendenda vectis poſitio A B, ſed rectæ lineæ A I jungentis centrum potentiæ A cum centro gravitatis ponderis I; quæ linea A I ſimul ut æquè ab horizonte diſtabit, & linea C H ad angulos rectos cadens in eandem lineam A I congruens erit rectæ lineæ jungenti punctum hypomochlij C cum centro terræ, æquilibrium indicabit; eademque definiet Rationem ponderis ad potentiam ſuſtinentem horizontaliter, juxta reciprocam eorumdem diſtantiam à puncto H; pro ut lib. 3. cap. 5. de librâ curvâ explicatum eſt. In poſitione autem obliqua A I, quando recta ex C ad centrum terræ ducta eſt C G cadens ſuper A I ad angulos inæquales, potentia ſuſtinens eſt ad pondus, ut I G ad G A. Cum igitur ſit I G minor quàm I H, contrà verò G A ſit major quàm H A, erit minor Ratio I G ad G A, quàm I H ad H A.

Quoniam verò linea directionis ponderis I E perpendicularis eſt ad vectem A B horizontalem ex hypotheſi, & parallela lineæ C G, eſt ut A G ad G I, ita A C ad C E, per 2. lib. 6. ac propterea, in ſitu vectis parallelo horizonti, locus ponderis eſt in vecte determinatus à lineâ directionis ponderis occurrente

ipſi vecti. Et quia major eſt Ratio A G ad G I, quàm ſit A H ad H I, etiam major eſt Ratio A C ad C E, quàm ſit A H ad H I: Ergo convertendo E C ad C A minorem habet Rationem, quàm I H ad H A, per 26. lib. 5. Atqui potentia ſuſtinens pondus datum, quando recta A I æquè diſtat ab horizonte, eſt ad pondus ut I H ad H A; quando autem pondus eſt infra lineam B A illud cum potentiâ jungentem horizonti parallelam eſt ut E C ad C A. Igitur potentia ſuſtinens in horizontali pondus habet majorem Rationem ad illud, quàm ad idem pondus habeat potentia ſuſtinens illud infra horizontalem. Ergo, ex 8. lib. 5. potentiâ ſuſtinens pondus infra horizontalem minor eſt potentiâ illud ſuſtinente in horizontali. Finge enim eſſe libram curvam A C I habentem ſpartum in C: utique ſi in A eſſet æquipondium, quod ad pondus I eſſet ut I H ad H A, non maneret in eadem poſitione obliqua, ſed A deſcenderet ad poſitionem horizontalem, ut dictum eſt lib. 3. cap. 4. ut igitur obliqua maneat, æquipondium A debet eſſe minus. Ad ſuſtinendum autem pondus, hìc in vecte idem à Potentiâ præſtatur, ac ab æquipondio in librâ brachiorum inæqualium.

Simili omnino methodo oſtendetur pondus idem vecti A B horizontali impoſitum, cujus centrum gravitatis ſit D, linea directionis D I occurrens vecti in E, eſſe ad potentiam A, ut eſt A C ad C E; at ſi recta A D jungens potentiam cum centro gravitatis D eſſet horizonti parallela, pondus ad potentiam eſſet ut A L ad L D, quam Rationem determinat C L cadens ad angulos rectos in rectam A D. Quia enim D E & I E ſunt æquales ex hypotheſi, cum ſit idem pondus, & latus E A eſt commune, anguli verò ad E ſunt recti, etiam, per 4. lib. 1. lineæ A D & A I, item anguli E A D & E A I ſunt æquales. Præterea in triangulis C H A, C L A rectangulis ad H & L, latus C A eſt commune, & anguli ad A ſunt æquales; igitur, per 26. lib. 1. lineæ A L & A H ſunt æquales, igitur & reſiduæ L D & H I ſunt æquales. Quapropter ut A H ad H I, ita A L ad L D: quia igitur Ratio A H ad H I oſtenſa eſt ſuperiùs minor Ratione A C ad C E, etiam minor eſt Ratio A L ad L D, quàm A C ad C E. Sed ut A C ad C E, ita A O ad O D, per 2. lib. 6. propter paralleliſmum linearum C O & E D; ergo minor eſt Ratio A L ad L D, quàm A O ad O D. Atqui cùm A D

parallela

parallela eſt horizonti, pondus D impoſitum vecti ad potentiam A ſuſtinentem eſt ut A L ad L D, in poſitione verò obliquâ A D eſt idem pondus ad potentiam ſuſtinentem ut A O ad O D; ergo in priori poſitione horizontali pondus ad potentiam habet minorem Rationem, quàm in poſteriori poſitione obliqua: ergo per 8. lib. 5. in priori eſt major potentia, quàm in poſteriori.

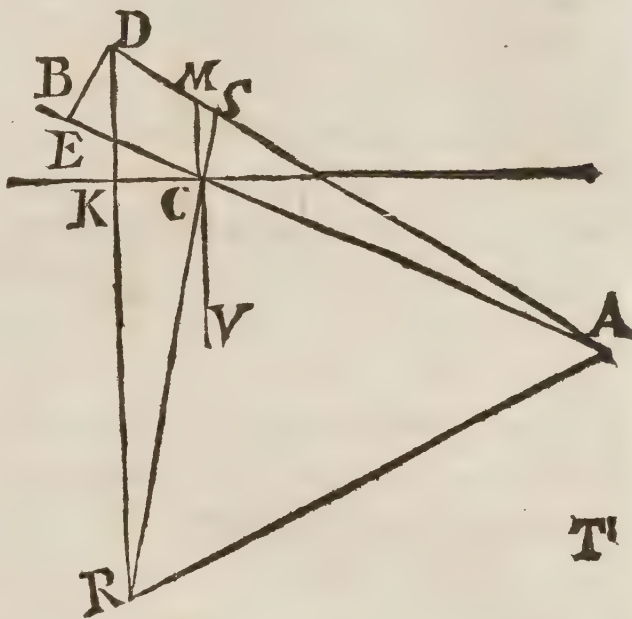
Quamvis autem, cùm vectis eſt horizonti parallelus, pondus ſive illi impoſitum, ſive ſuppoſitum fuerit, iiſdem momentis reluctetur potentiæ ſuſtinenti, non ita tamen ſe res habet, ſi idem vectis A B, fulcrum habens in C, elevetur ſupra lineam horizontalem R T: plurimũ enim intereſt, utrũ ponderi ſubjectus ſit vectis, an vecti pondus. Sint, ut prius, gravitatis ponderis centra D ſuperius, & I inferius, ex quibus in vectem perpendiculares cadunt D E & I E, quæ, ex 14. lib. 1. ſunt una recta linea D I. Jungantur centra potentiæ & ponderis rectâ A D, quæ ſecat rectam tranſeuntem per fulcrum C & terræ centrum in puncto M. Quare ex dictis de librâ curva, ſi ſint æqualia momenta ponderis atque potentiæ, erit ut A M ad M D, ita pondus D ad potentiam A. Ducatur ex D linea directionis D N parallela perpendiculari M C; & per 2. lib. 6; eſt ut A M ad M D, ita A C ad C N: eſt autem C N minor quàm C E, ergo, ex 8. lib. 5. major eſt Ratio A C ad C N, quàm A C ad C E. Atqui in vecte horizontali potentia ad pondus eſt ut E C ad C A; hic autem ut N C ad C A; igitur minor eſt potentia ſuſtinens pondus impoſitum vecti obliquo ſupra horizontem, quàm potentia ſuſtinens pondus idem vecte parallelo horizonti.

At ſi pondus vecti ſubjiciatur, & ſit ejus gravitatis centrum I, ducatur recta A I ſecans perpendiculum ex C ductum ad

centrum terræ in V. Igitur si æqualia sunt momenta ponderis I & potentiæ A, est pondus ad potentiam ut A V ad V I. Ex I centro gravitatis linea directionis I B parallela lineæ C V occurrat vecti in B; igitur, ex 2. lib. 6. ut A V ad V I, ita A C ad C B: est autem C B major quàm C E; ergo A C ad C B habet, ex 8. lib. 5. minorem Rationem, quàm A C ad C E. Cum itaque in vecte horizontali potentia ad pondus esset ut E C ad C A, hîc autem in vecte obliquo sit ut B C ad eandem C A, major potentia sustinens hîc requiritur. Quare tantumdem crescit sustinendi difficultas in pondere infra vectem adjuncto, quantum decrescit in sustinendo pondere supra vectem posito. Cum enim triangula B E I, D E N sint æquiangula (quia B I & D N, per 30. lib. 1. sunt parallelæ, adeóque per 29. lib. 1. alterni anguli ad B & N, & alterni ad I & D sunt æquales, & reliquus reliquo, per 32. lib. 1.) est, per 4. lib. 6. ut I E ad E D, ita B E ad E N: sunt autem ex hypothesi D E & I E æquales, igitur & B E æqualis est ipsi E N, illa refert incrementum potentiæ, hæc decrementum; ergo æqualiter ibi crescit, hîc decrescit difficultas sustinendi pondus.

Contraria sunt momenta, quæ ponderibus accidunt, vecte cum pondere infra horizontalem lineam inclinato: concipe enim hoc idem schema ita conversum, ut potentia A sit in superiore loco, pondera autem I & D sint infra horizontalem R T. Jam pondus I incumbit vecti, pondus verò D illi subjectum adnectitur. Igitur pondus I vecti impositum majora momenta habet vecte cum pondere infra horizontem inclinato, quàm vecte horizonti parallelo: in hoc autem eodem situ inclinato pondus subjectum D minora habet momenta, nam pondus I ad potentiam A sustinentem est ut A C ad C B majorem, quæ est minor Ratio quàm A C ad C E minorem, ex 8. lib. 5: è contrario D pondus ad potentiam A sustinentem est ut A C ad C N minorem, quæ est major Ratio, quàm A C ad C E majorem. Hinc est momenta ponderis vecti ex primo genere impositi infra horizontem majora esse, supra horizontem minora; contrà autem ponderis vecti subjecti infra horizontem minora esse, supra horizontem majora.

Et hæc quidẽ eatenus dicta intelligantur, quatenus concipitur Potentia vi suæ gravitatis rectâ deorsum connitens, adeò ut Directiones

rectiones Potētiæ atque Ponderis ſint parallelæ; propterea enim conſiderata eſt linea per centrũ motûs, hoc eſt punctum fulcri, ducta ad centrũ terræ utrique Directioni parallela. At ſi linea Directionis Potentiæ non eſſet parallela Directioni gravitatis Ponderis (ſi res ſcrupuloſiùs agatur) paulo aliter conſideranda videtur linea per punctum fulcri tranſiens, quæ determinet partes lineæ jungentis Potentiam & Centrum gravitatis ponderis, linea videlicet per fulcrum ducta ex puncto, in quo concurrunt directiones Potentiæ atque Ponderis. Sit Vectis AB inſiſtens fulcro C depreſſus in A infra horizontem, ut ſuſtineat pondus D incumbens vecti, à quo diſtat per lineam DE. Directio gravitatis ponderis eſt perpendicularis DR, at directio Potentiæ non ſit perpendicularis AT, verùm obliqua AR faciens cum vecte angulum BAR. Concurrunt itaque directiones Ponderis, & Potentiæ in R. Quare ſicuti quando ſunt directiones DR & AT parallelæ, premunt fulcrum C juxta perpendicularem CV, quæ rectam AD ſecat in M, ita directiones DR & AR videntur premere fulcrum C juxta rectam CR, quæ producta ſecat rectam AD in S: ac propterea Ratio Potentiæ ſuſtinentis ad Pondus non eſt ut DM ad MA, ſed ut DS ad SA.

Hinc eſt lineam directionis Potentiæ, quò majorem angulum conſtituit cum vecte in A, eò minorem angulum efficere cum perpendiculari lineâ directionis ponderis DR productâ, atque proinde cum illa concurrere multo remotiùs quàm in R, & lineam ex puncto concursûs directionum ductam ad C, & ulterius productam ſecare lineam AD inter M & S, adeò ut aliquando facilè citra notabilem errorem aſſumi poſſit punctum M: Cum enim DR & MV ſint parallelæ, angulus DRC internus æqualis eſt externo MCS, ex 29. lib. 1. idémque di-

cendum

cendum de quolibet angulo conſtituto cum perpendiculari DR à lineâ ex puncto concurſus directionum ducta per C punctum fulcri : ideò quo minor ſit angulus ad B, minor quoque eſt ad C, & punctum in lineâ AD notatum magis accedit ad M.

Hinc pro determinanda Ratione momentorum potentiæ ad momenta ponderis pro diversâ vectis inclinatione duplici methodo uti poteris. Prima eſt, ſi ex centro gravitatis ponderis lineam directionis ducas, punctum enim, in quo hæc occurrit vecti, illud eſt, quod definit locum ponderis, in quo ſua exercet momenta. Secunda eſt, ſi tam ex Potentiæ quàm ex Ponderis centro gravitatis lineam ducas ad perpendiculum in lineam horizontalem, quæ tranſit per C punctum fulcri ; nam partes hujus lineæ horizontalis interceptæ inter puncta, in quæ cadunt perpendiculares, & punctum C, illæ ſunt, quæ reciprocè ſumptæ oſtendunt Rationem ponderis ad potentiam. In ſitu namque horizontali vectis punctum E congruit puncto S, & potentia A congruit puncto X : eſt igitur ut AC ad CE ita XC ad CS : in poſitione autem obliquâ ex A in horizontalem perpendicularis cadit in Z, ex D cadit in K, ex I verò in O. Quia igitur triangula AZC & NKC ſunt æquiangula, videlicet rectangula ad Z & K, angulos ad verticem C, ex 15. lib. 1; æquales habent, &, ex 32 lib. 1. reliquum reliquo, eſt per 4. lib. 6. ut AC ad CN ita ZC ad CK. Similiter triangula BOC & AZC rectangula ad O & Z angulos ad verticem C æquales habent, & reliquum reliquo, adeóque ſunt ſimilia, & ut AC ad CB, ita ZC ad CO. Quare in hac obliquâ vectis poſitione momentum ponderis D ad momentum potentiæ ſuſtinentis eſt ut ZC ad CK, & momentum ponderis I ad momentum potentiæ ſuſtinentis eſt ut ZC ad CO.

Ex his, quæ de potentia ſuſtentante dicta ſunt, ſatis apparet potentiam paulo validiorem ſatis eſſe ad pondus movendum. Verùm licèt in vecte primi generis ad pondus ſuſtentandum opportunè animum adverterimus ad libram curvam, hæc tamen in vecte ſecundi generis locum habere non poſſunt; propterea ad aliam explicandi rationem confugiendum eſt, quæ utrique generi communis ſit; nec difficile erit ea, quæ ſtatim capite ſequenti ſubjiciam pro ſecundo vectis genere ad primum

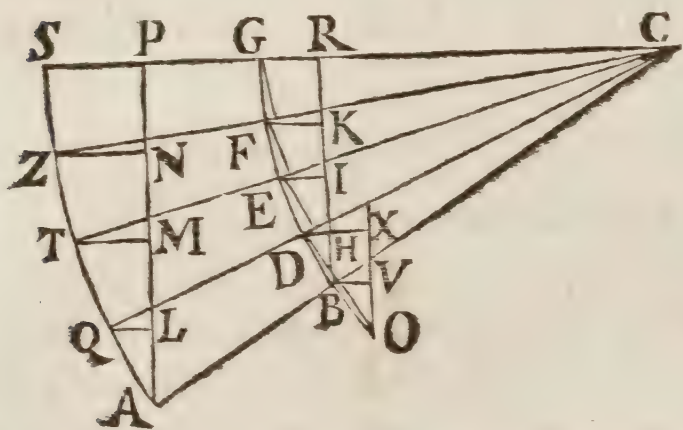
mum traducere. Consideratur nimirum motus ponderis comparatus cum eodem motu potentiæ : si enim potentia sit suâ gravitate descendens, ejus descensum metitur Z A: pondus vecti impositum ascendit, ut sit supra horizontalem altitudine K D; sed ex hac demenda est centri gravitatis distantia D E, qua eminebat supra horizontalem, ut habeatur ejus motus D K minùs D E, hoc est G K. Contra verò pondus vecti subjectum erat infra horizontalem distantiá I E, quæ si addatur altitudini O I, dabit O H motum ipsius ponderis. Major est autem motus O I plus I E, hoc est plus D E, quàm sit motus K D minùs D E; nam posita obliquitate lineæ D I, facto centro D, intervallo D E circulus descriptus transit per G punctum depressius quàm E, & ex I intervallo I E descriptus transit per H punctum altius quàm E: ergo motus Z A ad minorem motum habet majorem Rationem, quàm ad majorem motum, atque adeò major est movendi facilitas.

CAPUT IV.

Momenta ponderis in Vecte secundi generis considerantur.

IN Vecte secundi generis circa extremitatem, ubi est fulcrum, describuntur à pondere proximo & à potentiâ remotâ duo circulorum arcus tanquam circa commune centrum. Et quidem si in eadem rectâ lineâ sint punctum fulcri, centrum gravitatis ponderis, & ipsa virtus potentiæ sursum ascendentis, motus potentiæ & ponderis sunt in eadem Ratione, in qua sunt distantiæ ab hypomochlio, sive pondus supra horizontalem transeuntem per fulcrum, sive à loco inferiore ad horizontalem elevetur; quia videlicet tam pondus quàm potentia per similes arcus ab horizontali æqualiter remotos moventur; ac proinde eorum arcuum Sinus, qui metiuntur elevationem, habent inter se Rationem eandem, quæ est radiorum, sive distantiarum.

At verò ſi centrum gravitatis ponderis ſit extra lineam rectam jungentem punctum fulcri cum puncto virtutis potentiæ exiſtentis in alterâ vectis extremitate, ſive ſupra vectem, ſive infra illum ſit, non manet eadem Ratio motuum, quæ eſt diſtantiarum potentiæ & ponderis (quatenus ponderis diſtantia ſumitur à puncto, in quod à centro gravitatis cadit in vectem perpendicularis) quia aſcenſus & elevationes non ſervant eandem Rationem; ex eo quod, licèt in vectis converſione tam centrum gravitatis ponderis quàm centrum potentiæ deſcribant in motu arcus ſimiles, hi tamen arcus non ſunt ſimiliter poſiti, hoc eſt ſimili modo ab horizontali diſtantes: ac propterea (ut patet ex doctrina Sinuum) differentiæ Sinuum, qui conveniunt arcubus ſupra vel infra horizontem, ubi incipit quadrans circuli, æqualiter creſcentibus, non ſunt æquales: hæ autem differentiæ metiuntur motum elevationis, qui maximè attenditur, quatenus opponitur innatæ propenſioni gravitatis.

Sit in C fulcrum vectis C A, & in A ſit potentia movens. Si centrum gravitatis ponderis ſit in eadem rectâ C B A, ſemper motus ponderis & potentiæ ſunt omnino ſimiles, & ut C B ad C A; illud enim deſcribit arcum B G, hæc verò arcum A S, & elevatio ponderis ex B in G eſt B R, aſcenſus potentiæ eſt A P; & propter triangulorum rectangulorum C R B & C P A ſimilitudinem eſt ut C B ad C A, ita B R ad A P. Et quamvis, diviſo arcu B G in partes aliquot æquales, & in totidem æquales partes diviſo arcu ſimili A S, non ſint in ſingulis ejuſdem arcûs partibus æquales aſcenſus) nam B H minor eſt quàm H I, hic minor quàm I K, & hic minor quàm K R, ſimiliterque A L minor quàm L M, hic minor quàm M N, & hic minor quàm N P) comparatis tamen ſingulis aſcenſibus in minore arcu B G, cum ſingulis aſcenſibus in arcu majore A S ſibi invicem reſpondentibus, manet eadem Ratio, & ut B H ad A L, ita H I ad L M, & ſic de reliquis

reliquis (ut ex Sinuum doctrinâ manifestum est, nec opus est hîc ostendere) sunt enim omnes in Ratione Radij C B ad Radium C A.

Longè aliter se res habet, quando extra rectam lineam jungentem punctum fulcri cum potentiâ est centrum gravitatis ponderis. Nam si Vecti C B A impositum sit pondus, cujus centrum gravitatis sit D, potentiâ A describente arcum A Q centrum gravitatis ponderis describit arcum D E, qui licèt æqualis sit arcui B D ; habet tamen ascensum H I majorem quàm B H : igitur ascensus A L ad H I majorem, habet minorem Rationem quàm ad B H minorem, ex 8.lib.5. igitur in hoc motu Potentia ad Ponderis motum habet minorem Rationem, quàm si centrum gravitatis ponderis esset in B ; ergo majorem experitur in movendo difficultatem.

Contrà verò si pondus sit vecti C B A subjectum, ejúsque centrum gravitatis sit O ; dum potentia A describit arcum A Q, centrum gravitatis O describit arcum O B, ejusque ascensus est O V ; atqui O V minor est quàm B H ; ergo A L ascensus potentiæ ad O V minorem est in majori Ratione quàm ad B H majorem ; est autem H I major quàm B H ; ergo A L ad O V multo majorem Rationem habet quàm ad H I. Ergo datâ eâdem vectis positione, eodemque motu, major facilitas erit in elevando pondere habente centrum gravitatis infra vectem in O, quàm si illud habeat supra vectem in D.

Eadem erit demonstrandi methodus in cæteris ascensibus : nam potentia percurrens arcum A T habet ascensum A M, centrum D percurrit arcum D F, cujus ascensûs mensura est H K ; centrum autem O percurrens arcum O D habet ascensum O X : cùm igitur O X minor sit quàm B I, & hic minor quàm H K, etiam A M ad O X minorem est in majore Ratione quàm ad H K majorem.

Et hæc quidem hactenus dicta intelliguntur de vecte infra lineam horizonti parallelam depresso ; nam vecte supra horizontalem lineam elevato, contraria prorsus accidere ex dictis demonstratur. Concipe vectem A C elevatum supra horizontem, pondus O B est illi impositum, pondus D B est subjectum : quando potentia ascendens per arcum Q A habet ascensum L A, centrum gravitatis O describit arcum B O, & ascensûs

mensura est V O ; at centrum gravitatis D describens arcum E D habet ascensum I H. Cum igitur ostensum sit majorem Rationem esse L A ad V O, quàm ad I H, etiam supra horizontem elevato vecte major erit facilitas in movendo pondere vecti imposito, quàm in elevando pondus habens centrum gravitatis infra vectem.

Ut autem innotescat, qua Ratione in progressu motûs crescat difficultas, aut minuatur, observa ex Canone in arcubus æqualiter crescentibus Sinuum differentias ab initio quadrantis progrediendo usque ad finem Quadrantis semper decrescere, harum verò differentiarum differentias, hoc est differentias secundas, semper augeri. Hinc est ita R K Sinum arcûs G F majorem esse quàm differentiam K I, & K I majorem quàm I H, & I H majorem quàm H B, ut differentia inter Sinum R K & differentiam K I minor sit quàm differentia inter K I & I H, hæc verò differentia minor sit quàm differentia inter I H & H B. Idem dicendum de similibus differentiis inter Sinum P N, & differentias N M, & M L, & L A. In iisdem lineis P A & R B particulas assumptas donavi vocabulo Sinuum aut differentiarum, non quasi ignorans illas particulas non esse Sinus aut differentias Sinuum arcubus æqualiter crescentibus respondentium, sed claritatis gratia abutens vocabulo; quandoquidem illis æquales sunt, cum assumantur per lineas Radio C S parallelas.

His positis intelligatur vectis totus C A cum pondere B intrà aquam, potentia verò sit cortex suberis, aut uter inflatus, seu vesica, aut quid hujusmodi levitans. Potentiæ motum metiri oportet ex naturalibus ascensibus A L, L M, & reliquis. Quia autem est ut A L ad L M, ita B H ad H I; etiam vicissim, per 16. lib. 5. ut A L ad B H, ita L M ad H I, & sic de cæteris, sive infra, sive supra horizontalem: propterea eadem semper manet facilitas aut difficultas elevandi pondus in aquâ gravitans, cujus gravitatis centrum congruat vecti C A. Idem dic si Potentia S in aqua gravitans deprimeret per vim pondus G, quod in aquâ levitaret: nam P N descensus naturalis potentiæ ad R K depressionem ponderis, eandem Rationem haberet, quam descensus N M ad depressionem K I.

Si vectis sit C A, cui pondus incumbat habens centrum gra-

vitatis

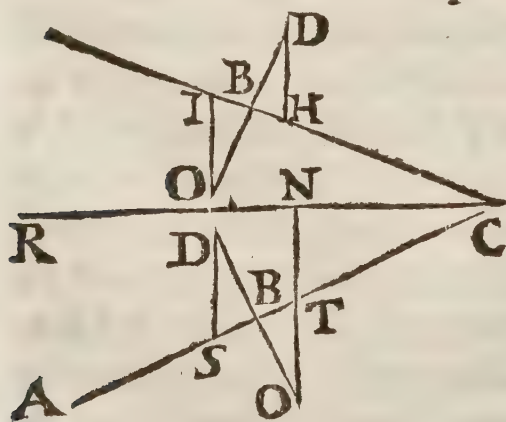
vitatis D, atque tam pondus quàm potentia ſint in medio, in quo alterum levitet, alterum gravitet, utriuſque motum quatenus naturalis eſt aut violentus, metitur linea perpendicularis in horizontalem cadens: & ut particulæ ipſæ invicem comparentur, Sinuum differentiæ A L, L M &c. B H, H I &c. conſiderandæ ſunt. Cum itaque differentia inter B H, & H I major ſit quàm differentia inter H I, & I K, utique B H magis deficit ab æqualitate cum H I, quàm H I cum I K; ideóque minor eſt Ratio B H ad H I, quàm H I ad I K: Atqui eadem eſt Ratio B H ad H I, quæ eſt A L ad L M; igitur minor eſt etiam Ratio A L ad L M, quàm H I ad I K, & viciſſim, per 27. lib. 5. minor eſt Ratio A L ad H I, quàm ſit L M ad I K. Igitur ſi potentia A levitet, & pondus, cujus centrum gravitatis D, gravitet, aſcendendo ad horizontalem, quæ per fulcrum C tranſit, acquirit movendi facilitatem.

Jam figuram inverte, ut vectis moveatur ſupra horizontalem: vecte congruente lineæ horizontali C S, ponderis impoſiti centrum gravitatis erit in F, & aſcendet juxta menſuram K I & I H, cum potentiæ aſcenſus erit P N & N M. Quia igitur differentia inter Sinum R K & differentiam K I minor eſt, quàm differentia inter K I & I H, utique R K minùs excedit æqualitatem cum K I, quàm K I cum I H: ideóque minor eſt Ratio R K ad K I, quàm K I ad I H. Eſt autem eadem Ratio R K ad K I, quæ eſt P N ad N M; igitur minor eſt Ratio P N ad N M, quàm K I ad I H, & viciſſim minor eſt Ratio P N ad K I, quàm N M ad I H: Igitur aſcendendo magis & recedendo ab horizontali creſcit movendi facilitas.

Demum ſi vecti C A ſubjectum ſit pondus, cujus centrum gravitatis O, & potentiæ motum metiatur perpendicularis A P aſcendendo versùs horizontalem; quia differentia inter O V, & V X major eſt quàm differentia inter V X & H I, adeóque O V magis deficit ab æqualitate cum V X, quàm V X cum H I, propterea O V ad V X habet minorem Rationem quàm V X ad H I: ſed ut V X, hoc eſt B H, ad H I, ita A L ad L M; ergo minor eſt Ratio O V ad V X quàm A L ad L M; & viciſſim minor eſt Ratio O V ad A L quàm V X ad L M; ideóque faciliùs elevatur ex O in B, quàm ex B in D. Factâ autem figuræ converſione, ut aſcenſus Potentiæ ſit P A, & aſcenſus Ponderis ſit R B, ſi poten-

tia ſit in Z, centrum gravitatis ponderis ſubjecti eſt in G, & dum potentia aſcendit per N M & M L deſcribens arcum Z Q, pondus aſcendit per R K & K I. Atqui R K ad K I habet minorem Rationem quàm K I ad I H, ut ſuperiùs oſtenſum eſt, & ut K I ad I H, ita N M ad M L; ergo minor eſt Ratio R K ad K I, quàm N M ad M L, & viciſſim minor eſt Ratio R K ad N M quàm K I ad M L; ergo faciliùs movetur per R K aſcendendo, quàm per K I, adeóque creſcit difficultas elevandi pondus ſubjectum vecti ſuprà horizontalem, ſi comparentur inter ſe partes elevationis.

Quare, ut in ſummam ea, quæ dicta ſunt, referantur, ſi pondus ſit infra vectem ſecundi generis, faciliùs elevatur eodem vectis motu versùs horizontalem, quàm ſi fuerit ſupra vectem: Contrà verò ſupra horizontalem faciliùs eodem vectis motu elevatur pondus vecti impoſitum, quàm vecti ſubjectum. Conſideratis autem particulatim ſingulis elevationibus, diviſo ſcilicet in æquales particulas univerſo motu ejuſdem ponderis, ſi pondus ſit in eâdem rectâ lineâ cum fulcro & potentia, eadem ſemper eſt movendi facilitas aut difficultas: Si pondus ſit ſupra vectem, & motus infra horizontalem incipiat, ſemper creſcit movendi facilitas non ſolùm uſque ad horizontalem, verùm etiam ſupra illam: At ſi pondus ſit infra vectem, motúſque infra horizontalem incipiat, augetur ſemper difficultas movendi tùm uſque ad horizontalem, tùm ſupra illam.

Hæc omnia confirmari poſſunt, ſi lineam directionis per centrum gravitatis ponderis ductam produci intelligamus uſque ad horizontalem lineam, quæ per fulcrum tranſit; Secabit enim vectem, & in ſectionis puncto quodammodo conſtitutum pondus concipere poſſumus. Sit enim infra horizontalem C R, vectis C A, & ad punctum B illi inſiſtat perpendiculariter linea à centro gravitatis ducta, ſcilicet D B ſupra, & O B infra. Quando vectis C A congruet lineæ C R, & erit horizonti parallelus, pondus concipietur niti in B contra vectem: at infra horizontalem centrum D nititur in S, & centrum O in

in T, juxta lineas directionis D S & O T. Quia igitur punctum S magis distat à fulcro C quàm punctum T, pondus infra vectem faciliùs sustinetur sub horizontali, quàm pondus supra vectem. Contra autem supra horizontalem centrum O nititur in I remotiùs à fulcro C, & centrum D in H propiùs; ergo supra horizontalem faciliùs sustinetur pondus vecti impositum, quàm illi subjectum.

Quoniam verò triangula rectangula C N T, & O B T, angulos ad verticem T æquales habent, & reliquum reliquo æqualem, erit, ex 4. lib. 6. ut C T ad T N, ita O T ad T B. Igitur prout ex elevatione vectis minuitur angulus A C N, etiam minuitur angulus T O B, ac propterea T recedit à fulcro C versus B, & augetur sustinendi atque movendi difficultas. Isti autem accessus versùs B sunt inæquales, etiam si æqualia sint anguli T O B decrementa, prout decrescunt angulorum ad O factorum Tangentes, posito Radio O B. Porrò ex Canone Tangentium constat illarum differentias semper majores fieri, si augeatur angulus, minores fieri, si minuatur angulus. Igitur recedente lineâ directionis Centri gravitatis O à fulcro C, augetur difficultas sustinendi & elevandi pondus vecti subjectum: & quia supra horizontalem semper magis recedit ab eodem fulcro C ultrà punctum B versùs A potentiam, puta, ut sit O I, multo adhuc major est sustinendi atque movendi difficultas. Consideratis autem particulatim motibus, quia infra horizontalem differentiæ recessuum à puncto C fiunt semper minores; propterea crescit quidem difficultas, sed inæqualibus & minoribus incrementis; quia verò supra horizontalem differentiæ recessuum à fulcro C fiunt semper majores, crescit adhuc difficultas, & quidem semper majoribus incrementis. At si pondus sit D vecti impositum, linea directionis D S accedit versùs B usque ad horizontalem, supra quam recedit à B versùs C, ut sit ex. gr. D H: semper igitur faciliùs movetur, quamquam non æqualibus facilitatis incrementis; fiunt enim incrementa infra horizontalem sensim minora, supra autem fiunt semper majora. Sed hic unum explicandum est, quod fortasse alicui animum minùs attentè advertenti difficultatem pariat adversùs ea, quæ superiùs dicta sunt: videlicet ostensum est pondus vecti impositum, si motus incipiat infra

horizon-

horizontalem, majori difficultate moveri, quàm pondus vecti ſubjectum. Si enim, inquis, linea Directionis D S magis ac magis accedit ad B, utique creſcit movendi facilitas; contra verò lineâ directionis O T accedente ad B creſcit movendi difficultas.

Ut nodum hunc ſolvas, obſerva triangula S B D, & T B O rectangula ad B, quia D S & T O ſunt parallelæ, eſſe æquiangula & ſimilia, immò æqualia, quia ut D B ad O B ſibi ex hypotheſi æqualem, ita S B ad T B. Igitur qua Ratione minuitur angulus A C R, etiam minuitur angulus S D B, & angulus T O B: igitur Tangentium differentiæ fiunt ſemper minores. Quare in primo motu tam linea directionis D S, quàm linea directionis O T, magis accedit ad B quàm in ſecundo motu, & magis in ſecundo, quàm in tertio; acceſſus tamen utriuſque lineæ directionis ex eodem vectis motu ſunt æquales; & qua menſurâ augetur receſſus ponderis D vecti impoſiti, à Potentia A, eâdem pariter menſurâ augetur receſſus ponderis O vecti ſubjecti, à fulcro C. Itaque creſcit quidem illius facilitas, hujus difficultas, ſi ponderum ſingulorum motus particulatim accipiantur, ejuſdémque ponderis motûs pars cum parte conferatur: at verò ſi utriuſque ponderis motus invicem comparentur, utique pondus D difficiliùs movetur, cùm ejus linea directionis eſt citra punctum B versùs potentiam, quàm moveatur pondus O, quamdiu ejus linea directionis eſt ultra idem punctum B.

Ex his, quæ de vecte ſecundi generis dicta ſunt, quid de vecte tertij generis dicendum ſit, faciliùs innoteſcit, quàm ut illud pluribus explicari oporteat; potentia ſi quidem & pondus invicem loca commutant, ſed motuum Ratio eadem eſt, & quæ in vecte ſecundi generis eſt Ratio motûs Potentiæ ad motum Ponderis, vice versâ in vecte tertij generis eſt Ratio motûs Ponderis ad motum Potentiæ.

Hoc te monitum velim, Amice Lector, conſideratum hactenus vectem ad movenda ſurſum pondera gravia, aut deprimenda deorſum levia, & quidem à Potentia, quæ vi ſuæ gravitatis aut levitatis moveatur, cujus propterea aſcenſum aut deſcenſum conſideravimus. Nam ſi in plano horizontali à Potentia vivente movendum ſit pondus, utique Potentiæ motus circularis

laris obſervatur, & attendendum eſt vectis punctum, in quod cadit linea, quæ à centro gravitatis ponderis in vectem perpendicularis ducitur, ut ponderis locus ſtatuatur, & momenta definiantur. Naturâ quippe comparatum eſt, ut ſi vecti non occurrat huic perpendiculari, non moveatur totum pondus, ſed fiat ponderis converſio vel circa gravitatis centrum, vel circa aliud punctum quod maneat immotum, aut ſaltem minore motu moveatur.

CAPUT V.

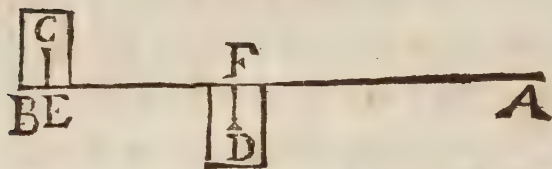
Quæ ſit Ratio Vectis Hypomochlium mobile habentis.

NOn hîc hypomochlium mobile illud intelligo, quod ſimul cum pondere à potentiâ ſuſtentato ad eaſdem partes promovetur; cujuſmodi ſunt manualia bajulorum vehicula, quæ unicâ rotâ inſtruuntur, & habentia rationem vectis ſecundi generis; nam fulcrum habent in axe rotæ, & potentiam in extremitate manubriorum, quibus illa ſuſtinet pondus transferendum: cui propterea addita eſt rota illa verſatilis, ut etiam hypomochlium citra difficultatem, quin atterat ſubjectam planitiem, ſimul cum pondere jam elevato, atque ſuſtentato promoveatur.

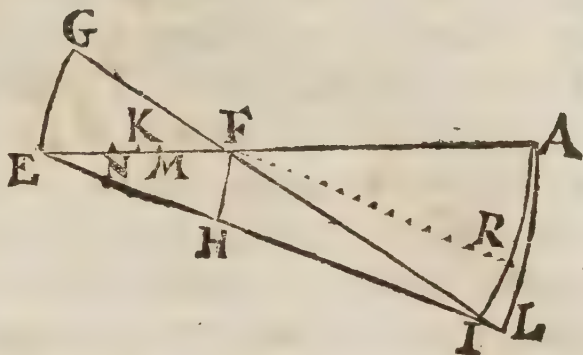
Hujuſmodi pariter eſt novitium vehiculi genus, cui Sellæ Rotatæ nomen fecerunt, hoc uno à lecticâ viatoriâ diſcrepans, quòd loco poſterioris jumenti ſuſtinentis additus eſt axis duabus rotis infixus, cui innituntur vectes ab anteriore equo ſuſtentanti unâ cum pondere intermedio. Hic eſt vectis ſecundi generis, cujus hypomochlium ſequitur potentiam trahentem pariter ac ſuſtentantem impoſitum pondus, non mutatâ Ratione momenti potentiæ ſuſtinentis, ſive hypomochlium moveatur, ſive ſtabile ſit ac fixum. Cæterùm quò pondus magis à rotis diſtat, magis equum gravat, minùs autem ſubſilit, cùm rotæ in offendiculum incurrunt.

Nomine igitur hypomochlij mobilis illud intelligo, quod

movente potentiâ atque conante adversùs pondus, reſiſtit quidem vecti, ſed & ſimul loco cedit ita, ut pondus & hypomochlium in oppoſitas partes immiſſo inter illa vecte moveantur. Sic contingere poteſt fulcrum deprimi, dum pondus elevatur, aut fulcrum elevari, dum pondus deprimitur, aut ſi utrumque in plano horizontali moveatur, in oppoſitas plagas recedere. Loquor autem de vecte primi & ſecundi generis, quibus communiter utimur; nam in vecte tertij generis, ſi hypomochlium cedat, movetur ad eaſdem partes cum pondere & potentia, ſed tardiùs. Hinc ſi vecte inter duo pondera non immodicè inæqualia interjecto alterutrum movere coneris, reliquum etiam movetur; ita tamen ut neutrum tantum motûs perficiat, quantum haberent ſingula, ſi ſolitariè moverentur, reliquo manente immoto.

Sit vectis A B inter duos lapides C & D interjectus, qui lapidem C non dimovebit, niſi eum tangat in puncto cui occurrit linea ex C gravitatis centro ducta (aut potiùs planum per idem gravitatis centrum C tranſiens) ad perpendiculum in vectem, & ſit linea C E; niſi enim in E lapis à vecte tangatur, movebitur quidem lapis circa centrum C, donec congruat vecti, ſed non propelletur totus lapis. Idem dic de lapide D, niſi tangatur in F occurrente lineæ perpendiculari D F. Quare pondera intelligantur in E & F: & quoniam F reſiſtit vecti, ut E propellatur versùs C, & viciſſim E reſiſtit vecti, ut F propellatur versùs D, propterea ad movendum pondus C, vectis A E eſt primi generis, & ad movendum pondus D, vectis A E eſt ſecundi generis; atque pondera illa viciſſim habent rationem hypomochlij, quia vectis alteri innititur, ut alterum moveat.

Cæterùm ſingulorum lapidum abſoluta & ſimpliciter ſumpta reſiſtentia tum ex eorum ingenitâ gravitate, tum ex ſuperficierum ſe tangentium aſperitate atque conflictu definitur: Comparatè verò ad vectem non ſic accipienda eſt ſingulorum reſiſtentia, quaſi motûs centra eſſent E aut F: experimento enim manifeſto deprehenditur motum potentiæ A ad motum

ponderis

ponderis C non eſſe ut A F ad F E, neque ejuſdem potentiæ A æqualem motum eſſe ad motum ponderis D ut A E ad F E. Nam ſi punctum E vectis fixum eſſet, & potentiæ motus eſſet A L, motus ponderis F eſſet F H: Si verò punctum F maneret immotum, & potentiæ motus eſſet A I æqualis ipſi A L, motus ponderis eſſet E G. Tunc autem motus A I æqualis eſt motui A L, quando ut A F ad A E, ita viciſſim angulus A E L ad angulum A F I: æqualium ſi quidem angulorum in circulis inæqualibus arcus ſunt ut Radij; ergo ſi fuerint anguli reciprocè ut Radij, ſcilicet minor in majore circulo, & major angulus in minore, erunt æquales arcus illis oppoſiti: Sic anguli A F R æqualis angulo A E L arcus A R eſt ad A L, ut Radius F A ad Radium E A; ſed ut F A ad E A, ita arcus A R ad arcum A I ex conſtructione; ergo ut A R ad A L ita A R ad A I: ergo per 9.lib.5. A I & A L ſunt æquales.

Quoniam igitur tam E quàm F ex hypotheſi in oppoſitas partes moventur circumacto vecte, punctum aliquod eſt inter E & F, quod eſt veluti centrum motuum tam potentiæ quàm ponderum, in quo centro quodammodo diviſa intelligitur reſiſtentia, quæ componitur tùm ex eorum innatâ gravitate, tùm ex eorum motu, ſpectatâ poſitione ad vectem. Hinc manifeſtum eſt ſingula pondera minùs moveri, quàm ſi ſingula moverentur reliquo manente immoto; quia videlicet ſingula minùs diſtant à centro, circa quod moventur. Sic ponderum E & F gravitas ponatur æqualis: ſi intelligatur centrum motûs ab utroque æqualiter diſtare, ut ſit K E æqualis ipſi K F, motus potentiæ factus intervallo A K æqualem habet Rationem ad motum, qui fit à ſingulis ponderibus.

Quare potentiæ momentum perinde ſe habet, atque ſi utrumque pondus eſſet in E, aut utrumque in F, hypomochlium verò in K. Ponamus enim E F eſſe partium 6, quarum partium 7 eſt F A: igitur E K eſt 3, & K A 10; & potentia ſine vecte movens lib.3, vecte A K E movebit lib.10 in E. Similiter K F eſt 3, &

KA eſt 10; igitur potentia ut 3 in A, movebit in F pondus ut 10: igitur etiam in A potentia ut 6, facto motûs centro K, movebit vel utrumque pondus ut 10 in E & F, vel unicum pondus ut 20 ſive in E, ſive in F. Conſtituatur itaque potentiæ virtus ut 6, ſi hypomochlium eſſet F immotum, non moveret niſi pondus grave ut 7 poſitum in E; & facto hypomochlio ſtabili E moveret pondus grave 13 poſitum in F; adeóque univerſum pondus eſſet librarum 20. Quare idem pondus lib. 20 movetur ab eâdem potentia, ſed non eodem motu: Nam hîc amborum ſimul ponderum motus circa centrum K eſt ut 6; at ſi potentiæ motus AI ſit 10 (quemadmodum motus potentiæ circa centrum K eſt 10) circa F centrum, motus EG eſt $8\frac{4}{7}$; & ſi potentiæ motus AL ſit pariter 10 circa centrum E motus FH eſt $4\frac{8}{13}$.

Hinc patet ſingulorum ponderum motum, quando utrumque ſimul movetur, minorem eſſe, quàm ſi ſingula ſolitariè moverentur, adeóque totum motum, qui ex duobus motibus coaleſcit, minorem eſſe ſummâ, quæ conflatur ex motu EG & motu FH. Præterea manifeſtum eſt cæteris paribus moveri faciliùs pondus F, quod eſt Potentiæ A proximum, quàm pondus E ab eâdem remotum; minor enim differentia eſt inter $4\frac{8}{13}$ & 3, quàm inter $8\frac{4}{7}$ & 3.

Quod ſi duorum ponderum E & F abſoluta reſiſtentia, quæ ex gravitate oritur, inæqualis fuerit, inæqualem pariter eſſe oportet reſiſtentiam ex motûs velocitate, quæ unicuique ponderi conveniat, ſed reciprocè, ut fiat totius reſiſtentiæ æqualitas. Cum enim utrumque pondus movendum ſit, par eſt ita reſiſtentiam dividi, ut æqualibus momentis adverſentur potentiæ contranitenti; quod ſcilicet gravius eſt, difficiliùs movetur, quod minus grave, faciliùs: igitur illius motus minor eſt, hujus major. Proptetea centrum motuum iis intervallis ab utroque pondere aberit, ut quæ Ratio eſt gravioris ponderis ad minus grave, ea ſit Ratio diſtantiæ centri motûs à minùs gravi ad diſtantiam ejuſdem centri à graviore. Sit ex. gr. pondus E lib. 8. & pondus F lib. 12; diſtantia EF eadem quæ priùs, hoc eſt, 6; & FA 7. Cum igitur pondera ſint ut 2 ad 3, dividatur EF in quinque partes, & propè gravius F aſſumantur duæ FM, reliquæ

tres

tres ME ſpectent ad minus grave E. Si itaque circa centrum M moveantur pondera E & F, habent æqualia reſiſtentiæ momenta; nam lib. 12 moventur ut 2, & lib. 8 moventur ut 3. Quare AM eſt ad ME ut $9\frac{2}{5}$ ad $3\frac{3}{5}$, & AM ad MF eſt ut $9\frac{2}{5}$ ad $2\frac{2}{5}$. Fiat igitur ut AM ad ME, ita reciprocè pondus E lib. 8 ad virtutem potentiæ A movendi ſine vecte libras $3\frac{3}{47}$: & ut AM ad MF, ita reciprocè pondus F lib. 12 ad ejuſdem potentiæ A virtutem movendi ſine vecte libras $3\frac{3}{47}$. In hac itaque ponderum inæqualium diſpoſitione paulo plus virium requiritur in potentia (hoc eſt vis movendi lib. $6\frac{6}{47}$) quàm ſi eſſent æqualia, eandemque gravitatis ſummam lib. 20 conſtituerent.

At ſi vice verſâ pondus E eſſet lib. 12, & F lib. 8, centrum motuum eſſet N, atque AN eſſet $10\frac{3}{5}$: ac propterea ut AN $10\frac{3}{5}$ ad NE $2\frac{2}{5}$, ita pondus E lib. 12 ad virtutem potentiæ ſine vecte moventis libras $2\frac{38}{53}$; & ut AN $10\frac{3}{5}$ ad NF $3\frac{3}{5}$, ita pondus F lib. 8 ad virtutem potentiæ A moventis ſine vecte libras $2\frac{38}{53}$. Tota igitur virtus potentiæ in hac eorumdem ponderum inæqualium collocatione ſufficiet, ſi fuerit vis movendi lib. $5\frac{23}{53}$, quæ minor eſt eâ, quæ requiritur; quando pondera ſunt æqualia, & differt à virtute, quæ requiritur, quando F gravius eſt quàm E, vi movendi ferè uncias $8\frac{1}{3}$.

Simili argumentatione ratiocinando deprehendes, quo minus fuerit intervallum inter E & F, etiam faciliùs duo illa pondera eodem vecte moveri. Nam ſi idem vectis AE 13 adhibeatur, atque pondera E & F æqualia fuerint, intervallum verò EF ſit 4, centrum motuum diſtabit ab A intervallo 11, & à ſingulis ponderibus intervallo 2: Quare potentia ut 4 movebit pondera ſingula ut 11: vel ſi ponantur ut prius ſingula lib. 10, fiat ut 11 ad 2, ita lib. 10 ad potentiam ſine vecte moventem lib. $1\frac{9}{11}$; atque ideò tota potentia ſufficiens ad movenda duo pondera æqualia ſimul ſumpta lib. 20, erit vis movendi ſine vecte lib. $3\frac{7}{11}$. Quod ſi E fuerit lib. 8, & F lib. 12, E diſtabit à à centro motuum partibus $2\frac{2}{5}$, F verò part. $1\frac{3}{5}$, & potentia A diſtabit part. $10\frac{3}{5}$: Ex quo fit ſingula moveri poſſe à potentia

habente virtutem movendi ſine vecte lib. $1\frac{43}{53}$, & ambo ſimul à potentia habente vim movendi lib. $3\frac{33}{53}$. At verò ſi viciſſim E fuerit lib. 12, & F lib. 8, diſtantia potentiæ à centro motuum erit part. $11\frac{2}{5}$, ac propterea ſingula pondera exigent virtutem movendi lib. $1\frac{39}{57}$, & tota potentia ad utrumque ſimul movendum ſufficiens erit vis movendi ſine vecte lib. $3\frac{21}{57}$, quæ deficit à vi movendi lib. $3\frac{33}{53}$, ea virtute, quæ requireretur ad movendum uncias $3\frac{1}{20}$, atque à vi movendi lib. $3\frac{7}{11}$ deficit per uncias $3\frac{1}{5}$ ferè.

Que de corpore gravi dimovendo dicta ſunt, intelligantur pariter, ſi vectis inter duo corpora flectenda, aut divellenda, interjiceretur; quemadmodum objectos caveæ ſi quæras frangere clathros: quod enim hîc gravitas, ibi ferreæ virgæ aut lignei tigilli ſoliditas impedimentum affert motui.

Porrò in vecte tertij generis, quando potentia inter utrumque pondus mobile conſtituitur, aliter res ſe habet: adhoc ſcilicet, ut aliquam vectis Rationem habeat, requiritur aut inæqualitas ponderum, aut ſaltem inæqualitas diſtantiarum potentiæ à ponderibus in utrâque extremitate conſtitutis, ita tamen ut hæ diſtantiæ non ſint in reciprocâ Ratione ponderum: nam ſi planè æqualiter diſtaret potentia ab æqualibus ponderibus, aut inæquales diſtantiæ eſſent in reciprocâ Ratione inæqualium ponderum, ita utrumque traheretur, aut impelleretur, ut pondera ſingula æquè moverentur ac potentia: ad Rationes autem vectis ſpectat inæqualiter moveri potentiam ac pondus, ſi vectis quidem obtineat vim Facultatis Mechanicæ.

Quoniam igitur in hujuſmodi vecte tertij generis oportet utrumque pondus opponi motui potentiæ, vel quia utrumque impellitur, vel quia alterum trahitur, alterum impellitur, ſit vectis AB, in cujus extremitatibus pondera reſpondeant punctis A & B: Si potentia fuerit in C æquè diſtans ab A & B, pondera autem fuerint æqualia; potentia ex C versùs D mota nullum haberet ſui motûs centrum, ſed pariter traheret aut impelleret ad partes D utrumque pondus; nam æquè utrumque reſiſteret

tùm

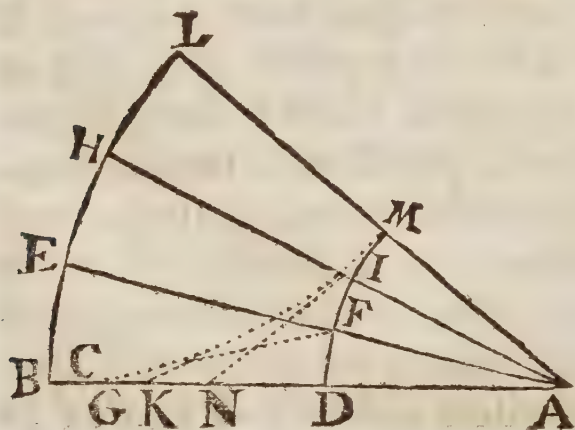
tùm ratione gravitatis, tùm ratione positionis & distantiæ, quæ legem daret motui, ac proinde utrumque æqualiter cederet virtuti potentiæ. At si pondus A minus fuerit, quàm pondus B, sed reciprocam Rationem habeant distantiæ potentiæ existentis in E, ut sit EB ad EA, in Ratione ponderis A ad pondus B; adhuc æquales sunt resistentiæ; sicut enim in plano Verticali potentiæ in E sustineret utrumque pondus in æquilibrio, ita in plano horizontali trahens aut impellens utrumque æqualiter moveret.

Sint igitur pondera A & B sive æqualis gravitatis, sive inæqualis, & ita potentia sit in E, ut EB ad EA non sit in Ratione ponderis A ad pondus B: utique si B moveri non posset, potentia E circa B, tanquam circa centrum, describeret arcum EI, & pondus A arcum AF: similiter si pondus A immotum maneret, potentia circa A, tanquam circa centrum, describeret arcum EH, & pondus B arcum BG, ex hypothesi æqualem arcui AF. Potentia igitur in E faciliùs cæteris paribus moveret pondus B sibi proximum, quàm pondus A remotum, si singula singillatim movenda essent; quia, cum arcus EH major sit arcu EI, arcus autem BG, & AF sint æquales, major est Ratio EH ad EI quàm BG ad AF; & per 27. lib.5. vicissim EH ad BG habet majorem Rationem quàm EI ad AF. Cum itaque neutra extremitas immota maneat, sed ambo pondera moveantur, minùs movetur A, quod difficiliùs, magis B, quod faciliùs: ac propterea A simpliciter fungitur munere hypomochlij ad motum ponderis B: hoc verò vicissim ad ponderis A motum, quamvis minorem, subit vicem fulcri: Neque enim hic unum tribus motibus, potentiæ videlicet & duorum ponderum, commune centrum reperire est, quia ad eandem partem omnium motus dirigitur. Hinc si fune alligato in E trahas vectem cum ponderibus, punctum E neque omnino versùs I, neque omnino versùs H dirigetur, quamquam ad H potiùs, quàm ad I inclinabitur; quia faciliùs A vectis punctum respondens ponderi convertitur circa centrum gravitatis ponderis, quàm propellat aut trahat totum pondus, prout ferunt, & ipsius gravitas, & ejusdem distantia ab E, quæ illius resistentiam componunt.

CAPUT VI.

Quænam ſint momenta Vectis pondus fune connexum trahentis.

COntingere poteſt oblato ponderi ſuper planum horizontale, aut inclinatum, trahendo non eſſe parem Potentiam: hujus imbecillitati opem ferre licebit Vecte potiſſimùm ſecundi generis, cujus extremitas altera fixa & ſtabilis maneat in plano, in quo pondus jacet, alteram extremitatem Potentia moveat, & loco intermedio alligetur funis cum pondere connexus, qui dum vecte movetur, ſecum rapiat & pondus. Verùm non leviter hallucinaretur, quiſquis momenta vectis ex alligati funis loco ſimpliciter & abſolutè definiret; cum potiùs ponderis reſiſtentiam ex ipſius motu computare oporteat: Quoniam verò duplex eſſe poteſt vectis motus, nimirum aut in plano Verticali, aut in Horizontali, propterea uterque ſeorſim conſiderandus eſt; diverſas enim lineas in plano, in quo jacet, pondus percurrit; rectam ſcilicet, ſi vectis in plano Verticali agitatur; curvam verò, ſi in plano horizontali aut inclinato eodem, cui pondus incumbit etiam vectis moveatur.

Sit in plano, in quo pondus jacet, linea A B, cui vectis congruere intelligatur, & concipiatur pondus in puncto C; vecti autem in D alligetur funis ita connectens pondus cum vecte, ut parti vectis D A æqualis ſit funis D C. Attollatur in plano Verticali vectis, ut ſit A E deſcribens arcum B E; etiam punctum D aſcendit in F, ac propterea funis eſt F G, & ponderis motus eſt C G. Iterum attollatur æqualiter vectis ex E in H; funis caput venit in I, & pondus in K. Similiter vecte

vecte in L ſublato, funis venit in M, & pondus in N. Sunt igitur tres ponderis motus, C G, G K, K N, inter ſe inæquales, qui ſemper majores fiunt; motus autem potentiæ B E, E H, H L ex hypotheſi ſunt æquales; igitur major eſt Ratio motûs B E ad motum C G, quàm motûs E H ad motum G K, & hæc Ratio major eſt Ratione motûs H L ad motum K N. Cum itaque motibus B E, E H, H L ſimiles ſint motus D F, F I, I M, manifeſtum eſt motum ponderis non ſervare Rationem ſecundùm quam dividitur vectis ab alligati funis capite, eadem quippe ſemper eſt Ratio E A ad A F, & H A ad A I, & L A ad A M.

Motus autem illos ponderis C G, G K & K N ſemper eſſe majores hinc conſtat, quia pars vectis inter funem alligatum atque hypomochlium A ex hypotheſi eſt æqualis ipſi funi connectenti pondus: ſunt igitur triangula Iſoſcelia æqualium ſemper laterum, ſed quæ majores & majores angulos ad baſim habent, ideóque minorem & minorem angulum verticalem continent. Atqui angulorum ad centrum in circulis æqualibus, vel in eodem circulo, ſemper æqualiter decreſcentium ſubtenſæ minores fiunt eâ lege, ut decrementa illa, hoc eſt, ſubtenſarum diminutarum differentiæ augeantur, ut ex Canone Sinuum conſtat. Cum itaque A G ſit ſubtenſa anguli A F G, & A K ſit ſubtenſa anguli A I K minoris, & A N ſit ſubtenſa anguli A M N adhuc minoris; harum ſubtenſarum differentiæ, videlicet C G (differentia inter diametrum circuli A C & ſubtenſam A G) G K & K N motus ponderis ſemper augentur.

Id quod ut manifeſtum fiat, triangula ipſa ad calculos revocemus ſingulorum baſim inquirentes: ponamus verò ex. gr. arcus B E, E H, H L ſingulos grad. 15, & latera ſingula A F & G F eſſe partium 100. Igitur angulus A F G eſt grad. 150, & baſis A G deprehenditur partium $193\frac{18}{100}$. Eſt autem A C ex hypotheſi 200, adeóque C G part. $6\frac{82}{100}$. In triangulo A I K latera ſunt eadem, anguli ad baſim ſinguli grad. 30, angulus verticalis grad. 120; ergo baſis A K part. $173\frac{20}{100}$: & inter A K atque A G differentia G K eſt $19\frac{98}{100}$. Deinde in triangulo A M N anguli ad baſim ſinguli ſunt grad. 45; igitur angulus verticalis grad. 90, & baſis A N part. $141\frac{42}{100}$, & inter A N & A K dif-

ferentia K N eſt 31 $\frac{78}{100}$. Et ſi vectem elevando pergas, idem in conſequentibus triangulis deprehendes, augeri ſcilicet differentias uſque ad A.

Hinc patet eò faciliorem eſſe, cæteris paribus, motum, quò majorem angulum funis cum vecte conſtituit, nam ab æquali potentiæ motu minor ponderis motus efficitur, quàm ſi major eſſet angulus elevationis vectis. Quare faciliùs promovebitur ad deſtinatum locum pondus quod trahitur, ſi poſt aliqualem vectis elevationem, iterum inclinato, quàm maximè fieri poterit, vecte, extremitatem A, hoc eſt hypomochlium ſubinde promoveas, quantum feret funis longitudo: tunc enim fune maximè inclinato tractio ponderis minùs obliqua juvabit motum, qui etiam minor eſt, quàm ſi pergeres vectem elevando.

Non eſt tamen neceſſe ſervari hanc, quam claritatis gratiâ propoſui, æqualitatem funis F G, & partis vectis F A; ſed aſſumi poteſt vel longior, vel brevior funis, adeò ut ex vectis parte, ex fune, & ex diſtantiâ ponderis ab hypomochlio fiat triangulum ſcalenum: in quo ſi funis fuerit longior parte vectis, eodem potentiæ motu minùs accedet pondus ad hypomochlium, quàm ſi funis fuerit brevior eâdem vectis parte; atque quo longior fuerit funis, etiam minor erit, adeóque facilior, ponderis motus, cæteris paribus, nam & tractio minùs obliqua erit. Statue igitur ex. gr. A D eſſe partium 73, & D C part. 100: quare vecte jacente, diſtantia A C eſt 173.

Sit angulus F A G iterum gr. 15; invenitur angulus A F G gr. 154. m. 7, & baſis A G part. 168 $\frac{66}{100}$; igitur C G 4 $\frac{34}{100}$. In triangulo A I K latera A I 73, I K 100 ut priùs, angulus I A K gr. 30: invenitur angulus verticalis A I K gr. 128. m. 36, & baſis A K part. 156 $\frac{30}{100}$: igitur G K eſt 12 $\frac{36}{100}$. Demum in triangulo A M N latera ſunt eadem ut priùs, angulus M A N gr. 45: ex quibus datis invenitur angulus A M N gr. 103. m. 55, & baſis A N part. 137 $\frac{27}{100}$: igitur K N 19 $\frac{3}{100}$, & totus motus C N eſt part. 35 $\frac{73}{100}$.

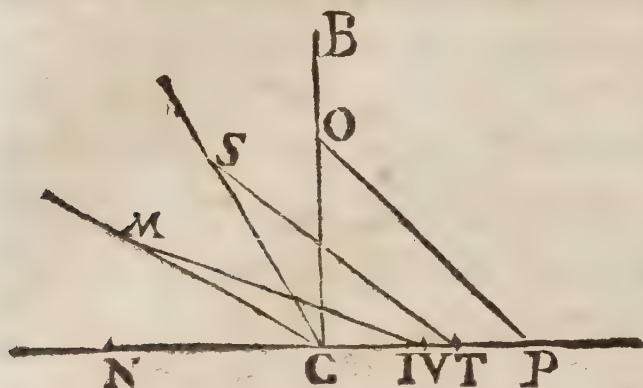
Sed viciſſim ſtatue A D partium 100, D C verò funem part. 73; quibus æqualia ſunt trianguli A F G latera A F 100 & F G 73; angulus autem F A G eſt gr. 15: invenitur angulus F G A gr. 20. m. 46, & angulus A F G gr. 144. m. 46: quare

A G

A G eſt part. 164 $\frac{85}{100}$, & motus C G part. 8 $\frac{15}{100}$, qui tamen ſuperiùs, quando D C major erat, quàm A D, deprehenſus eſt ſolum 4 $\frac{34}{100}$. In Triangulo A I K ſimiliter datur A I 100, I K 73, angulus I A K gr. 30: invenitur angulus I K A gr. 43. m. 14, ac proinde angulus verticalis A I K gr. 106. m. 46, & baſis A K part. 139 $\frac{79}{100}$: igitur G K part. 25 $\frac{6}{100}$, quæ tamen priùs erat 12 $\frac{36}{100}$. Deinde in triangulo A M N latera ſint eadem, & angulus M A N gr. 45: invenitur angulus M N A gr. 75. m. 37, & verticalis A M N gr. 59. m. 23: quare baſis A N eſt par. 88 $\frac{85}{100}$, & motus K N part. 50 $\frac{94}{100}$, qui priùs erat 19 $\frac{3}{100}$. Verùm elevari vectis poterit ſolùm, ut funis fiat perpendicularis horizonti, ſcilicet facto angulo ad A gr. 46. m. 53; & baſis erit diſtantia ab A part. 68 $\frac{35}{100}$.

Ut autem innoteſcat, quid contingat fune adhuc longiore quàm part. 100, poſitâ eâdem vectis parte A D part. 73. non pigeat iterum examinare triangula. Sit ergo funis D C part. 200, quarum A D eſt 73; anguli elevationis vectis ſint iidem, qui ſuperiùs. In Triangulo A F G, angulus F A G eſt gr. 15, latus A F 73, latus F G 200: invenitur angulus F G A gr. 5. m. 25, & angulus A F G gr. 159. m. 35: ac proinde baſis A G part. 269 $\frac{56}{100}$, & motus C G part. 3 $\frac{44}{100}$, qui, poſito fune F G 100, erat 4 $\frac{34}{100}$. In triangulo A I K latera ſunt eadem, angulus I A K eſt gr. 30; ergo angulus I K A gr. 10. m. 31, & verticalis A I K gr. 139. m. 29; atque baſis A K part. 259 $\frac{87}{100}$; ac propterea G K part. 9 $\frac{69}{100}$, quæ priùs fuit 12 $\frac{36}{100}$. Denique in Triangulo A M N eadem latera 73 & 200 cum angulo M A N gr. 45, dant angulum M N A gr. 14. m. 57, & verticalem A M N gr. 120. m. 3; atque baſim A N part. 244 $\frac{82}{100}$: quare motus K N eſt 15 $\frac{5}{100}$, qui in priore hypotheſi erat 19 $\frac{3}{100}$. Longior itaque funis dat minorem & faciliorem motum ponderis.

Quemadmodum verò elevando vectem à poſitione horizontali uſque ad perpendiculum difficultas trahendi augetur, quia pondus velociùs movetur, ita ex adverſo, ſi vectis horizonti perpendicularis inclinetur ad partem oppoſitam ponderi

(adeò ut vectis ſit inter potentiam & pondus) creſcit trahendi facilitas, quia pondus ſemper tardiùs movetur, quo magis vectis ad horizontem deprimitur. Sit enim pondus in P, vectis perpendicularis C B, funis O P utique longior parte vectis O C.

Inclinetur vectis per Quadrantis trientem, ut O veniat in S; funis erit S T, & pondus veniet ex P in T. Æquali inclinatione deprimatur vectis, ut S veniat in M; funis erit M V, & ponderis motus T V. Demum vectis horizonti congruat, ut M veniat in N; funis erit N I, motúſque ponderis V I. Cum igitur ſemper tardiùs moveatur pondus, quia ſpatia P T, T V, V I ſemper decreſcunt, æquales autem potentiæ motus illis reſpondeant, etiam creſcit trahendi facilitas.

Illa autem baſium C P, C T, C V decrementa in triangulis C O P, C S T, C M V ſemper minui conſtabit ex Trigonometria; dantur enim in omnibus eadem duo latera, ſcilicet funis longitudo, & pars vectis, datúrque in ſingulis æqualiter creſcens angulus funi oppoſitus; quare inveniuntur & baſes, quarum differentiæ ſemper minores fiunt. Sic in triangulo O C P rectangulo ſit perpendiculum O C partium 73, & hypothenuſa O P part. 100; igitur C P baſis eſt part. $68\frac{34}{100}$. Deinde quia C S eſt part. 73, S T part. 100, & angulus S C T gr. 120, invenitur C T part. $40\frac{97}{100}$: ergo P T eſt part. $27\frac{37}{100}$. Similiter M C eſt 73, M V 100, angulus M C V gr. 150; igitur C V invenitur part. $29\frac{91}{100}$; ac proinde T V eſt part. $11\frac{6}{100}$. Demum quia N C eſt 73, & N I eſt 100, remanet C I part. 27: & ablatâ C I ex C V, relinquitur I V part. $2\frac{91}{100}$. Totus itaque motus P I eſt part. $41\frac{34}{100}$. Fac autem O C 73 eſſe quartam totius vectis partem, qui proinde erit part. 292. Et quia Radius ad Quadrantem peripheriæ circuli eſt ut 7 ad 11, ſi fiat ut 7 ad 11, ita 292 ad $458\frac{6}{7}$, potentia in vectis extremitate poſita motum

motum habet part. 458, dum pondus movetur ſolum per ſpatium part. 41.

Jam verò finge omnia eadem, præter funis longitudinem, quam ſtatuamus O P ex. gr. partium 200, quarum O C eſt 73. igitur C P eſt $186\frac{1}{5}$; & quia N C eſt 73, atque N I ex hypotheſi eſt 200, remanet C I part. 127; atque adeò totus motus P I eſt part. $59\frac{1}{5}$: ad quem motum idem potentiæ motus 458 habet minorem Rationem quàm ad motum part. 41, quem dat minor funis longitudo.

Supereſt adhuc tertia quædam ponderis poſitio, vecte agitato in plano verticali; quando nimirum initio motûs ſtatuitur pondus proximum hypomochlio, à quo in motu recedat: hujuſmodi ſcilicet vecte uti poſſumus, cùm aliquid modicè quidem movendum in plano horizontali proponitur, ſed multa eſt difficultas. Similiter ſi longiuſcula ferrea bractea eſſet ſuis extremitatibus validè connexa cum aliquo corpore, & circa medium eam flecti oporteret, ut cuneus vel aliquid ſimile inter corpus & bracteam inſeri poſſet; funi adnecteretur uncus bracteam apprehendens, qui elevato vecte, ſive depreſſo illam aliquantulum flecteret.

Sit vectis hypomochlium in R, funis in K alligatus, & funis longitudo K S 73; pars verò vectis R K 100: quare R S diſtantia ponderis S ab hypomochlio R eſt 27. Moveatur vectis ſurſum, & faciat angulum L R K gr. 15 funis eſt L I part. 73, & L R part. 100; igitur ex his datis invenitur angulus R I L gr. 159. m. 14, & R L I gr. 5. m. 46; adeóque baſis R I part. $28\frac{34}{100}$; igitur motus ex S in I eſt $1\frac{34}{100}$. Quod ſi ponatur R L eſſe quarta pars vectis, totus Radius eſt part. 400, & arcus ab extremitate vectis deſcriptus gr. 15, eſt part. $104\frac{32}{100}$: Ex quo vides motum potentiæ ad motum ponderis eſſe proximè ut 78 ad 1. At verò ſi funis L I longior ponatur, ut ſit part. 90, & reliqua ſint ut priùs, invenitur angulus R I L gr. 163.

m. 17, & angulus RLI gr. 1. m. 43′: quare basis RI est part. 10 $\frac{42}{100}$: & quia RS ex hypothesi est solum part. 10, motus SI est $\frac{42}{100}$ multo minor quàm cum funis brevior ponitur, ac propterea etiam facilior est motus, quippe qui minorem Rationem habet ad motum potentiæ.

Pergendo autem in elevatione vectis adhuc per gr. 15, ita ut angulus PRO sit gr. 30, PR est 100, PO est 73: invenitur angulus ROP gr. 136. m. 46, & angulus RPO gr. 13. m. 14, atque basis RO part. 33 $\frac{42}{100}$: quare motus IO est part. 5 $\frac{8}{100}$. Et iterum elevando vectem per gr. 15, ita ut angulus QRT sit gr. 45, invenitur angulus QTR gr. 104. m. 23, & angulus RQT gr. 30. m. 37, basis autem RT part. 52 $\frac{57}{100}$: ex quo fit motum OT esse partium 19 $\frac{15}{100}$. Hinc patet æqualibus potentiæ motibus inæquales, sempérque majores ponderis motus respondere, ac proinde crescere movendi difficultatem; cum enim pondus suâ gravitate insistat subjecto plano, in quo trahitur, quò magis elevatur vectis, etiam funis magis obliquus est, minusque valida fit tractio, quæ magis obliqua est.

Quas hactenus recensuimus tractiones, fieri per lineam rectam vel accedendo ad punctum hypomochlij, vel ab eo recedendo, satis constat; quia, dum vectis in plano Verticali movetur, pondus non recedit ab illo eodem plano Verticali semper suâ gravitate insistens plano horizontali, atque idcirco motus illius est in communi horum planorum sectione, hoc est, in lineâ rectâ. Sin autem motus vectis fuerit in eodem plano horizontali, in quo est pondus fune trahendum, quia vectis circulariter movetur, illum sequitur pondus per lineam curvam, sed quo ad ejus fieri possit, brevissimam, ut quàm minimam patiatur violentiam. Certum quippe est oportere funem vecti congruentem citra quamlibet anguli inclinationem, esse breviorem parte illâ vectis, quæ inter hypomochlium, & locum alligati funis, intercipitur; si enim æqualis esset, circumducto vecte pondus fulcro proximum non moveretur; multo minùs, si longior esset funis. Cum itaque brevior sit, necesse est pondus quoque circumduci, sed non eâ ratione, qua moveretur, si funis eundem semper angulum cum vecte constitueret; quemadmodum contingeret, si vecti loco funis flexilis

flexilis rigidum brachium adjaceret, cui pondus adnecteretur. Verùm quia pondus suâ gravitate resistit, dum vectis movetur, retinetur aliquantulum funis à pondere, & angulum subinde majorem cum vecte efficit; trahitur tamen pondus, sed ita, ut violentiam subeat quàm minimam pro ratione positionis; ac propterea lineam curvam helici similem describit, quo ad funis certum angulum acutum (pro ut funis, aut pars vectis longiores fuerint, sive breviores) cum vecte constituat; quo deinde angulo manente pondus in gyrum ducitur per circuli ambitum. Observabis enim positâ eadem vectis parte, quò brevior fuerit funis, eò majorem esse angulum illum, ad quem devenitur, & in quo consistitur nec illum augendo, nec minuendo. Quod si in funem eâdem vectis parte longiorem ita disponas, ut non vecti congruat, sed cum illo angulum efficiat, circumducto vecte ita pondus per helicem moveri videbis, ut diminuto subinde angulo, demum funis vecti in eadem rectâ lineâ congruat, & ponderis ultra hypomochlium manentis tractio desinat: quia videlicet ponderis gravitas resistens licèt trahatur, retinet tamen funem, & minuitur angulus, usque dum omnis angulus pereat.

Hujusmodi motûs causam deprehendes, si attentè inspicias pondus, cum vectis in gyrum moveri incipit, ita trahi, ut etiam aliquantulum circa suum centrum gravitatis, aut circa aliud punctum (neque enim hic locus est punctum illud definiendi) volvatur; ex qua conversione fit minore motu opus esse, ut pondus consequatur trahentem: ubi verò tanta facta fuerit ponderis circa suum centrum conversio, ut si in hanc, vel in illam partem adhuc converteretur, majorem subiret in tractione violentiam, hoc est, cogeretur majorem motum perficere, quàm sit motus ejusdem nullâ factâ circa suum illud centrum conversione, tunc manet angulus funis cum vecte, nec jam augetur aut minuitur. Quia autem, cæteris paribus, quò brevior est funis, eò major fit ponderis circa suum centrum conversio; propterea ad majorem angulum demum inclinatur funis in vectem. Sed in hoc non est diutiùs immorandum; rarus quippe est hujusmodi tractionis usus.

CAPUT VII.

Quid conferat Potentiæ moventis applicatio ad vectem.

QUoniam duplex eſt Potentiæ genus, alia ſiquidem inanima eſt, cujus conatus ſecundùm rectam lineam in centrum, vel à centro, dirigitur, prout gravis eſt aut levis, alia eſt vivens, quæ pro variâ muſculorum intentione, ac membrorum inflexione in aliam atque aliam partem dirigi poteſt; idcirco, cujuſmodi potentiâ uti liceat, conſiderandum eſt, ut opportunum vectis genus eligatur. Nam ſi vectis primi generis depreſſione attollendum ſit pondus, & potentia ſit vivens, ut homo, major eſt movendi facilitas, tum quia ipſum vectis pondus potentiam juvat ſuâ gravitate, tum quia in hujuſmodi depreſſione vectis non ſolùm brachiorum, ſed etiam quandoque totius humani corporis vecti incumbentis, vel ex vecte pendentis gravitas momentum non leve addit contentioni, qua virtus movendi impetum vecti imprimens connititur. Sin autem vecte ſecundi, aut tertij generis elevandum ſit pondus idem, ipſa vectis gravitas officit, quam pariter cum ipſo pondere attollere oportet, & majore virium contentione opus eſt, ut experientiâ docemur.

Verùm illud, quod hîc potiſſimum examinandum proponitur, eſt ipſa potentiæ, quæcumque illa ſit, applicatio ad vectem: neque enim ſatis eſt, ſi illa extremitati vectis adjungatur, aut certo quodam loco in vecte tertij generis collocata intelligatur; ſed maximè attendendum eſt, ſecundùm quam lineam potentiæ motus dirigatur; diverſa quippe ſunt potentiæ momenta pro alia atque aliâ hujuſmodi motûs directione, quatenus cum vecte comparatur. Quemadmodum enim ſi potentia vectem urgeat, aut trahat, juxta ejuſdem vectis in hypomochlij puncto firmati longitudinem, nihil prorsùs in pondere efficit; ita quoquè ſi in vectis longitudinem obliquè incidat

dat impetûs à potentiâ concepti directio, pro ratione obliquitatis minuitur potentiæ momentum; quod integrum manet, ſi ad angulos rectos vecti occurrat linea motus, quam init potentia.

Sit vectis primi generis A B habens hypomochlium in C, ſive ſecundi aut tertij generis D E habens hypomochlium in D. Si potentia conſtituta in B, aut E aut F, motum ſuum dirigat ſecundùm eandem rectam lineam B A aut E D, ſive urgendo vectem versùs C aut D, ſive illum inde retrahendo, manifeſtum eſt, puncto hypomochlij C aut D manente, pondus in A, aut in F, aut in E conſtitutum nihil prorſus moveri, nam totus potentiæ conatus irritus eſt, nec vectem movet. Oportet igitur lineam, ſecundùm quam dirigitur motus potentiæ, conſtituere cum vectis longitudine angulum aut rectum, aut recto minorem, aut majorem. Si angulum acutum H B A efficiat, movetur quidem potentia & vectis, ſed cùm urgeatur vectis versùs hypomochlium C, impeditur potentia, nec movet vectem pro ratione impetûs, quem illa concipit. Similiter ſi directio motûs potentiæ ſit ſecundùm lineam B G, & fiat angulus obtuſus G B A, quamvis vectem moveat, minùs tamen illum flectit aut deprimit, quàm requirat impetûs concepti intenſio, quia conatur vectem retrahere ab hypomochlio C, & ab illo retinetur. Cùm autem, quò acutior aut obtuſior eſt angulus, eò etiam majus ſit impedimentum, hinc eſt pariter plus laboris à potentiâ impendi. Quare, cùm nullum ſit hujuſmodi impedimentum, quando ad rectos cum vecte angulos potentiæ motus dirigitur, ut I B A, propterea tunc ſolùm potentia obtinet omnia momenta, quæ concepto impetui reſpondent: nihil enim impetûs deteritur ab impedimento, quod vectis inferat, quippe qui nec versùs hypomochlium urgetur, nec ab illo retrahitur.

Porrò obſerva longè aliam eſſe lineam motûs potentiæ, à lineâ ſecundùm quam ejuſdem potentiæ motus dirigitur; nam potentia in B applicata movetur deſcribendo arcum circa C

punctum hypomochlij, sed pro variâ directione modò majorem, modò minorem arcum describit eodem tempore ex vi ejusdem impetûs concepti. Hinc est, nisi potentia suum motum in gyrum dirigat, fieri non posse, ut in motu eadem servet virium momenta: Nam licèt eandem directionem servaret, quatenus horizontem respicit, aut certum aliquod punctum, non esset tamen eadem directio comparata cum vecte; alium quippe atque alium cum vecte angulum constitueret illa eadem directionis linea: id quod manifestò constat, cùm vectis à potentiâ gravi deprimitur; linea enim directionis in centrum gravium directa semper obliquior incidit in vectem, qui deprimitur.

Voco autem *Directionem motûs* lineam illam, quam potentia ex vi concepti impetûs sponte percurreret, nisi ab illâ deflectere cogeretur, quia cum vecte connectitur. Sic potentia B lineam B H ex. gr. percurreret, nisi vectis in C firmati soliditas obstaret, cogerétque arcum B R describere: idem de cæteris lineis dicendum. Hinc si longitudo B H concipiatur spatium, quod à potentiâ liberâ vi sui impetûs certo tempore perficeretur, illa utique non recederet à lineâ A B nisi pro ratione Sinûs Recti angulo H B A convenientis posito Radio B H, scilicet per H O. Similiter si directio motûs sit B G angulum obtusum G B A constituens, potentia non recederet ab eâdem lineâ A B nisi pro ratione G K sinus Recti ejusdem anguli G B A obtusi posito Radio B G, qui ex hypothesi æqualis est Radio B H, ponitur enim utrobique æqualis impetus potentiæ. Quare cùm idem sit Sinus Rectus anguli acuti, atque obtusi, quorum summa æquatur duobus rectis, eadem pariter momenta virium exercet potentia, sive ad acutum, sive ad obtusum cum vecte angulum dirigatur. Hoc tamen intercedit discrimen, quando potentia eandem servat ad horizontem directionem, quod acutus angulus procedente motu fit major accedens ad Rectum, augetúrque ejus Sinus; obtusus verò angulus fit obtusior magis recedens à Recto, minuitúrque ejus Sinus; ac proinde ibi augetur, hîc minuitur movendi facilitas.

Potentia itaque motum suum dirigens ad acutum angulum per lineam B H, vi sui impetûs describit circa centrum C arcum B R; ad angulum rectum per lineam B I describit arcum

B N;

BN; ad angulum demum obtuſum per lineam B G deſcribit arcum B L, qui eſt æqualis arcui B R, ſi angulus obtuſus G B A ſit ſupplementum ad duos rectos anguli acuti H B A, major autem, aut minor eodem arcu B R, ſi angulus obtuſus ſit minor aut major eodem Supplemento ad duos rectos. Hæc tamen ita dicta intelligas velim, ut hujuſmodi arcus toti atque integri non motum ipſum exprimant, qui re vera fiat, ſed virium Rationem pro diversâ potentiæ applicatione in minimâ arcû deſcripti particulâ; neque enim ſingulis temporis momentis æqualis pars arcûs eidem impetui reſpondet, ſingulis nimirum momentis mutatur vectis inclinatio, & manet eadem motús directio, atque varia eſt potentiæ ad vectem applicatio, niſi illa impetum concipiat, quo ſua ſponte in gyrum ageretur, etiamſi ad motum circularem non determinaretur à vecte. Sed quoniam arcus eodem Radio C B à potentiâ deſcriptus eſt ſimilis arcui eodem Radio C A deſcripto à pondere, proinde non mutatur Ratio motuum, ſive potentia deſcribat eodem impetu minorem, ſive majorem arcum ejuſdem circuli: propterea non mutatur quidem momentum potentiæ cum pondere abſolutè comparatæ, mutatur tamen ſubinde momentum potentiæ, quatenus ſecum ipſa comparatur, faciliúſque movere pondus tunc dicitur, quando eodem conatu majorem motum ponderi æquali tempore conciliat; id quod fit, cùm ad angulum rectum vecti applicatur.

Hæc eadem, quæ in vecte primi generis explicata ſunt, in reliquis pariter duobus generibus locum habent, nec opus eſt illa iterum inculcare. Unum in his obſervandum videtur, quando potentia movens eſt à vecte ſejuncta, illúmque trahendo movet certo in loco firmiter conſtituta, vectem in motu propiùs accedere ad potentiam trahentem, ac proinde diligenter attendendam eſſe ipſius potentiæ poſitionem, ut innoteſcat, utrùm angulus, quem ſubinde cum vecte funiculus efficit, accedat magis ad rectum, an verò recedat à recto, quia in motu acutior aut obtuſior evadat. Id quod ſatis fuerit ſubindicâſſe; præſtat ſiquidem laborem in motu minuî, quàm augeri.

Sic dato vecte C B ſecundi generis habente hypomochlium in C, ſtatue quantum moveri debeat, ex. gr. per

arcum B D. Erit igitur vectis positio C D. Excitetur ex D perpendicularis D E, & in aliquo rectæ lineæ D E puncto, puta in E, statuatur potentia, quæ funiculo E B trahens vectem ita vecti intelligatur applicata, ut majorem subinde angulum efficiat, donec ad rectum C D E deveniat. Sic facilior erit motus, & labor minuetur. Quod si potentia movendo pergeret adhuc trahens vectem, jam augeretur labor, quia applicaretur ad angulum obtusum. Porrò in recta D E eligendum esse punctum, quoad fieri poterit, proximum puncto D, ut funiculus E B minùs acutum angulum cum vecte C B constituat, apertius est, quàm ut oporteat id pluribus hîc ostendere. Eximendus tamen est omnis scrupulus, ostendendo angulum semper majorem fieri, quando distantia potentiæ E ab hypomochlio C major est longitudine dati vectis C B.

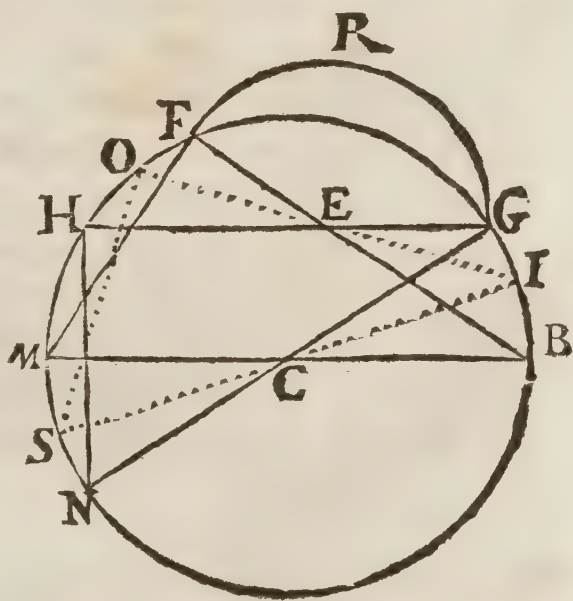
Intelligatur descriptus integer circulus B G I L à vecte C B circumducto, & producatur B C in I, atque funiculus E B secet peripheriam in G. Tum vectis positio fiat C O, & funiculus E O secet peripheriam in H. Manifestum ex 33. lib. 6. angulum C O E majorem esse angulo C B E: nam, productâ O C in L, angulus C B E insistit arcui G I, angulus autem C O E insistit arcui H L, qui major est arcu G I: omnes autem acuti sunt, quia insistunt peripheriæ minori, quàm sit semicirculus (sunt enim, ex 20. lib. 3, subdupli suorum angulorum ad centrum iisdem peripheriis insistentium) donec funiculus E D sit Tangens circuli, & ex 18. lib. 3. angulum rectum constituat in D. Quòd si vectis adhuc trahatur à potentia E, & veniat in H & in G, constat ex 21. lib. 1. angu-

lum

lum C D E minorem esse angulo C H E, hunc verò minorem angulo C G E, atque ita deinceps.

Idem contingit, si distantia potentiæ R ab hypomochlio C omnino æquali sit longitudini vectis C B; nimirum trahendo vectem ex B in S, angulus R S C major est angulo R B C, & sic deinceps trahendo ex S versùs R: quamvis enim semper sit angulus acutus, major tamen subinde fit & major; quia manente eâdem distantiâ R C æquali longitudini vectis, tam triangulum C B R quàm C S R, & reliqua omnia sunt Isoscelia; quò ergo minor fit angulus ad C, eò major fit angulus ad basim in R, cui, per 5. lib. 1. æqualis est reliquus angulus ad eandem basim. At si distantia potentiæ ab hypomochlio minor fuerit longitudine vectis, utique locus potentiæ est intra circulum à vecte circumducto descriptum. Considerenda est igitur varia funiculi ad vectem inclinatio: pro qua explicanda hæc præmitto lemmata.

LEMMA I. Si intra circulum assumptum fuerit punctum E, in quo duæ rectæ lineæ B F & G H æqualiter à centro distantes, ideóque ex 14. lib. 3. æquales, se invicem secent; & à centro C ducantur Radij C B & C G; anguli C B F & C G H sunt æquales.

Producatur B C in M, & G C in N, ducantúrque rectæ F M & H N. Quia M B & N G sunt diametri, anguli in semicirculo B F M & G H N, ex 31. lib. 3. sunt recti: igitur quadrata B F & F M simul sumpta sunt æqualia quadratis G H & H N simul sumptis, cum, ex 47. lib. 1. æqualia sint quadrato diametri. Est autem quadratum B F æquale quadrato G H, nam rectæ B F & G H ex hypothesi sunt æquales; igitur quadrata F M & H N sunt æqualia, ideoque rectæ

F M & H N ſunt æquales ; ergo ex 28. lib. 3. ſubtendunt æquales peripherias, F H M & H M N ; ergo ex 27. lib. 3. anguli F B M & H G N æqualibus peripheriis inſiſtentes æquales ſunt.

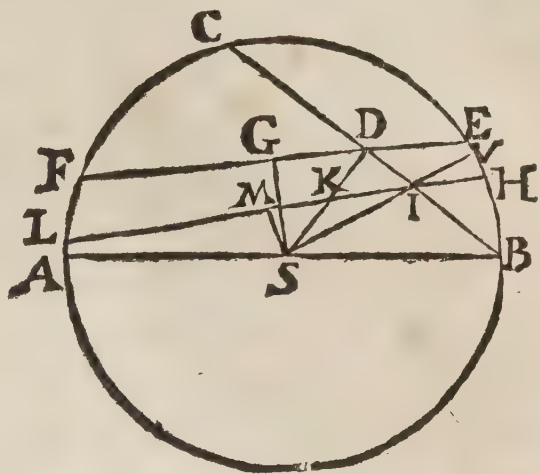
Invenitur autem recta linea tranſiens per E, quæ æqualis ſit rectæ B F, ſi facto centro E, intervallo E F, deſcribatur circulus F R G ſecans datum circulum in G ; nam ex G per E ducitur recta G H quæſita : eſt enim, per 35. lib. 3, rectangulum G E H æquale rectangulo F E B ; ſunt autem G E & F E æquales Radij ejuſdem circuli ex conſtructione ; igitur per 1. lib. 6, etiam E H & E B ſunt æquales ; ergo tota G H toti F B eſt æqualis.

LEMMA II. Si in puncto E intra circulum aſſumpto ſecent ſe invicem duæ rectæ B F & I O inæquales, ac proinde ut colligitur ex 15. lib. 3. inæqualiter à circuli centro diſtantes, ducantúrque ex centro Radij C B, & C I ; angulus factus à Radio cum lineâ remotiore major eſt angulo facto à Radio cum lineâ propinquiore.

Perficiantur triangula B F M & I O S rectangula ad F & O ex 31. lib. 3, quia M B & S I ſunt diametri. Quadrata B F & F M ſimul ſumpta, ex 47. lib. 1, ſunt æqualia quadratis I O & O S ſimul ſumptis : Quia autem ex hypotheſi recta I O remotior eſt à centro quàm B F, eſt etiam minor, ut conſtat ex 15. lib. 3 : igitur quadratum I O minus eſt quadrato B F, adeóque quadratum reliquum O S majus eſt reliquo quadrato F M, & linea O S major eſt linea F M. Quapropter etiam O S ſubtendit majorem arcum O M S, & F M ſubtendit minorem arcum F O M, & angulus S I O factus à Radio cum lineâ remotiore major eſt angulo M B F facto à Radio cum lineâ propinquiore.

LEMMA III. Si in circulo ab extremitate diametri B exeat recta linea B C circulum ſecans, in qua aſſumatur punctum D eam bifariam æqualiter dividens, & per punctum

punctum D alia recta circulum secans ducatur, hæc vicinior est centro, & major.

Ducatur ex centro S recta S D, quæ per 3. lib. 3. facit angulum S D C rectum: Tum per D alia quædam linea E F transeat, quæ utique cum recta S D facit angulum S D F minorem recto, & S D E majorem recto: nam si angulos faceret rectos, esset S D utrique lineæ B C, & E F perpendicularis, secaret E F bifariam in D per 3. lib. 3. adeóque duæ rectæ B C & E F se mutuo bifariam secarent, contra 4. lib. 3. Igitur in rectam E F perpendicularis ducta ex centro S erit S G cadens ad partes anguli acuti. Quapropter in triangulo S G D rectangulo ad G major est hypothenusa S D, quàm perpendiculum S G. Magis ergo distat linea B C quàm linea E F à centro, ac proinde per 15. lib. 3. illa est minor, hæc major.

LEMMA IV. Si in eâdem rectâ B C assumatur punctum I inter extremitatem B & punctum medium D, atque, ex centro directâ rectâ S I V, inter V & B alia quæpiam per I transeat recta H L circulum secans, quæ & secet perpendicularem S D, ex. gr. in puncto K; hæc pariter H L centro propinquior est quàm B C, ac proinde major.

Angulus K D I est rectus, angulus D K I, & qui est illi ad verticem, S K L est acutus; igitur perpendicularis ex centro S in rectam H L ducta cadit inter K & L, puta in M. In triangulo igitur rectangulo S M K major est S K quàm S M, ex 18. lib. 1: ergo multò major est S D quàm S M, ac propterea ex 15. lib. 3. H L vicinior est centro, & major quàm B C.

LEMMA

LEMMA V. Si in rectâ B C ductâ ab extremitate diametri aſſumatur punctum N ultra punctum medium D, atque ex S centro ductâ per N lineâ rectâ S O, productâque perpendiculari S D in P, tranſeat per N alia quæpiam recta QR inter P & B circulum ſecans in Q; hæc pariter ſecat in T perpendicularem productam, & eſt à centro S remotior quàm recta B C atque proinde minor.

Quia in Triangulo N D T rectangulo ad D, angulus D T N eſt acutus, utique in lineâ T S aſſumpto puncto S, ex hoc cadet in lineam Q R perpendicularis inter puncta T, & R; quam dico majorem eſſe perpendiculari S D. Nam ſi ipſa recta S N perpendicularis fuerit ad R Q, eſt triangulum S D N rectangulum, adeóque hypothenuſa S N major eſt quàm latus S D: Sin autem perpendicularis ad R Q cadat in V ſecans rectam B C in Z, utique S Z ſubtendens angulum rectum S D Z major eſt quàm S D; eſt autem S V major quàm S Z, ergo & multo major, quàm S D: ergo linea Q R remotior eſt quàm B C, & minor.

Deinde ſi linea per N tranſiens, & circulum ſecans, extremitatem alteram habeat non inter punctum P terminum perpendicularis S D productæ, atque B terminum rectæ B C; Vel dividitur in N bifariam, & linea S N per 3. lib. 3. eſt perpendicularis ad illam, quæ major eſt quàm S D, ut pote oppoſita angulo recto S D N: Vel dividitur inæqualiter. Si ſegmentum majus ſit in parte ſuperiori, hoc inter N & arcum O P, utique perpendicularis ex S centro ducta in illam lineam cadens ſecabit lineam B C inter puncta N & D, ac propterea oſtendetur major quàm S D, ut ſupra oſtenſum eſt de linea R Q. At ſi in parte ſuperiori, hoc eſt inter N & arcum O P ſit ſegmentum minus, perpendicularis ex S in lineam ducta cadet infra

punctum

punctum N, & à ſegmento majore abſcindet particulam inter N & punctum perpendiculi interceptam. Hæc particula ſi fuerit æqualis particulæ N D, linea B C & linea ducta ſunt æqualiter à centro remotæ; ſin illa particula minor fuerit quàm N D, linea ducta remotior erit quàm B C; ſi demùm major fuerit quàm N D, linea ducta propinquior centro erit quàm B C. Finge ſcilicet ductam eſſe rectam P N X, & ſegmentum majus eſſe N X; utique perpendicularis ex S bifariam ſecans totam P X cadit inter N & X, puta in Y. Eſt igitur S Y N triangulum rectangulum in Y, & per 47. lib. 1. quadratum S N æquale eſt quadratis N Y & Y S; atqui etiam triangulum S D N eſt rectangulum ex hypotheſi, eandemque habet hypothenuſam S N; igitur quadrata N D & D S æqualia ſunt quadratis N Y & Y S. Quare ſi particulæ N Y & N D æquales ſunt, æqualia ſunt & earum quadrata, ac idcircò etiam æqualia ſunt quadrata Y S & D S, atque eorum latera æqualia ſunt, & lineæ B C atque P X ſunt æqualiter remotæ. Quod ſi particula N Y minor eſt quàm N D, etiam illius quadratum minus eſt quadrato hujus; ergo reliquum quadratum Y S majus eſt reliquo quadrato D S, atque adeò linea S Y major eſt quàm linea S D, & linea ducta P X remotior eſt atque minor quàm B C. Si demum N Y major eſt quàm N D, etiam illius quadratum majus eſt hujus quadrato, & reliquum quadratum Y S minus eſt reliquo quadrato D S: igitur linea Y S minor eſt quàm linea D S, ac propterea linea ducta P X propinquior eſt centro, & major quàm B C.

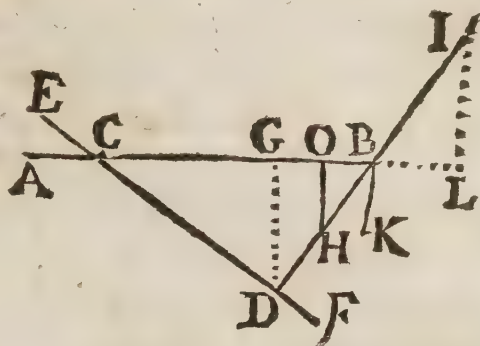
His præmiſſis facilis eſt ſolutio propoſitæ difficultatis, ut innoteſcat, utrùm in tractione minuatur labor, an augeatur, quando potentiæ trahentis diſtantia ab hypomochlio eſt minor longitudine vectis. Dato ſi quidem loco potentiæ datur ejuſdem diſtantia tùm ab hypomochlio, tum ab extremitate vectis, cum qua funiculus connectitur; ſed & datur ipſius vectis longitudo: quare per Trigonometriam innoteſcit quantitas anguli, cui opponitur vectis. Nam ſi ille rectus eſt, ut S D B, per lemma 3. in tractione funiculus fit pars lineæ centro propinquioris, quàm primò aſſumpta D B: igitur in tractione angulus funiculi cum vecte fit ſenſim acutior ex lemm. 2. augeturque difficultas trahendi. Si angulus vecti oppoſitus ſit obtuſus, ut

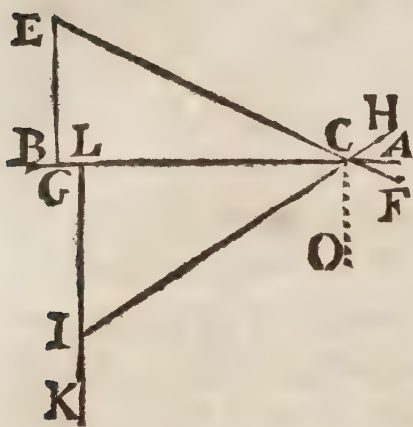
SIB, in tractione funiculus evadit pars lineæ propinquioris centro, quàm prima IB ex lemm. 4. & similiter ex lemm. 2. fit angulus magis acutus, atque trahentis labor augetur. Si demum angulus vecti oppositus sit acutus, ut SNB, ex lemm. 5. minuitur labor trahentis usque ad certum terminum, quandiu scilicet vectis non secat perpendiculariter primam funiculi positionem NB, hoc est vectis circumductus nondum est SP; tandiu enim funiculus est pars lineæ à centro remotioris, & facit per lemm. 2. cum vecte angulum majorem. Ubi autem vectis fuerit SP, tunc observandum est, utrùm angulus SNP rectus sit, an obtusus, an acutus; & eâdem methodo procedendum est, quasi prima funiculi positio esset NP, ut innotescat, utrùm funiculus in ulteriori tractione fiat pars lineæ remotioris, an verò propinquioris, ac proinde fiat angulus subinde major, an verò minor.

Quæ de Vecte in alterâ extremitate hypomochlium, in alterâ potentiam habente hactenus exempli gratia explicata sunt, facilè referuntur ad vectem, quando hypomochlium, aut potentia inter extremitates collocantur; semper enim attendenda est hypomochlij distantia à potentia trahente, ut potentiæ obliquè trahentis momenta innotescant; angulus scilicet funiculi cum vecte pendet ab hypomochlij puncto, circa quod fit vectis conversio.

Quoniam autem hujus capitis initio momentorum Rationem juxta diversam potentiæ applicationem ex arcubus vi ejusdem impetûs descriptis æstimandam esse dictum est, & quis fortasse suspicetur arduum esse hujusmodi arcus inter se comparare; animadvertat ex Tabulis Trigonometricis ejusdem arcûs Sinum & Tangentem iisdem planè numeris definiri, quando arcus valde exiguus est. Quapropter cum quilibet arcus minor sit suâ Tangente, & major Sinu, arcuum minorum Rationem citra ullum erroris periculum explicare possumus per eorum Sinus. Cum verò hîc, ubi de potentiæ ad vectem secundùm diversos angulos applicatæ momentis sermo est, non nisi minimi arcus assumendi sint, eorum Ratio eadem assumitur, quæ Sinuum.

Quare si vectis sit AB, hypomochlium C, vis potentiæ & directio motûs potentiæ BH: loco arcûs BK, qui in motu vi talis

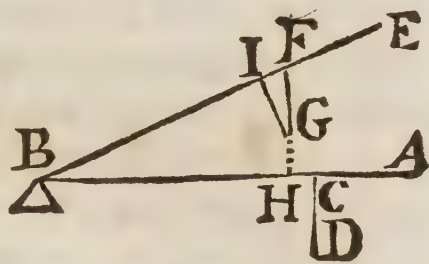
talis impetûs cum hac directione describitur; assumi potest anguli H B O, Radio B H, Sinus H O, qui est æqualis Sinui arcûs B K Radio C B. Est autem minimus arcus longè minor quàm arcus B K, sed claritatis gratia arcum notabilem & conspicuum assumere oportuit. Est igitur potentiæ ad angulum rectum in B applicatæ momentum, ad ejusdem potentiæ ad angulum H B O acutum applicatæ momentum, ut Radius B H ad acuti anguli Sinum H O.

Jam intellige vectem A B converti, & lineam B H produci, donec in D ad angulos rectos occurrat vecti habenti positionem E F. Dico potentiæ ad perpendiculum & obliquè applicatæ momenta invicem comparata ita esse, ac si eadem potentia tam in F quàm in D ad angulum rectum applicaretur, quia ut B H ad H O, ita est F C ad C D. Ducatur enim ex D ad C B perpendicularis D G, quæ est parallela ipsi H O: quare per 4. lib. 6. ut B H ad H O, ita B D ad D G, & per 8. lib. 6. ut B D ad D G, ita B C, hoc est F C, ad C D: igitur per 11. lib. 5. ut B H ad H O, ita F C ad C D; hoc est ut Radius ad Sinum anguli, secundùm quem potentia dirigitur, ita momentum potentiæ perpendiculariter applicatæ ad momentum ejusdem obliquè ad angulum acutum, vel obtusum applicatæ. Nam si potentia in B dirigat suum motum secundùm lineam B I, utique posito Radio B I, Sinus anguli A B I obtusi est I L, & Ratio momenti potentiæ in B applicatæ secundùm angulum rectum, ad momentum ejusdem potentiæ in B applicatæ secundùm angulum obtusum A B I, est ut B I ad I L. Producatur I B, donec in D perpendicularis cadat supra C F rectam æqualem ipsi C B. Quia triãgula B I L & B C D rectangula ad L & D, & æquales angulos ad verticem B habentia, similia sunt, est ut B I ad I L, ita B C ad C D per 4. lib. 6. Perinde igitur in extremitate B ad angulum obtusum A B I applicata potentia operatur, atque si ad angulum rectum applicaretur in D puncto vectis E F, qui idem ponitur esse ac vectis A B: & momenta potentiæ sunt ut F C ad C D.

Dato itaque angulo, ſecundum quem potentia applicatur ad vectem, ſi angulus ſit Rectus, momentum eſt ut Radius; ſin autem angulus acutus ſit vel obtuſus, momentum eſt ut Sinus ejuſdem anguli; atque adeò comparando inter ſe hujuſmodi angulos, Ratio illorum erit eadem, quæ eſt Sinuum. Hinc datus vectis A B hypomochlium habens in C, ſi fuerit ita inclinatus, ut poſitionem habeat E F, potentia in E deorſum premens per rectam E G perpendicularem ad C B, momentum habet ut C G; & ſi poſitionẽ habeat I H, potentia in I deorſum premens aut trahens juxta rectam I K, quæ producta incidat perpendicularis ad rectam A B in L, momentum habet ut C L. Quare ex E in B augentur prementis aut trahentis momenta, quæ ex B in I minuuntur.

Id quod iis etiam, qui campanas pulſant, manifeſtum eſt: ſi enim intelligatur vecti C B adhærere campanam, cujus centrum gravitatis ſit O, utique dum B deprimitur, O elevatur, ſed elevandi difficultas creſcit, tum quia centrum gravitatis O arcum deſcribens circa punctum C, æqualibus temporibus inæquales, atque ſemper majores habet aſcenſus juxta incrementa Sinuum Verſorum, tum quia ex depreſſione vectis ex B in I facto angulo funis & vectis ſemper obtuſiore, momenta potentiæ minuuntur: & licet in reditu ex I in B creſcerent, ſi quis vectem ſurſum traheret, hoc nihil juvat potentiam deorſum trahentem ad elevandam campanam, quæ ſponte ſua deſcendens elevat vectis caput, cui funis adnectitur. Propterea majoribus gravioribúſque campanis non ſimplicem vectem C B ſed rotam, aut rotæ ſegmentum adjungunt, cujus excavatæ perimetro funis inſeritur; qui dum trahitur, ſemper eſt Tangens circuli; atque ideo ad Radium circuli, quaſi eſſet novuus atque novus vectis, applicatur potentia trahens ad angulum rectum.

CAPUT

CAPUT VIII.

Oneris ex Vecte pendentis momentum inquiritur.

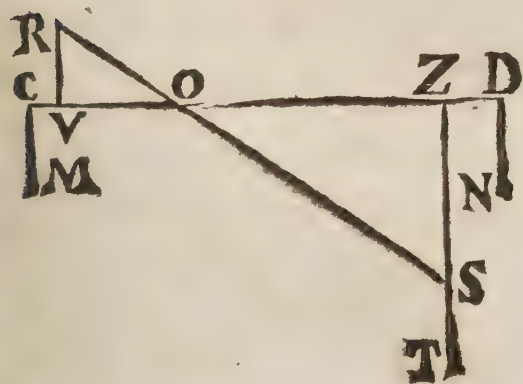
COntingit aliquando pondus vecte elevandum fune connecti, & pendulum ex vecte ſuſpendi. Nemo dubitat, an gravitas ponderis ibi ſua exerceat momenta, ubi cum vecte connectitur; funis ſi quidem intentus congruit lineæ directionis, qua pondus ipſum nititur in centrum gravium: verùm non eandem percipi in elevando difficultatem experientia teſtatur pro varia vectis inclinatione. Si enim ex vecte A B horizontali hypomochlium in extremitate B habente, pondus D ſuſpenſum ex C pendeat ad angulos rectos, omnia ſua momenta exercet pro ratione diſtantiæ C B ab hypomochlio. At ſi elevatus vectis poſitionem habeat E B, & C venerit in F, pondus verò pendulum D venerit in G, ita ut linea Directionis in centrum gravium congruat funiculo ſuſpendenti F G; etiamſi F B æqualis ſit ipſi C B, non eadem tamen momenta habet pondus adversùs eandem potẽtiam ex A tranſlatã in E; quia ſcilicet angulus G F B eſt acutus, D C B autem rectus.

Id explicare ex iis, quæ ſuperiori capite diſputata ſunt, non erit difficile, ſi animadvertamus in vectibus ſecundi & tertij generis utrumque genus conjungi: quemadmodum enim potentia conatur adversùs gravitatem ponderis, ita pondus conatur adversùs vim potentiæ: & in hoc conatu viciſſim exercent munus potentiæ & ponderis. Finge ſiquidem duos homines applicari vecti A B, alterum quidem in A, alterum verò in C, ſed in adverſa conantes; uterque eſt potentia, uterque eſt pondus, dum ſibi reluctantur. Anne ita hæc vocabula intra certos fines coërceri exiſtimas, ut potentiæ nomine illum ſolum donandum putes, qui reliquum vincit? ſed quid, ſi horum hominum co-

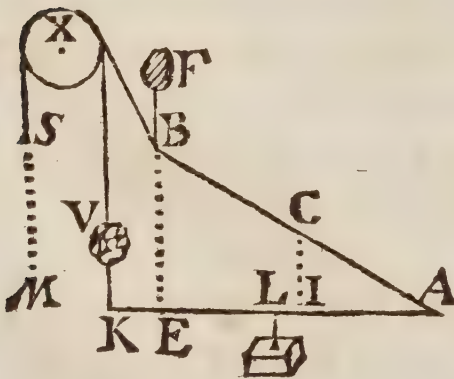
natus ſint reciprocè ut eorum diſtantiæ ab hypomochlio B, & A quidem conetur ut C B, C autem conetur ut A B; utique neuter ſuperat; nec tamen negari poteſt ideò contingere momentorum æqualitatem inter inæquales conatus, quia vecti applicantur: ſunt igitur ſibi viciſſim potentia & pondus. Si itaque A eſt potentia, & C pondus; vectis eſt ſecundi generis: Si verò C eſt potentia, & A pondus, vectis eſt tertij generis. Illud igitur quod de hominibus dicitur, de reliquis omnibus vim movendi habentibus dictum intelligitur: nihil ſi quidem intereſt, utrùm animata ſint, an inanima, quæ vecti applicantur, & in oppoſitas partes conantur. Et quamvis non intercedat inter ipſos conatus momentorum æqualitas, quam conſequatur quies, ſed efficiatur motus; ita tamen id quod prævalet, eſt potentia ad motum efficiendum, ut id quod vincitur, & reſiſtit, ſit potentia ad motum retardandum. In omni itaque vecte ſive ſecundi, ſive tertij generis ſit, utrumque genus amico, nec ſolubili fœdere copulantur. In vecte autem primi generis idem genus manet, licèt viciſſim habeant rationem potentiæ & ponderis ad movendum & retardandum, ſimiliter enim potentiæ & ponderi, licet inæqualibus intervallis, interjacet hypomochlium.

Hîc itaque, ubi oneris ex vecte pendentis momentum inquiritur, conſiderandus eſt vectis tertij generis, in quo gravitas in C, aut in F poſita exercet munus potentiæ conantis deprimere vim ſurſum connitentem in A, aut in E. Quare in poſitione vectis horizontali, cum ſit angulus rectus D C B, neque gravitas illa vectem versùs hypomochlium B urgeat, aut eum ab illo retrahat, omnia ſua momenta obtinet, quæ in hac à fulcro diſtantiâ gravitati huic convenire poſſunt. At elevato vecte ita, ut fiat angulus acutus G F B, licèt eadem maneat gravitas, eadémque ab hypomochlio diſtantia, non tamen eadem manent momenta, ſed decreſcunt pro ratione Sinûs anguli, ut ſuperiori capite dictum eſt. Producta igitur intelligatur linea directionis F G uſque ad horizontalem in H: poſito Radio B F, hoc eſt B C, eſt B H Sinus anguli G F B; ac proinde ut B C ad B H, ita momentum oneris pendentis ex vecte horizontali, ad momentum ejuſdem oneris pendentis ex eodem vecte inclinato. Hinc eſt, inclinato vecte E B, tantumdem conatûs adhibendum eſſe in E ad ſuſtinendum

nendum onus G, quanto conatu opus esset in vecte horizontali A B ad sustinendum idem onus, si penderet ex H. Quoniam igitur distantia B H minor est quàm B C, major est Ratio A B ad B H, quàm ejusdem A B ad B C, ex 8. lib. 5. ideóque faciliùs sustinetur idem onus vecte inclinato, quàm vecte horizontali.

Quod si ex G centro gravitatis oneris ductam intelligas ad vectem E B rectam perpendicularem G I, habes similiter momentorum differentiam, quæ scilicet intercedit inter F G, & G I, si F G repræsentet omnia momenta in vecte horizontali: sunt enim triangula F I G & F H B rectangula, communem angulum ad F habentia, adeóque similia, & ut F B ad B H, ita F G ad G I. Cave autem ne putes (ut non pauci hallucinantur) ita ex I termino rectæ G I perpendicularis desumendam esse mensuram decrementi momentorum, ut perinde se habeat, quasi pondus esset in I: hoc enim à veritate longissimè abesse deprehendes, si manente eâdem vectis inclinatione, & eadem oneris gravitate, funiculo longiore onus suspenderis; quandoquidem etiam punctum I magis accedet ad hypomochlium B, nec tamen adhibito longiore funiculo adeò minuuntur momenta; alioquin tam longo funiculo suspendere posses onus, ut recta ex oneris centro ducta ad vectem E B perpendicularis caderet in B, atque ideo nullum esset gravitatis momentum, quasi onus esset in B: id autem omnino falsum est.

Quando autem dicitur faciliùs à potentiâ sustineri idem onus suspensum vecte inclinato, quàm vecte horizontali, ita intelligendum est, ut linea directionis motûs potentiæ sustinentis eundem semper faciat cum vecte angulum: nam si hæc linea alium atque alium efficiat angulum, etiam potentiæ momenta variantur, quæ cum oneris momentis comparanda sunt. Hinc est in vecte primi generis C D, cujus hypomochlium O, si potentia & pondus sint gravia M & N, licèt inclinato vecte, ut habeat positionem R S, recedentibus angulis à rectitudine, singulorum momenta minora fiant, non tamen mutari momentorum potentiæ & ponderis invicem compara

comparatorum Rationem; quia ſcilicet ſingulorum momenta proportionaliter minuuntur. Cum enim gravia ſemper nitantur juxta ſuas lineas directionis in centrum gravium, hujuſmodi lineæ parallelæ cenſentur, & cum vecte duos angulos efficiunt duobus rectis æquales, ac proinde ſi alter acutus fuerit, alter eſt obtuſus ſupplementum acuti ad duos rectos. Sicut autem in eodem circulo idem eſt Sinus anguli acuti, atque obtuſi, qui compleat duos rectos; ita in diverſis circulis hujuſmodi angulorum ſinus proportionales ſunt ſuis Radiis. Quapropter inclinato vecte, ut ſit R S, gravia nituntur deorſum juxta lineas directionis S T & R V parallelas, quæ occurrunt perpendiculares horizontali in Z & V. Momentum igitur gravis T ad momentum æqualis, ſeu ejuſdem gravis N eſt ut O Z ad O D, & momentum gravis V ad momentum æqualis, ſeu ejuſdem gravis M eſt ut O V ad O C. Quare in vecte R S inclinato momenta gravium pendentium ſunt ut O Z ad O V. Quia verò triangula R V O, S Z O rectangula, & angulos ad verticem O æquales habentia, ſunt ſimilia, per 4. lib. 6. ut O S ad O R, hoc eſt ut O D ad O C, ita O Z ad O V. Manet itaque eadem momentorum Ratio invicem comparatorum, ſive integra in vecte horizontali, ſive diminuta in vecte inclinato ſint ſingulorum momenta.

At in vecte ſecundi aut tertij generis, ſi potentia non fuerit vivens, fieri non poteſt ut eadem ſervetur momentorum Ratio inter potentiam & pondus, niſi fortè in eodem medio horum alterutrum grave eſſet, alterum leve; ut ſi vectis A K intra aquam conſtitutus adnexum haberet in K inflatum utrem V, in L verò pendulus eſſet lapis: tunc enim, ſi uter aſcendens trahat vectem in B, elevabit lapidem pendulum, ut ſit angulus I C A acutus, & angulus A B F obtuſus; qui cum æqualis ſit alterno B C I (ſunt enim F B E & C I parallelæ, quia utraque ad horizontem perpendicularis eſt) ſimilem habet Sinum Sinui acuti I C A ſecundùm Rationem Radiorum B A & C A, hoc eſt K A & L A; atque

atque ut B A ad C A, ita eſt E A ad I A; ſimilia quippe ſunt triangula A B E & A C I. Cæterùm ſi rotulæ X inſiſtens funiculus jungeret vectis extremitatem K & pondus aliquod adnexum in S fungens munere potentiæ elevantis; hoc deſcendens ex S in M elevaret vectem in B, & lapidem, qui penderet ex C: ſed angulus A B X eſſet multò obtuſior quàm Supplementum acuti I C A ad duos rectos, ac proinde Sinus anguli A B X eſſet multo minor quàm E A Sinus anguli obtuſi A B F: igitur multo minor eſſet Ratio momenti potentiæ applicatæ in B ad momentum ponderis in C, quàm ſit Ratio B A ad C A, hoc eſt K A ad L A. Sola igitur potentia vivens poteſt ita ſui motûs directionem inflectere, ut eundem faciat cum vecte angulum, ideóque elevans vectem acquirat majorem ſuſtinendi facilitatem.

His conſequens eſt, quantò altiùs ſupra horizontem elevatur vectis cum pondere pendulo, tantò validiùs à pondere premi aut urgeri hypomochlium A. Nam quemadmodum in vecte horizontali A K pondus in L ſuſpenſum magis premit hypomochlium A vicinum quàm potentiam K remotam ex hypotheſi, ita elevato vecte multo magis premitur hypomochlium, quia quodammodo propiùs illi admovetur pondus in I quàm in L, ſuâque innatâ gravitate in vecte elevato conatur versùs hypomochlium quaſi ſecedens à potentia; ut nihil dicam de vecte ipſo, cujus gravitas, maximam partem, innititur fulcro.

CAPUT IX.

An duo pondus geſtantes æqualiter premantur.

HActenus diſputatis proximè affinis eſt præſens quæſtio, qua inquirimus, utrùm æqualis ſit labor duorum in eodem pondere geſtando conſentientium. Et quidem ſi movendum ſit pondus atque trahendum, cur duo ſimul faciliùs illud moveant, quàm ſinguli, omnes intelligunt; quia plus impetûs à duobus producitur, quàm à ſingulis; & quem impetum mo-

vendo oneri parem ſinguli multo conatu producerent, ſingulis in parte impetûs efficiendâ minùs conantibus, totus producitur, totique oneri imprimitur. At in pondere ſuſtentando, cujus gravitas in partes non dividitur, quomodo hæc ſingulis levior accidat, ſi plures in ſuſtentando conſpirent, quàm ſi ſingulis imponeretur, tunc maximè cùm nullum impetum ſurſum gravitatis conatui adverſantem producant, non ita explicatu facile exiſtimant aliqui. Verum ex rationibus vectis ſatis manifeſta ſolutio eruitur. Claritatis autem gratiâ, obſervandum eſt, an onus palangâ (ut cum bajuli dolium ex funibus ſuſpenſum transferunt) an verò ſubjectis humeris ſuſtineatur.

Et primo ſit palanga A B, cujus extremitates à geſtatoribus ſuſtineantur; ſit autem onus in C. Duplex effectus hîc conſiderandus eſt, videlicet oneris ſuſtentatio, & geſtatorum preſſio; Si primum reſpicias, geſtatores A & B rationem habent potentiæ efficientis ſuſtentationem, atque impedientis motum oneris ſuâ gravitate deorſum conantis: Si ſecundum, idem onus C munus potentiæ preſſionem efficientis exercet, dum ſecum palangam deorſum trahens, oppoſitos geſtatorum humeros comprimit, aut ſi manibus palanga geſtatur contentos contractoſque brachiorum muſculos, quantum poteſt, diſtrahit, atque relaxat. Sunt enim duo conatus, geſtatorum ſcilicet & oneris, motum in oppoſitas partes efficere valentes, niſi ſibi mutuo impedimento eſſent: hinc ſi geſtatores conari ceſſent, onus deſcendit; Si ex improviſo abruptis funibus onus à palangâ ſejungatur, geſtatores palangam ſurſum attollunt, ſive æqualiter, ſive inæqualiter, pro ut æquales aut inæquales ſunt eorum conatus. Quare æſtimanda res eſt ex motu, quem ſinguli conantes efficerent tum in ſe, tum in oppoſito conante, niſi prohiberentur momentorum æqualitate. Sic potentia in A ſuo conatu elevaret pondus in C poſitum, & circa centrum B arcum deſcriberent; ſimiliter potentia in B ſuo conatu elevaret pondus idem in C poſitum, & circa centrum A ſuos motus perficerent. Quod itaque ad ſuſtentationem ſpectat, geſtatores A & B viciſſim habent rationem potentiæ & fulcri; nam ſi A eſt potentia, fulcrum eſt B; atque viciſſim ſi B ſit potentia, fulcrum eſt A; &

eſt

eſt duplex vectis ſecundi generis, ſcilicet A B & B A. Quod verò ad preſſionem attinet, in qua onus C eſt potentia premens, geſtatores viciſſim habent rationem fulcri atque ponderis preſſi; & eſt duplex vectis tertij generis, quo utitur unica potentia, ſicut in duplici vecte ſecundi generis unicum eſt pondus, quod ſuſtinent duæ potentiæ.

In vecte igitur ſecundi generis poſito fulcro B, momentum potentiæ A ſurſum nitentis, ad momentum ponderis C deorſum conantis, eſt ut A B ad C B; ac propterea potentia ſuſtinere valens ſine vecte pondus C, ad potentiam vecte A B ſuſtinentem idem pondus C, eſt ut A B ad C B; quanto igitur C B minor eſt quàm A B, tanto minor potentia requiritur in A, quàm requireretur in C, ſi in C pondus ſine vecte ſuſtineretur. Idem quod de potentiâ A, poſito fulcro B, dictum eſt, dic viciſſim de potentiâ B; poſito fulcro A; Requiritur enim in B potentia ut C A, ad potentiam, quæ eſſet ut B A, ſi ſine vecte pondus in C ſuſtineretur. Hinc eſt vires ſuſtinendi requiri reciprocè tantas, quanta eſt Ratio diſtantiarum à pondere ipſorum ſuſtinentium: vires ſiquidem in A requiruntur ut C B, & vires in B ut C A. Si itaque æquali intervallo pondus medium diſtet à geſtatoribus, æqualiter eos conari oportet, ut illud ſuſtineant in C: at ſi inæqualiter ab iis remotum ſit, ut in D, requiruntur in A vires tantò majores quàm in B, quantò major eſt diſtantia D B quàm D A. Quapropter datâ virium inæqualitate; ſtatim innoteſcet, in quo palangæ puncto adnectendum ſit onus; ſi nimirum palangæ longitudo dividatur ſecundùm Rationem virium, & geſtatores reciprocè collocentur. Sint enim ex. gr. duo, quorum alter vires habeat ut 3, alter ut 2: concipe totam longitudinem A B in quinque partes diſtinctam, & hinc accipe duas A D, hinc verò tres B D: locus ponderi debitus eſt punctum D, in quod cadit diviſio in duas partes juxta datam Rationem: locus debilioris geſtatoris eſt in palangæ extremitate B, ad quam ſpectat major diſtantia ab onere in C poſito. Similiter virium inæqualitatem deprehendes, ſi pondere in medio puncto C poſito, alter ſe prægravari ſentiat: palanga enim ita promota, ut pondere in D conſtituto neuter ſe ultra vires prægravatum experiatur, indicabit vires geſtatoris A eſſe ut D B, ad vires geſtatoris B, quæ ſunt ut D A.

At ſi vectem tertij generis, quatenus geſtatorum preſſio ab onere efficitur, conſideremus; poſito fulcro in A, potentia in C aut in D exiſtens non premit geſtatorem B perinde, atque ſi nullo intercedente vecte geſtator eſſet pariter in C aut in D, ſed tanto minùs, quanto minor eſt C A aut D A, quàm B A: idemque de geſtatore A, poſito fulcro in B, dicendum eſt. Quare reciprocæ ſunt preſſiones diſtantiis geſtatorum ab onere, & A premitur ut C B aut D B, B autem premitur ut C A aut D A. Cùm enim vis ipſa gravitatis oneris deorſum conantis apta ſit circa centrum A moveri pro ratione diſtantiæ C A aut D A, utique in B motum efficere debet pro ratione diſtantiæ B A: eſt autem C A major quàm D A ex hypotheſi, igitur, ex 8. lib. 5. major eſt Ratio momenti C A quàm momenti D A ad idem momentum B A, ac proinde major preſſio geſtatoris B efficitur ab onere in C, quàm in D, collocato. Contra verò geſtatorem A magis premit onus in D quàm in C poſitum, quia motus reſpicit centrum B, atque adeò ad eandem diſtantiam A B major eſt Ratio diſtantiæ D B majoris, quàm C B minoris diſtantiæ: eadem autem eſt diſtantiarum, & motuum Ratio, ac proinde momentorum.

Obſerva autem mihi ideò de geſtatoribus oneris ſermonem fuiſſe, ut duplicem effectum ſuſtentationis atque preſſionis expreſſiùs recognoſcerem; qui enim onus geſtando ſuſtentant, muſculorum contentione conantes elidunt impetum oneris deorſum nitentis, & aliquid efficientes, dum Activè reſiſtunt, nomen Potentiæ merentur. At ſi onus palangæ connexum ſuſtineretur à duobus fulcris in extremitate poſitis, hæc utique cùm oneris gravitati nullo conatu adverſarentur, ſolam reſiſtentiam Formalem ſuâ ſoliditate exercerent, impediendo ne onus cum palangâ deſcenderet, ſed nullam haberent Reſiſtentiã Activam, quæ illis Potentiæ vocabulum tribueret. In his unicus preſſionis effectus attendendus eſt, & validiori fulcro propiùs admovendum eſt onus, ne fortè fulcrum infirmius nimiâ preſſione cogatur ſuccumbere.

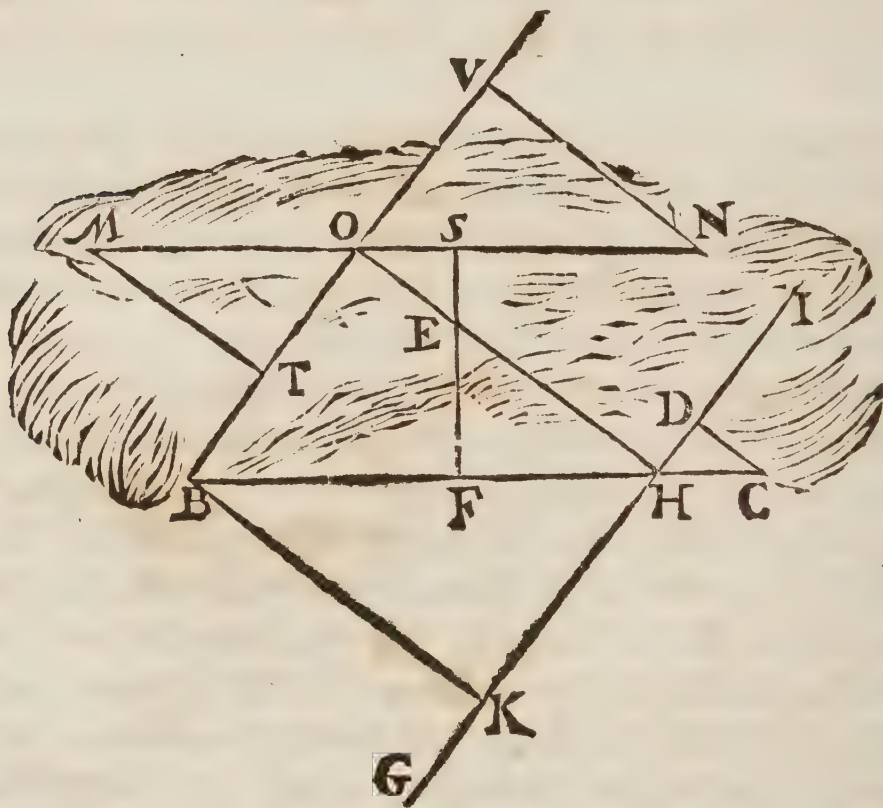
Unum adhuc in palangæ geſtatoribus attendendum eſt, ſi virium inæqualium fuerint, & onus non ita ſit palangæ applicatum, ut ejus diſtantiæ à geſtatoribus ſint permutatim ut eorumdem vires; nimirum contingere poſſe, ut validior geſtator dum

juxta ſuas vires conatur adversùs onus, magis premat infirmiorem geſtatorem, quam premeretur fulcrum infirmius, ſi unâ cum validiore fulcro eandem gravitatem ſuſtineret. Quia videlicet in eâdem palanga A B vectem primi generis conſiderare poſſumus, in quo onus C deorſum nitens contra vim geſtatoris habeat rationem hypomochlij, & validior geſtator A ſit potentia repellens geſtatorem infirmiorem B conantem adverſus onus, ac proinde illum premat: quemadmodum ſi funi deorſum firmiter alligato inſereretur palanga, cui humeros ſubjicerent duo inæqualibus viribus ſurſum conantes; conſtat enim infirmiorem à validiore premi, & eſſe vectem primi generis. Ex quo vides, cur bajuli dato invicem ſigno curent, ne alter alterum præveniat in elevandà palanga; ne ſcilicet qui ſegnior fuerit, preſſionem, non ab onere adhuc jacente & nondum elevato, ſed à ſocio diligentiùs ſuam palangæ extremitatem elevante, recipiat.

Hæc eadem, quæ de onere ſublevando ſunt dicta, de eodem trahendo pariter intelligantur, ſi vecti illigatum ſit onus, & vectis extremitatibus jungantur trahentes: horum enim conatus eſſe oportet permutatim in Ratione diſtantiarum ab onere, hoc eſt à vectis puncto, cui onus adnectitur. Id non ſine jucundà quadam animi titillatione vidi aliquando obſervatum à ruſtico, qui alterius equorum currum trahentium defatigati laborem miſeratus, tranſverſarium, cui ambo adjungebantur, ita tranſtulit, ut in partes inæquales à temone diſtingueretur, & longior tranſverſarij pars ad debiliorem equum ſpectaret. Inerant ſiquidem tranſverſario tria foramina, per quæ temoni nectebatur ferreo clavo; unum quidem planè æqualiter ab extremitatibus aberat, reliqua duo hinc & hinc à medio diſtabant modico quidem ſed congruo intervallo, ut ſi equus dexter defatigaretur, clavus immitteretur ſiniſtro foramini, aut contra dextro, ſi ſiniſter equus languidiùs traheret. Verùm cautè modica intervalla definierat, ne nimia fieret momentorum inæqualitas; quod enim alteri equorum laboris demebatur, addebatur reliquo.

Quando autem non palangâ defertur onus, ſed ipſum immediate à duobus ſuſtinetur, eadem prorſus eſt philoſophandi ratio; quandoquidem eſt quodammodo onus vecti conjunctum, atque juxta vectis longitudinem diſtributum. Quamvis verò

ſingulis partibus ſua gravitas inſit, quia tamen in unam coaleſcunt gravitatem, ideò totius molis gravitas ibi intelligenda eſt, ubi eſt centrum gravitatis; vectis autem longitudo æſtimanda eſt in lineâ jungente puncta, quibus geſtatores aut ſuſtinentes applicantur: Ex quibus punctis ſi ponamus exire lineas parallelas lineæ directionis exeunti ex centro gravitatis, cadent omnes ad perpendiculum in lineam horizontalem tranſeuntem per centrum gravitatis, aut illi parallelam. Harum igitur parallelarum, quæ directionem conatûs oppoſiti gravitationi ponderis referunt, diſtantia à lineâ directionis centri gravitatis, ipſorum deferentium conatum in ſuſtinendo, permutatim ſumpta definiet; quæcumque demùm ſit oneris figura.

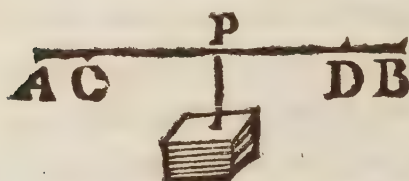
Sit onus deferendum, cujus centrum gravitatis E; linea per geſtatores tranſiens, habenſque rationem vectis, ſit B C, quæ intelligatur horizonti parallela. In hanc igitur ad angulos rectos cadit linea directionis E F; & geſtatores in quocumque puncto lineæ B C fuerint, permutatim habent momenta ſuſtinendi, aut recipiunt momenta preſſionis pro Ratione diſtantiarum à puncto F, in quod cadit linea directionis: cùm enim linea B C ex hypotheſi ſit horizonti parallela, omnium ipſi F E parallelarum

parallelarum distantia ab eâdem F E, desumenda est ex intervallis gestatorum & puncti F.

At verò si recta B C non fuerit horizonti parallela, vel quia deferentes onus non sunt æquè alti, vel quia in clivo consistunt, utique linea directionis centri gravitatis E non cadit ampliùs in rectam B C ad angulos rectos in F, sed obliquè incidit in H. Concipiatur itaque per H transiens linea G I horizonti parallela, & ipsi E H sint parallelæ C D & B K: sunt igitur distantiæ H D & H K, quæ eandem inter se habent Rationem, quæ reperitur inter H C & H B; sunt enim triangula H D C & H K B rectangula ad D & K, æquales angulos ad verticem H habentia, ac proinde similia, & per 4. lib.6 ut H D ad H K, ita H C ad H B. Quo igitur magis ab horizonte removetur punctum B præ puncto C, etiam linea directionis ex E propior cadit puncto C; atque adeò qui inferior est, magis gravatur ab onere.

Id quod ex iis, quæ hujus libri cap. 4. dicta sunt, confirmatur: Nam vectis C B habens hypomochlium B, & pondus E vecti impositum, est infra horizontem inclinatus; igitur plus laboris potentia impendit, quàm in horizontali positione vectis. Similiter vectis B C habens hypomochlium C & pondus E vecti impositum, est elevatus supra horizontalem; igitur minus laborat potentia quàm in positione horizontali. Itaque si positâ lineâ B C horizonti parallelâ æqualiter premebantur gestatores in B & in C, factâ inclinatione ad horizontem, minùs premitur B superior quàm C loco inferior.

Quòd si gestatores non sustineant onus subjectis humeris, sed illud manibus arreptum quasi suspensum retineant in M & N; simili ratione attendenda est distantia illorum à puncto, in quod cadit linea directionis centri gravitatis E; quæ utique ad angulos rectos incidit in rectam M N, si hæc fuerit horizonti parallela, & labor gestatorum est permutatim ut eorum distantia à puncto S. At verò si linea M N fuerit ad horizontem inclinata, & linea directionis sit E O; utique minor est distantia à superiore M, quàm ab inferiore N, ideóque plus laborabit superior retinendo, quàm inferior. Id quod pariter ex dictis cap.4. confirmatur; nam pondus est vecti subjectum, & vectis M N habens hypomochlium N est supra horizontalem lineam,

ac propterea potentia plus laborat quàm in horizontali : contra autem vectis N M habens hypomochlium M est infra horizontalem lineam depressus, ideoque minùs potentia laborat quàm in horizontali. Quæ omnia tam aperte respondent quotidiano experimento, ut mirum videatur potuisse aliquos authores idem planè opinari, sive gestatores sustineant impositum onus, sive illud suspensum retineant in positione vectis declivi; Si enim ductâ per O lineâ horizonti parallelâ, ducantur ex M & N rectæ M T, & N V parallelæ lineæ directionis centri gravitatis E O, utique distantiæ sunt T O & V O : atqui T O ad V O est ut M O ad N O propter triangulorum O T M & O V N similitudinem; & M O ad O N habet minorem Rationem quàm M S ad S N ex 8. lib. 5. igitur etiam T O ad O V habet minorem Rationem quàm M S ad S N : igitur in positione vectis declivi, M superior laborabit ut O N, atque N inferior laborabit ut O M.

Ex his unusquisque intelligit non ad duos tantùm gestatores, sed etiam ad plures referenda esse, quæ hactenus diximus, habitâ scilicet distantiarum ratione, quibus singuli absunt à pondere, adeò ut qui æqualibus intervallis à pondere distant, æqualem conatum impendant in eo sustinendo. Sic si à pondere P æqualiter distent A & B, æqualiter premuntur : item C & D æqualiter distantes ab eodem pondere P æqualem pressionem recipiunt : Et si comparentur invicem D & B, aut C & A, manifestum est propinquiores premi præ remotioribus; ac propterea, si solùm positionis ratio haberetur, qui robustiores sunt, collocandi essent in C & D, infirmiores verò in A & B: sed quoniam contingit inter plures sodales aliquem aliquando connivere, ideò ut plurimum extremi A & B validiores sunt, ut si fortè mediorum aliquis languidiùs conetur sustinendo, illi faciliùs muneri suo satisfaciant.

CAPUT

CAPUT X.

An vis Elaſtica ad aliquod Vectis genus pertineat.

QUoniam Græcis ἐλασμὰ tùm laminam, tùm plicam ſeu flexum ſignificat, atque ἔλαςρον eſt id, quod impellit; ſæpiùs autem chalybeas laminas in machinulis ita diſponimus, ut primùm flexæ, deinde ſibi dimiſſæ, dum ſeſe reſtituunt, aliud corpus impellant, cui motum concilient; propterea Elaſmata, ſeu Elaſmos, hujuſmodi laminas dicimus, quas Itali *Suſte* aut *molle* vocamus; & facultatem illam, qua ſibi congruentem figuram atque poſitionem hæ laminæ reparant, Vim Elaſticam appellamus. Quamquam non ſolis laminis, ſed cæteris quoque corporibus per vim inflexis, & ad ſibi debitam rectitudinem redeuntibus, facultas hæc Elaſtica tribuenda eſt, quemadmodum flexilibus virgultorum ramis, à quibus ſecundus in ſylvâ ſibi cavere debet, & perticæ, quâ toreutæ utuntur in toreumate elaborando, dum tornum circumagunt circumducto funiculo, qui depreſſo ſuppedaneo perticam flectit; hæc enim, ceſſante pedis preſſione, funiculum retrahens ſuam ſibi reparat rectitudinem. An verò ignis atque aër ſive externâ compreſſione, ſive alieno frigore concretus, & in exigua ſpatia contractus, ubi ceſſante vi, aut abeunte frigore, extenuatus ampliorem locum occupat, proximúmque corpus pellens à ſuâ ſede removet, facultate Elaſticâ præditus dicendus ſit; quæſtio Grammaticis dirimenda relinquatur: hæc enim fluida corpora, nullam partium texturam habentia, nec certis figuræ, quam expetant, terminis ſuapte naturâ circumſcripta, vix quicquam cum Elaſmate commune habere videntur.

Cum itaque inæquales deprehendantur elaſmatis ejuſdem vires pro diversâ ſuarum partium poſitione juxta longitudinem, animum ſubiit cupido examinandi, an fortè in eo aliqua vectis ſpecies reperiatur, ut propterea & vectis rationibus illa virium

inæqualitas definienda ſit. Et quidem manifeſtum eſt aliquam elaſmatis partem fixam eſſe atque manentem, ſive illa extrema ſit, ut in perticâ toreutæ, ſive media, ut in arcu baliſtæ, ſive utraque extremitate manente pars media flectatur in ſinum, ut citharæ nervis contingit. Quî enim fieri poſſet, ut per vim lamina flecteretur, ſi partes omnes æqualiter moverentur? Ut igitur externam vim recipiat, & flectatur, aliquam ejus partem oportet aut omnino immotam manere, aut ſaltem languidiùs moveri.

Hinc eſt elaſmatis motum, dum inflectitur, circa partem manentem perfici, ac proinde particulas, quæ ad cavam quidem ſuperficiem ſpectant, per vim comprimi, quæ verò ad convexam, intendi. Quòd ſi particulæ illæ non ita tenaci nexu inter ſe invicem cohærerent, ut facilè diſtraherentur contentæ, & exprimerentur compreſſæ, quemadmodum plumbeæ laminæ, quæ in figuram quamlibet conformatur, accidit, amiſſam rectitudinem non recuperarent. Sed quoniam arctiſſimo vinculo conjunguntur, quod niſi validioribus viribus revelli non poteſt, ut in chalybeâ laminâ obſervamus; ceſſante externâ vi, quæ contentæ fuerant, ſe contrahunt, quæ compreſſæ, ſe latiùs explicant; atque adeò his debitam poſitionem ſibi reparantibus, lamina ad priſtinam formam eò vehementiùs redit, quò majorem violentiam patiebatur. Quare Potentia movens ſunt ipſæ particulæ illatam vim excutientes, & ad ſibi debitam poſitionem redeuntes.

Licet igitur in arcu baliſtæ intento duplex elaſma hinc atque hinc conſiderare; media ſi quidem pars arcûs baliſtæ manubrio infixa manet, & ſingula cornua ſinuantur, ſed eò difficiliùs, quò breviora ſunt, cæteris paribus, attentâ eorum craſſitie, & ferri temperatione; pari enim flexione paucioribus minoris arcûs particulis major violentia inferenda eſt, quippe quas magis comprimi, magíſque intendi oportet, quàm in longiore arcu, ubi minore plurium partium compreſſione & intentione flexio eadem habetur. Præterquam quod in ipſa flexione adhibetur quodammodo vectis ſecundi generis, quem ipſa longitudo repræſentat, pars manens vicem hypomochlij ſubit, & partes intermediæ, quas per vim coarctari aut dilatari oportet, locum obtinent ponderis: nihil igitur mirum, ſi Potentia extremita

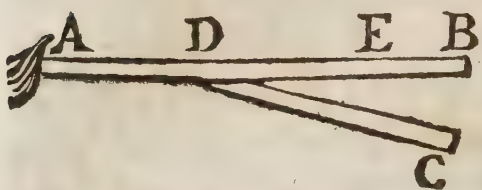
mitatem arcûs ad ſe nervo adnexo trahens faciliùs moveat particulas eaſdem, quò, longiùs abſens ab hypomochlio, faciliùs movetur.

Hîc autem ubi arcûs mentio incidit, in ipſo nervo illud elaſmatis genus occurrit, quod utramque extremitatem habet manentem; curvato enim arcu nervus inflexus intenditur; poſtea cùm dimittitur, pars media, cui ſagitta aut globus excutiendus aptatur, plus movetur quàm ejus extremitates arcûs cornibus cohærentes. Univerſa autem violentia, quam nervus contentus ſubit, conſiſtit in ſuarum particularum intentione, quæ, dum ſe contrahentes aliquid juvant ad nervum ipſum juxta rectam lineam extendendum, aliquid etiam impetûs ſagittæ excuſſæ imprimunt.

Quod verò ad ipſa arcûs cornua attinet, ſatis liquet illa ſimilis craſſitiei, paris longitudinis, æqualiſque temperationis eſſe debere, ut æqualis fiat hinc & hinc compreſſio atque intentio partium, ex qua æquales oriantur vires ſeſe in priſtinam formam reſtituendi. Si enim alterutra pars arcûs majorem violentiam paſſa velociùs atque validiùs præ reliquâ ſe moveret, à deſtinato ſcopo ſagitta aberraret in dexteram aut in ſiniſtram declinans.

Ut igitur hiſce prænotatis ad propoſitam quæſtionem accedamus, non eſt hîc ſermo de laminâ in ſpiram multiplicem inflexâ, atque ſpiſsè per vim contorta, quæ amoto repagulo ſeſe in ampliores gyros explicans ſecum rapit aliud corpus extremitati mobili adnexum; cujuſmodi eſt Elaſma in Automatis horas indicantibus, cujus extremitati adnectitur tympanum ſpiram illam includens; dum enim ex dilatatione Elaſmatis in ampliorem ſpiram, circumagitur tympanum, adnexam catenulam conum circumplexam trahit, totique machinulæ motum conciliat. Hîc ſiquidem, uti nulla longitudo in conſiderationem cadere poteſt, nullam vectis ſpeciem habere poſſumus; nam facultas movendi non ratione poſitionis extenuatur, ut in vecte, ſed vires initio validæ ſenſim langueſcunt, quia elaſmatis partes compreſſæ atque contentæ, pro ratione violentiæ, quam ſubeunt, excutiendæ, vehementiùs primùm, deinde remiſſiùs conantur. Quare controverſia in illo eſt, utrùm in elaſmate, cujus aliqua

longitudo deſignari poteſt, aliqua vectis ſpecies reperiatur.

Et ut majori in luce quæſtio verſetur, perticam toreutæ oculis ſubjiciamus, quæ ſit A B, & in A fixa atque immota perſeveret, quamvis extremitas B deprimatur, ut veniat in C. In hac perticæ flexione partes, quæ circa D ex. gr. intelliguntur, maximam violentiam patiuntur, nam inter eas, quæ ad cavitatem ſpectantes compreſſione coarctantur, illæ præ cæteris hinc atque hinc cohærentibus urgentur magis; inter eas verò, quæ convexitatem reſpicientes diſtentu explicantur, quæ ibi ſunt, præ reliquis à ſummo flexu paulò remotioribus vehementiùs tenduntur. Hinc licèt particulæ omnes in hac flexione vim paſſæ, dum nituntur ſingulæ priſtinum ſtatum ſibi reparare, conatus ſuos exerant, majores aut minores pro ratione majoris aut minoris violentiæ; potiſſima tamen vis elaſtica ibi conſideranda eſt, ubi ſumma inflexio ſummam vim particulis infert; ibi enim majore conatu quàm alibi violentiam excutit natura. Quamvis igitur vis elaſtica per univerſam elaſmatis longitudinem, quàm particulæ compreſſæ atque contentæ obtinent, extendatur, ibi tamen potiſſimùm collocata intelligitur, ubi in ſummo flexu puta in D, validiùs conatur.

Jam verò quis ignorat in tornando plurimum intereſſe, utrùm funiculus in ipsâ extremitate B, an verò in E adnectatur? Siquidem, ſicut ex E difficiliùs flectitur pertica, quàm ex B, æquali flexione, ita cæteris paribus in E validiùs retrahitur funiculus, & minor motus perficitur quàm in B. Eſt igitur hîc ratio Vectis tertij generis, in quo hypomochlium eſt A pars fixa & immota; Potentia movens (ſcilicet particulæ vim illatam excutientes) eſt potiſſimùm in D; pondus, quod movetur, eſt ultra D, ſive in extremitate B, ſive in aliqua ex partibus intermediis, ut in E. Quare in collocatione corporis, quod ope elaſmatis movendum eſt, attendere oportet, quanto motu opus ſit, ut in majore ſeu minore diſtantiâ à puncto elaſmatis manente, & immoto applicetur: quo enim minor eſt diſtantia, minus ſpatium percurrit.

Quamvis

Quamvis autem elaſmatis vires ad impellendum vel trahendum corpus ex hujuſmodi diſtantiâ pendeant, & comparatis inter ſe duabus poſitionibus E atque B, validiùs operetur in E quàm B, non tamen eâdem vi motus (quicumque demum ille ſit ſive major, ſive minor) inchoatur, atque procedit, ut ſupra innuimus; natura quippe remiſſiore niſu reluctatur, ubi minorem patitur violentiam, ac proinde ſenſim attenuatur conatus, quatenus particularum violenta compreſſio atque contentio diminuitur.

Hæc quæ de elaſmate prorſus recto explicata ſunt, etiam de incurvo intelliguntur; cujuſmodi eſſet lamina chalybea R T inflexa in S, cujus manens & immota extremitas eſſet R: dum enim pars S T propellitur versùs R, particulæ, potiſſimùm quæ in S, comprimuntur atque intenduntur. Quod ſi pars R S paulo longior fuerit, contingere poteſt, ut facilius ſit illam inflecti ſaltem leviter, quàm particulas in S ulteriùs comprimi, aut intendi. Quare particulæ ipſius R S ſeſe reſtituentes impellunt S, particulæ autem ipſius S T impellunt T. Semper autem Potentiam minùs moveri, quàm corpus, quod impellitur, conſtat, quemadmodum ratio vectis tertij generis exigit.

Neque his, quæ dicta ſunt, adverſantur percuſſiones, quæ in extremitate longioris elaſmatis per vim inflexi, ſtatimque dimiſſi, validiores fiunt, quam in partibus mediis; ſicut ipſe te docere potes, ſi longiuſculi virgulti inflexi atque dimiſſi primùm parti mediæ deinde extremitati manum in eodem plano verticali conſtitutam opponas, quam percutiat, magis enim ex ſecundâ quàm ex primâ percuſſione dolebis. Quia ſcilicet non impetus ſolùm primo productus, ſed & velocitas percutientis cum impetu acquiſito ex motu ante percuſſionem (ut ſuo loco dicetur) attenditur, ut validior ſit ictus: majorem autem eſſe partis extremæ quàm mediarum velocitatem conſtat, quamvis initio illæ impetu eodem, aut æquali moveantur. Quando verò elaſmatis vires prope partem manentem majores eſſe, quam procul ab illâ, dictum eſt, non eſt habita ratio percuſſionis, quæ prævium percutientis motum requirit, ſed tractionis aut impulſionis, quæ nullum trahentis aut impellentis prævium

motum exigunt, eóque faciliores accidunt, quò tardiores ſunt; minùs enim reſiſtit corpus, quod tardè movetur, ac proinde validiùs trahitur aut impellitur, quo minorem potentia invenit reſiſtentiam: Contrà quàm accidat in percuſſione, quæ validiorem facit ictum, quo majorem invenit reſiſtentiam; hæc autem major eſt, quò velociùs moveri deberet corpus percuſſum, ut percutientis motui obſecundaret, cui magis reſiſtens majorem ictum recipit; cum tamen hic languidior eſſet atque infirmior, ſi manum ſenſim ſubduceres virgulto percutienti. Quare pars elaſmatis extrema validiùs percutit, quia majorem invenit reſiſtentiam, pars media validiùs trahit aut impellit, quia minùs illi reſiſtitur.

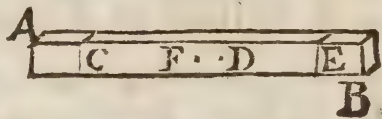
CAPUT XI.

Cur longiora corpora faciliùs flectantur, difficiliùs ſuſtineantur.

PRæſens diſputatio non diſtat ab iis, quæ ab Ariſtotele inquiruntur in Mechanicis quæſt. 14. *Cur ejuſdem magnitudinis lignum faciliùs genu frangitur, ſi quiſpiam æquè diductis manibus extrema comprehendens fregerit, quàm ſi juxta genu: & ſi terræ illud applicans pede ſuperimpoſito manu longè diductâ confregerit, quàm propè.* & quæſt. 16. *Cur quanto longiora ſunt ligna, tanto imbecilliora fiunt: & ſi tollantur, inflectuntur magis; tametſi quod breve quidem eſt, ceu bicubitum, fuerit tenue; quod verò cubitorum centum, craſſum?* & quæſt. 26. *Cur difficilius eſt longa ligna ab extremo ſuper humeros ferre, quàm ſecundùm medium, æquali exiſtente pondere?*

Et quidem quod ad primum, ſcilicet ad flexionem ſpectat, quam demum conſequitur fractio, quemadmodum flectendi corpus aliquod longum aut frangendi difficultas oritur ex complexione atque copulatione particularum, quibus conſtat, ægrè diſſolubili, ita illud inflectitur, atque frangitur, cum earumdem particularum coagmentatio vehementi impulſione labefactatur,

factatur, his quidem per vim compreſſis, his verò validè in diverſa diſtractis. Quo igitur faciliùs compreſſio hæc atque diſtractio perficitur, eò etiam faciliùs flectitur corpus, aut frangitur. Hanc autem particularum compreſſionem atque diſtractionem faciliùs contingere longiori corpori quàm breviori manifeſtum eſt; quia videlicet motus ille particularum ad flexionem aut fractionem neceſſarius minorem Rationem habet ad motum Potentiæ longiùs applicatæ, quàm ad motum Potentiæ propioris.

Potentia movens bifariam conſiderari poteſt, ſivè in ipſo corpore incluſa, cujuſmodi eſt illi inſita atque ingenita gravitas, vi cujus ſponte ſuâ flectitur; ſivè extrinſecùs adhibita, ut ſi onus aliquod grave deorſum premens adjiciatur, aut potentia vivens ad motum in quamcumque poſitionis differentiam apta: utrobique tamen eſt eadem ratio; ubi ſcilicet aſſumpta atque adventitia potentia applicatur, ibi operatur; atque ibi innata gravitas intelligitur ſua exercere momenta, ubi partis ultra ſubjectum fulcrum extantis centrum gravitatis reperitur; illáque eſt à fulcro diſtantia potentiæ flectentis, aut etiam frangentis. Sit enim priſma A B, cujus pars A C infixa ſit parieti, extra quem emineat horizonti parallela pars C B ſuâ gravitate deorſum connitens; quæ ſanè non eſt intelligenda in B, ſed quaſi tota conſtituta eſſet in D, ubi eſt centrum gravitatis non totius corporis A B, ſed partis extantis C B. Quod ſi brevius eſſet priſma A E, partis C E minor eſſet gravitas, quàm partis C B, & præterea minus abeſſe à fulcro C intelligeretur, quippe cujus centrum gravitatis eſſet F multo propius quàm D. Plura igitur momenta habet C B quàm C E ad flectendum priſma parieti infixum, juxta ea, quæ uberiùs dicta ſunt lib. 2. cap. 6. ubi ſolidorum Reſiſtentiam reſpectivam conſideravimus, nec vacat hîc iterum inculcare.

Unum hîc conſiderandum eſt, quod ad rationes vectis attinet, videlicet, ſi ſuperiori priſmatis parti, quæ reſpondet ipſi A C, incumberet onus, quod faciliùs loco moveri poſſit, quàm particularum complexio labefactari, aut omnino diſſolvi, priſma neque frangi, aut fortaſſe ne flecti quidem contingeret;

ſed

ſed rationem vectis primi generis haberet, cujus fulcrum eſſet in C, pondus in A, potentia in D. At ſi onus impoſitum nullatenus dimoveri queat, quemadmodum cùm priſma parieti infigitur, ſi C B ejus ſit longitudinis, ut vis gravitatis ad deſcendendum tali intervallo C D ſejuncta à fulcro C plus habeat momenti, quàm particularum coagmentatio, ne comprimantur, aut diſtrahantur; tunc vectis eſt ſecundi generis, fulcrum quidem habens in C, quatenus totum ſegmentum A C retinetur prorſus immotum, & potentia in D, pondus verò, cujus vires vincuntur, eo loco, ubi maxima ſit particularum compreſſio atque diſtractio.

Hinc factum videtur ſatis Ariſtoteli quærenti, cur faciliùs flectatur lignum craſſum cubitorum centum, quàm tenue bicubitum; quia nimirum in craſſo ligno cubitorum centum è pariete extantium, ſi ponatur ſimilem atque æquabilem craſſitiem juxta totam longitudinem habere, gravitatis centrum diſtat à fulcro cubitis quinquaginta, tenue verò atque exile lignum ſimilis figuræ atque materiæ centrum habet uno tantùm cubito diſtans à fulcro, & gravitas illius ad hujus gravitatem in eâ eſt Ratione, quam habent inter ſe ipſorum lignorum moles, quæ ſcilicet ex Rationibus baſium atque longitudinum componitur. Cum itaque longitudo ad longitudinem ſit ut 50 ad 1, ſi baſium ſimilium latera homologa ſint ut 10 ad 1, baſium Ratio eſt ut 100 ad 1: quare cùm longioris ligni gravtiatis Ratio ad gravitatem brevioris componatur ex Ratione baſium ut 100 ad 1, & ex ratione longitudinum ut 50 ad 1, gravitas longioris ad gravitatem brevioris eſt ut 5000 ad 1. Atqui momenta ad deſcendendum componuntur ex gravitate & diſtantia à fulcro; igitur momenta longioris ad momenta brevioris ſunt ut 250000 ad 1. At verò reſiſtentia abſoluta, ne flectantur, aut frangantur hujuſmodi ligna, eſt in Ratione compoſitâ ex Rationibus baſium atque craſſitierum; ac proinde ſi baſes ſint ſimiles, & ſimiliter poſitæ, Ratio eſt triplicata Rationis laterum homologorum, hoc eſt Rationis 10 ad 1; atque adeò reſiſtentia longioris ad reſiſtentiam brevioris eſt ut 1000 ad 1. Patet igitur momenta ut 250.000 ad reſiſtentiam ut 1000 majorem habere Rationem, quàm momenta ut 1 ad reſiſtentiam ut 1: faciliùs ergo illa quàm hæc momenta reſiſtentiam ſibi congruentem

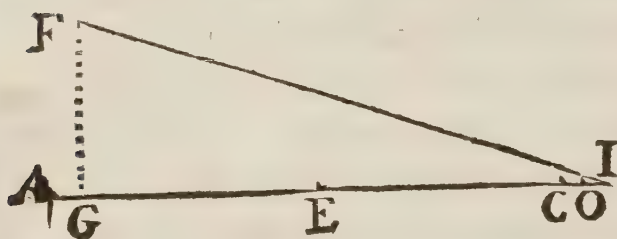
gruentem ſuperant, atque faciliùs lignum craſſum longius flectitur, aut frangitur, quàm brevius.

Quæ autem de ligno parieti ſecundum alteram extremitatem infixo dicta ſunt, ſervatâ analogiâ de eodem dicantur, ſi circa medium fulcro alicui inſiſtat ita, ut hinc atque hinc habeat gravitatis momenta compoſita ex ipſarum partium gravitate & ex diſtantia centrorum gravitatis à fulcro, cui innititur: eâdem enim ratiocinatione colligitur in longiore ligno majorem eſſe Rationem momentorum gravitatis ad reſiſtentiam ortam ex partium complexione, ne flectatur, quàm in breviore. Quod verò ſpectat ad longioris ligni faciliorem flexionem, quando utraque extremitas innixa eſt ſubjecto fulcro, non videtur propriè hujus loci, ſed de eâ dictum eſt ſuperiùs lib.3. cap.12.

Ex his, quæ de priſmate extra parietem extante, quod faciliùs flectitur, hactenus diximus, ulteriùs patet, cur ex contrario longius lignum ut A B, etiamſi parem cum breviore A E craſſitiem habeat, alterâ extremitate æqualiter in A C apprehenſum difficiliùs ſuſtineatur. Nam quod longius eſt ad illud, quod brevius eſt, ſecundùm gravitatem, quæ deorſum nititur, eam habet Rationem, quæ eſt longitudinis majoris C B ad longitudinem minorem C E: & præterea momenta, quæ ex diſtantia oriuntur, ſunt ut C D ad C F, hoc eſt ut C B ad C E, ſi quidem ex hypotheſi centrum gravitatis intelligatur in mediâ longitudine; ſecus autem, univerſaliter juxta diſtantias centri gravitatis à fulcro. Quare tota momentorum Ratio ea eſt quæ componitur ex Rationibus gravitatum reſpondentium moli ultrà fulcrum protenſæ, & diſtantiarum centri gravitatis. Cum itaque in longiore ligno plus inveniatur gravitatis, & magis à fulcro diſtet centrum gravitatis, quàm in breviore ligno, nil mirum, ſi vis in A poſita, ut contranitatur momentis longioris ligni innixi fulcro C, major eſſe debeat, quàm ut reſiſteret momentis ligni brevioris.

Deſinant igitur mirari, qui ſariſſam decem cubitorum perpendicularem extremo digiti apice ſuſtineri, eandem verò horizontaliter jacentem non niſi valido conatu elevari vident. Res enim ex dictis perſpicua eſt; quia dum haſta perpendicularis digito incumbit, centrum gravitatis rectâ deorſum urgens digito motum ſibi æqualem præſcribit, ac proinde viciſſim

æqualis eſt digiti & haſtæ motus ſurſum, ſi digitus ſurſum conetur: hinc eſt ſolam Rationem gravitatis comparatæ ad vires ſuſtinendi attendendam eſſe, ideóque ſi ſariſſæ pondus ſit ex. gr. lib.10, ſolo niſu opus eſt, quo libræ 10 ſuſtineantur. Cum verò haſta obliqua eſt, & horizonti parallela, ſive ad illum inclinata, jam non idem ſeu æqualis convenit motus manui haſtam elevanti, atque centro gravitatis, ſed hoc ad motum multo majorem incitatur; ac propterea momentorum Ratio non ex ſolâ gravitate pendet, verùm etiam ex motuum Ratione componitur.

Sit haſta horizontaliter jacens A I cubitorum 10; pars manu apprehenſa ſit I C quinta fermè pars cubiti adeò ut I C ad C A ſit ut 1 ad 49: punctum I reſpondet extremæ parti metacarpij, quâ carpo adhæret articulatio minimi digiti: punctum autem C reſpondet ſecundo indicis articulo; motúſque elevationis haſtæ perficitur deprimendo I & elevando C, ac motûs centrum eſt in juncturâ manûs cum oſſe cubiti; quod centrum propterea intelligitur reſpondere ſariſſæ ex. gr. in O inter C & I. Quapropter ſi facultas in I deprimens conſideretur, vectis eſt primi generis, ſin autem vis in C elevans attendatur, vectis eſt tertij generis; pondus verò movendum eſt ſive tota gravitas longitudinis O A in centro gravitatis E, ſive ſemiſſis gravitatis in extremitate A, ut conſtat ex iis, quæ diſputata ſunt lib.3. cap.2. de brachiis libræ.

Intelligatur itaque, facilioris explicationis gratiâ, centrum motûs in O planè medium inter C & I; eritque tam A O ad O C, quàm A O ad O I, ut 99 ad 1. Gravitas igitur partis O A eſt lib. $9\frac{9}{10}$ ex hypotheſi; illius ſemiſſis eſt lib. $4\frac{19}{20}$; cujus momentum in A ad momentum, quod haberet illa eadem in C aut in I, eſt ut 99 ad 1. Cùm autem potentia in I deprimens æquivaleat potentiæ elevanti in C, quippe illarum diſtantia ab O centro motûs ex hypotheſi eſt æqualis, perinde eſt atque ſi in C unica potentia totum pondus elevans poſita eſſet æquivalens duplici illi potentiæ in I & in C. Quare potentia in C elevans pondus

pondus perpendiculare lib. $9\frac{9}{10}$ ad potentiam in C pariter constitutam elevantem lib. $4\frac{19}{20}$ in distantia, quæ exigat motum undecentuplum erit ut $9\frac{9}{10}$ ad 490, hoc est, tàm valida esse debet, ut posset perpendiculariter elevare libras 490.

Porrò elevatâ hastâ ita ut A veniat in F, jam non intelligitur semissis gravitatis in A, sed in G puncto, quod definitur à perpendiculari cadente ex F in horizontalem: & idcirco gravitas $4\frac{19}{20}$ ducenda est in distantiam G O minorem quàm A O; atque ita deinceps minuitur, usque dum hasta fiat in O horizonti perpendicularis, & facillimè sustineatur, aut attollatur. Si autem in hac ratiocinatione tibi, Lector, placuerit non negligere momentum illud exiguum, quod potentiæ elevanti additur à gravitate particulæ O I, non abnuo, si operæ pretium te facturum existimes.

Quòd si punctum I concipiatur omnino immotum, illud est centrum motûs, & vis elevans in C aliam habet Rationem; nam potentiæ motus ad motum semissis ponderis hastæ in A est ut 1 ad 50; sunt igitur lib. 5 ex hypothesi, quæ moventur motu quinquagecuplo; ac propterea vis elevandi datam hastam posita in C, quando hasta est horizonti parallela, ea esse debet, quæ possit elevare libras 250 perpendiculares. Hinc est quod, si hastam eandem lib. 10. humero ita imponas in C, ut apprehensum calcem in I manus retineat, & C I sit pars decima totius longitudinis hastæ parallelæ horizonti, semissis (scilicet lib. $4\frac{1}{2}$) reliquæ hastæ ultra humerum intelligitur in A, & ut I C ad C A, hoc est ut 1 ad 9, ita lib. $4\frac{1}{2}$ ad lib. $40\frac{1}{2}$, quibus æquivalere debet partis C I momentum & vis manûs deorsum urgentis, atque in I retinentis hastam horizonti parallelam. Perinde itaque humerus in C premitur ab hastâ sic positâ, & à manu deorsum urgente, atque si ponderis librarum 81 centrum gravitatis immineret humero; nam si loco manûs deorsum trahentis adderes in I pondus faciens æquilibrium, esse oporteret lib. 40; siquidem partis C I momentum est lib. $\frac{1}{2}$ in I. At si extremitas I retineatur quidem, sed nemine deorsum urgente (quemadmodum si in parietis foramen inferatur, & à superiore foraminis saxo impediatur, ne possit elevari) in C verò sustineatur ab humero; tunc humeri pressio soli gravitati hastæ tri-

buenda eſt ; haſta quippe eſt vectis ſecundi generis hypomochlium in I habens, pondus movendum, hoc eſt, humerum premendum in C, potentiam verò, hoc eſt lib. 5. ſemiſſem gravitatis haſtæ, in A, ita ut A I diſtantia ſit decupla diſtantiæ C I: premitur ergo humerus, quaſi ſuſtineat libras 50.

Demum, ne intacta relinquatur Ariſtotelis quæſtio 14. de ligno, quod terræ applicatum pede impoſito faciliùs frangitur manu longè diducta quàm prope, dic ligni partem, quæ inter pedem impoſitum, & terram ſubjectam interjicitur, eſſe prorſus ſimilem parti priſmatis infixi parieti, ne moveatur, manum verò eſſe potentiam, quæ longiùs applicata majora habet momenta ad vincendum nexum particularum ligni ; eſt enim longior vectis. Similiter applicato ad genu ligno, & æquè diductis manibus ; duo ſunt vectes hinc atque hinc, fulcrum ad genu, ſcilicet ad duo puncta contactuum, habentes, eóque longiores, quò magis diductæ fuerint manus, ac proinde faciliùs diſtrahentes particulas extimas ligni, quod circa genu curvatur, faciliúſque comprimentes particulas ejuſdem ligni ad cavam faciem pertinentes ; quæ dum ſibi viciſſim obſiſtunt, uberiorem reliquarum diſtractionem juvant : longiorem autem vectem præ breviori eligendum eſſe quis neſciat ? ac propterea ſi ad genu propiùs admoverentur manus ligno, cùm minor eſſet illarum motûs Ratio ad motum particularum ligni diſtrahendarum, quàm ſit Ratio motûs illarum longiùs diductarum, utique difficiliùs frangeretur lignum ; ideóque longiùs diducuntur manus, ut longiores ſint vectes.

CAPUT XII.

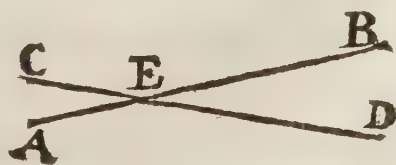
Unde oriantur forcipum & forficum vires.

FOrcipum duplex eſt uſus ; primus quidem ad corpus aliquod firmiter apprehendendum, ſecundus verò ad evellendum illud faciliùs, vel ſuâ è ſede dimovendum ; id quod adhibito hujuſmodi inſtrumento faciliùs perficitur, quàm nudâ

manu.

manu. Hinc Aristoteles mechan. quæst.21. quærit, *Cur medici faciliùs dentes extrahunt denti forcipis onere adjecto, quàm si solâ utantur manu?* Quia nimirum infixum mandibulæ dentem extrahendum vix summis duobus digitis, quibus non multa vis inest, arripere valent, & ob carnis mollitudinem facilè è trahentibus digitis elabitur lubricus dens: at forcipulam in os immittere potiùs, quàm digitos, sæpe facilius est, validiúsque trahit manus in pugnum constricta forcipi dentem per vim educenti applicata, quàm digitorum extremitates dentem adhuc in gingivâ hærentem evellere valeant. Præterquam quod in dentiforcipe, cujuscumque tandem figuræ sit, ratio vectis intercedit ad dentem firmiùs apprehendendum, dum presso manubrio arctiùs constringitur: nec facilè Chirurgus operam ludit, ubi dens forcipem subterfugere nullatenus potest. Totam igitur vectis vim in dentiforcipe agnosco ad stringendum dentem, ut medica manus illum faciliùs evellat: neque enim eâdem ratione à medicis (nisi fortè veterinariis) extrahuntur dentes, quâ fabri lignarij revellunt infixos tabulæ clavos, de quibus mox erit sermo.

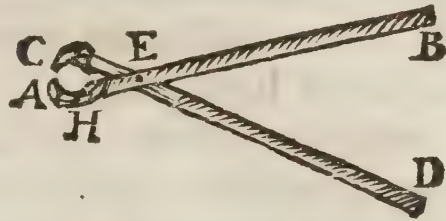
Similiter quia ad stringendam exilem aliquam materiam inepta esset digitorum crassitudo, minutorum opusculorum fabricatores forcipulis utuntur, quibus illam apprehendentes firmiter, aut limæ subjiciunt, aut opportunè collocant. Et quia candens ferrum manu tractari nequit, ut in quamcumque partem versetur, incudíque impositum nisi retineretur, sæpè secundis aut tertiis malleorum ictibus se subduceret, propterea fabri ferrarij forcipes adhibent, quarum author & inventor Cinyra Cyprius Agriopæ filius scribitur à Plinio lib. 7 cap. 56; ideóque forcipes, quasi forvicapes, dictæ sunt, quòd iis forva, idest calida, capiantur.

Vis autem forcipum in eo sita est, quòd duo vectes primi generis A B, & C D in E connexi commune hypomochlium E habent; potentia verò in B & D longiorum brachiorum extremitates adducens eò validiùs stringit ferrum brevioribus brachiis E A & E C apprehensum, quo major fuerit Ratio B E ad E A: támque firma retentio esse potest, ut modico pueri conatu extremitates B & D

vicissim comprimentis, robustissimi cujusque vires eliduntur, ne arreptum ferrum ex A C possit eximere. Quòd si forcipibus B A & D C utatur aliquis veterinarius vice Postomidis (seu, ut aliquibus Grammaticis placet Pastomidis)equi nares,ad frænandam ejus tenaciam, ut loquitur Festus, inter longiora brachia B E & D E contingens; jam B E & D E vectes sunt secundi generis, cum illud, quod ponderis vicem subit, inter hypomochlium & potentiam interjiciatur.

Hujusmodi forcipibus vectis in E C & E A non absimile fuisse existimo instrumentum antiquioribus Græcis ad frangendas absque ictu percutientis mallei nuces familiare, ut ex Aristotele Mechan. quæst. 22. colligitur: quod fortasse vel in alterutrâ, vel in utraque interiori facie breviorum brachiorum modicè excavatâ frangendæ nuci locum designabat; adducto enim in oppositas partes utroque vecte B A & D C, quo propior erat nux communi hypomochlio, puncto scilicet connexionis E, eò faciliùs frangebatur, quia eò major erat Ratio motûs potentiæ ad motum particularum nucis ex compressione dividendarum, quàm esset Ratio resistentiæ ex earumdem particularum complexione ortæ, ad vim motivam potentiæ. Et quoniam in nucum mentionem incidi, ne levitati mihi tribuas, quòd hîc puerile inventum à me puero, & tunc quidem admiratione obstufacto, observatum commemorare non erubescam. Videbam pueros clandestinis jentaculis indulgentes, ut citra multiplicis percussionis strepitum nuces confringerent, eas inter postium angulos & fores collocare; tum adductis foribus levissimo negotio unâ operâ confringere. Erat scilicet vectis primi generis, cujus majorem longitudinem definiebat foris latitudo, minorem ipsius foris crassitudo, ita ut vectis esset in angulum inflexus, cujus hypomochlium cardinibus respondebant. Usque adeò natura ipsa Mechanicen, usumque vectis, vel pueros docet.

His adde acutas forcipulas, quibus catenularum fabricatores extremitatem fili ferrei inflectunt: ratio enim vectis potissimùm consistit in validâ & firmâ ipsius fili ferrei apprehensione; nam quo ad ejusdem inflexionem spectat, non est, cur nos torqueamus, ut aliquam demum vectis umbram venemur: satis est, si manubrij amplitudinem considerantes, eámque cum tenui

tenui apice forcipulæ, circa quem filum ferreum contorquetur, comparantes motum potentiæ manubrio applicatæ longè majorem motu particularum fili ferrei, quod flectitur, deprehendamus; hinc quippe aucta potentiæ momenta cognoſcimus.

Aliud forcipùm genus frequentiùs uſurpatur, quarum potiſſimus uſus eſt in eximendis clavis, & minora brachia A E & C E non recta ſunt, ſed curva; non ſolùm ut clavus tenaciùs apprehendatur excepto ejus capite intra forcipum ſinum, verùm etiam ut forcipes aliam exerceant vectis curvi rationem: cùm enim arrepto inter A & C clauo inclinantur forcipes, ut punctum H tangat ſubjectum planum, ſive paries ſit, ſive tabula, jam hypomochlium eſt in H, & momenta potentiæ in B ad reſiſtentiam clavi evellendi, ſunt ut B H ad H A, cùm circa punctum H perficiatur motus. Quare ad conſtringendum clavum momentorum Ratio eſt ut B E ad E A (perinde atque ſi ab E ad A ducta eſſet recta linea) ad revellendum verò momentorum Ratio eſt ut recta ex B ad H ducta ad rectam, quæ ex H ad A ducitur; neque enim curva linea ex H ad B, aut ex H ad A, ſed recta legem conſtituit motibus potentiæ in B, & ponderis in A.

Id quod pariter contingit cùm averſam mallei partem ſubtiliorem clavo ſubmittimus, & in oppoſitam partem manubrium retrahimus, ut clavus extrahatur: eſt ſiquidem curvus quidam vectis fulcrum habens in E, circa quod punctum manens uterque motus perficitur; & motus potentiæ in H ad motum clavi in I habet Rationem rectæ H E ad rectam E I. Ex quo patet pro majori manubrij longitudine augeri etiam potentiæ momenta.

Quoniam verò aliquando forcipes hujuſmodi curvæ aciem habent in A & C, ut id, quod conſtringitur vehementiùs, etiam ſcindatur, non eſt alia philoſophandi ratio, quod quidem ſpectat ad momenta potentiæ duplici illi vecti applicatæ, hoc uno differunt, quod vis ſcindendi orta ex acie ferri pertinet ad ratio-

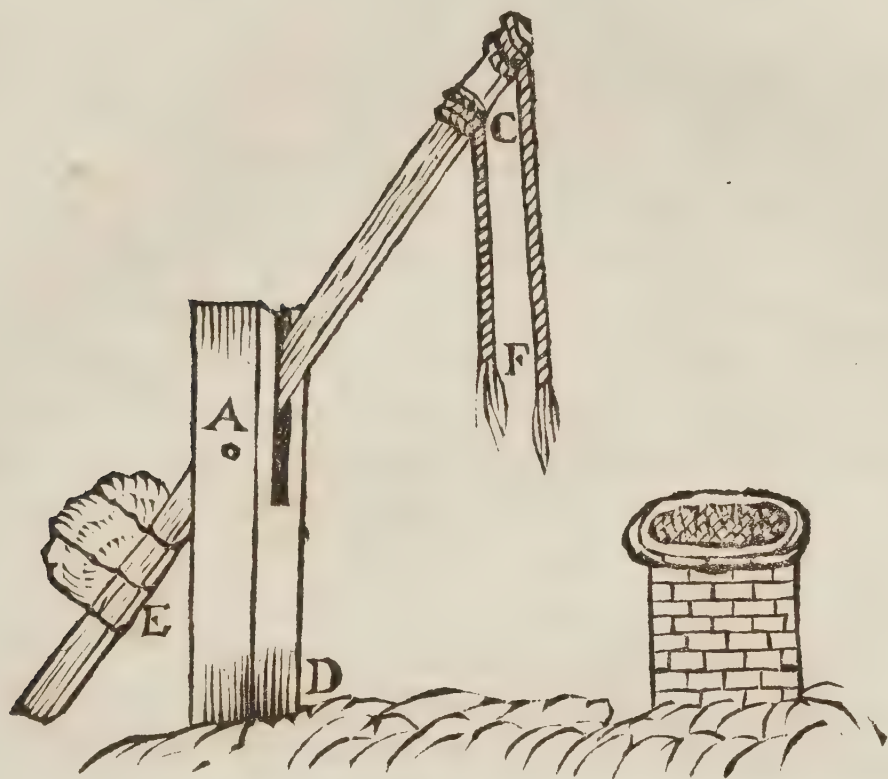
nes

nes Cunei, de quo inferiùs ſuo loco. Idem dicendum de forficibus, quarum acies pariter ex rationibus Cunei vim ſcindendi habent; majora autem momenta potentiæ, quæ faciliùs ſcindat, petenda ſunt ex rationibus vectis; ſunt enim hîc pariter duo vectes in oppoſitas partes commoti, commune hypomochlium in puncto connexionis habentes; & quo majorem Rationem manubriorum longitudo habet ad diſtantiam rei ſcindendæ à puncto connexionis, eò etiam facilior contingit ſciſſio. Idcirco quæ duriora ſunt, prope connexionis punctum applicantur, quia eadem manubriorum longitudo ad minorem diſtantiam habet majorem Rationem quàm ad diſtantiam majorem; & quæ ad hæc duriora ſcindenda inſtitutæ ſunt forfices, breviora habent brachia, quæ ad ſcindendum exacuuntur, longiora verò ea, quibus potentia movens applicatur; cujuſmodi ſunt forfices, quibus fabri ferrarij ad æreas aut ferreas laminas ſcindendas utuntur. In harum uſu illud etiam obſervare poteris, ſatis eſſe, ſi duorum vectium communi fulcro connexorum, ita ut decuſſati exiſtant, alterum moveatur manente altero: hoc enim potiſſimum attenditur, quo pacto potentia validiùs applicetur, ubi multâ opus eſt virtute; cum autem unicum hujuſmodi forficum brachium movetur, tota illi manus applicatur, & reliquo deorſum connitente corpore validè premit.

CAPUT XIII.

Cur Tollenones juxta puteos conſtituantur.

QUi Tollenones Latinis (Ciconias aliqui vocant) Græcis Κελόνια dicuntur, familiaria ruſticis & olitoribus inſtrumenta ad hauriendas ex puteis non admodum altis aquas, aliqua habent explicatu digna, quæ ex Vectis doctrinâ petenda ſunt, nec viſum eſt Ariſtoteli quæſtione 28. hanc eandem diſputationem inſtituere indecorum, aut homini Philoſopho minùs

nùs conveniens. Et primùm quidem ipſa Tollenonis conſtructio pendet ex rationibus vectis primi generis, habet ſi quidem fulcrum medium inter potentiam moventem & pondus

elevatum. Erecto enim tigno D A imponitur tranſverſa haſta C E, infigitúrque axi in A, circa quem liberè converti poſſit. Tum extremitati E puteo appoſitæ alligatur plumbum, aut ſaxum, ſive grave aliud quodpiam; ab extremitate autem C, quæ puteo reſpondet, funis C F pendet (ſeu haſta fune convexa in C, ſed tamen facilè mobilis) cui in F ſitula adnectitur.

Jam verò duplex motus in hauriendâ aquá conſiderandus eſt, alter, quo hydria vacua in puteum demittitur, alter, quo eadem hydria aquæ plena è puteo extrahitur. Priori motui utique non favet tolleno, faciliùs quippe hydria deſcenderet, ſi nullum eſſet onus in E, quod depreſsâ hydria eſſet elevandum; hujus enim gravitas major eſt hydriæ gravitate; ac propterea præter ejuſdem hydriæ gravitatem alia potentia deprimens requiritur in F, ut major ſit Ratio gravitatis & potentiæ in F ad gravitatem ponderis in E, quàm ſit reciprocè Ratio diſtantiæ A E ad diſtantiam A C. Quare ſi A C longitudo multo major ſit longitudine A E, facilior

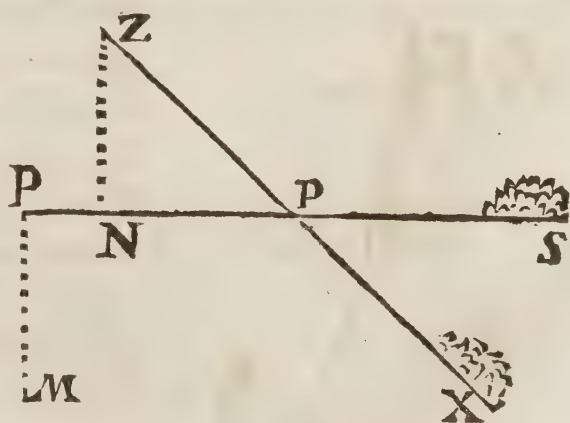
erit hydriæ vacuæ depreſſio ; contra verò deprimendi difficultas augebitur, quo magis pondus E diſtabit à fulcro A. Sed hæc eadem, quæ deprimendi difficultatem augent, juvant ad extrahendam faciliùs hydriam : pondus enim E quò longiùs aberit à fulcro A, eò plura habebit momenta adversùs gravitatem aquæ & hydriam pendentes ex C. Hinc eſt potentiæ atque ponderis vices permutari ; in depreſſione nimirum pondus in E exiſtens attollitur, & potentia in C deſcendit ; at in elevatione viciſſim pondus elevatur in C, & potentia in E deſcendit. Prudenter itaque providere oportet, ut & haſtæ C E longitudo opportunè diſtinguatur in partes C A, A E, & pondus in E neque ita leve ſit, ut parum adjumenti afferat in extrahendâ aquâ, neque ita grave, ut detrimento ſit in deprimendâ hydriâ. Præſtat tamen plus aliquid laboris ſuſcipere in deprimenda hydriâ, ut ea deinde elevetur majore compendio : nemo quippe dubitat, quin longè faciliùs ſit homini funem F C deorſum trahenti attollere pondus E, quàm parium momentorum aquam è puteo extrahere.

Porrò non abs re fuerit monere hîc aliquem, ne ſe ruſticis ridendum præbeat, ubi pro altitudine putei aſſumpto fune C F, haſtam C E æquo longiorem conſtituerit præter rationem intervalli inter tigillum D A & puteum ; contingeret enim, ut haſta in putei labra incurrens neceſſariam funis longitudinem minueret. Quapropter tria hæc neceſſe eſt ſibi invicem proportione reſpondere, videlicet haſtæ C E longitudinem, tigilli A D altitudinem, ejúſque à puteo diſtantiam ; ut erecta ferè ad perpendiculum haſta eam admittat funis longitudinem, quæ & facile hydriæ jungi poſſit, & putei altitudinem exæquet.

Cur autem tùm in deprimendo Tollenone, ut hydria immergatur, tùm in attollendo, ut aqua è puteo eximatur, non parem ſemper & æquabilem experiamur facilitatem, ratio in promptu eſt ; quia ſcilicet varia eſt potentiæ medio fune F C tollenonem agitantis applicatio ; quo enim acutior fuerit angulus F C A, eò minora ſunt potentiæ trahentis momenta, quæ creſcente angulo pariter augentur, ut tunc maxima ſint, cùm funis F C, & haſta C A angulum rectum conſtituerint. Et quidem licèt, ubi funis ab angulo recto ad obtuſum deſciverit, iterum momenta potentiæ decreſcant, ſi applicationis potentiæ ejuſdem

ejuſdem tantùmmodo habeatur ratio; fieri tamen poteſt, ut ponderis in E momenta minuantur, quo altiùs attollitur, ſi illud fuerit haſtæ impoſitum, cum ejuſdem linea directionis cadat in haſtæ punctum, quod magis ad fulcrum A accedat, juxta ea, quæ hujus libri cap. 3. dicta ſunt; atque adeò deprimendi facilitas, quæ hinc ſumit incrementum, diminutâ ponderis E reſiſtentiâ ſuppleat decrementum, quod obliquam potentiæ applicationem conſequitur.

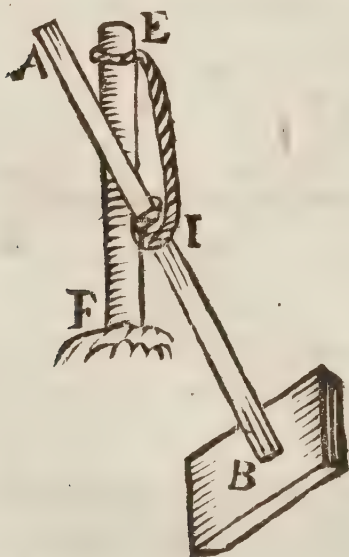
Nec abſimilis momentorum varietas contingit ex diſparili angulorum amplitudine, quos lineæ directionis gravitatum tum aquæ attollendæ, tum ponderis E, cum haſtâ C E conſtituunt. Nam depreſsâ haſtâ, & pondere maximè elevato, hujus momenta initio minora ſunt, & ſubinde augentur recedente à fulcro A lineâ directionis centri gravitatis, ſi illud quidem haſtæ incumbat: Pondere igitur E minùs conante adversùs aquam cum hydriâ attollendam, plus laborandum eſt homini funem ſurſum trahenti; cujus deinde labor minuitur auctis gravitatis E momentis; & tunc potiſſimùm præſtare videntur, cum angulus F C A ex recto in acutum tranſit; tunc enim aquæ deorſum connitentis ac oppoſito ponderi reſiſtentis momenta decreſcere incipiunt, ac infirmiora fieri.

Ex his non parum lucis affulget ſcenicis machinationibus, in quibus non planè ad perpendiculum, ſed obliquè aſcendendum eſt aut deſcendendum, ſi enim ſtatuatur vectis Z X habens in P fulcrum, & fune Z N pendeat corpus demittendum, utique obliquus erit deſcenſus ex N in M, & viciſſim obliquus aſcenſus ex M in N: momenta autem ponderis X, aut S, pro variâ poſitione, ut dictum eſt, diſſimilia atque diſparia ſunt: Quapropter temperanda ſunt pro motûs inſtituendi opportunitate; atque ſi pondus X levius ſit corpore demittendo ex N, hoc ſponte deſcendet; ſi verò in S augeatur pondus, ut corporis in M gravitatem ſuperet, hoc ex M in N elevabitur. Quod autem de ſcenicâ machinatione hîc

Z P P N S M X

innui, ad alias motiones corporum elevandorum (ut ſi ex navi in altiorem fluminis ripam onus transferendum eſſet) facilè traduci poſſe ita manifeſtum eſt, ut pluribus non ſit opus, ſi accuratè examinetur altitudo, ad quam deducendum eſt, & amplitudo ſeu diſtantia parallelarum, intra quas obliquus motus perficiendus eſt, ut vecti congrua longitudo ſtatuatur, & opportuno loco collocetur, ubi eam anguli RPZ inclinationem habeat, cui Sinus Verſus RN reſpondeat.

CAPUT XIV.

Remorum vires in agendâ navi expenduntur.

REmum, quo naves aguntur, Copenſibus, & Platæenſibus debemus, ut Plinius lib. 7 cap. 56. ſcribens ait, *Remum Copæ, latitudinem ejus Plataæ* (utràque eſt Bœotiæ urbs) invenerunt; & nomen ipſum ab inventoribus inditum videtur, nam Græcis κώπη Remus, πλάτη Palmula, latior ſcilicet remi pars dicitur. Ratem ſiquidem conto propellere rudis adhuc ars nautica noverat, ubi fluminis non admodum alti fundum perticâ pertentare licebat; at ubi uberior unda prohibet, ne fundum attingatur, operam luderet, qui navim conto AB impellere ſe poſſe ſibi perſuaderet, niſi fortè extremitati B ligneā tabellam adjungeret, ita levem, ut ſponte ſuâ innataret; illam enim per vim velociter immergenti obliquam, aqua reſiſteret, & navis aliquantulum promoveretur: cæterum ingens eſſet labor in conto retrahendo, & tabellâ ex aquis extrahendâ, etiamſi ſcalmo tigillus longiuſculus EF ad perpendiculum infigeretur, ex cujus ſummo vertice funis EI penderet, fune autem contus medius in I ſuſpenderetur. Quare opus fuit inſtrumentum moliri,

moliri, quo & facile uteremur, & aliquod laboris compendium inveniremus.

Ratione ſuæ longitudinis ad unum aliquod vectis genus referendus eſt remus, ad cujus caput applicatur potentia, videlicet remex; extrema palmula immergitur aquæ, & circa medium innititur ſcalmo: ſed aquæ ne? an ſcalmo? ratio fulcri conveniat, diſputatur. Si Ariſtoteles audiendus eſſet mechan. quæſt. 4. *hypomochlion ſit ſcalmus, ſtat enim ille, pondus verò mare eſt, quod propellit remus; vectem autem movens ipſe eſt remex.* Id quidem verum eſſet, ſi quis anchoris nondum ſolutis, & ſtante navi, adumbratâ ad ſpeciem remigatione ſe exerceret; nil enim præſtaret præter aquarum impulſionem. Cæterùm nautæ remorum pulſu non aquam verberare, ſed navim impellere contendunt. Igitur aqua, cui remi palmula immergitur, diviſioni reſiſtens, atque impediens motum palmulæ, hypomochlij, cui vectis, hoc eſt remus, innititur, rationem habet. navis verò ipſa, quæ promovetur, quatenus eſt ſcalmo conjuncta, utique eſt pondus, ex cujus movendi, non ex aquæ repellendæ difficultate æſtimandus eſt nautarum labor: alioquin eodem remo, qui ſcalmo ſimiliter inſiſteret, æqualis labor eſſet, ſive actuarium, ſive corbitam impellere oporteat; pari ſiquidem aquæ occurrit utrobique palmula. Manifeſtum eſt igitur pondus vecte promovendum navim eſſe, non aquãm, ac propterea hypomochlij vices aquam ſubire, adeóque remum cenſendum eſſe vectem ſecundi generis, cujus extremitates potentia & fulcrum occupant.

Hinc eſt aliquod ſemper haberi laboris compendium, ponderis enim motus, qui vecte perficitur, minor eſt motu potentiæ remi capiti applicatæ, illud enim minùs, hæc magis ab hypomochlio diſtat. Motus, inquam, qui vecte perficitur, minor eſt motu potentiæ; fieri enim contingit, ut vi impreſſi impetûs, etiam ceſſante remigis impulſione, navis promoveatur, adeò ut pro ratione impetûs multo major ſit navis motus, quàm potentiæ impellentis. Verum hoc non ex vecte ob idipſum, quia vectis eſt, oritur, ſed quia navis innatans aquæ non eam invenit à corpore fluido reſiſtentiam, quam cæteroqui ex mutuo tritu inveniunt pondera corpori ſolido inſiſtentia, etiamſi vecte horizontaliter moveantur; ac proinde impreſſus impetus,

cessante vi externâ, non statim perit. Id autem intelligendum est, cum in lacu vel tranquillo mari navigatur, cum scilicet aqua suo cursu non adversatur motui navis: nam si adverso flumine promovendum sit navigium, contrarius aquæ impulsus impetum à remige impressum elidit, fierique potest, ut utilius accidat navim trahere, quàm remigando impellere, ne sublatis ex aquâ remis navigium vi aquæ fluentis retro-actum eò redeat, unde discessit, & alternâ remorum immersione atque extractione opera ludatur: præterquam quod quò magis immersa remi palmula ab adverso flumine repellitur, eò amplius detrahitur motui navis. Ideò quamvis navim trahens plus laboris simpliciter impendat, quàm remigans, facit tamen operæ pretium, qui enim navim adversùs profluentem trahit, etiam retinet, ne retrorsum agatur; at qui remo impellit, sublatâ ex undis palmulâ, recessum impedire non valet.

Cum itaque remus vectis sit secundi generis, remigis vires æstimandæ sunt ex Ratione, quam longitudo remi habet ad illam ejusdem remi partem, quæ aquæ & scalmo interjecta est; hæc siquidem Ratio est motuum, ac proinde & momentorum, ut sæpiùs dictum est. Remi autem longitudinem non absolutam intelligas; sed primùm ea demenda est palmulæ particula, quæ aquæ immergitur; quippe quæ aquam repellens quasi hypomochlio incumbit. Deinde attendendum est, quam remi partem remex apprehendat; si enim plures eundem remum agitent, ut in triremibus, non sunt æqualia momenta singulorum, sed ejus, qui scalmo propior est, minora sunt (perinde atque si remo adeò brevi uteretur) ejus, qui remi caput apprehendit, maxima sunt momenta; medij autem medio modo se habent.

Quare longitudo vectis in remo definitur intervallo, quod inter aquam, & remigis manum interjectum est; ponderis distantiam ab hypomochlio metitur intervallum, quo scalmus ab aquâ palmulam excipiente disjungitur. Si igitur intervallum illud est hujus intervalli duplum aut sesquialterum, momenta Potentiæ ad momenta ponderis Rationem habent duplam aut sesquialteram, & quatuor remiges ad promovendam navim tantumdem ferè valent ac sex aut octo, qui pari conatu navim eandem sine remis propellerent, aut traherent. Dixi, *ferè*, quia cum motus cujuslibet vectis sit circularis circa punctum hypomochlij,

mochlij, remex, qui in dextero navis latere remigat, ſecundùm vectis naturam arcum deſcribit ad dexteram inclinatum, id quod pariter contingit ſiniſtro remigi arcum ſiniſtrorſum deſcribenti: Cum autem navis non niſi unico motu moveri poſſit, ex his duobus circularibus ſibi adverſantibus reſultat tertius medius, ſcilicet rectus, qui proinde tantus eſſe non poteſt, quantus eſſet, ſi ſex aut octo homines æquali niſu navim ſine remis impellerent aut traherent; quia contrariæ illæ directiones ad dexteram & ad ſiniſtram nequeant in tertiam mixtam directionem coaleſcere, ſinè aliquo impetûs detrimento.

Quod ſi remiges omnes non conſentirent in deprimendo, impellendo, atque extrahendo remo, ſed alij alios præverterent, non ſolùm id incommodi accideret, quod ab inſtituto itinere deflecteret navis in alterutram partem, niſi æqualis utrinque eſſet impulſus, verùm etiam retardaretur motus, tùm quia minor impulſus à paucioribus navi imprimitur, tum quia remi tardiores, reliquis elevatis, adhuc immerſi dum communi navis motu moventur, minùs impellunt aquam poſt ſe fugientem, & palmulæ latitudo occurrenti aquæ obverſa moram infert, ut eam dividat; ex quo fit, ut aliquid impetûs ab aliis remigibus impreſſi deteratur, qui citra hoc impedimentum adhuc perſeveraret. Sunt ſcilicet plures remi plures vectes, quibus idem pondus movetur; & niſi remiges omnes conſpiraverint, aut navis tardiùs movetur, aut aliquorum labor augetur: haud ſecus ac ſi plures homines uni vecti ad pondus aliquod elevandum applicarentur, uno aut altero ceſſante reliquorum niſus augendus eſſet, ſupplementum deſidioſorum.

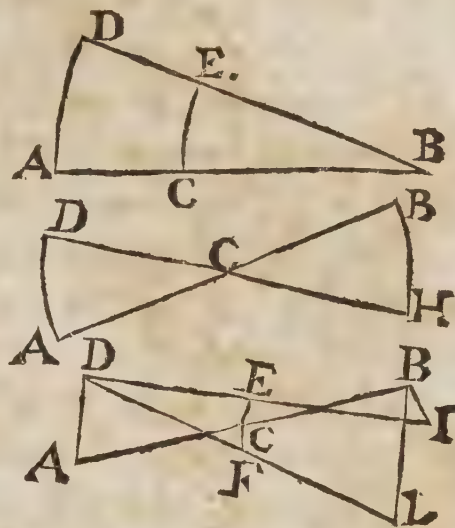
Ex rationibus igitur vectis ſatisfit quæſtioni ab Ariſtotele propoſitæ, *Cur ij, qui in navis medio ſunt remiges, maxime navim movent?* Allatam à Philoſopho reſponſionem intactam relinquo; an ſatis commoda ſit, alij examinent. Remigum alij in puppi conſtituuntur, qui Thranitæ dicebantur, ut eſt apud Suidam, alij in prorâ, qui Thalamij ſeu Thalamitæ, alij in navis medio, qui Zygitæ: & quamvis omnes ad promovendam navim ſuum conatum conferant, non tamen omnium æqualis eſt labor, aut par in movendo efficacitas; quia non ſecundùm eandem Rationem ſingulorum remorum longitudo in partes à ſcalmo diſtinguitur; ſed quia puppis altior eſt, & ſpatium anguſtum, major

remi

remi pars extra navim eſt, parúmque à ſcalmo diſtat remex; ideò motus potentiæ ad motum ponderis minorem habet rationem, quàm ſi brevior eſſet inter palmulam, & ſcalmum, longiórque inter ſcalmum & remigem diſtantia, ut contingit in medio, ubi navis depreſſior eſt, & maximam habet latitudinem; pondere enim minùs diſtante ab hypomochlio, majora ſunt potentiæ momenta, cum eadem ponatur utrobique vectis longitudo. Quæ autem de puppi dicta ſunt, ſaltem quo ad ſpatij anguſtias, etiam de prorâ intelligenda ſunt, quæ quia depreſſior eſt puppi, & aliquanto altior quàm circa medium, propterea Thalamiorum labor medius eſt inter Thranitarum & Zygitarum laborem. Dicuntur autem remiges, qui in navis medio ſunt, maximè movere vim, non quia navis motus, qui circa hypomochlium tanquam circa centrum fit, ibi ſit major motu, qui fit in puppi, ſi remiges parem arcum deſcribant, nam potiùs oppoſitum contingit; ſed quia remex in medio minorem inveniens ponderis movendi reſiſtentiam plus navim impellit, quàm ſi in puppi pariter conaretur, ubi eodem niſu non poteſt eodem temporis ſpatio tam amplum arcum deſcribere. Propterea fortiſſimi remiges ad puppim ſtatuuntur, ut majore impetu producto vincant majorem reſiſtentiam; ideóque Thranitis præter publicum ſtipendium etiam extraordinarium datum commemorat Thucydides lib. 6. Hæc verò, quæ de Antiquorum navibus magis propriè dicuntur, quarum forma à noſtris diſſidebat, noſtris tamen celocibus aut triremibus ſervatâ analogiâ accommodari poſſunt; nam etiam apud nos ſcalmus ad proram & ad puppim aſcendit, & in medio major eſt navigij amplitudo, ita ut, licèt remorum capita in eâdem rectâ lineâ juxta navigij longitudinem conſtituantur, diſpari tamen Ratione à ſcalmo diſtinguantur in partes.

Sed præſtat ipſum navis motum paulo attentiùs conſiderare; quandoquidem ſi hypomochlium eſſet prorſus immobile, & aqua locum non daret palmulæ urgenti, utique motus navis ad motum capitis remi in eâ eſſet Ratione, quæ intercedit inter diſtantias ſcalmi, & capitis remi ab aquâ. Nam ſi palmula B immota maneret, & ſcalmus eſſet in C, motus remigis A D ad motum navis C E eſſet ut A B ad C B. Contra verò ſi aqua nihil prorſus obſiſteret remo (ſicuti contingeret,

ret, ſi ille admodum lentè moveretur, aut palmula nimis obliqua aquam finderet) tantúmque palmula retrogrederetur per B H, quantum remex per A D progreditur, immota maneret navis in C: id quod etiam contingeret, ſi regreſſus B H ad progreſſum A D eſſet in Ratione C B ad C A. Quod ſi palmula à profluente rapta ex B in L majus ſpatium conficeret, quàm remex ex A in D (aut ſaltem B L ad A D eſſet in majore Ratione quàm C B ad C A) utique navis ipſa retrocederet, & ſcalmus ex C veniret in F. Cum igitur promoveatur navis, & aqua palmulæ obſiſtens ſit hypomochlium mobile, neceſſe eſt progreſſu remigis A D minorem eſſe palmulæ regreſſum B I, ut ſcalmus ex C propellatur in E. Quare quo magis aqua reſiſtit, minúſque palmula movetur in oppoſitam remigis motui partem, magis promovetur navis, quia majorem impulſum recipit. Majorem autem aquæ reſiſtentiam efficere poteſt aut velocior remi motio, aut major palmulæ immerſio: conſtat ſi quidem, ſi baculo aquam lentè dividas, vix percipi in illa ſcindendâ laborem; at ſi velociter baculum immerſum agitare libeat, multò validiùs illam reſiſtere: ſimiliter quò major palmulæ immerſæ pars plus aquæ propulſat, eò majorem invenit reſiſtentiam, difficiliùs enim multa, quàm modica aqua dividitur. Verùm cum feſtinato opus eſt, ſatius eſt velociter remum movere, & parum immergere palmulam, ut frequentiori remorum percuſſione plus impetûs navi imprimatur.

Quod demum ſpectat ad remi motum, unum ſupereſt obſervandum, videlicet, non eum tantummodo motum capiti remi tribuendum, qui reſpondet partibus navis, quatenus ex remigis muſculorum contentione atque membrorum inclinatione pendet, cujus menſuram definiret perpendiculum à capite remi in ſubjectum navis planum deſcendens, & in eo remi iter deſcribens; ſed præterea addendus eſt motus navis, qui omnibus in navi exiſtentibus communis eſt, adeò ut navis vi remorum acta

moveatur à motore translato. Quapropter si AD est universus capitis remi, seu manûs remigis motus, demendus ex illo est navis progressus CE, & residuus motus à remigis conatu, quatenus remum impellit, pendet.

Sed antequàm ab hac remorum contemplatione animum avertamus, placet innuere, quæ de Sinensium remis attigit Atlas Sinicus in Præfatione pag. 10, ubi de Præfectorum navibus, quæ nostris triremibus æquales sunt, hæc habet. *Dum cessant ventorum flatus, adsunt destinati, qui remulco trahant, aut remis moles tota impellitur motis ad modum caudæ piscium, methodo facili, & compendiosâ; quippe sine ulla aquæ percussione, extractione ve remi, vel remo unico propellitur & dirigitur navis; adeòque unus hic sex aut octo nostratibus nautis æquivalet.* Postremum hoc de uno remige sex aut octo nostratibus nautis æquivalente, adeò magnificè dictum videtur, sed & adeò jejunè expositum, ut verba mihi dari non facilè patiar, nec me libenter præbeam credulum: fundamentum constituendæ fidei fuisset remigandi ordo descriptus, remorum forma atque positio verbis aut iconismo proposita, ut, quanta sint remigis Sinici momenta, innotescerent; aliam enim utique à nostratibus remorum formam esse necesse est, quippe quos flexiles esse oporteat, ut admodum caudæ piscium moveantur; hi scilicet postremam corporis sui partem flectunt priùs atque contorquent, ut caudam postmodum velociter porrigentes aquam verberent, qua resistente conceptus impetus totum corpus promoveat, quandiu ille perseverat. Ubi animadvertendum est, quàm sapienti naturæ instituto factum sit, ut pisces caudam lentiùs inflectant, sed velociùs explicent, inflectant obliquam, explicent erectam; si enim erectam caudam velociter flecterent, ita aqua resisteret, ut potiùs retrocederent, quemadmodum Astaci fluviatiles (cammaros, alij cancros fluviatiles vocant, rectè ne? an perperam? non est hujus loci examinare) quando timent, caudâ aquam validè percutientes, ac quasi ad se velociter trahentes non procedunt, sed retrorsum curvatâ caudâ secedunt. Sic etiam contingeret cymbæ, si quis in puppi stans ligneam tabellam extremæ perticæ infixam aquæ à tergo positæ immitteret, perticámque ad se velociter traheret, nam cymba retrorsum agi videretur. Cùm autem pisces caudam & obliquè & lentiùs inflectant

inflectant, minorem aquæ resistentiam percipiunt. Quare, ut remus suo motu imitetur motum caudæ piscium, opus est erectam palmulam (hoc est, in plano verticali longitudinem navis obliquè, aut ad rectos angulos, secante existentem) aquæ occurrere, ut aquâ resistente propellatur navis, eandem verò palmulam posteà obliquam fieri, ne dum, intra aquam retrahitur ad iterandum impulsum, tantam inveniat resistentiam, sed aquam faciliùs findat. Hinc conjecturâ aliquâ ducebar aliquando ad suspicandum, an ita remi palmula reliquæ remi longitudini adnexa esset fibulâ plicatili, ut, cùm remi caput puppim versùs, palmula verò in oppositam partem impelleretur, hæc occurrenti aquæ cederet, eámque obliquè finderet medicâ manûs remigis deflexione remum interim contorquentis. Sed, ut quod res est eloquar, vereor, ne argutum nimis, víxque aliquid habens compendij, artificium hoc videatur: nam & nostrates cymbularij communi remo cymbam ex puppi agentes eam propellunt, & dirigunt aquam non percutientes, nec remum extrahentes, cujus varia inclinatione, loco gubernaculi, cymbæ motum temperant remigando. Ut quid ergo remum in duas partes, quæ fibulâ jungantur, divisum adhibere! quippe qui noceat potiùs; nam remigis motus in proram directus nullum impulsum imprimit navi, nisi quando iterum rectus factus fuerit remus. Sed flectatur & dirigatur remus in morem caudæ piscium; quid hoc, ut unus remex sex aut octo nostratibus nautis æquivaleat? Hac autem oblatâ occasione cùm varias excogitaverim rationes utendi remis aquæ semper immersis, liceat mihi per lectoris patientiam unum proponere, quod fortasse nec incommodum, nec inutile accideret, si in usum deduceretur, tunc maximè, cum plures hinc & hinc remiges adhibentur, qui navis æquilibrio non officerent: neque enim facilè author essem, ut levioribus cymbis methodus hæc communis esset: quippe quæ deficiente ponderis hinc & hinc æqualitate in alterutram partem nimis inclinarentur, nec citra casûs nautæ, aut eversionis naviculæ periculum. Remiges statuo hinc & hinc scalmo insistentes; id quod incommodum non erit; quandoquidem additis extrinsecùs opportunis fulcris crassiorem satísque firmam tabulam impono mediocris latitudinis à scalmo distantem tanto intervallo, quan-

Mmm 2

to opus eſt, ut interjici valeat remus, commodéque agitari: externam autem additæ tabulæ oram ambiat limbus, ne facilè pes labatur; alterum enim pedem tabulæ, alterum ſcalmo commodè imponere poterit remex. Remi longitudinem definit altitudo ſcalmi ferè ſupra navis fundum, addita mediocri hominis altitudine; ipsíque remi capiti cylindrulus tranſverſarius injicitur, ita tamen, ut in eodem plano inveniatur cum remi palmulâ: apprehenſo ſi quidem utrâque remigis manu hinc & hinc cylindrulo, palmulæ planities aquæ obvertitur, eámque impellit; apprehensâ autem alterâ tantum extremitate, ſive A, ſive B, quando retrahitur remus, palmula D E aquam findit, & eſt quodammodo parallela carinæ. Duplicem igitur motum remo conciliare oportet, alterum quidem à puppi ad proram, & viciſſim, cùm ſcilicet impellitur, & retrahitur, alterum verò circa ſuum axem longitudinis, ut convertatur nunc ad impellendam, nunc ad findendam aquam. Primus motus perficitur, ſi ferreo circulo H I remus inſeratur duos polos habenti; quorum alter ſcalmum, alter additam tabulam ingrediatur (ſivè potiùs excavatæ congruæ crenæ incumbant, ut extrahi pro libito poſſint) síntque facilè verſatiles: remus enim in eodem plano verticali ſemper exiſtens deprimi poteſt, ut horizontem versùs inclinetur, atque iterum elevari ac etiam in oppoſitam partem inclinari. Secundus autem motus facillimè habetur, ſi remo ferreus rotundus claviculus F adjiciatur circuli H I ſuperiorem partem contingens; impedit enim, ne remus deorſum prolabatur, adeóque nullo labore convertitur circa axem ſuæ longitudinis remus, dimiſsâ alterutrâ cylindruli A B extremitate, quando retrahitur. Inventum hoc rudi-ter propoſitum expolire, atque accuratiùs excolere poteris, ingenioſe Lector, qui fortaſſe tuâ induſtriâ conſequeris artem mihi ignotam remos ita diſponendi, ut remex unus pluribus nautis æquivaleat, quemadmodum de Sinenſibus narratur.

CAPUT

CAPUT XV.

Quomodo Naves à gubernaculo moveantur.

RES eſt, cui aſſiduus uſus admirationem detraxiſſe videtur, non tamen propterea minus habet admirabilitatis, motus ſcilicet navium, quæ à gubernaculo reguntur, cùm magnum pondus temporis momento moveatur. Nam & Apoſtolus S. Jacobus in Canonicâ Epiſtola cap. 3. ait, *Ecce & naves cum magnæ ſint, & à ventis validis minentur, circumferuntur à modico gubernaculo, ubi impetus dirigentis voluerit.* Et Ariſtoteles Mechan. quæſt. 5. inquirit. *Cur parvum exiſtens gubernaculum, & in extremo navigio, tantas habet vires, ut ab exiguo temone, & ab hominis unius viribus alioquin modicè utentis, magnæ navigiorum moveantur moles?* Partes duas in gubernaculo invenimus; alteram extrinſecùs navi adjectam, ligneam videlicet alam, ſive cardinibus, circa quos converti poteſt, poſtremæ puppis parti affixam, ſive ad latus puppi adjacentem, tignóque, quod ex ſcalmo aſſurgit, adalligatam, prout maritimo vel fluviatili itineri deſtinata ſunt navigia; alteram intra navim, temonis in morem; ex cujus converſione aut pars illa externa in oppoſitam plagam convertitur, ita ut deductâ temonis extremitate ad dexteram, gubernaculi ala extremæ puppi adjacens in ſiniſtram circa ſuos cardines deflectat, & viciſſim hæc ad dexteram, temone in ſiniſtram converſo: aut in navigiis, quorum in fluminibus uſus eſt, gubernaculum ad puppis latus habentibus, depreſſo temomone ſuperior extremitas alæ in triangulum ſubjecto cylindro infixum conformatæ propiùs accedit ad navim, temone autem elevato ab illa recedit: contra verò ſi ala infra cylindrum conſtituatur, ejus extremitas inferior ad navim accedit temone elevato, à navi recedit temone depreſſo.

Quemadmodum autem ad propellendam navim inſtituti ſunt remi, ita ad ejuſdem curſum dirigendum, atque pro opportunitate in dexteram aut in ſiniſtram inclinandum, clavus ad-

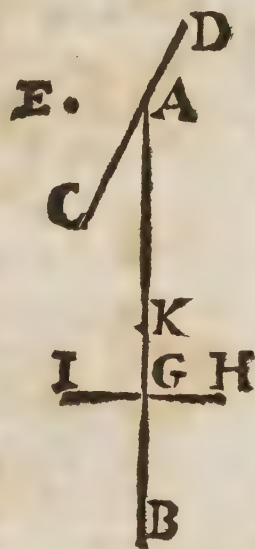
jectus est. Quamquam enim remorum pulsu navis acta proram in dexteram obvertere possit, si remiges sinistri cessent, atque è contrario in sinistram cessantibus dexteris; aut etiam vento navim impellente fieri possit hæc in alterutram partem declinatio modò passo, modò contracto velo, ut me observasse memini, cum ex insula Seelandia per fretum Oresunticum in Scaniam (Elsingorâ scilicet Elsemburgum) navigiolo transfretarem: id tamen longè faciliùs, atque ad unius gubernatoris arbitrium perficitur converso opportunè clavo, ut quotidiano experimento docemur.

Porrò dupliciter gubernaculi motum considerare possumus; neque enim eadem est ratio, cùm navis quiescit, nullusque est aquæ motus, atque cùm navis vento seu remis agitur, aut aqua ipsa movetur. Et quidem si navigium in aquâ immotâ quiescat, qui gubernaculi temonem movet, est potentia applicata vecti, cujus hypomochlium est aqua, si navis non sit tantæ gravitatis, ut faciliùs ipsa moveatur, quam tota aqua propellatur ab alâ gubernaculi; & tunc est vectis secundi generis, nam puppis, aquâ resistente, secedit ad dexteram aut ad sinistram sequens temonis conversionem. At si tanta sit navis gravitas, ut multo faciliùs tota aqua propellatur, quàm navis loco moveatur, vectis est primi generis habens hypomochlium in cardinibus, circa quos gubernaculi ala convertitur, pondus autem, quod movetur, est aqua, quæ eò faciliùs, minori scilicet labore, propellitur, quò longior est temo; tunc enim potentia plus habet momenti. Hinc duplex vectis ratio invenitur, cùm aliquâ ex parte aqua, aliquâ ex parte puppis movetur; quo in motu satis constat neque motum puppis fieri circa aquam extremæ gubernaculi alæ respondentem, neque motum aquæ respondentis extremo gubernaculo fieri circa cardines puppi inhærentes; sed conversionem fieri circa punctum aliquod intermedium reciprocè acceptum pro Ratione resistentiarum aquæ & navis, juxta dicta cap. 5. hujus libri. Cùm autem resistentia aquæ æstimanda sit ex magnitudine & figura alæ gubernaculi aquam ipsam impellentis, & resistentia navis pariter definienda sit tùm ex ejus gravitate, tum ex aquæ propellendæ quantitate, dum navis in dexteram aut in sinistram convertitur, patet nullum certum punctum navibus omnibus commune statui posse;

sunt

ſunt ſiquidem hujuſmodi reſiſtentiæ multiplici varietati obnoxiæ.

At verò cùm navis in motu eſt, & vento impellente ſeu remis agitur, potentia quidem pro temonis longitudine ſua habet momenta, & ad navis converſionem juvat, magis tamen accipiendo vim externam & ferendo, quàm agendo & faciendo, hoc eſt retinendo gubernaculum in illa obliquâ poſitione adversùs vim aquæ in contrarium nitentis, aut reſiſtentis. Quò enim velociùs fertur navis, obviam aquam prorâ ſcindens illam ita dividit, ut ad navis latera hinc atque hinc velociùs refluat in puppim; ubi ſi gubernaculi alam inveniat rectam, pergit navis recto itinere; Sed ſi aqua refluens obliquum gubernaculum offendat, ut ſi exiſtente carina A B fuerit gubernaculum obliquum C D, aqua in alam A D incurrens dum illam urget, puppim cogit declinare ex A in E, & prora obvertitur versùs F.

Hæc tamen, quæ de aquâ ad navis latera refluente dicta ſunt, non ita accipi velim, ut non niſi ab ejus impetu flecti navis curſum exiſtimes; ſed hæc deflexio præcipuè tribuenda eſt reſiſtentiæ ipſius aquæ, in quam incurrit gubernaculum obliquum, dum navis tota impellitur; eò autem major eſt aquæ reſiſtentia, quò velociùs illam ſcindi oportet, ut ſæpiùs dictum eſt. Ideò quo validiore venti aut remorum impulſu agitur navis, faciliùs flectitur ope gubernaculi, majorem quippe invenit reſiſtentiam. Cum verò reſiſtentia hæc ex alterutra tantùm parte inveniatur, neceſſe eſt proram in eandem obverti plagam. Cujus rei obvium experimentum ſumere quiſque poteſt, ſi corpus aliquod angulatum (cujuſmodi eſſet norma, qua ad angulum rectum deſcribendum utimur) in plano inclinato æquabili ac polito deſcendere permittat: nam ſi, quod ponè ſequitur, brachium in offendiculum aliquod incurrat, illico reliquum brachium ad eam partem inclinari videbit, impetu ſcilicet promovente corpus, atque objectum impedimentum declinante.

Quare id, quod navim maximè movet in dexteram aut ſiniſtram,

niſtram, eſt impetus ab ipſo vento aut à remigibus navi impreſſus; gubernaculum autem infert moram & impedimentum, ne motus omnino fiat juxta directionem impetûs ab impellente impreſſi: quamdiu verò impedimentum perſeverat, navis magis aut minùs obliquè fertur, pro ut modificata impetûs directio exigit. Juvat autem, ut dictum eſt, aqua, quæ à prorâ dividitur, & ad latera refluit, maximè ſi adverſo flumine, aut contra marini æſtus curſum navigatio inſtituatur; aucto enim impedimento faciliùs flectitur inſtituta progreſſio; ſed idcircò etiam navis motus retardatur magis.

Quod quidem ſpectat ad gubernaculum extremæ puppis planæ faciei adhærens, ut in majoribus navigiis maritimo itineri deſtinatis, ſatis jam explicatum eſt: unum addendum videtur, quod in navigiis ad devehendas merces fabricatis in foſsâ quadam manufactâ aliquando obſervaſſe me memini; ex puppi videlicet extremâ in acutum aſſurgente, quaſi caudæ in morem, clavus longiùs protendebatur apici puppis inſiſtens remo abſimilis tantùm, quatenus palmula paulò latior, nec juxta ſcapi longitudinem directa, ſed inflexa intra aquam immergebatur; caput autem temonis fune jungebatur navigij plano ita, ut gubernaculi pars externa ſuo pondere recidere nequiret, ac fundum alvei non peteret, ſed palmula paulò infra aquæ ſuperficiem conſiſteret. Hinc enim fiebat, ut temonis capite in alterutram partem adducto in eandem puppis recederet aquâ reſiſtente palmulæ, ac proinde prora in oppoſitam partem obverteretur: perinde atque in cymbis gubernaculo deſtitutis, cùm remi ad latus extremæ puppis directè immerſi caput ad ſe retrahit nauta, puppim ipſam impellit, ac proram in oppoſitam partem convertit. Huc ſpectare poſſunt, quæ habet Atlas Sinicus pag. 123 in XI Provincia Fokien loquens de flumine Min, quod ex Puching ad oppidum uſque Xuiken per valles & ſaxa ingenti impetu ac violentiâ volvitur, inde placidiſſimum flumen eſt; & quantumcumque violentum enavigatur tamen à Sinis conſuetâ illorum induſtriâ, ac parvarum navicularum artificio: hæ enim naves clavum, ut aliæ non habent, ſed duos longiſſimè porrectos, ad puppim unum, ad proram alterum: his per ſaxa ac ſcopulos prominentes facillimè ac velociſſimè naves, ac ſi fræno equos continerent, dirigunt. Hæc ibi.

Sed

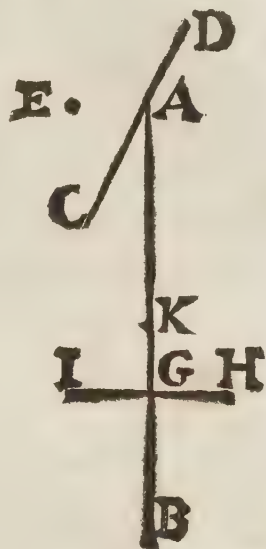
Sed ut aliquid etiam de gubernaculo ad puppis latus constituto in navigiis, quorum potissimus usus est in fluviis, dicatur, animadvertendum est hujusmodi navigia non solùm proram, sed & puppim habere, quæ obliquè assurgentes in acutum desinunt, gubernaculum autem constare ex cylindro obliquè descendente juxta puppis longitudinem, atque ex ala triangulari ut plurimùm sursum respiciente, cujus latus unum cylindro congruit, cui infixum est. Quandiu ala sursum respicit, nihil impedit navis motum, æqualiter enim aqua hinc & hinc fluit, ac proinde navis fertur juxta impetûs à vento aut à remigibus impressi directionem (idem dic, cùm navis trahitur) quam sequitur, nisi aliquid fortuito interveniat, à quo turbetur motus, & præter nautarum voluntatem aliò flectatur. Quod si convoluto circà suum axem cylindro, ala in hanc aut illam partem vertatur, jam occurrit aquæ, ex cujus resistentiâ impedimentum objicitur navi, ne rectâ feratur, sed in alteram partem detorquetur: nam si depresso temone, qui priùs erat horizonti parallelus, ala versùs navim inclinetur, aqua inter gubernaculum & navim intercepta resistit, atque interfluens conatur alam gubernaculi in directum restituere: quapropter puppim in dexteram trahens, illíque ad dexteram resistens (clavus scilicet dextero puppis lateri adjacet) proram obvertit ad sinistram. At si gubernaculi ala in oppositam navi partem extrorsum vertatur, obviam habet aquam externam, qua resistente repellitur puppis in sinistram, & prora in dexteram convertitur. Quod si alam triangularem placeat potiùs cylindro subjicere, elevato temone ala accedit ad navim, & depresso temone ala recedit à navi: quapropter ibi puppis repellitur in sinistram, hîc ab aquâ intercurrente trahitur in dexteram, motúsque oppositi proræ conveniunt.

Ex his facilè innotescit, quid præstet gubernaculum inter puppes duorum pontonum, quos impositus pons jungit, validúsque rudens congruæ longitudinis retinet, ne secundo flumine rapiantur; prout enim in hanc vel illam partem gubernaculi ala vertitur, obvium habet interjectarum aquarum impetum, quo propellitur in adversam partem, eáque ratione trajicitur flumen, ut in Pado & aliis Galliæ Cisalpinæ fluviis passim videre est.

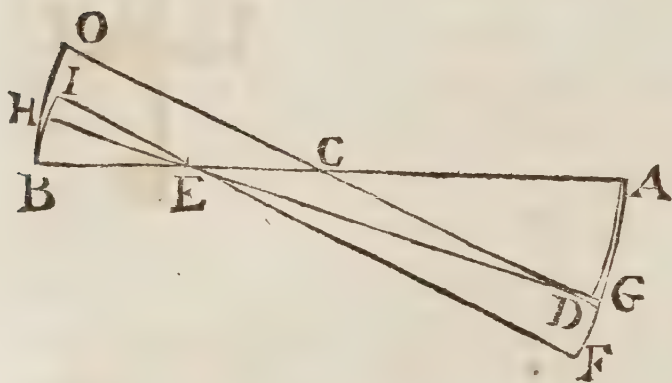
Illud postremò consideratione dignum est, quod ad ipsius navis conversionem attinet nimirùm quodnam sit punctum circa quod convertitur: Manifestum est enim neque circa puppim tanquam circa centrum describi arcum à prorâ, neque vicissim circa proram quasi centrum arcum à puppi describi, quia aquæ quantitas respondens longitudini carinæ plurimum resistit, ne circulariter moveatur tota ad eandem partem, cogeretur scilicet nimis amplum arcum describere, nimísque velociter moveri in latus, ut per destinatum navigationis Rumbum nova loxodromia institueretur: faciliùs igitur convertitur navis, si dum pars anterior proræ aquam in dexteram propellit, reliqua pars posterior puppi proxima aquam repellat in sinistram, utraque enim extremitas minore arcu descripto ad majorem angulum carinam inclinat atque deflectit à lineâ prioris cursûs, & minore velocitate aquam urgens minorem invenit resistentiam. Fit igitur conversio circa punctum aliquod medium inter proram & puppim; illud autem est, circa quod natura faciliùs assequitur propositum, & minore motu removetur impedimentum, quod ab aquâ occurrente infertur, quæ cùm dividatur à prorâ, refluátque juxtà navis latera, æqualiter quidem à prorâ dispertitur, sed ubi navis ventrem, hoc est amplissimam navigij partem prætergressa est, offendens ex alterâ parte gubernaculi alam fluere non potest, qua velocitate flueret nullo objecto offendiculo; propterea aquæ refluenti ex adverso navis latere objiciendum est obliquè puppis latus, ut illa pariter lentiùs fluat, divisóque impedimento æquales aquæ portiones ex utroque puppis latere fluant. Quare probabili conjecturâ existimo conversionem fieri circa illud carinæ punctum, quod respondet maximæ navigij amplitudini; pars quippe navigij anterior juxta suam latitudinem occurrens aquæ invenit resistentiam; aqua igitur incurrens in gubernaculum movet partem posteriorem in latus, ubi non est tam valida aquæ resistentia. Cum autem in majoribus navigiis præcipuus malus statuatur in maxima navigij amplitudine, hoc est, ubi carinæ longitudo bessem relinquit puppim versus, & trientem versùs proram, carina ad proram spectans minùs movetur quàm quæ ad puppim; sed propter notabilem proræ projecturam si pars navis suprema inspiciatur, malus ille est circa mediam totius navis

vis

vis longitudinem, ibíque fit converſio. Cæterùm quicumque navis formam, tormentorumque bellicorum diſpoſitionem ac numerum obſervet, utique centrum gravitatis inter puppim & malum præcipuum interjectum eſſe affirmabit; præſertim cum id neceſſe ſit, ne ventorum vi prora nimis deprimatur; id quod multo manifeſtiùs innoteſcit in minoribus navigiis, ſi fortè velo uti contingat, malus enim maximè ad proram accedit.

Sit igitur carina A B, maxima navis latitudo H I, malus primarius in G, centrum gravitatis navigij ex. gr. in K. Duo ſunt principia moventia; unum eſt ventus in G, alterum eſt aqua refluens in A D: duo pariter ſunt hypomochlia, ſeu impedimenta; vento reſiſtit gubernaculum A D, propterea navim motione tranſversâ promovens transfert centrum gravitatis K verſus H: aquæ refluenti reſiſtit vis venti in G, ita ut non valeat navim retrorſum agere, propterea puppim ex A transfert in E, & centro gravitatis K impetum imprimit dirigentem versùs I, cui tamen prævalente impetu venti dirigente versùs H, obliquus navis motus efficitur. Quare duplex eſt vectis ſecundi generis; aqua in A D ad reſiſtentiam centri gravitatis K habet momentum ut A G, ſeu D G, ad K G: Ventus in G ad ejuſdem centri gravitatis K reſiſtentiam habet momentum ut G A ad K A. Ex quo conſtat majorem quidem eſſe Rationem A G ad K G minorem, quàm ad K A majorem; ſed multo validiorem potentiam eſſe ventum, quàm aquam refluentem, niſi fortè addatur naturalis fluxus aquæ, qui aliquando prævalere dignoſcitur ex occultis Maris Currentibus, quæ navim aliquando retrorſum agunt contrà vim venti. Sed quoniam tam varia & multiplex eſt navigiorum forma, nec in iis conſtruendis omnes artifices eandem ſervant partium membrorúmque Rationem, nulla aſſignari poteſt certa Ratio, quæ intercedat inter diſtantiam centri gravitatis ab extremitate puppis, atque diſtantiam puncti, circa quod fit converſio, ab eadem extremitate.

Hìc autem (ne quis facilè ſimiliter labatur) fateor me ali-

quando veri quadam ſpecie deceptum exiſtimaſſe intervallum inter extremam proram & punctum converſionis ad quartam totius longitudinis partem proximè ſtatuendum eſſe ; ducebar ſcilicet quadam analogiâ deſumpta ex cylindro ligneo innatante, cujus quieſcentis extremitatem ſi tanto impetu percuſſeris, quo certum ſpatium percurrat, videbar mihi ritè inferre punctum, circa quod convertitur, diſtare ab extremitate percuſsâ ad totius longitudinis dodrantem : ſatis enim ipſo uſu innoteſcebat, nec punctum medium, ſcilicet centrum gravitatis, nec oppoſitam extremitatem eſſe centrum converſionis. Videbatur autem naturæ ſua jura tueri conanti valde conſentaneum, ſi corpus amans quietis externo impulſui ita obſecundet, ut quam minimo totius corporis motu impreſſus impetus partem percuſſam pro ſuæ intenſionis modo transferat.

Sit enim Cylindrus A B, cujus medium atque centrum gravitatis C : A E verò ſit totius longitudinis dodrans : percutiatur extremitas A tanto impetu, quanto illa ferri poſſet per ſpatium A D, ſi moveretur circa centrum C. Ducatur igitur per C recta D O æqualis toti cylindro ; qui ſi moveretur circa punctum C, utique ſuo motu deſcriberet duos Sectores, A C D, & B C O. Item per E ducatur ipſi D O parallela F I ita, ut ipſi E A æqualis ſit E F, & ipſi E B æqualis ſit E I. Cylindrus igitur A B converſione factâ circa punctum E deſcriberet Sectores A E F & B E I duobus prioribus ſimiles. Sunt autem Sectores ſimiles, ut quadrata Radiorum ; quemadmodum facilè colligitur ex 2 lib. 12 : atque ideò, cum Radius A C ad Radium A E ſit ut 2 ad 3, Sector A C D ad Sectorem A E F eſt ut 4 ad 9 : & quia Radius B C ad Radium B E eſt ut 2 ad 1, Sector B C O ad Sectorem B E I eſt ut 4 ad 1. Motus igitur cylindri circa centrum C ad motum circa centrum E eſt ut 8 ad 10, ſi Sectores ſimiles deſcribantur. Atqui impetus impreſſus ſolùm poteſt extremitatem A transferre per ſpatium æquale ipſi

ipſi A D (eſt autem arcus A D ad arcum A F ſimilem, ut Radius A C ad Radium A E, hoc eſt ut 2 ad 3) igitur eandem transfert ſolùm per A G beſſem arcûs A F, ac proinde motus eſt per Sectores A E G & B E H, qui ex ult. lib. 6. ſunt bes duorum Sectorum A E F & B E I, quorum ſumma eſt 10; ipſius autem 10 bes eſt $6\frac{2}{3}$. Motus igitur circa centrum E minor eſt motu circa centrum C, & impetus impreſſus æqualiter transfert extremitatem A.

Fateor potuiſſe ſtatui A E mediam proportionalem inter totam longitudinem A B & ejus ſemiſſem A C, & motus fuiſſet paulo minor. Ponatur enim tota A B 200, A C 100, eſt A E 141 $\frac{2}{5}$ proximè: igitur ut quadratum A C ad quadratum A E mediæ proportionalis, hoc eſt ut 10000 ad 19994, ita Sector A C D ad ſectorem A E F ſimilem; & ut ipſius C B 100 quadratum 10000, ad ipſius E B 59 proximè quadratum 3481, ita Sector B C O ad Sectorem ſimilem B E I. Quare ſumma Sectorum A C D, B C O eſt 20000, Sectorum verò A E F, B E I eſt 23475. Sed quia ut A C ad A E, ita arcus A D ad arcum A F, quarum partium A D eſt 100, A F eſt 141 proximè: & aſſumpto arcu A G 100, ſumma Sectorum A E G & B E H, ad ſummam Sectorum A E F & B E I erit ut 100 ad 141, hoc eſt, ut 16649 ad 23475: minor igitur eſt quàm ſumma Sectorum A C D & B C O, quæ eſt 20000. At ſi A E ſit 150, & E B 50, ſumma Sectorum A E F, B E I ut 25000, bes autem 16666 $\frac{2}{3}$, qui excedit numerum ſuperiùs inventum 16649 adeò modico intervallo, ut contemnendum ſit; cùm maximè impetus per arcum A F aliquantulo majorem motum efficiat quàm per circumferentiam circuli minoris, ac propterea cenſendus ſit arcus A G aliquantulum major quàm arcus A D; idcircò vero propior eſt A E dodrans totius longitudinis A B, quàm A E media proportionalis inter A C & A B.

Verùm quæ de cylindro in aquâ quieſcente dicuntur ſatis probabiliter, non omninò congruere poſſunt motui navis, quæ præter motum aquæ percutientis gubernaculum promovetur à vento aut à remigibus, & præterea non habet æquabili ductu conſtitutam figuram, quemadmodum cylindrus: propterea huic analogiæ non acquieſcendum duxi. Sed & illud adden-

dum, quod neque de cylindro ſatis certus eſſe poſſum ; nam ſi alia fiat hypotheſis, & ad totius longitudinis beſſem ſtatuatur punctum converſionis ita ut ſemiſſis A C ſit 3, A E verò ſit 4, & E B ſit 2 ; Sector A C D ad Sectorem A E F eſt ut 9 ad 16, & Sector B C O ad Sectorem B E I eſt ut 9 ad 4 ; igitur ſumma priorum ad ſummam poſteriorum eſt ut 18 ad 20. Atqui Sector A E G ad Sectorem A E F eſt ut 3 ad 4 (id quod de ſimili Sectore B E H ad Sectorem B E I intelligendum eſt) igitur, cum A E F ſit 16, A E G eſt 12, & cum B E I ſit 4, B E H eſt 3, ac propterea ſumma Sectorum A E G & B E H eſt ut 15 ad ſummam Sectorum A C D & B C O ut 18. In prima autem hypotheſi quando erat A C ut 2 & A E ut 3, erat motuum Ratio ut 8 ad $6\frac{2}{3}$, quæ eſt planè eadem cum Ratione 18 ad 15. Cum itaque eadem motuum Ratio ſequatur, ſive A E ſit bes, ſive dodrans totius longitudinis A B, cur dodrantem potiùs quàm beſſem pronunciemus, niſi aliunde doceamur?

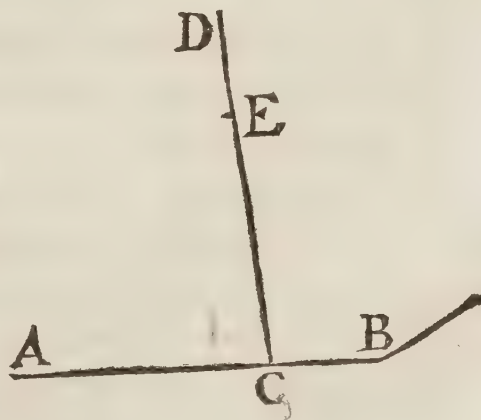
CAPUT XVI.

An malus in motu navis habeat Rationem vectis.

NAvim impelli ventorum vi certum eſt, qui velum implent ex antennâ ſuſpenſum atque expaſſum, funibúſque, quos Propedes vocant, poſteriori navis parti alligatum. Quoniam verò, ut quotidiano uſu didicimus, quò altiùs evecta fuerit antenna, eò validiùs, cæteris paribus, navis à vento impellitur, quæritur ab Ariſtotele quæſt.6. *Cur quando antenna ſublimior fuerit, iiſdem velis, & eodem vento, celeriùs feruntur navigia?* Cauſam ille ex vectis rationibus petendam opinatur, quaſi malus ſit vectis habens hypomochlium in ea carinæ parte, cui infigitur ; potentia movens ſit ventus velum implens ſupremæ mali parti applicatus, ubi antenna cum malo connectitur ; pondus verò ſit navigium : quò igitur potentia magis ab hypomochlio abeſt, plus habere momenti manifeſtum eſt. Verùm non ego hìc inani labore ſuſcepto, ut Philoſophi dicto aliquam veri ſimilitu

ſimilitudinem adjiciam, tempus conteram: Cui otium eſt, Authores legat.

Si quæſtio eſſet, Cur longiores mali ſint magis obnoxij periculo fractionis, facilè invenirem rationem vectis, quia ponderis vicem ſubeunt particulæ ipſæ, quarum nexus per vim ſolvendus eſt in fractione; quò autem longior eſt malus, ad motum partium, quæ dividuntur, majorem Rationem habet motus venti applicati longiori malo, quàm motus ejuſdem breviori malo applicati. Sed hîc, ubi de navis motu quæſtio eſt, ſive altè aſſurgat malus, ſive brevis ſit, ſemper eadem eſt Ratio motûs venti velo excepti, atque navis. Quomodo enim pterna, ideſt ima mali calx, eſſe poteſt extremus vectis in carinâ, cui inſeritur, velut in hypomochlio quieſcens, navis verò tota ſimul mota æquali motu, rationem habet ponderis à vecte impulſi? nonne hypomochlium, pondus, & potentia æquali planè motu moventur? neque enim velociùs movetur ventus velo exceptus, quàm ipſum velum, nec velum velociùs quàm navis; & cum ipſa navi planè æqualiter movetur carinæ punctum, cui malus infigitur. Quis autem motus per Vectem, qua Vectis eſt Facultas mechanica, hujuſmodi æqualitatem admittit? Non igitur malus in motu, quo navis progreditur, Rationem vectis habere dicendus eſt.

Sit malus C D cujus pterna C inſeratur carinæ A B, carcheſio autem D applicetur antenna cum velo pendente, cujus imæ extremitates navis lateribus opportunè ad ventum excipiendum jungantur. Certum eſt malum C D moveri ſemper ſibi parallelum (niſi fortè aliquanto plus extremitas D moveatur, ſicut in homine plus caput movetur quàm pedes ſupra ſphæricam terræ vel aquæ ſuperficiem, ſed hoc nihil refert) neque poſſe obtinere rationem vectis niſi comparatè ad eum motum, quo circa C tanquam circa centrum fieret converſio; quemadmodum ſi deprimenda eſſet prora & elevanda puppis, ut carina A B non eſſet horizonti parallela, ſed

ſed B deprimeretur infra planum horizontale, & A ſupra illud elevaretur. Verùm (præterquam quod non hic eſt navis motus, de quo diſputatur) obſervandum eſt in navigiis minoribus, quibus movendis unicus malus adhibetur, hunc ſtatui non in medio navigio, ſed magis accedere ad proram, in majoribus autem navibus, quæ plures malos habent, maximum quidem malum, cujus validiſſimæ ſunt vires, aliquanto quidem magis ad puppim quàm ad proram accedere (ſi longitudo in ſuperiori parte attendatur) ut in Oceano videre eſt Anglicas, Gallicas, Hollandicas naves, comparatè tamen ad carinam, majorem carinæ partem puppim, minorem proram reſpicere. Id autem eo conſilio factum eſt, ne malus centro gravitatis navis reſpondeat, neque exercere poſſit munus vectis deprimendo proram, puppímque elevando. Quando enim magis ad proram accedit malus, major pars navigij inter malum & puppim interjecta renititur ſua gravitate, ne elevetur, quando verò à medio puppim versùs recedit, major pars navis, quæ deprimenda eſſet, majorem aquæ reſiſtentiam invenit; ac proinde ſervatâ carinæ poſitione horizontali faciliùs navis movetur. Hinc tardiorem fieri navigij curſum contingit, vel quia perperam collocatus eſt malus, vel quia pondera in navi non ſunt ritè diſtributa, adeò ut à malo vix abſit centrum gravitatis navigij onuſti; tunc enim depreſsâ prorâ & carinâ ad horizontem inclinatâ major vis obviæ aquæ reſiſtit. Quare tantum abeſt malus à ratione vectis, vi cujus progrediatur navigium, ut potius caveatur, ne vectis munus ille exerceat, motum aliquem efficiendo, qui celeritati non parum officeret.

In motu autem majoris navigij pluribus malis inſtructi non ſolus malus, qui præcipuus eſt & maximus, attenditur, ſed etiam reliqui: potior tamen ad provehendam navim eſt malus, qui à medio ad proram accedit, quippe qui navim trahit; nam qui à centro gravitatis puppim versùs recedit, navim impellit potiùs, quàm trahat: quamquam ille, qui ad puppim proximè ſpectat, & velum habet triangulare, maximè juvat, ut gubernatoris propoſito, qui clavum regit, obſecundet ad navis curſum in alterutram partem dirigendum. Verum quicumque malus conſideretur, in nullo rationem vectis reperies, ſive ad impellendam, ſive ad trahendam navim.

At,

At, inquis, ſi adverſo flumine deducendum ſit navigium ſive à nautica turbâ ſive ab equis trahentibus, cur funis malo, non autem proræ, alligatur, ſi nihil confert facilitatis applicatio potentiæ trahentis medio fune ad majorem altitudinem à carinâ? Ego verò ex te, quiſquis hæc objicis, quæro, cur iidem nautæ ſi remulco navim trahere aggrediantur, funem navi non tam altè alligant; ſi ex vectis rationibus illa altitudo aliquod affert compendium laboris in trahendo. Sed ſatis utrique quæſtioni factum videbis, ſi obſerves non planè æqualem eſſe in univerſo alveo aquæ altitudinem, ac proinde neque poſſe navim æquè ſemper abeſſe à fluminis ripâ, in qua trahentes progrediuntur; idcircò longiore fune opus eſt, qui ſuo pondere ſponte curvatus aquam ſecaret, & trahentium laborem augeret, aut in occultum aliquem ſub aquis latentem obicem incurreret non ſine gravi incommodo, ſi funis extremitas depreſſiori loco navigij alligaretur; propterea malo altiùs adnectitur, eo quoque conſilio, ut ſi quæ virgulta aut arbuſculæ ſecundùm fluminis ripam occurrant, minori impedimento ſint funi obliquè inclinato, quàm ſi horizonti eſſet ferè parallelus. Qui verò navim remulco trahunt, non adeò longè ab illa abeſſe coguntur, nec hujuſmodi impedimentis obnoxij ſunt; ideò breviore fune utuntur, quem proræ alligant. Cæterùm nullæ vectis vires exercentur; non enim prora infra aquam deprimi, & puppis elevari poteſt: id quod ſi contingeret, prora magis demerſa plus inveniret reſiſtentiæ ab aquâ dividendâ.

Quid igitur, ais, cauſæ eſt, quòd antennâ uſque ad carcheſium D elevatâ, magis promovetur navis, quàm ſi tantummodo uſque ad E attolleretur? quandoquidem nulla vectis ratio hîc habetur. Eos, qui cum Ariſtotele ſentiunt, æquivocatione laborare facilè oſtenditur: quid enim refert, utrùm antenna magis an minùs elevetur, ſi potentia, videlicet ventus velum implens, illi mali parti applicata intelligeretur, cui antenna adnectitur? hæc autem funibus, quos *μεσοζείας* vocant, ſurſum trahitur, ſemperque, ſive altior, ſive depreſſior ſit, adnectitur carcheſio in D: quemadmodum nauta fune in D alligato navim trahens, ſemper in D applicatus intelligitur, quamvis humiliore in loco, quàm D, conſtituatur. Verùm non ibi vis venti præcisè intelligenda eſt, ubi antenna eſt, ſed toti malo

aut ejus parti applicatur, quæ reſpondet velo non ſolùm antennæ cornibus, ſed etiam navis lateribus alligato: velum autem in humiliore loco minus recipit venti, quia alta majorum navium puppis (niſi ventus ex latere ſpiret) vento oppoſita illum ſubtrahit velo, & præterea ventus, qui in navis puppim & latera illiditur, reflectitur, & proximas venti partes turbat, atque aliorſum dirigit, vel ſaltem illarum impetum imminuit; ex quo oritur minori vi impelli velum. At partes venti ſublimiores ab his inferioribus reflexis, vel nihil, vel mitiùs turbantur, atque adeò plures ad implendum velum majore vi accurrunt.

Adde (his etiam mente ſecluſis) ventum in ſublimiore loco multo validiorem eſſe, quàm in inferiore, ac propterea quò altius attollitur velum, non ſolùm majorem, ſed etiam validiorem ventum excipit, quo fit, ut incitatior ſit navigij motus. Neque de hoc venti diſcrimine dubitare poterit cui contingat iter habere in ampla planitie arboribus & ædificiis vacuâ vento flante; ſi enim ex equo deſiliat, & humi ſedeat, manifeſtè percipiet, quanto minore vi impetatur à vento. Id quod pariter ex ipsâ veli figurâ arguitur; ſive enim velum triangulare fuerit, & obliquâ antennâ erigatur ita ut quaſi aurem leporis imitetur, altiori vento, utpote vehementiori, pars veli ſtrictior objicitur; ſive pluribus quadrangularibus velis inſtruatur navigium ita, ut alia ſuperiora, ſcilicet dolones, alia inferiora ſint, videlicet Acatia; quæ ſupra Corbem ſtatuuntur, non ſolum minora ſunt inferiore velo, ſed etiam eorum ſuprema pars longè ſtrictior eſt baſi, ut nimirum minus recipiat venti validioris: propterea ingruente tempeſtate primùm ſuperiora vela deprimuntur, ut majori ventorum vi ſubducantur; eriguntur autem celeritatis cauſa, ut ſi quando effusè fugere opus ſit.

Ecce igitur citra omnem vectis rationem, *Cur quando antenna ſublimior fuerit, iiſdem velis, & vento eodem, celeriùs feruntur navigia:* quia ſcilicet velum altiùs ſublatum & plus venti, & validiorem ventum recipit. Quod ſi ad vectis rationes confugiendum eſſet, non quæreretur, cur celeriùs ferantur navigia, ſed, cur faciliùs? Nam vectis longitudo (niſi fortè in vecte tertij generis, cujus nullum veſtigium deprehenditur in malo navis) non celeritatem motûs ponderi conciliat, ſed facilitatem, ita

ita ut poſito longiore vecte potentia ſervans eandem ſui motûs velocitatem faciliùs quidem moveat propoſitum pondus, ſed tardiùs quàm breviore vecte, poſitâ eâdem ponderis ab hypomochlio diſtantiâ : Ac propterea, ſi in hoc navis motu, de quo quæſtio eſt, intercederet ratio vectis, idem ventus eadem vela altiùs ſublata implens eâdem quidem velocitate moveretur, ſed tardiùs navim moveret, quamquam faciliùs, hoc eſt magis onuſtam. Id autem à vero longiſſimè abeſſe teſtatur experientia ; quæ idcirco confirmat navigij malo nihil eſſe cum vecte commercij ad navim promovendam.

CAPUT XVII.

An ex vectis rationibus pendeat uſus anchoræ.

QUandoquidem nauticas aliquot quæſtiones cum Ariſtotele ſuperioribus capitibus examinare placuit, liceat & hanc addere, quæ ad uſum anchoræ ſpectat in firmanda navi, ne à fluctibus, aut à vento abripiatur : tranquillo enim mari, aut in lacu quieſcente, ſua ſponte ſubſiſtit navis, nec anchoræ ope indiget, ut ſua in ſtatione permaneat. Et quidem ipſa navis gravitas cum ſuis inſtrumentis, & onus quod illa ferre poteſt (cujus gravitas æquat navigij gravitatem) ſatis per ſe reſiſtunt, nec facilè cuilibet auræ aut fluctui cedunt. Quare major eſſe debet vis venti, aut fluctuum, aut profluentis, quàm ut illi obſiſtere valeat univerſum navigij pondus, ad hoc ut ſit opus anchorâ, qua navigium firmetur.

In anchorâ autem ſpectanda eſt & gravitas, & figura ; utraque enim juvat : aliquando ſi quidem ſolum anchoræ pondus ſufficit, ne placidiores fluctus, aut fluminis impetus, aut lenis flatus navim ſecum rapiant. Sic legiſſe me memini navim à naufragio anchoris omnibus deſtitutam in ſtatione totam noctem quieviſſe ſecuram firmatam ſacculo, quo mille trecenti Hiſpani Crucigeri (octo Reales ſingulis Crucigeris tribuuntur) continebantur, rudentis autem munus ſupplebat evolutus

telæ ſcapus : qui enim fluctus navim aliò propellere potuiſſent, non ſatis habebant virium, ut etiam illud argenti pondus maris fundo incumbens & navi connexum pariter trahere poſſent. Simili igitur ratione anchora, licet duriori ſolo dentem inſigere non valeat, aliquando ſuo pondere navim firmabit. Reſpondet autem anchoræ gravitas oneri, quod ferre poteſt navis, ea Ratione, ut pro oneris libris 40000 (hoc eſt 20 Amphoris aut doliis, ſingulorum quippe doliorum gravitas ſtatuitur librarum bis mille, & ſingulis libris unciæ ſexdecim tribuuntur) ferri libras centum & decem habeat primaria & maxima anchora, ſecunda habeat primæ dodrantem, tertia beſſem, quarta ſemiſſem. Rudentis vero, cui anchora adnectitur, pondus ferè ponitur duplum ſeſquiquartum gravitatis ſuæ anchoræ. Quamquam non omnino ſervetur hæc Ratio ponderis anchoræ in ingentibus navigiis, quæ nimirum ſuâ gravitate maximè reſiſtunt fluctuum impulſioni, ac proinde minore anchorâ opus habent.

Primariæ anchoræ potiſſimus uſus communiter eſt, cùm validior tempeſtas navim aggreditur; ſecundæ, ut navis in ſtatione quieſcat; tertiam adhibent nautæ, ut duabus anchoris ad diverſas plagas conſtitutis (puta, alterâ ad Subſolanum, alterâ ad Boream aut ad Borrhapeliotem) vento & fluctibus navis reſiſtat validiùs, nec abrepta à fluctibus anchoram pariter ſecum rapiat, ſed tantum alternis motibus quaſi circa centrum agitetur: Quartam demum lintre transferunt procul à navi juxta longitudinem funis adnexi ducentorum circiter cubitorum, quem machinâ ad id deſtinatâ colligentes accedunt ad anchoram, & ſtationem commutant, aut portum intrant, ſeu ab illo exeunt, ubi ceſſat ventus, aut adverſus ſpirat.

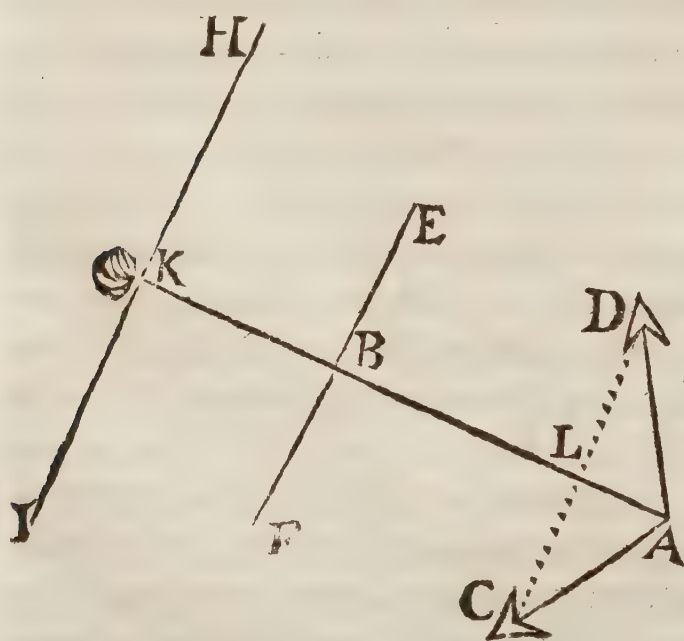
Ad firmandam verò navim plurimum habet momenti longitudo ipſa rudentis; ſatis enim manifeſtum eſt, quantâ vi opus ſit, ut longior funis intendatur, qui ceſſante externâ vi illico ſinuatur; ac propterea vehementi conatu ventorum ac fluctuum navis impellenda eſt, ut rudens intentus anchoram trahat. Varia eſt autem Rudentis longitudo pro anchorarum Ratione; longitudo ſi quidem rudentis anchoræ primariæ cubitos habet centum viginti, ſecundæ cubitos centum, tertiæ cubitos octoginta: quò enim adversùs validiorem impetum repugnandum eſt,

eſt, eò longior adhibetur rudens, ut difficiliùs intendatur, ac idcirco fractionis periculo minùs obnoxius ſit, & venti fluctuumve impetus in rudente intendendo eliſus minus virium habeat ad rapiendam ſimul cum navi anchoram. Hinc ingentes bellicæ naves in Oceano ferè ſemper primariam anchoram demittunt, & tres aut quatuor rudentes capitibus invicem firmiter colligatis in unam longitudinem productos adjiciunt; vix enim tanta eſſe poteſt fluctuum aut venti vis, quæ valeat tam longum rudentem intendere atque dirumpere, niſi fortè ad navis latus aut ad ſcopulum colliſus atteratur. Id quod aliis quoque nautis placet tùm propter eandem cauſam, tùm ut longiùs à littore conſiſtere poſſit navis, & anchora arenæ infigi, etiamſi altior ſit aqua. Mihi ſanè contingit nautarum incuriam experiri in Albi fluvio; cùm enim anchoram breviore rudente demiſiſſent, nocturno maris æſtu intumeſcentibus undis ita elevatum eſt navigium, ut ex prorâ penderet ſuſpenſa anchora, nóſque dormientes æſtus abriperet; quos demum excitavit fragor ex colliſione cum altero navigio, in quod tanto impetu impacti fuimus, ut abrupto fune ſcapham amiſerimus.

Sed quod ad anchoræ formam attinet, non eadem omnibus eſt figura; navigia enim, quorum in majoribus fluminibus uſus eſt, ut noctu in medio alveo ſubſiſtant, anchoram habent quatuor aduncis brachiis inſtructam; cujuſmodi pariter ſunt triremium anchoræ. At in Oceano navium anchoræ non niſi duo habent brachia ad angulum acutum inflexa cum ſcapo; ne verò demiſſa anchora prorſus jaceat in maris fundo, ſcapo prope annulum adnectitur ligneum tranſverſarium (cujus gravitas eſt ferè ſubquintupla gravitatis anchoræ, ſi tamen etiam ferreos clavos, quibus firmatur, in computationem admittas) ejuſdem cum Scapo longitudinis, adeò ut jacente utroque brachio Scapus tranſverſario ſecundum extremitatem innixus obliquè inclinetur. Ex quo etiam fit, ut extremæ brachiorum palmulæ obliquè occurrentes maris fundo faciliùs in ſubjectum ſolum penetrent. Quando igitur vehementior eſt fluctuum impetus, aut venti impulſus validior, quàm ut illi reſiſtere poſſit ipſa anchoræ gravitas, intento rudente tantiſper abripit cum navi anchoram, quæ maris fundum ſulcans, ubi brachiorum palmulæ arenis aliquantulum immerſæ inæqualem invenerint ſubjecti

ſoli reſiſtentiam (quocumque tandem ex capite oriatur hæc reſiſtentiæ inæqualitas) poſitionem mutat, nec ampliùs jacet utrumque brachium, ſed illud, cui minùs obſiſtitur, elevatur, adnitente etiam ligneo tranſverſario, cui naturalis eſt in aquâ poſitio horizonti parallela, quam acquirens ita anchoram convertit, ut Dens maris fundo inhærens magis in illud infigatur tùm urgente deorſum ipſius anchoræ gravitate, tùm trahente ipſa navi, quam fluctus aut ventus impellit; cùm etenim brachium cum ſcapo acutum angulum conſtituat, non ad perpendiculum, ſed obliquè fundum ingreditur, & idcirco in illud profundiùs penetrat.

Cum itaque anchoræ ſcapo alij duplicem, alij triplicem tribuant alterius brachij longitudinem, hæc utique major eſt, quàm diſtantia inter extremos anchoræ dentes, non enim brachia cum ſcapo rectum ſed acutum angulum, ut dictum eſt, conſtituunt. Ad hanc igitur extremorum dentium diſtantiam major tranſverſarij longitudo majorem habet Rationem, quàm minor; eſt autem longitudini ſcapi par tranſverſarij longitudo; quare longioris anchoræ tranſverſarium longius eſt, ejúſque converſio, ut ſe horizonti parallelum ſtatuat, magis juvat anchoræ converſionem, ut dens inferior profundiùs in arenam infigatur.

Sit primùm anchoræ ſcapus A B duplex longitudinis brachij A C, & prope annulum in B æquale tranſverſarium E F adjiciatur ad angulos rectos, ea tamen conditione, ut jacentibus brachiis A C & A D in plano horizontali, tranſverſarium ſit in plano verticali, ejúſque altera extremitas, ex. gr. F. maris fundum contingat, altera E ſublimis ſit, ac proinde ſcapus A B inclinetur ad horizontem grad. 30. Vento, aut fluctu, navim impellente intenditur rudens,

rudens, & ſcapi extremitas B annulo proxima elevatur, nec ampliùs tranſverſarium in F incumbit arenæ; propterea brachiorum palmulæ C & D in triangulum conformatæ, dum ſimul cum navi trahuntur, ſe ſe profundiùs in arenam inſinuant: ſed ſi inæqualem offendant reſiſtentiam, aut altera, ex. gr. C, profundiùs infigatur præ reliquâ (ſive ex ſubjecti ſoli diverſitate, ſive quia navis in tranſverſum acta trahit anchoræ caput B in latus, & brachij alterius extremitas deſcribens circa A in ſolo arcum versùs navim profundiùs infigitur, atque adeò reliqua extremitas oppoſiti brachij in contrarium mota circa A, vix terram mordet) vis in B trahens, neque valens pariter utrumque brachium trahere, cogitur circa C, tanquam circa centrum, ſeu potiùs tanquam circa polum, moveri. Et quia punctum B ſublimius eſt puncto C, neceſſe eſt ita hujuſmodi converſionem fieri, ut oppoſita extremitas D elevetur, atque ex fundo extrahatur. Cúmque jam tranſverſarium non æqualiter hinc & hinc retineatur per vim in plano verticali, ſed ejus ſuperior pars B E versùs C inclinetur, conatur poſitionem horizontalem acquirere, ejúſque inferior pars B F ad latus declinans aſcendit, juvátque ipſius brachij A D aſcenſum; ex quo fit demum centrum gravitatis totius anchoræ imminere palmulæ C, quæ propterea etiam urgente gravitate profundiùs infigitur.

In hac lignei tranſverſarij converſione obſervandum eſt partem alteram ſublimiorem B E per vim in aquâ deprimi, partem autem inferiorem B F in aquâ ſponte aſcendere, ac proinde, propter intermediam gravitatem in B, illam reſiſtere huic ſurſum conanti, atque ideò illam habere rationem hypomochlij, hanc potentiæ, pondus verò eſſe in B, quod & convertitur: non quidem quia totum pondus ſit in B, ſed quia totius anchoræ centrum gravitatis eſt in ſcapo A B, adeóque intelligitur applicatum puncto B, quamvis ipſius centri gravitatis converſio fiat circa extremitatem C manentem.

At verò ſi ſcapus A K fuerit triplex brachij A C, etiam tranſverſarium H I ſcapo æquale eſt ejuſdem brachij triplex: hinc fit ipſius longioris tranſverſarij H I vim, qua ſe horizontale ſtatuat in aquâ, majorem eſſe, quàm brevioris E F; lignum enim longiùs difficiliùs in aquâ erectum retinetur. Quamvis autem

autem eadem ſit Ratio FE ad BE, quæ eſt IH ad KH, tamen major eſt Ratio motûs ipſius K ad motum centri gravitatis circa extremitatem C manentem, quàm ſit Ratio motûs ipſius B ad motum centri gravitatis circa idem punctum C: in illa enim converſione centrum gravitatis exiſtens in aliquo puncto longitudinis A K elevari vix poteſt ad majorem altitudinem, quàm ſit C L; quia in longiore anchorâ A K centrum gravitatis magis recedens ab extremitate A, quàm in anchorâ breviore A B, magis imminet palmulæ C, eámque profundiùs in arenam infigit; ideóque ſi fortè ſit inter L & K, atque ex inclinatione ſcapi ad horizontem paulò altius exiſteret quàm C L, ſi C maneret in ſuperficie fundi maris, ipſa depreſſio puncti C infra illam ſuperficiem demit aliquid ex altitudine.

Nam quod ſpectat ad centrum gravitatis anchoræ longioris, certum eſt illud non removeri ab extremitate Scapi A ſecundùm eandem Rationem, ſecundùm quam ejus longitudo producitur: ſi enim ſcapus eſſet longitudo pari & æquabili craſſitie ducta, utique ſicut A K eſt ipſius A B ſeſquialtera, etiam centri gravitatis diſtantia ab A in ſcapo longiore eſſet ſeſquialtera diſtantiæ centri gravitatis ab A in Scapo breviore. Quoniam verò & pars B K aliquanto decremento deficit à craſſitie reliquæ partis B A, & pro centro gravitatis totius anchoræ attendenda eſt non ſolius ſcapi gravitas, ſed & brachiorum, manifeſtum eſt centrum gravitatis anchoræ longioris removeri ab A minùs, quàm in Ratione ſeſquialtera. Atqui circa punctum A (quando jacent brachia, & elevari incipit extremitas altera ſcapi) moventur B & K pro Ratione diſtantiarum, hoc eſt in Ratione ſeſquialtera; igitur motus ipſius K ad motum ſui centri gravitatis eſt in majore Ratione, quàm motus puncti B ad motum ſui centri gravitatis.

Hinc eſt intento rudente faciliùs pro rata portione elevari extremitatem K longioris ſcapi, quam B brevioris, & centrum gravitatis inter A & K, hoc eſt inter hypomochlium & potentiam, habere rationem ponderis, quod elevatur vecte ſecundi generis A K. Quia autem facta elevatione puncti K jacentibus adhuc brachiis, poſtea fieri debet converſio circa palmulam C manentem, tunc punctum C habet rationem hypomochlij, & pondus intelligitur eſſe centrum gravitatis interjectum inter K

&

& C, ſi minus ſit intervallum inter K & centrum gravitatis, quàm inter K & hypomochlium C, cujuſmodi eſſet, ſi centrum gravitatis eſſet citra L versùs K, & eſſet vectis curvus ſecundi generis. Quòd ſi magis diſtat centrum gravitatis à puncto K, quàm ab eodem puncto K diſtet punctum C, vectis eſt curvus primi generis. Quid autem, inquis, ſi pari intervallo diſtet punctum K à puncto C, atque à centro gravitatis? cujuſmodi generis vectis erit? primi-ne? an ſecundi?

Reſpondeo in vecte hoc curvo, cujus altera extremitas manet, & pondus non ad perpendiculum, neque motu recto in plano verticali, ſed converſione elevatur, attendenda eſſe plana, in quibus tùm potentia, tùm pondus propriam converſionem perficiunt; his autem planis parallelum concipe aliud planum, quod per extremitatem C manentem tranſeat, quod planum ſi interjectum fuerit inter illa plana converſionum, vectis erit primi generis, quia hypomochlium eſt inter potentiam & pondus; ſin autem hoc extremum fuerit, & medium locum obtineat planum, in quo convertitur centrum gravitatis, vectis erit ſecundi generis.

Facta demùm converſione ita, ut tranſverſarium ligneum poſitionem habeat horizontalem, & utrumque brachium in eodem ſit plano verticali; quia faciliùs elevatur K quàm B, & tranſverſarium H I longius majorem habet vim ſuſtinendi, quàm tranſverſarium E F brevius, hinc eſt brachium A C magis inclinari ad ſubjectum maris planum horizontale, ac propterea etiam validiùs in arenam infigi, quando à navi trahitur anchora.

CAPUT XVIII.

Plures Vectis uſus exponuntur.

QUod ſuperiore libro præſtitimus libræ atque ſtateræ uſum extendentes, & hîc præſtare operæ pretium fuerit, tum ut vectis natura ex uberiori utilitate innoteſcat, tum ut fax ali-

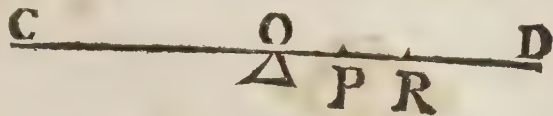
qua tyronibus præferatur viam commonſtrando, qua ſimiles uſus poſſint pro opportunitate excogitare.

PROPOSITIO I.

Duplex Vectis genus in uno vecte conjungere.

SÆpiſſime contingit unico quidem vecte nos uti, re tamen vera duplicem eſſe vectem; quemadmodum cùm ingentis alicujus ſaxi extremitati vectem ſubjicimus, quo extremitatem illam attollimus. Sit enim ſaxum, cujus centrum gravitatis S, & ſubjecto vecte A B habente hypomochlium in C attollatur extremitas F, manente extremitate E: utique vectis primi generis eſt A B; ſed ſi rem attentiùs perpendamus, etiã longitudo F E, aut potiùs B E vectis eſt ſecundi generis habens impoſitum pondus S, & fulcrum in E; atque quò magis ſupra horizontem elevatur, linea Directionis S D magis accedit versùs E, ex quo oritur movendi facilitas; quam juvat Potentiæ A depreſſio, ex qua fit ut B magis accedens ad F, magis etiam recedat ab hypomochlio E. Manifeſtum eſt autem pondere accedente ad hypomochlium, & potentiâ ab eodem recedente, majorem fieri Rationem motûs Potentiæ ad motum Ponderis, atque adeò augeri movendi facilitatem. Quare momenta potentiæ in A ſuſtinentis ſaxum ea ſunt, quæ componuntur ex Ratione A C ad C B, & Ratione B E ad E I. Sed de hoc nullus mihi hìc ſermo; quia vel duo vectes ſunt, ut explicatum eſt, alter quidem ab ipſo pondere non ſejunctus F E, alter verò ab eo diſtinctus A B; vel ſi unicus intelligatur vectis, qui ponderi applicatur, hic ſanè ad unum pertinet genus non ad duo, ut hæc propoſitio exigit.

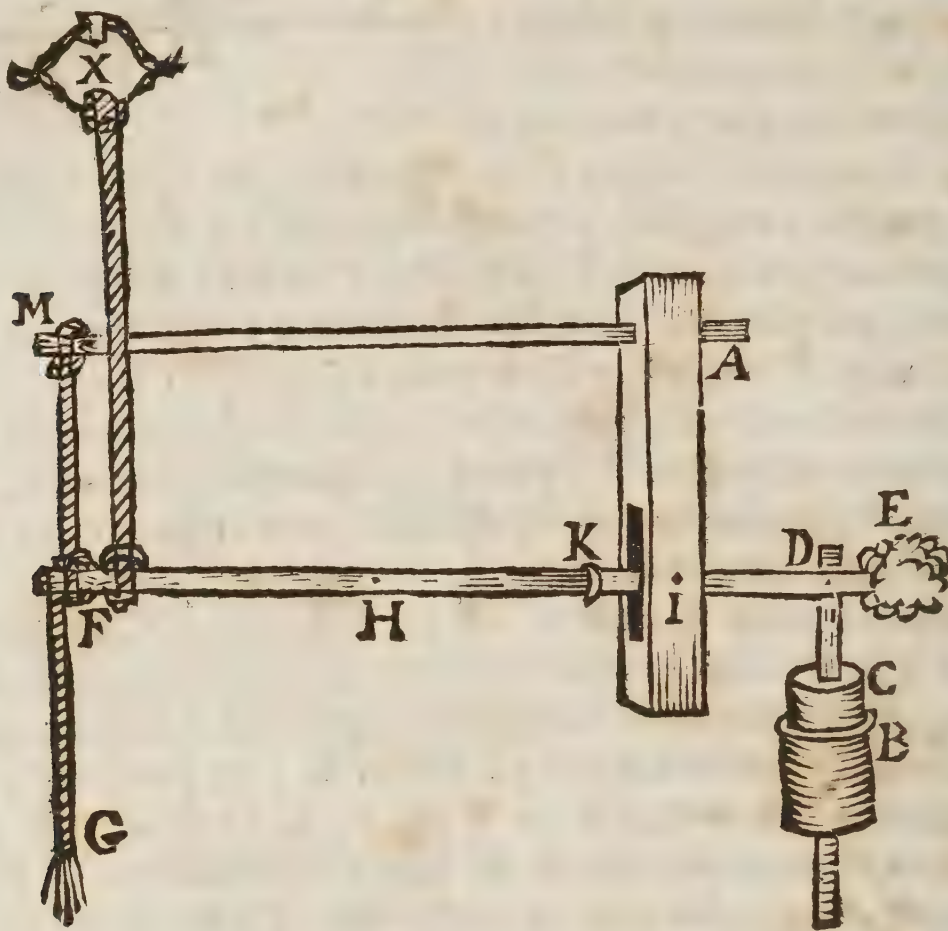
Sit igitur dati vectis longitudo C D, in cujus medio hypomochlium O bifariam æqualiter dividat totam longitudinem, &

& ſit pondus in P. Erit, per 7. lib. 5. eadem Ratio C O ad O P, atque D O ad O P; & ſi in C ſit potentia deprimens, in D autem potentia elevans, æqualia habent momenta ad elevandum pondus in P. Eſt ergo C P vectis primi generis, & D O vectis ſecundi generis, cui cum primo commune eſt hypomochlium O, & communis pars O P. Quòd ſi Potentiæ inæquales fuerint, utraque autem valeat ſive deprimere, ſive elevare, dividatur longitudo C D in duas partes, quarum Ratio eadem ſit ac Potentiarum, & in puncto diviſionis ſtatuatur fulcrum: tum in extremitatibus reciprocè collocentur Potentiæ, validior ſcilicet propior ſit fulcro, debilior verò remotior, ut æqualium ſint momentorum.

C O D P R

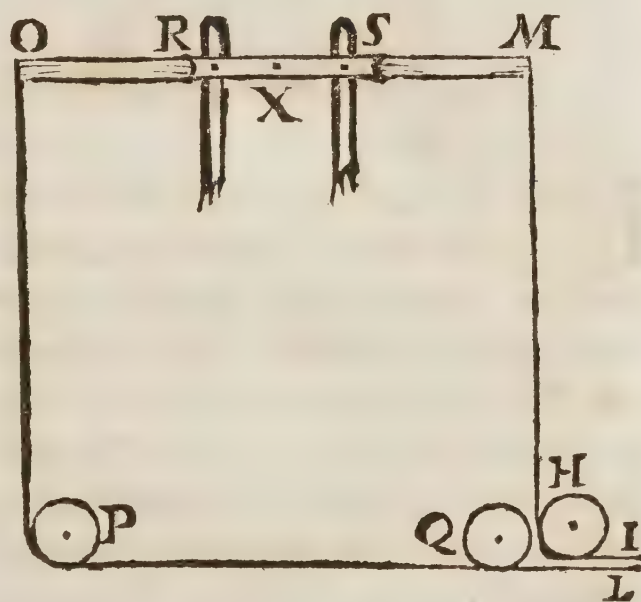
Datæ Potentiæ ſint ut 5 ad 3. Dividatur C D partium octo ita in P (ubi ſtatuendum eſt fulcrum) ut C P ſit 5, P D ſit 3; & Potentia robuſtior, quæ eſt ut 5 ſit in D; infirmior verò, quæ eſt ut 3, ſit in C; & pondus ſit in R, quoniam C P ad P R eſt ut 5 ad 1, & D P ad P R eſt ut 3 ad 1. Igitur ſi pondus R ſit lib. 30, attolletur à Potentia C potente ſine vecte attollere lib. 3, & à Potentia D potente ſine vecte elevare lib. 5: utriuſque enim momenta ſingillatim accepta ſunt 15 compoſita ex virtute movendi & motûs velocitate. At ſi pondus P ſit lib. 30, & fulcrum in O, ſit autem C O ad O P, atque D O ad O P ut 4 ad 1, ſatis eſt ſi ſingulæ Potentiæ æquales C & D poſſint ſine vecte attollere lib. 3. unc. 9.

Porrò ſi inæqualium potentiarum altera poſſit ſolùm deprimendo vectem elevare pondus, manifeſtum eſt ad illam pertinere vectem primi generis: ac propterea ſi illa ſit potentia validior, eidem tribuetur minor diſtantia ab hypomochlio; ſin autem illa ſit imbecillior, ipſi tribuetur diſtantia major, atque illam inter ac pondus ſtatuetur fulcrum. Hinc facilè poterit potentia vivens uti ope potentiæ inanimatæ, quæ vi ſuæ gravitatis deorſum premat oppoſitam extremitatem propoſiti vectis.

Huc ſpectare videtur facillimum genus antliæ ſimplicis,

qua ex depreſſiore loco in altiorem aquas attollimus. Sit enim modiolus B, cui aptè inſeratur congruens embolus medio haſtili CD connexus cum tranſverſario E F verſatili circa axem infixum in I: cujus tranſverſarij extremitatem E occupet maſſa plumbea opportunæ gravitatis ad deprimendum embolum intra modiolum, poſtquam elevatus fuerit à potentia funem FG trahente adnexum in altera extremitate F. Vectis FE eſt primi generis duplex habens pondus, alterum in E, alterum in D, utrumque enim per vim elevatur. At vectis EI eſt ſecundi generis, in quo E eſt potentia deprimens embolum, & quo magis diſtabit ab hypomochlio I, minor maſſa plumbea eadem obtinebit momenta. Quòd ſi IF conſtet materiâ ſatis gravi, jam habet rationem ponderis, ac propterea diſtantia centri gravitatis illius H à puncto I determinabit ejus momenta. Quare potentia E vecte EI ſecundi generis deprimet embolum, & vecte EH primi generis attollet pondus brachij IF. Hinc eſt commodius accidere, ſi longitudo EK ferrea ſit, in K verò

verò inſeratur, ut firmiter cohæreat, ſatis validus baculus ligneus KF; poterit enim longior eſſe, & faciliorem efficere antliæ agitationem, quin gravitas nimia indigeat multo plumbo in E, ut præponderetur.

Quòd ſi non placeret addere plumbum in E, & ſolo vecte primi generis FD uti velles, recurrendum eſſet ad vim elaſticam, qua vel arcûs X in ſuperiore loco firmati nervo, vel extremæ perticæ AM longiuſculæ (ut Toreuticen exercentibus ſolemne eſt) adnecteretur funis pertingens ad F, ut ex tractione Potentiæ GF curvatus arcus, vel inflexa pertica, ceſſante potentiâ, iterum ſe ſuum in ſtatum reſtitueret, ſursúmque traheret extremitatem F, ac proinde embolum intra modiolum B deprimeret. Tunc enim eſſet FD vectis primi generis, cujus extremitati F applicarentur duæ Potentiæ, altera deorſum, altera viciſſim alterno conatu ſurſum trahens.

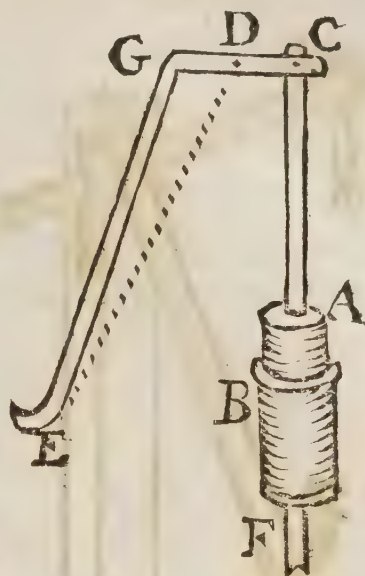
At ſi fortè duplicem antliam velis ſimul componere, duplicémque potentiam viventem alternis operis conantem adhibere, jugo RS verſatili circa axem X adde duo, leviora quidem, ſed ſatis firma manubria RO & SM, quorum extremitates aut premi, aut adjecto fune trahi deorſum valeant: nam depreſsâ extremitate O deprimitur pariter haſtile infixum in R, & eſt OX vectis ſecundi generis, atque attollitur haſtile adnexum in S, & eſt OS vectis primi generis. Similiter MX vectis eſt ſecundi generis, movens pondus poſitum in S, atque MR eſt vectis primi generis attollens pondus poſitum in R. Propterea autem leviora dixi adjecta manubria RO & SM, ne ſuâ gravitate movendi difficultatem augeant. Verùm ſi ſolus volueris antliam utramque agitare, unus ſit continuus funis ex O per rotulas P & Q tranſiens, atque in M

connexus : quacumque enim in parte conſtitutus fueris, tantumdem funis ſequitur aſcendentem extremitatem, quantum trahitur deprimendo alteram extremitatem : ſic trahendo funem P O deprimitur extremitas O, deinde trahendo funem P Q deprimitur extremitas M. Aut etiam ſit unicum manubrium S M, & erit R M : atque premens in M attollet haſtulam R, elevans aut in M attollet haſtulam S. Ut autem faciliùs attollatur M, ſit in ſuperiore loco orbiculus, per quem tranſeat funis connexus in M, alteram enim extremitatem deorſum trahens attollet manubrium M. Quod ſi ab oculis remotam volveris antliam, fac per parietis foramen in proximum conclave exire funem M I orbiculi H excavatæ abſidi inſertum, & per orbiculos P, Q, tranſire funem O P Q L; connexis enim funium extremitatibus I & L modò hunc modò illum funem trahendo utramque antliam agitabis.

PROPOSITIO II.

Antliam opportuno vecte inſtruere.

UT aliquam ſpeciem vectis curvi oneri movendo deſtinati exhibeam, placet in antlia, qua ad hauriendas aquas utimur, exemplum ponere, quod facilè in reliquis pro re nata imitari poſſimus. Eſt in antliâ loco ponderis aqua, quæ adducto embolo attrahitur in modiolum, eóque reducto exprimitur, & prætereà conflictus ipſe emboli cum modiolo; ſuperanda quippe eſt difficultas, quæ ex mutuo horum contactu oritur, & aqua per vim elevanda eſt, ſive ſolùm attrahatur, ut ex modiolo per emboli reducti foramen ſubinde erumpens effluat, ſive in modiolo compreſſa ab embolo, cùm reducitur, exprimatur in tubum, ut adhuc altiùs aſcendat, juxta ea, quæ in Hydrotechnicis fuſiùs dicuntur. Id quidem fieret ſi haſtili, quod embolo infigitur, ipſa potentia proximè applicaretur; ſed ut minus laboris illa ſubeat, additur vectis, ut multo major ſit potentiæ motus, quàm emboli.

Sit

Sit enim embolus A congruens modiolo B, illíque infixum haſtile C A; quo elevato aqua per ſubjectum modiolo tubum F attrahitur in modiolum ipſum B, quo depreſſo aqua cogitur ex eodem modiolo exire. Sed ut minore operâ id totum perficiatur, additur in C vectis curvus C D E verſatilis circa axem D infixum parieti interjecto inter antliam & potentiam moventem. Nam extremitatem E arripiens potentia ſi vectem urgeat versùs parietem intermedium, elevatur embolus, & aqua modiolum implet, ſi verò vectis extremitatem à pariete removeat, deprimitur embolus, & compreſſa aqua exprimitur. Hìc vectem primi generis agnoſcis habentem hypomochlium in D, ſcilicet in axe, circa quem verſatur vectis; & pro Ratione longitudinis D E ad longitudinem D C eſt Ratio momentorum potentiæ ad reſiſtentiam ponderis, hoc eſt tantò magis augentur potentiæ vires, quò major eſt Ratio D E ad D C: ſumitur autem D E recta linea non computato flexu D G E, qui eatenus adſtruitur, quatenus parietis craſſities obſtaret, ne commodè uteremur vecte E D C inflexo in D.

Quia verò faciliùs ab homine urgetur vectis in E, quàm ipſa extremitas E retrahatur, ideò in antliâ ſolùm attrahente utendo hoc vecte primi generis curvo minus eſt laboris, nam in deprimendo embolo minus eſt difficultatis quàm in elevando. At ſi aqua altiùs elevanda eſſet ſupra antliam non attrahentem ſolùm, ſed etiam expellentem, faciliùs attolleretur embolus, quàm deprimeretur, propter majorem aquæ reſiſtentiam, cùm exprimitur, juxtà altitudinem perpendicularem, ad quam expellitur: propterea tunc mutanda eſſet poſitio, ut eſſet vectis ſecundi generis; hypomochlium enim ſtatuendum eſſet in C, & haſtile emboli adnectendum in D.

Quod ſi potentia viribus abundet, poterit duplicem antliam agitare, cujuſmodi eſſet ſi jugum R S bifariam diviſum in

in X jungeretur in R & S duplici haſtili, centrum autem motûs reſponderet puncto X, cui firmiter adnecteretur manubrium XZ, quod agitaretur parallelum plano, per quod tranſit axis jungens jugum RS cum manubrio ipſo: dum enim Z versùs P movetur, deprimitur R & attollitur S, atque viciſſim remeans in Q deprimit embolum reſpondentem jugi extremitati S, & oppoſitum attollit. Sunt autem duo vectes curvi ZXR & ZXS primi generis partem unam, videlicet manubrium XZ, habentes communem.

Sed quoniam poſito longiore manubrio ZX, vel DE, faciliùs quidem attollitur aqua, quàm ſi illud brevius eſſet, major tamen corporis agitatio requiritur, & multâ membrorum inclinatione laborioſa exercitatio ſuſcipienda eſt, propterea ſatius eſt uti vecte recto, ut prop. 1. dictum eſt, quem etiam ſedens modico labore commovere poteris adnexum extremitati funem deorſum trahendo.

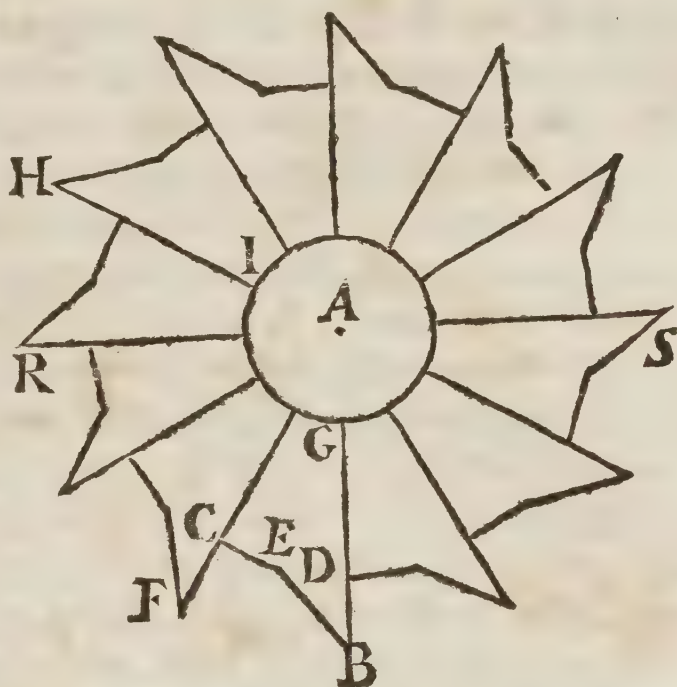
Propositio III.

Rotam in profluente poſitam, quæ aquam faciliùs elevet ex vectis Rationibus, conſtituere.

AQuam ex depreſſiore loco in altiorem provehi vaſculis abſidi rotæ circum circa alligatis, quæ in infimâ rotæ parte ſubjectam aquam immerſa hauriunt, & circumactâ rotâ, ubi circuli ſemiſſem aſcendendo perfecerint, deſcendendo effundunt, quibus per Helvetios iter facere contigit, perſpectum eſt; ſi in Tigurinâ Urbe, quam lacus Limagum fluvium excipiens interluit, obſervârunt ab utrâque ripâ ductum ex palis confertim denſatis obicem obliquum uſque ad medium alveum,

ut

ut ex anguſtiis erumpens aqua cæteroqui leniter defluens, velociùs fluere cogatur, & validiùs in prominentes rotæ palmulas incurrens ingentem illam rotam cum adjunctis vaſculis aquâ plenis faciliùs circumagat, atque adeò in ſubjectum vas ponti impoſitum effuſa aqua per urbem univerſam dividatur. Verùm quia pondus, ſcilicet aqua vaſculis contenta, ſemper à centro rotæ intervallo eodem abeſt, aliud rotæ genus excogitari poteſt, quod aquam facilius elevet, nec adnexa, ſed congenita habeat vaſcula.

In plano ex aſſeribus rite conjunctis compacto, centro A, intervallo A B, intelligatur deſcriptus circulus, cujus ſemidiameter aliquanto major ſit altitudine, ad quam aqua evehenda eſt, dividatúrque deſcripti circuli peripheria in quotlibet æquales partes, ex. gr. duodecim, aut plures. Tum aſſumptâ palmulæ congruâ altitudine B D, alius interior circulus eodem centro A, intervallo A D deſcribatur, qui à ductis per centrum A diametris ſimiliter in totidem æquales partes dividitur. Aſſumptâ itaque C F æquali ipſi D B, ſtatuatur C E intervallum opportunæ amplitudinis, ut aqua facilè ingredi poſſit. Et ductâ rectâ lineâ B E, reſecetur particula exterior, ut ſit B E C F: idémque de cæteris partibus intelligatur, prout adjectum ſchema refert.

Duo hujuſmodi plana parentur omnino æqualia, ſimilitérque denticulata, quæ cylindro (ſive priſmati ſimilem baſim habenti cum polygono ab initio deſcripto) hoc eſt axi inſerantur in A, & parallela ſint. Planorum autem intervallum definiant aſſeres æquè lati, qui perpendiculares inſiſtant lineis G B E, &

ſimilibus; quorum aſſerum latitudo palmulis quoque D B, C F, & reliquis latitudinem ſtatuet. Omnibus ritè firmatis, ac obſtructis accuratè rimulis, rota ſuper polos axi infixos collocetur in profluente, ità ut palmula tota in aquam immergatur, quæ per apertum oſculum C E ingrediens impleat ſpatium E B D.

Impetu igitur profluentis dum rota convertitur, aqua incluſa paulatim versùs rotæ centrum ſecedit, donec quadrantem circuli aſcendendo tranſgreſſa proxima fiat axi: cùm enim B venerit in H, aqua erit in I; cùm verò ex H in S venerit, jam aqua in ſubjectum vas effluet. Quare, licèt æqualium converſionum non ſint æquales aſcenſus in eâdem circuli peripheriá, ſed ab imo puncto uſque ad finem Quadrantis creſcant, quia tamen centrum gravitatis aquæ ſe in æquilibrio ſtatuentis ſenſim centrum versùs recedit, ejus aſcenſus minor eſt, quàm ſi eodem ſemper intervallo abeſſet à centro rotæ.

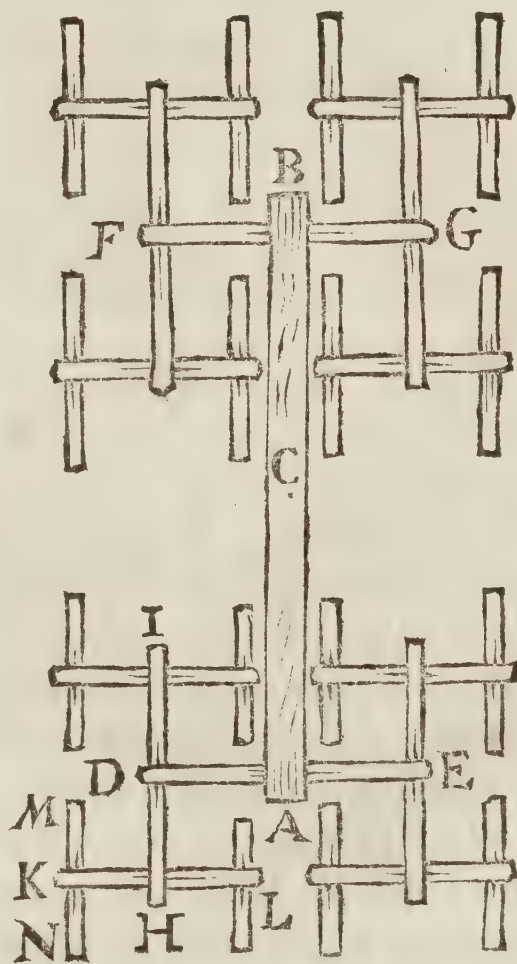
Eſt itaque vectis curvus primi generis, cujus hypomochlium reſpondet centro A, Potentia movens duplex eſt, ſcilicet vis profluentis applicata in B, atque vis aquæ deſcendentis exiſtens in S: pro variâ autem centri gravitatis aquæ elevatæ diſtantiâ ab hypomochlio A, diverſa etiam eſt motuum Ratio & momentorum. Aqua enim in ſuperiore ſemicirculo ſupra R S in ſingulis loculamentis ſibi invicem hinc atque hinc reſpondentibus æqualiter diſpoſita obtinet æqualia gravitatis momenta. Quapropter totus profluentis conatus impenditur in elevandâ aquâ, quæ loculamentis inter B & R interceptis continetur. Quare ſi multæ ſint profluentis vires, craſſior rota ſtatui poteſt, ut, planis magis diſtantibus, major aquæ copia ſingulis loculamentis hauriatur: quo fiet, ut palmula latior majorem incurrentis aquæ impetum recipiat. Quòd ſi placuerit palmulas addere latiores, quàm ſit rotæ craſſitudo, non abnuo: hæc enim, & cætera, quæ conſtructionis facilitatem juvent, prudentis machinatoris arbitrio relinquuntur: mihi ſatis eſt innuiſſe, quid compendij ex vectis rationibus peti poſſit.

PROPOSI

Propositio IV.

A pluribus hominibus ingens pondus transferri posse ita, ut omnes æqualiter ferant.

ONus ingens palangâ transferri pluribus hinc atque hinc longo ordine ſuccollantibus, notum eſt: ſed quoniam non omnium æqualis eſt diſtantia à pondere (niſi fortè bini & bini æquè diſtarent à centro gravitatis) non ſunt æqualia momenta; ſed qui propiores ſunt magis premuntur, cæteris paribus, quàm remotiores, maximè ſi quis ſenſim ſe ſubducat oneri adeò, ut inæqualis fiat oneris diſtantia ab iis, qui illud ſuſtentant. Propterea methodus aliqua excogitanda eſt, qua fiat ut ſinguli parem experiantur in deferendo onere difficultatem.

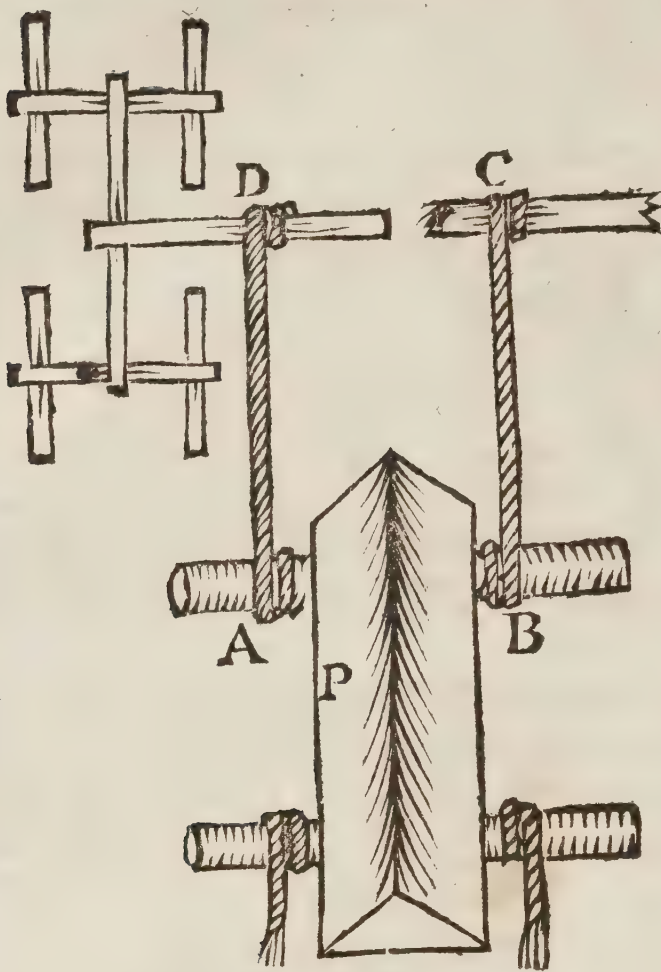
Sit ponderi dato alligatus vectis AB, & gravitatis centro reſpondeat punctum C, atque æqualia ſint intervalla AC & BC. Si centrum gravitatis ponderis reſpondens puncto C vectis non fuerit planè in mediâ ejuſdem ponderis longitudine, neque fuerit vectis valdè longior ipſo pondere, non poterunt plures ita æqualiter diſponi, ut ad ferendum æqualiter pondus ſingulis anterioribus ſinguli poſteriores reſpondeant æquè à puncto C diſtantes, impediente videlicet ipſâ ponderis longitudine.

Quare tam in A quàm in B duo alij vectes D E, & F G bifariam æqualiter divisi sustineant vectem A B : atque adeò quemadmodum in A (idem dic de B) sustinetur semissis totius gravitatis, in D sustinetur tantùm quadrans, sicut & in E. Sustineatur similiter extremitas D alio vecte H I (id quod præstitum intellige pariter in extremitatibus E, F, G) & in H sustinetur octava pars : item extremitas H sustineatur vecte K L, & extremitas K vecte M N ; percipitur in K gravitatis pars decima sexta, & in M pars trigesima secunda. Poterunt igitur hac ratione disponi homines 32, qui si possint singuli deferre lib. 100, transferent pondus lib. 3200, & erit æqualiter inter illos distributa gravitas. Quòd si spatium non prohibeat adhuc vectem singulis extremitatibus adjungere, numerus hominum deferentium duplicabitur, & vel singulorum labor dimidiatus erit, vel duplicatum pondus transferre poterunt. Porrò vectem vecti esse firmo vinculo connectendum, ne fortè in motu, vecte aliquo se subducente, luxetur machina, non opus est monere, cum per se res ipsa loquatur. Illud observa, quod vectium inter se æqualitatem, sive longitudo, sive crassities spectetur, non opus est studiosè accurare, dummodo singuli vectes æqualiter bifariam dividantur : immò postremi, & breviores esse possunt, ut minus spatij requiratur, & graciliores, minùs quippe urgentur à pondere.

In Atlante Sinico hæc lego pag. 125. *In ferendis oneribus scitissimi sunt Sinæ, ac rustici illic non parvum sanè staticis nostris speculatoribus facesserent negotium ad causas inveniendas ac rationes, si viderent illos tormenta etiam majora, ac similia pondera, ita vectibus utrinque suspendentes, ut per arctissimas etiam montium fauces facillimè transferant ; ac licèt præcedant alij, alij subsequantur, multísque passibus à pondere suspenso distent, ita tamen illud vectibus ac funibus ex æquo nôrunt dividere, ut quilibet æquale ferè sentiat onus, seu paulò remotior sit, sive vicinior. Hoc pacto ingentia marmora, atque integras etiam arbores facilè videas humeris gestare Sinas.* Hæc ibi. Sed quonam id artificio in praxim deducatur, nullum planè apparet vestigium.

Si

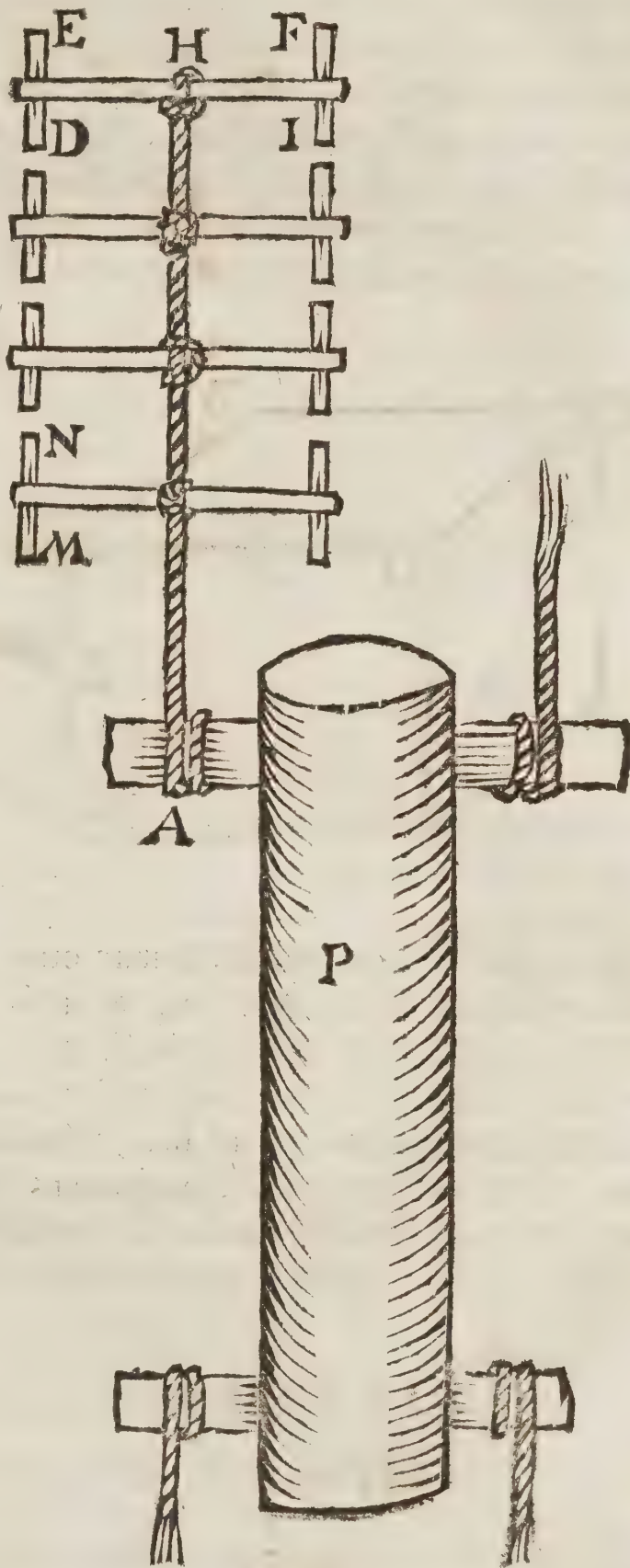
Si igitur funibus ſuſpenditur pondus, & deferentes alij propiores ſunt, alij remotiores, duo obſervanda ſunt. Primum eſt, quòd ſuſpenſio non eſt perpendicularis ſed obliqua, ac proinde plus virium requiritur, ut conſtat ex iis, quæ dicta ſunt tum lib. 1. cap. 16. de elevationibus obliquis, tum lib. 3. cap. 12, de præponderatione, & æquilibritate gravium fune ſuſpenſorum. Verùm hoc momentorum augmentum in elevatione & ſuſpenſione obliquâ, ubi operis abundamus, non conſideratur; videtur quippe ſatis leve incommodum, quod facilitate transferendi onus compenſatur. Secundum eſt, quòd ſi omnes ferè æqualiter laborant, non diſſimiles eſſe oportet, ſed proximè eaſdem obliquitates funium, ex quibus onus ſuſpenſum defertur: manifeſtum enim eſt in minori obliquitate ſuſpenſionis minus virium requiri, quàm in majori obliquitate.

Quare ſi hanc Sinarum induſtriam æmulari conarer, primùm oneris transferendi extremitatibus (vel ſaltem in pari diſtantiâ à centro gravitatis, quantùm conjecturâ aſſequi poſſem) vectes tranſverſos firmiſſimè alligarem, ut vectium horum capitibus jungerem funes, quibus ſuſpenſum onus deferatur. Horum autem tranſverſorum vectium longitudinem ita definirem, ut in lineâ vectibus parallelâ, & æquali quatuor ſaltem homines commodè collocari queant, quin ſibi ullum impedimentum progredientes inferant. Deinde ſatis validos funes utrique vectium extremitati adnexos tantæ longitudinis ſtatuerem, quantâ opus ſit, ut (tribus hominibus ante onus ſibi ordine recto ſuccedentibus ac mediocriter diſtantibus, quin poſterior prioris calcem progrediendo feriat) ad tertij humerum pertingere poſſit; hæc enim videtur minima obliquitas ſuſpenſionis, & quæ proximè accedat ad ſuſpenſionem perpendicularem: Si verò major fuerit funium longitudo, majori labore deferetur onus, ſi maximè ita elevetur, ut multum diſtet à ſubjecto ſolo, major enim erit obliquitas ſuſpenſionis. Tum extremitati funis alius vectis alligetur, qui vectibus aliis ſuſtentetur eâ methodo, quam paulo ſuperiùs indicavi.

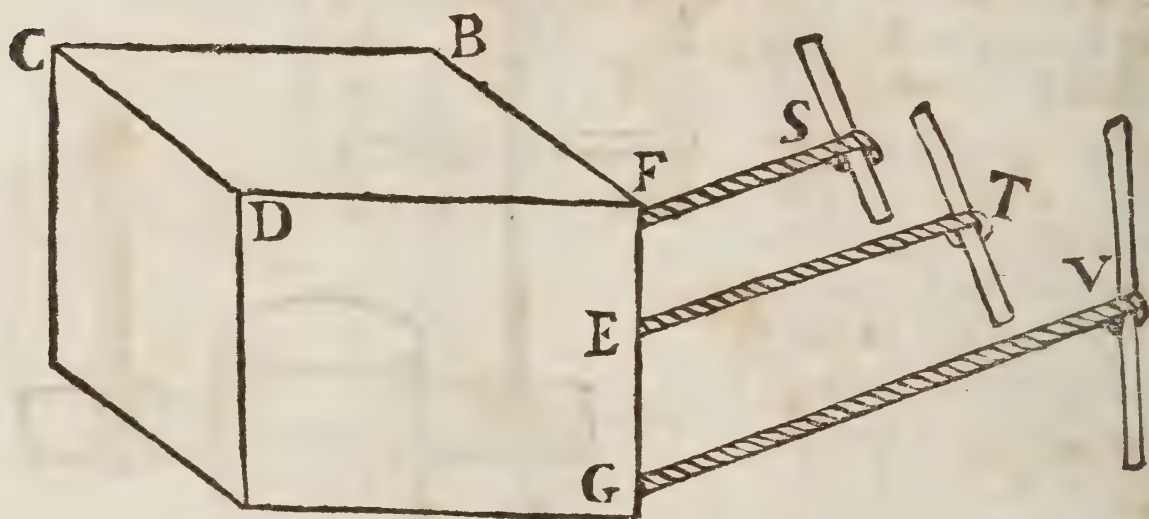
Sit onus transferendum P; extremitati anteriori (omnia eadem in alterâ extremitate posita intelligantur) adnectatur vectis AB, cui in A & B jungantur funes AD & BC sufficientis longitudinis, quibus in D & C alligetur vectis ab aliis vectibus, ut paulo superiùs indicatum est, sustentatus, adeò ut quarto vecti duo homines facilè humeros supponere valeant, & singulorum funium extremitates D & C à sexdecim hominibus sustineantur. Quare si totidem funes atque homines posteriori ponderis parti simili ratione applicentur, totum pondus ab hominibus 64 æqualiter laborantibus sustinetur.

Ex quo fit non adeò difficile esse in exercitu, ubi non est hominum succollantium inopia, bombardas ex loco in locum transferre, si nimis arduum sit iter, nec equis trahi possint: Nam majoribus bombardis pro singulis globi ferrei libris metalli libræ 150 aut 160 dimidiatis Cartois, ut vocant, in singulas globi libras, metalli libræ 180 aut 190, campestribus & minoribus bombardis metalli libræ 238 usque ad 266 in singulas globi libras communiter tribuuntur.

Quòd si eæ sint viarum angustiæ, quæ octo homines pariter incedentes non capiant, adhibeatur longior funis, duos, aut etiam tres, aut plures vectes connectens ita invicem distantes, ut intentus funis rectus sit, & propiores quidem suum vectem aut manu apprehensum sustentent, aut fune suspensum alio

alio vecte parallelo humeris gestent, remotissimi verò humeros suo vecti subjiciant. Sic disponatur funis A H, ut intentus pertingat ad humeros eorum, qui in E & F sustentant vectes D E & F I. Quoniam verò vectis M N longè depressior est, quàm humeri eorum, qui tam propè absunt à pondere; propterea vel solis manibus apprehensum vectem sustentent, vel, quod satius est, alium præterea vectem humeris gestent parallelum vecti M N, ita ut ex illo funibus ad perpendiculum intentis suspendantur extremitates M & N. Id quod etiam de reliquis, atque de consequentibus vectibus dictum intelligatur. Omnes autem æqualiter conari palàm est, quia intento fune A H eadem est obliqua suspensio ponderis, & paria sunt momenta adversùs singulos vectes, quos funis connectit. Illud tamen negari non potest, quod pro majore funis A H longitudine major est suspensionis obliquitas, ac proinde, & major sustentandi labor.

E H F D I N M A P

Unum

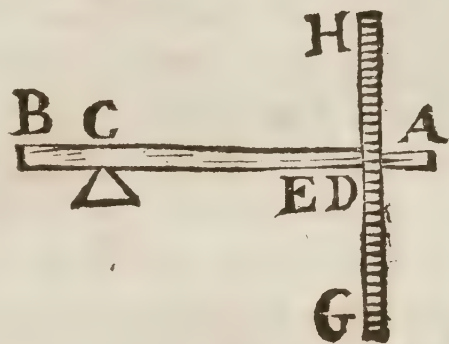
Unum adhuc hìc addere (ne quid intactum relinquatur) fuerit operæ pretium, videlicet, ſi ponderis transferendi craſſities ſeu altitudo mediocris ſaltem fuerit, ita ut non ſolùm infimo plano ſubjici vectes poſſint, ſed etiam ſupremæ aut mediæ parti adnecti, poſſe eidem lateri duos aut etiam tres funes, non quidem omninò, ſed proximè parallelos alligari, quibus duæ, aut tres, ferè ſimiles obliquæ ſuſpenſiones fiant, & deferentes pondus alij aliis remotiores ſint, ferè tamen æqualiter conantes. Sic ingentis ſaxi altitudo ſit F G, & al-

ligatus in F funis connectantur cum vecte in S aliis vectibus ſuſtentato, ut ſupra. Item in E & in G alij funes paralleli ſimiliter jungantur cum vectibus in T & V, ut homines ibi ſuccollantes vectibúſque ſubjecti ſibi invicem impedimento non ſint. Si igitur ſingulis lateribus ad B, C, D tres funes hac ratione addantur, erunt 12 funes, & ſi homines 16 ſingulis funibus applicentur methodo ſuperiùs indicatâ, pondus geſtabitur à viris 192: conſtat igitur quàm ingens onus facilè transferri vectibus queat.

PROPOSITIO V.

Multiplici vecte moventis vires augere.

PRo vectis longitudine majori, in eâdem ab hypomochlio diſtantiâ ponderis, potentiæ momenta augeri, quia Ratio motûs

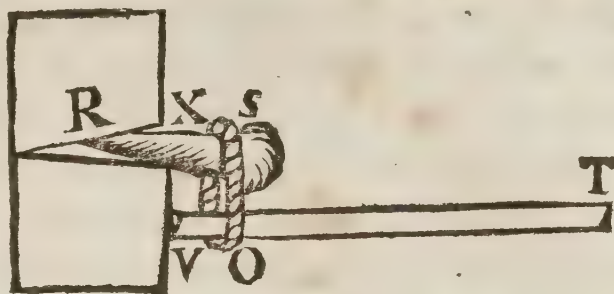
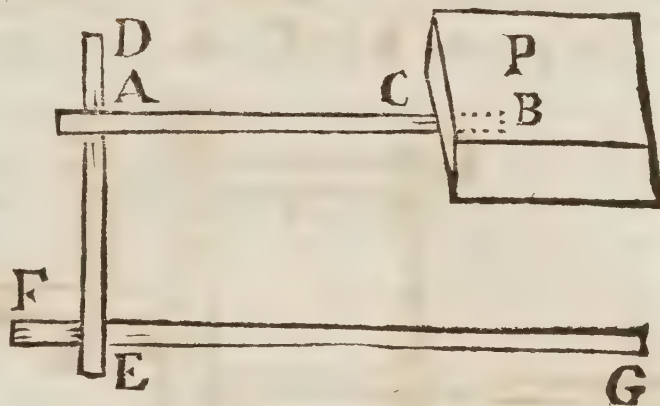
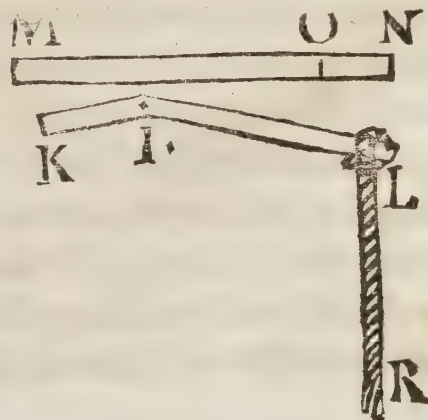
motûs potentiæ ad motum ponderis augetur, ſatis manifeſtum eſt ex dictis. Verùm quia non rarò tam longus vectis, quanto opus eſſet, in promptu non eſt, aut ipſa longitudo illum redderet fractioni, aut ſaltem flexioni, magis obnoxium, aut, ſi periculo huic occurratur, tam immanis eſt vectis moles, ut non levi incommodo ſit eo utentibus: propterea ars aliqua excogitanda eſt, qua oblati vectis brevitatem compenſatione aliquâ ſuppleamus.

Et primò quidem ſi oblatus ſit vectis A B, habens hypomochlium in C, & pondus in B tam grave, ut unica potentia in A non ſatis ſit ad vincendam oneris reſiſtentiam, utique ſi altero, aut tertio movente opus ſit, non omnes in extremitate A vectem apprehendere valent, ſed alter in D, tertius in E; qui propterea, licèt ſinguli æquali robore polleant, non tamen æqualia habent momenta, ſed primus ut A C, ſecundus ut D C, tertius ut E C. Quapropter alter vectis G H adnectatur extremitati A ad angulos rectos, ut huic applicati motores plus habeant momenti. Si enim A C ad C B fuerit ut 10 ad 1, perinde eſt, atque ſi decima ponderis pars à duabus in G & H æqualiter ab A diſtantibus movenda eſſet, ac propterea ſinguli ſemiſſem decimæ partis reſiſtentiæ percipiunt, hoc eſt, habent ſimul ſumpti momentum ut 20 ad 1: qui autem in A eſſet ſolus, haberet momentum ut 10, & qui in D haberet momentum ex. gr. ut 9; qui idcircò ſimul ſumpti minùs poſſunt quàm G & H.

At ſi volueris tres homines in extremitatibus vectis G H diſtribuere in potentias æqualiter conantes, diſtingue G H in tres partes, & ſit A H triens totius longitudinis G H: tum duo applicentur extremitati H, tertius verò extremitati G: ut enim potentia duplex in H ad potentiam in G, ita reciprocè duplex diſtantia G A ad diſtantiam A H. Nam quemadmodum de ſuſtinentibus pondus vecte ſive æqualiter, ſive inæqualiter diviſo dictum eſt, ita hìc pariter de Prementibus dicendum, qui in H & in G ſunt viciſſim Potentia & Hypomochlium: ex eo

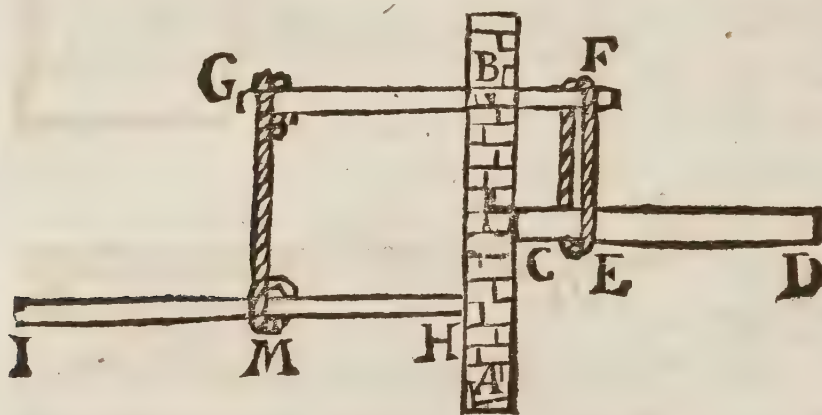
ſcilicet quòd potentia in H premit, habet rationem hypomochlij, dum reſiſtit, ne potentia in G premens elevet ipſam extremitatem H, ac propterea deprimat pondus in A exiſtens; & viciſſim potentia in G premens habet rationem hypomochlij reſiſtendo, ne elevetur à potentiâ premente in H; quæ propterea deprimit pondus in A. Eſt itaque veluti duplex vectis ſecundi generis; & A G ad A H ſi fuerit ut 2 ad 1, momentum potentiæ in G ad reſiſtentiam ponderis in A eſt ut 3 ad 1, hoc eſt ut G H ad A H: & momentum unius potentiæ in H ad reſiſtentiam ponderis in A eſt ut 3 ad 2, hoc eſt, ut H G ad A G. Sed quia in H ex hypotheſi ſunt duæ potentiæ, duplicatæ potentiæ in H momentum erit ut 6 ad 2, hoc eſt, ſingularum momentum ut 3 ad 1. Igitur qui eſt in G habet momentum atque conatum, quaſi ſine vecte moveret trigeſimam partem ponderis in B exiſtentis; & duo, qui in H, ſinguli habent momentum æquale atque conatum ſimilem. Ponatur pondus B lib. 60; in A percipitur ponderis $\frac{1}{10}$, hoc eſt, lib. 6. Igitur potentia in G percipit reſiſtentiam lib. 2, & duæ potentiæ in H ſimul lib 4, hoc eſt ſingulæ lib. 2.

Quod ſi non placuerit longitudinem G H habere tanquam vectem, qui non alternâ quadam motione & quiete extremitatum perficitur motus, ſed G, & A, & H omnino ſimul & æquali motu moventur, non admodum contendo: perinde erit, atque ſi tres potentiæ in A eſſent conſtitutæ, quarum ſingulæ tertiam partem ponderis moveant conatu ſubdecuplo illius conatus, quo tertia illa pars ſine vecte movenda eſſet.

Hinc ſaltem conſtat, quo virium atque conatûs compendio valeat unicus homo oblati vectis momenta augere: Nam ſi idem ſit primi generis vectis A B, & A C ad C B ſit ut 10 ad 1, adhibe vectem ſecundi generis G H, & alterâ extremitate fixâ, ut ibi ſit hypomochlium, idem augebit momenta juxta Rationem totius longitudinis G H ad diſtantiam ipſius A ab hypomochlio: Quare ſi Ratio ſit dupla, aut tripla, æquivalebit duobus aut tribus, qui in A moventes haberent momentum decuplum; nam A movetur decuplo velociùs quàm B, & poſito hypomochlio H, movetur potentia G duplo aut triplo velociùs quàm A, hoc eſt vigecuplo aut trigecuplo velociùs quàm B. Id quod uſum habet non ſolùm, quando vectis A B movendus eſt in plano

no Verticali, ſed etiam in plano horizontali, ut ſi duo marmora disjungenda eſſent, aut clathri diſſipandi. Juxta autem loci opportunitatem adjungendus eſt ſecundus vectis G H aut proximè ipſi primo vecti, aut remotè medio fune extremitatem A connectente cum ſecundo vecte. Sic inter duo marmora immiſſus ferreus clavus S R jungitur vecti T V fune S O, & potentia in T habet momentum compoſitum ex Rationibus T V ad V O,& S X ad X R.

Neque duos tantummodo, verùm etiam plures vectes adhibere poſſumus, tunc maximè, cùm ingenti oneri exiguus motus tribuendus eſt. Sit enim marmor P attollendum ſubjecto vecte A B ſecundi generis habente hypomochlium in B, ac pondere incumbente illi in C: & A B ad C B ſit ut 7 ad 1. Quia vectis attollendus eſt, ſubjice illi in A vectem alterum D E, ut E D ad A D ſit in Ratione 3 ad 1. Item extremitati E ſubjice tertium vectem F G, & ſit G F ad E F ut 8 ad 1. Igitur A movetur ſeptuplò velociùs quàm C, & E triplo velociùs quàm A, atque G octuplo velociùs quàm E. Quare motus potentiæ in G ad motum ponderis in C eſt ut 168 ad 1. Quàm difficile autem accideret, ſi tam longum vectem parare oporteret, cujus longitudo eſſet ad C B ut 168 ad 1!

Adde non ſolùm vectibus rectis hoc momentorum incrementum acquiri poſſe, ſed etiam pro loci opportunitate vectibus curvis aut angulatis. Si enim in ſuperiore loco fuerit vectis ſecundi generis M N oneri ſubjectus, aut oneri inferiùs poſito junctus fune

in O, non ſolùm poſſumus extremitatem M fune connectere cum vecte recto ſuperiùs poſito, ſed etiam ſubjicere illi poſſumus vectem curvum K L fixum in I, & extremitas L fune L R trahi poteſt deorſum, ut I K elevetur, atque illo motu attollat extremitatem M, quantum ferre poteſt flexus I K. Non eſt autem opus monere inæqualia ſenſim fieri momenta, prout ſubjectus vectis curvus K I L in alio atque alio puncto contingit vectem M N, pro variâ ſcilicet diſtantiâ ab hypomochlio.

In vecte tertij generis majorem eſſe ponderis motum motu potentiæ, ac proinde majores requiri potentiæ vires ad attollendum onus, ſi illa conjuncta ac ſociata ſit cum hujuſmodi vecte, quàm ſi ipſa ſolitaria manum admoveret ponderi ſublevando, manifeſtum eſt; propterea infirmiori potentiæ ſubſidium aliquod induſtriâ comparare poſſumus, & propoſitum vectem in aliam vectis ſpeciem quaſi convertere, etiã ſi ſpatij anguſtiis coarctemur, modò liceat proximum parietem perfodere.

Sit parieti A B innixus vectis C D, cujus extremitati D adnectendum ſit pondus ex. gr. lib. 200: potentia autem applicari nequeat niſi in E, ita ut E C ſit quarta pars totius vectis C D. Igitur, cum motus in D ſit quadruplus motûs in E, ut potentia ſublevet onus D, tanta ſit, oportet, ut ipſa ſe ſola valeat quadruplum onus, ſcilicet lib. 800 attollere: id quod valdè incommodum accideret, ſi adeò validam potentiam invenire opus eſſet. Perfode igitur in ſuperiore parte B parietem, illíque immitte vectem F G facilè in B hypomochlio verſatilem, ita ut B F pars imminens ſubjecto vecti ſit æqualis parti E C, hoc eſt, diſtantiæ potentiæ E ab hypomochlio C, & fune F E connectantur: pars verò ultra parietem in proximum conclave extans B G ad partem B F ſit in quacumque Ratione. Tum in inferiore loco, prout opportunius acciderit, vectem alium ſtatue H I, cui junge ſuperioris Vectis extremitatem G fune G M: nam Ratio compoſita ex Rationibus

I H

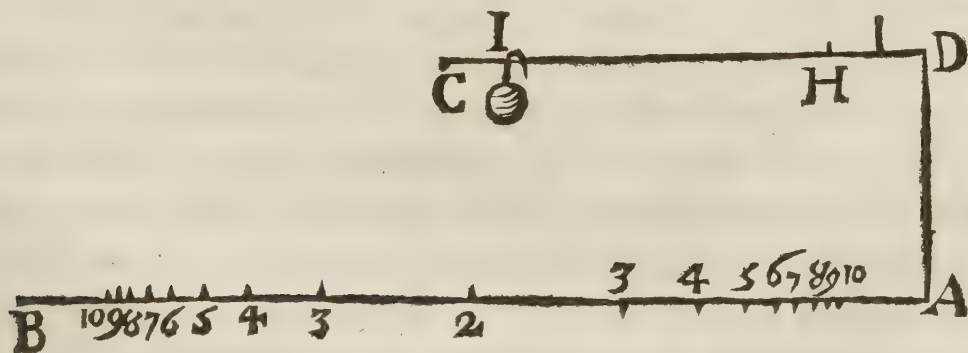
IH ad MH, & GB ad BF dabit momentum potentiæ in I positæ ad attollendum pondus in D constitutum per vectem datum CD habentem potentiam in E.

Hìc habes tria vectis genera; nam IH est secundi generis, quia pondus intelligitur in M inter potentiam I & hypomochlium H; GF est primi generis, quia hypomochlium B est inter potentiam G & pondus in F; CD est tertij generis, quemadmodum ab initio constitutum est. Si itaque in E requireretur vis attollendi lib. 800, & sit GB dupla ipsius BF, requiritur in G vis attollendi lib. 400. Si verò IH ad MH sit quadrupla, requiritur in I vis elevandi lib. 100. Quare & uteris vecte tertij generis CD, quo satis notabiliter movetur pondus D; & potentiæ momenta auxisti adeò, ut non solùm non requiratur potentia major pondere attollendo, sed sufficiat potentia minor, habet quippe motum duplo majorem, quàm sit motus ponderis D; nam motus extremitatis F & puncti E sunt æquales; motus potentiæ I est quadruplus motus ipsius M; hoc est extremitatis G; hæc verò motum habet duplum motus ipsius F: igitur motus potentiæ I est octuplus motûs puncti E, quod movetur motu subquadruplo extremitatis D: Motus igitur potentiæ I ad motum ponderis D est ut 8 ad 4, hoc est ut 2 ad 1.

PROPOSITIO VI.

Stateræ vires addito Vecte augere.

PAretur hasta AB, atque extremitati A addatur annulus, cui inseri valeat stateræ CD uncus, & extremitas B ita conformetur, ut notabile sit & conspicuum punctum, quod hypomochlio respondeat; sitque certa nota, qua dignoscatur vectis paralleléne sit horizonti, an inclinatus. Tum distantia BA di-

vidatur primùm in duas partes, deinde in tres, & ſic deinceps, quatenus commodè fieri id poterit citra confuſionem, quando opus fuerit huic aut illi puncto adnectere onus expendendum, adeò ut certi ſcimus, quotuplex ſit totius vectis A B longitudo comparata cum diſtantiâ ponderis ab hypomochlio B.

Hoc vecte ad uſum parato, examinetur ſtaterâ communi, quantum ille gravitet parallelus horizonti: & ſit æquipondium ſtateræ ex. gr. in H indicans lib. 2 : id quod memoriâ retinendum eſt, ut, cùm ponderis gravitas explorabitur, ex numero, qui in ſtateræ jugo indicabitur ab æquipondio, dematur ipſa vectis gravitas deprehenſa, ſcilicet lib. 2.

Propoſita igitur gravitate majori, quàm ut expendi valeat communi ſtaterâ C D, adnecte onus vecti in aliquo ex adnotatis punctis, ex. gr. in puncto 6, prout commodius acciderit: tum reduc tantiſper æquipondium ſtateræ, dum ejuſdem ſtateræ jugum & vectis æquè ab horizonte diſtent, & conſiſtat æquipondium, puta, in puncto I indicante lib. 12. unc. 8. deme lib. 2. gravitatem vectis, remanent lib. 10. unc. 8. Quia autem onus ex hypotheſi adnexum eſt in puncto 6, multiplica per 6 lib. 10. unc. 8, & habebis lib. 64 gravitatem oneris quæſitam. Quod ſi plane in medio puncto 2 conſtitutum fuiſſet pondus, duplicanda eſſet gravitas indicata à ſtaterâ. Manifeſta eſt hujus operationis ratio; ſiquidem æquipondium ſtateræ in puncto I ſuſtinet lib. 12. unc. 8 adnexas extremitati D. At vis ſuſtinendi in vecte ſecundi generis poſita in A ſuſtinet vectem, cujus momentum eſt lib. 2, & præterea ſuſtinet pondus in puncto 6 poſitum, quod ad reliquam potentiæ virtutem in A, hoc eſt lib. 10. unc. 8, habet Rationem, quæ ſit A B ad B 6. igitur convertendo ut 1 ad 6, ita lib. 10. unc. 8. ad lib. 64.

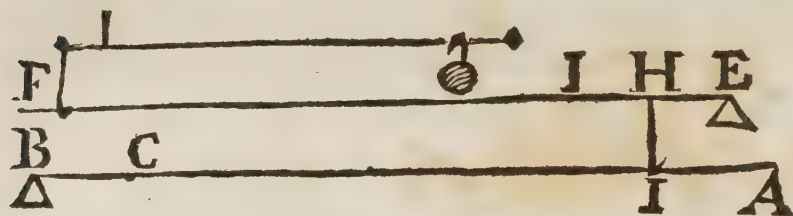
Quoniam verò accidere poteſt, ut oblatum pondus excedat quidem datæ ſtateræ vires, ſed ejus gravitas minor ſit quàm dupla ejus, cui æquipondium in extremo ſtateræ jugo reſpondet; propterea diviſiones eædem, quæ ex 2 ad B adnotatæ ſunt, transferantur ex 2 versùs A, ut habeamus diverſa puncta in vecte, quibus applicari poſſit onus ponderandum. Ex numero igitur adnotato, cui adnectitur pondus, fiat numerator fractionis, cujus Denominator ſit unitate minor ipſo numeratore; & per hanc fractionem multiplicetur numerus à ſtaterâ indicatus

(demptâ

(demptâ priùs vectis gravitate, ut ſuperiùs dictum eſt) & habebitur oneris gravitas. Sit igitur inter A & 2 adnexum pondus in puncto 7, & ſtatera indicet lib. 13. unc. 7: demo vectis gravitatem, quæ eſt lib. 2 ex hypotheſi, remanent lib. 11. unc. 7. multiplicandæ per $\frac{7}{6}$, & dabitur oneris gravitas lib. 13. unc. 6 $\frac{1}{6}$. Quare in hoc caſu fortaſſe nullum habetur ex vecte adjecto compendium, potuiſſet enim ex ipsâ ſtatera immediatè cognoſci eadem gravitas. Quod ſi eundem numerum indicaſſet ſtatera, ſed onus adjunctum fuiſſet in puncto 3, per $\frac{3}{2}$ multiplicatis lib. 11. unc. 7, proveniſſet gravitas oneris quæſita lib. 17 unc. 4 $\frac{1}{2}$, quæ ex hypotheſi major eſt, quàm ut ſolâ ſtaterâ oblatâ expendi poſſit. Vel ſi rem breviùs expedire placuerit, numeri ſtaterâ inventi accipe partem denominatam à numero vectis unitate minore, eámque illi numero invento adde, & idem obtinebis. Sic quia in puncto 3 appenſum fuit onus, accipe librarum 11. unc. 7. partem denominatam à 2, ſcilicet lib. 5. unc. 9 $\frac{1}{2}$, eámque adde libris 11. unc. 7 inventis, & habebis, ut priùs, lib. 17 unc. 4 $\frac{1}{2}$. Cur hac methodo operandum ſit, manifeſtò conſtat ex ipſa vectis diviſione; nam A B ad A 3 eſt ut 3 ad 1 ex conſtructione, atque ideò A B ad 3 B eſt ut 3 ad 2: igitur ut 2 ad 3, ita numerus à ſtatera indicatus (demptâ vectis gravitate) ad numerum quæſitum, quo ponderis gravitas innoteſcit.

Generatim itaque atque universè oblato quocumque vecte ad ſubitum uſum properato utere, etiamſi nullæ in eo diviſiones adnotatæ fuerint, examinato tamen priùs ipſius vectis horizonti paralleli gravitatis momento, quatenus ad ſtateram comparatur: Tum datum pondus ibi alliga, ubi commodè à ſtaterâ extremo vecti applicatâ elevari poſſit. Facto demum æquilibrio, ſtateræ numerum (dempto priùs vectis momento) multiplica per Rationem, quam habet vectis longitudo ad diſtantiam ponderis ab hypomochlio; & propoſitum obtinebis. Hìc habes maximum compendium ad ingentium ponderum gravitatem explorandam: etiamſi enim vectis non ſit adeò craſſus, quia tamen non procul ab extremitate illius, ubi eſt hypomochlium, alligatur onus, validè reſiſtit fractioni; & quo major eſt Ratio longitudinis vectis ad diſtantiam ponderis

deris ab hypomochlio, tanto majore incremento augentur ſtateræ vires.

Quod ſi fortè unicus vectis ſatis non fuerit, nihil prohibet plures adhiberi vectes multo majore compendio, quàm ſi unicum longiorem adhiberes. Nam ſi vectis AB non ita ſtateræ vires multiplicet, ut tormentum æneum in C alligatũ elevari poſſit ab æquipondio ſtateræ, alium vectem EF ſtatue ipſi AB parallelum, habeátque in E hypomochlium, & ſtatera in F adnectatur, qua primùm ipſorum vectium fune HI conjunctorum & poſitionem horizonti parallelam habentium gravitatis momentum expendatur. Deinde facto æquilibrio dematur vectium momentum, & reliquus librarum numerus à ſtaterâ indicatus multiplicetur primò per Rationem FE ad HE, & quod ex hac multiplicatione conſurgit, ſecundò multiplicetur per Rationem IB ad CB; habebitur enim demum tormenti ænei gravitas quæſita. Sit ex. gr. IB ad CB ut 10 ad 1, & FE ad HE ut 12 ad 1, atque ſtatera, dempto vectium momento, indicet libras 100: igitur 100 per 12 dat 1200, & 1200 per 10 dat lib. 12000 gravitatem ænei tormenti.

His autem indicatis ſtatim occurit animo non duos tantummodo ſed plures vectes poſſe ita diſponi, ut ſemper fiat major Ratio, quæ ex illorum Rationibus componitur: ſi nimirum inter duas trabes in ſolo ad perpendiculum firmatas, & æquali intervallo à ſe invicem diſſitas interjiciantur vectes alterna hypomochlia habentes in axibus, circa quos facilè converti poſſint, & ſimili ratione jungantur, ac de duobus vectibus AB & EF dictum eſt: Ex ſingulorum enim vectium Rationibus una Ratio componitur, per quam multiplicandus eſt numerus à ſtaterâ indicatus, dempto priùs vectium momento. Id quod paulo latiùs explicatum eſt in *Terra machinis mota*. diſſert.-1- n. 16. nec opus eſt hìc tranſcribere.

MECHA

MECHANICORUM LIBER QUINTUS.

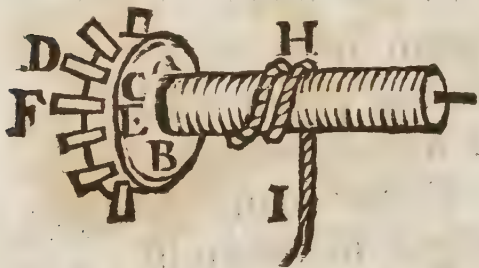
De Axe in Peritrochio.

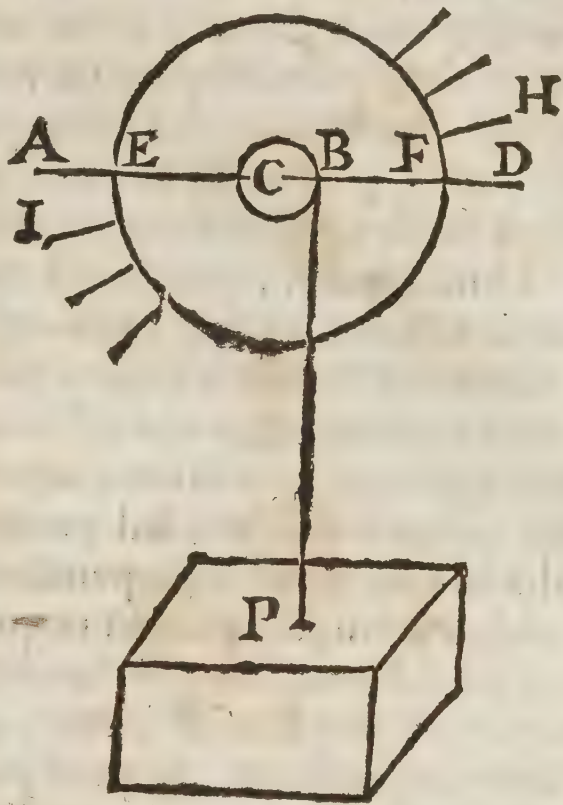
QUÆ de Vecte ejúſque viribus ſuperiore libro diſputata ſunt, illa quidem vera ſunt, & admirabilia, ſed, niſi vectis admodum longus ſit, exiguus motus conciliatur ponderi, adeò ut, ſi ad notabilem aliquam altitudinem attollendum illud ſit, oporteat ſubinde & ipſi ponderi fulcrum ſupponere, ne recidat, & ipſi vecti hypomochlium altiùs ſubjicere, ut congruo loco ſtatuatur. Præterquam quod pro variâ ipſius vectis inclinatione, oneríſque illi impoſiti, aut ſubjecti poſitione, varia quoquè ſunt momenta potentiæ vectem urgentis. Hinc alia Facultas excogitata eſt, quæ, ut pluribus placet, vectis quidam ſit perpetuus, citrà incommoda, quæ in ſimplici Vecte, ut innuebam, occurrunt. *Vectem* autem appellant, quia ad vectis Rationes illius vim revocant; *perpetuum* verò, quia nullâ opus eſt hypomochlij mutatione: proprio tamen, tritóque jam vetuſtate vocabulo, communiter dicitur *Axis in Peritrochio*, quaſi *Axis in Rota*, ut quidam interpretantur; ſed fortaſsè clariùs, pleniúſque vocabuli vim aſſequeremur, ſi *Axem Convolutum* vocaremus; neque enim ſemper adeſt Rota, cum tamen ſemper interſit Convolutio, ſimul quippe volvitur, & Axis ipſe, & id, cum quo Axis conjungitur.

Neque hic ſumitur Axis quemadmodum in Cono, Cylindro, atque Sphærâ, pro linea rectâ, circa quam immotam corpora illa in gyrum aguntur; ſed eſt corpus ſuâ præditum craſſitie, cui Axis nomen inditum eſt, quia rotarum axem imitatur, non tamen circà illum fit convolutio, ſed ipſe circa idem centrum volvitur minore motu, circa quod potentia motu majore rotatur, quatenus illi applicatur, ut ex his, quæ dicentur, manifeſtum fiet.

CAPUT I.

Axis in Peritrochio forma, & vires deſcribuntur.

AXis in Peritrochio forma à Pappo Alexandrino circa finem lib. 8. Collect. Mathem. deſcribitur, quadratum ſcilicet lignum tympano quadrato foramen A B eidem ligno congruens circa ſuum centrum habenti inſeritur, ut ſimul verti poſſint; ligni autem partes è tympano prominentes in cylindricam rotunditatem conformantur; & lignum horizonti parallelum ſuper polos æreos, aut ferreos (choinicidas Pappus vocat) congruis fulcris inſiſtentes ſtatuitur. Extremæ verò tympani orbitæ infiguntur Radij C D, E F, &c, quos Pappus *Scytalas*, Ariſtoteles *Collopes* nominat, longiores ſcilicet paxilli, quibus arreptis verſatur tympanum, & cum eo Axis, quem ductarius funis H I in convolutione circumplectens attollit adnexam in I ſarcinam; atque hæc tantumdem attollitur, quantus funis Axem circumplicat ex convolutione.

Ut Axis hujuſmodi vires explicentur, communiter in eo agnoſcunt Vectis Rationes: cum enim C B ſit ſemidiameter cylindri, quem funis complectitur, & C E ſemidiameter

ter tympani circumpoſiti, E A verò longitudo Radij, concipiunt A B quaſi Vectem primi generis habentem hypomochlium in C, adeò ut ex Ratione A C ad C B momentum potentiæ in A applicatæ computetur. Quæ quidem vera eſſe non negaverim, ſi hoc unum intelligatur, quòd Ratio A C ad C B ſimilis ſit Rationi, quam haberet æqualis Vectis ſimilem habens poſitionem Potentiæ, Hypomochlij, & Ponderis. Verùm cur primi potiùs quàm ſecundi generis vectis dicatur Axis in Peritrochio, cùm æquè attollatur pondus P, ſi Radij extremitas D elevetur ſurſum, ac ſi extremitas Radij A deprimatur deorſum? Eſto facilior ſit depreſſio, quàm elevatio. Quid, ſi Axis ſtatueretur horizonti perpendicularis, tympanum autem horizonti parallelum, non ad attollendum, ſed ad trahendum pondus? Utique par eſſet trahendi facilitas, ſive impellatur D versùs H, ſive A versùs I: adeóque nulla eſſet ratio, cur primi potiùs quàm ſecundi generis Vectis diceretur: an utrique generi aſcribendus eſt?

Sed quid Axem ad Vectem revocare opus eſt? cùm eodem ex fonte ita utriuſque vires emanent, ut etiamſi Vectem extra omnem Naturæ facultatem poſitum, atque inter ἀδυνατα recenſendum eſſe fingeremus, adhuc Axi ſua permanerent momenta: Eſt nimirum, ſi ſecundum velocitatem comparentur, motûs potentiæ ad motum Ponderis Ratio major, quàm gravitatis ponderis ad virtutem potentiæ: dum enim funis ductarius ſemel cylindrum circumplectitur, potentia ſemel percurrit ſpatium æquale peripheriæ circuli ab extremo Radio deſcripti; cùm autem ſint peripheriæ circulorum in Ratione ſemidiametrorum, motus potentiæ A ad motum ponderis P eſt ut A C ad

CB. Quare potentiæ Peritrochium verſantis conatus, ad conatum potentiæ ſine machinâ attollentis pondus P, erit in Ratione CB ad AC; quò enim minor ſecundùm velocitatem eſt motus ponderis comparatus cum motu potentiæ, eo minor eſt ejuſdem reſiſtentia; minorem autem reſiſtentiam minor conatus ſuperat. Quæ ita ex dictis tùm lib.2.cap.5. tum lib.4.cap.1. clara ſunt, ut uberior explicatio ſupervacanea cenſenda ſit.

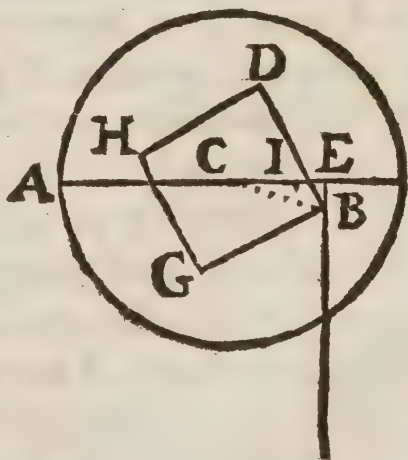
Hinc apparet, quid juvet ipſius rotæ adjunctæ magnitudo, aut infixarum ſcytalarum longitudo; quò enim fuerit major Potentiæ diſtantia à centro motûs, eò pariter major erit movendi facilitas. Quo circa ſi eidem Peritrochio placuerit duplicem applicare potentiam, atque ideò ſcytalas non exteriori abſidi tympani infigas, ſed potiùs extremam tympani oram ſcytalis ad ejus planum perpendicularibus transfigas; tunc ad augenda Potentiæ momenta nequicquam prodeſt ſcytalæ longitudo, ſed à foramine, cui illa infigitur, uſque ad centrum deſumenda eſt potentiæ diſtantia, quæ ut major fiat, tympani diameter augenda eſt. Id quod pariter dicendum eſt, quando manubrium (unicus ſcilicet paxillus tympani plano infixus) apponitur, quod moventis manu perpetuò in converſione retinetur; ejus enim diſtantia à centro perinde conſideratur, atque ſi potentia illi tympani parti fuiſſet proximè applicata, cui manubrium infigitur.

Cavendum tamen hìc videtur, ne quis majorem aliquam rotam ultrà manubrium excurrentem cylindro circumpoſitam conſiderans, quæ aliquando plus habere videtur momenti, quàm ſi rota non major eſſet, quàm ferat manubrij à centro diſtantia, exiſtimet non ex hac diſtantiâ computandum eſſe potentiæ manubrio applicatæ momentum. Obſervet, oportet, hoc non contingere in immanibus & coloſſicoteris ponderibus, immò neque in mediocribus movendis, ſed in iis tantummodo, quæ leviore negotio & velociter moveri poſſunt: Rota enim, cujus ſemidiameter major eſt, quàm manubrij à centro diſtantia, impreſſum à movente potentiâ impetum concipit, qui levem nactus reſiſtentiam non ſtatim perit, ſed aliquantiſper perſeverans motum rotæ unà cum novo potentiæ conatu efficit majorem, quàm pro ſolitariis potentiæ viribus: immò tanta fieri poteſt impetûs impreſſi acceſſio, ut poſt aliquod tempus,

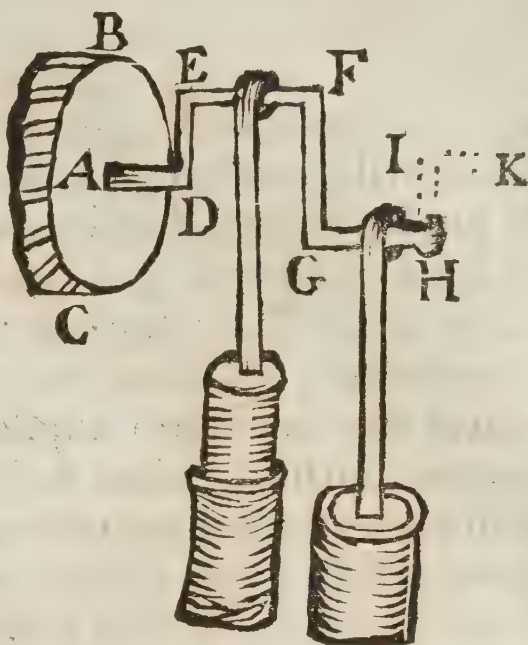
etiam

etiam dimiſſo à potentiâ manubrio, vi ejuſdem impreſſi impetûs adhuc ſe rota in gyrum contorqueat. Hinc eſt aliquando ejuſdem rotæ diametrorum extremitatibus addi plumbeas maſſas, quæ plus impetûs concipientes, atque diutiùs retinentes, rotæ converſionem validiùs promoveant, etiam ceſſante potentiâ. Sed hìc non unica eſt potentia, quæ manubrio applicatur, cujus momenta ex diſtantiâ manubrij à centro definimus; ſed præterea impetus ille perſeverans rationem habet alterius potentiæ applicatæ illis rotæ partibus, quibus ineſt; & pro variâ à centro diſtantiâ, alia pariter atque alia ſunt particularum ipſius impetûs impreſſi momenta ad rotam convertendam. Quoniam verò rotæ ſemidiameter ex hypotheſi major eſt, quàm manubrij à centro diſtantia, nil mirum, ſi particulæ impetûs extremæ rotæ impreſſi multum habeant momenti, quippe quæ magis diſtant, & velociorem motum efficiunt.

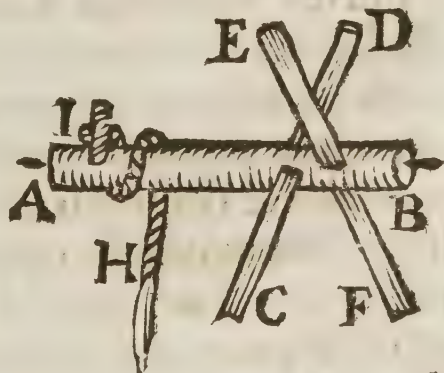
Quod verò ad cylindrum ſpectat, quem funis ductarius circumplicat, non eſt neceſſe illum eſſe exactè & Geometricè rotundum, ſed ſatis eſt ſi cylindricam figuram æmuletur: eatenus ſiquidem rotundum axem conſtruimus, quatenus eadem volumus in convolutione ſervari momenta: ſi verò angulatus eſſet axis, perpendiculum, in quo eſſet pondus, modò vicinum centro eſſet, modò ab eo remotum, ac propterea ejuſdem remoti majora eſſent momenta, quàm vicini. Sit enim ex. gr. quadratus Axis B D H G: utique perpendiculum, in quo eſt funis retinens pondus quod attollitur, variam habet à centro C diſtantiam; nam quando latus B D congruit funi perpendiculari, diſtantia à centro C æqualis eſt ſemiſſi lateris G B, & eſt C I; cum verò latus B D in converſione fit obliquum, diſtantia perpendiculi fit major, & eſt C E, ita ut demùm diſtantia maxima ſit æqualis ipſi C B; quæ iterum decreſcit, donec funis congruat lateri B G. Potentiæ autem à centro diſtantia eadem ſemper manet A C, ideòque momentorum potentiæ ad momenta ponderis Ratio ſubinde mutatur. Quòd ſi non quadra-

tus ſit Axis, ſed plurium angulorum, ita ut latera breviſſima ſint, ſicuti vix diſtat à rotunditate cylindri, ita vix momentorum diſparitatem infert.

Illud quidem animadverſione dignum eſt, quòd non temerè ſtatuenda ſit Axi craſſitudo, ſed adeò validus eſſe debet ac firmus, ut ponderis gravitati obſiſtere poſſit, quin flectatur, aut diſſiliat; ſi enim incurveſceret, augeretur movendi difficultas, quia nimirum in converſione majorem ambitum deſcriberet, quàm pro ejus ſoliditate. Sed neque idcircò præter modum craſſus Axis eligi debet, quia quò major ille eſt atque craſſior, eò major etiam eſt potentiæ moventis labor, niſi pariter majus illi addatur Peritrochium. Hinc fit contingere poſſe, ut in attollendo pondere augeatur labor potentiæ circa finem motûs; quia videlicet, ſi ductarij funis ſpiræ jam univerſam cylindri faciem circumplectantur, & ſequentes ſpiræ non cylindro cohæreant, ſed ſubjecto funi, jam intelligitur ſemidiameter axis aucta craſſitudine funis ſubjecti, ac proinde ſecundus hic ſpirarum ordo majorem funis longitudinem exigit, adeóque etiam infert majorem ponderis motum, quo tempore potentia motum non majorem perficit: quare diminutâ Ratione motûs potentiæ ad motum ponderis, minora fiunt illius momenta ad attollendum pondus.

Porrò non eſt omnino neceſſe, ut ad pondus attollendum Axis ſtatuatur in ſuperiore loco, ſed fieri poteſt, ut longè altiùs elevetur pondus ſupra locum Axis; ſi nimirum funis ductarius tranſeat per orbiculum ſuperiùs firmatum: Verùm ita firmiter ſtabilienda eſt machina, ut hæc à nimiâ ponderis gravitate non rapiatur ſurſum. Cæterùm cùm funis immediatè nectitur ponderi inferiùs poſito, ipſa ponderis gravitas ſtabilit machinam ſuis fulcris inſiſtentem ſolo. Hactenus quidem Axem rectum, prout magis communiter uſurpatur, ſtatuimus; pro opportunitate tamen adhiberi etiam poteſt curvatus. Quemadmodum ſi ex profluente aquam ſurſum antliâ propellere velimus, rotæ B C congruis pinnis inſtructæ, in quas aqua incurrens vim ſuam exerceat, additur craſſior ferreus ſtylus centro A infixus, curvatúſque A D E F G H I K (ſi I K ſit alter polus, cui machina incumbit,

bit, nam ſi fulcrum ſit propè A inter A & D, ſufficit ſi in H terminetur) ita ut ipſi D E æqualis ſit particula H I, utriuſque autem dupla F G, atque inter E F & G H annulo inſeritur haſta adnexa embolo, ita ut dum alter embolus attollitur, alter deprimatur. Hìc attendenda eſt Ratio ſemidiametri rotæ, ſeu diſtantiæ potentiæ à centro, ad D E, quæ eſt ſemidiameter cylindri, qui ex ejus convolutione gignitur; perinde atque ſi eſſet cylindrus, cujus tota diameter eſſet F G: atque ideo non ex ipſius ferrei ſtyli craſſitudine, ſed ex flexu æſtimanda eſt Axis ſemidiameter; eatenus quippe craſſior, aut exilis ferreus ſtylus eligitur, quatenus majore aut minore vi opus eſt in attollendo atque deprimendo embolo.

CAPUT II.

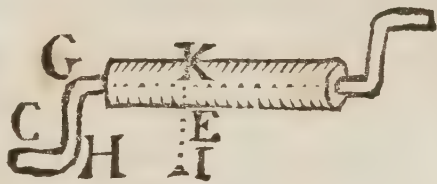
Succulæ & Ergatæ uſus conſideratur.

PEritrochij uſus quidem frequens eſt, ſed & ſæpiùs ſine rotâ idem præſtatur, vel addito Axi manubrio, vel Radiis Axi infixis; & machina Latinis *Succula* dicitur; parvulus autem paxillus, cui funis ductarij caput adnectitur, *Porculus* nominatur: Si tamen paxilli loco annulum cylindro adnectas, cui funis caput inſertum firmetur, perinde eſt. Hujuſmodi eſt cylindrus A B ſuis polis inſiſtens congruo pegmati, infixoſque habens Radios C D, E F; quibus manu arreptis cylindrus volvitur, & funis adnexus paxillo I circumducitur cylindro, atque connexum in H onus attollitur. Dupliciter autem

succulâ

ſuccula uti licet, aut Radiis perpetuò infixis, aut qui cylindri foraminibus dum verſatur, ſubinde inſerantur: Si perpetuò infixi maneant, unus poteſt Axem convertere alio poſt alium Radio arrepto: at verò ſi idem Radius in aliud atque aliud foramen immittendus ſit, duo ſint, oportet, qui alternâ operâ ſuum Radium deprimentes Axem convolvant; alioquin, niſi artificio aliquo retineatur, dum ex uno foramine extrahitur Radius, ut in aliud immittatur, pondus ſuâ gravitate deorſum relaberetur. Licet tamen hanc duplicis potentiæ neceſſitatem utilitate aliâ compenſare; ubi enim duo ſint, quorum viciſſitudine circumagatur Axis immiſſitio hujuſmodi Radio, hic poteſt eſſe multo longior, quàm ſi eidem Axi infixus maneret; oporteret ſiquidem plures Radios perpetuò manentes infigere; id quod, ſi longiores eſſent, non careret incommodo. Quo autem longior Radius fuerit, eò pariter faciliùs potentia movebit, quippe quæ motum multò velociorem motu ponderis habebit, pro Ratione longitudinis Radij plus ſemidiametro cylindri, ad eandem cylindri ſemidiametrum.

Ad hoc fortaſſe genus revocari poſſunt Scytalæ oneribus promovendis ſubjectæ, de quibus dictum eſt lib. 2. cap. 9; cùm harum capitibus aptè perforatis immittuntur ferrei aut lignei vectes, quorum ope ſcytalæ ipſæ convertuntur, atque incumbens onus dum ad aliam atque aliam orbitæ partem accommodatur, promovetur. Quo enim longioribus vectibus utimur, potentia circa cylindri centrum multò velociùs movetur quàm impoſitum ſaxum, cujus motus æqualis eſt converſioni peripheriæ. Nam quod motus abſolutè ſumptus ſit aliquantulo major, quia centrum ipſum promovetur, nihil refert, quia motus hic & cylindro ſubjecto, & oneri, & Potentiæ communis eſt.

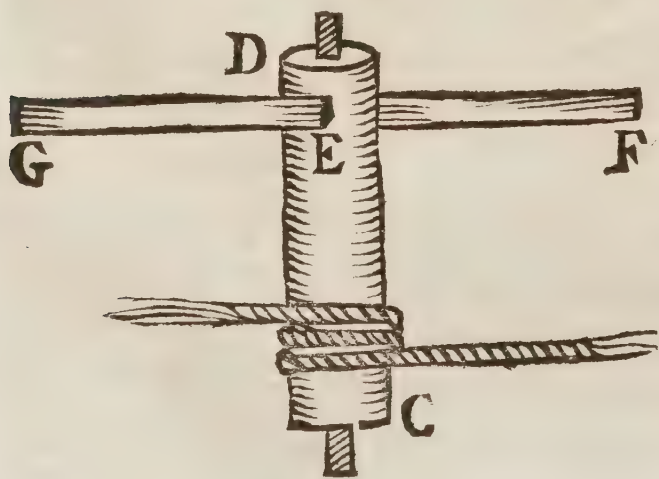
Præter Succulam Radiis infixis inſtructam, cujuſmodi ea eſt, quæ ad hauriendas è puteis aquas vulgò uſurpatur (quamquam ob radiorum brevitatem & ipſius Axis craſſitudinem non admodum potentiæ momenta augeantur) forma alia cæmentariis maximè familiaris eſt ad attollenda ſaxa, lateres, & calcem, duplici manubrio in oppoſitas partes diſpoſito, ut quædam conatuum conſtans ſimilitudo ſervetur, dum altero ſuum manubrium deprimente, ſuum alter elevat: cùm enim vi brachiorum

deorſum connitentium facilior contingat depreſſio, quàm elevatio, ſi manubriorum inflexio ad eandem partem collocaretur, uterque ſimul deprimendo faciliùs axem converteret, at uterque ſimul elevans aliquid amplius laboris ſubiret; alternis autem elevationibus atque depreſſionibus labor temperatur. Cæterum quod ad potentiæ momenta attinet, parum intereſt, quam poſitionem manubria habeant viciſſim comparata; ſpectatur videlicet ſingulorum longitudo & cujuſmodi motum potentia manubrio applicata deſcribat: Sic manubrij longitudo G H, hoc eſt potentiæ apprehendentis H O diſtantia perpendicularis ab axe cylindri, qui convolvitur, attendenda eſt, & cùm ipſius cylindri, ſemidiametro comparanda, ut Ratio motûs Potentiæ ad ponderis motum innoteſcat, ac proinde Potentiæ momentum definiatur.

Hinc apparet pro ipſius G H longitudine ad cylindri axem productum perpendiculari augeri momenta potentiæ; perinde namque ſe habet, ac ſi infixus eſſet cylindro Radius K I ipſi G H æqualis; quia ut K I ad K E ſemidiametrum, ita G H ad K E, & ambitus à potentia in H deſcriptus ad ejuſdem cylindri ambitum. Quare non leviter allucinantur, qui manubrij longitudinem G H non rectam, ſed in hemicyclum curvatam volunt quaſi hinc plus aliquid momenti potentiæ conferretur; quamvis enim circuli ſemiperipheria ſit ſaltẽ diametri ſeſquialtera, potentiæ applicatæ motui non ſemiperipheria, ſed diameter legem ſtatuit: alioquin ſi ex ipſa manubrij inflexione momenta augerentur, ſatius eſſet non tantùm ſemiperipheriæ, ſed majori circuli ſegmento ſimile eſſe manubriũ; id quod ſi experiri voluerint, tantum abeſt, ut movendi facilitatem acquirant, ut potiùs momenta minui ſentiant; nam in circulo maximam lineã eſſe diametrum, & quò majorũ ſegmentorũ arcus majores fiunt, minui ſubtenſas chordas, ex 15. lib. 3. nôrunt ipſi Elementarij.

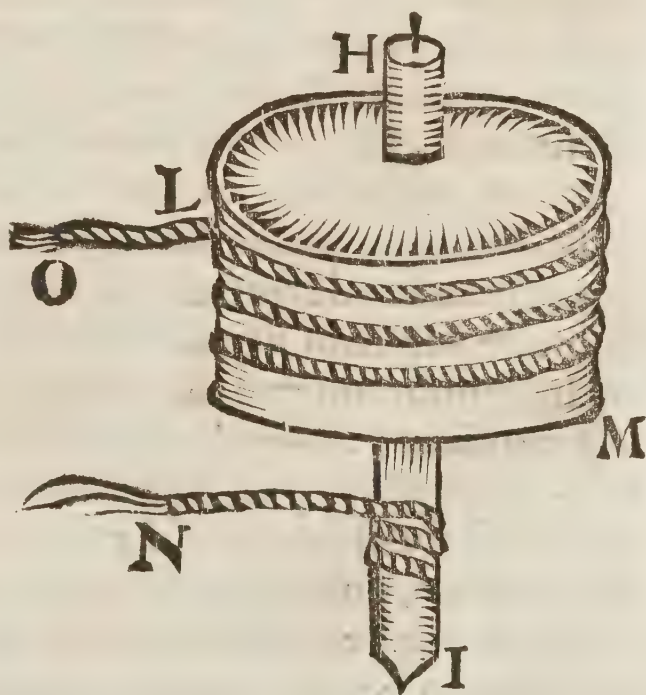
Hac igitur manubrij longitudine perpensâ, non ſolùm non eſt eorum æqualitas religioſè ſervanda, verùm author eſſem cætementariis, ut manubriorum alterum paulò longius conſtituerent; cùm enim ut plurimum inæquales ſint operarum vi-

vires, si æqualia sint manubria, qui infirmior est, plus subit laboris, quàm ferre possit: at si alterum paulo longius sit, debiliorem illi applicari oportebit, ut minore incommodo præscriptum opus perficiat. Quòd si contingat ab unico homine convertendam esse succulam, non erit contemnendum laboris compendium, si possit longiore manubrio uti.

Quamvis autem nullus statuatur finis conversioni, quia funis ductarius succulam non circumplectatur, eadem manet Ratio. Si enim axi polygono insistens catena singulis palmaribus, aut majoribus intervallis adnexos globulos aut discos habeat tubo, per quem transeunt, congruentes, qui intra tubum aquam intercipiẽtes dum ex succulæ conversione attolluntur, aquam pariter elevant, secúmque rapiunt, perpetua fieri potest conversio; pondus autem, quod movetur, est aqua tubum implens. Ubi aliquorum imperitiam castigare oporteret, qui manubrij longitudinem (quæ ipse non sine inscitiæ admiratione vidi, narro) minorem semidiametro axis, cui catena insistit, constituunt, & operarum laborem frustra augent, dum minor est potentiæ motus, quàm ponderis. Quid enim paulo majorem longitudinem manubrio non tribuunt? minùs scilicet laborantes operæ concitatiùs axem volverent, & globuli celeriùs elevati minus aquæ elabi sinerent.

Jam verò ad Ergatam, quæ modicum à succulâ differt, transeamus, cujus usus potissimùm est in trahendis oneribus, quanquam illâ etiam, adhibitâ videlicet trochleâ, ad onera attollenda uti possimus, & frequenter utamur. Quemadmodum autem in succulæ positione est cylindrus ut plurimùm horizonti parallelus, ita in Ergatâ statuitur horizonti perpendicularis. Cylindro enim D C ita firmato, ut vel circa extremos polos, vel in loculamento congruo converti possit, additur vectis G E F (aut etiam plures vectes eidem cylindro infigun-tur) cui applicata Potentia dum cylindrum circa suum axem versat, funemque

D E G F C

nemque convolvit, adnexam ſarcinam adducit. Æſtimatur autem potentiæ momentum ex ejuſdem Potentiæ diſtantiâ ab axe cylindri, comparata cum ipſius cylindri ſemidiametro: quantus nimirum funis cylindrum circumplectitur, tantus eſt oneris adducti motus, qui ad potentiæ motum eam habet Rationem, quæ inter cylindri ambitum circularem, & peripheriam Radio E F, aut E G, deſcriptam intercedit. Cum verò hujuſmodi vecti E F tanta tribui poſſit longitudo, quantam ferre poſſit ſpatium; in quo Potentia movetur, patet longiore vecte momentum potentiæ pro arbitratu augeri poſſe. Verum quidem eſt plures potentias eidem vecti E E applicatas inæqualia habere momenta pro Ratione inæqualium diſtantiarum ab axe cylindri.

Sed illud maximè commodum accidit in Ergatâ, quod hìc jumentorum ope hominum laborem minuere licet, dum illa extremo vecti alligata, & in gyrum acta cylindrum convolvunt; à quibus tamen ſubſidium petere in ſucculæ convolutione non poſſumus; niſi fortè cylindrum horizontalem Verticali peritrochio inſeramus, & extremam craſſioris peritrochij orbitam funis circumplectatur; qui dum jumento trahente evolvitur, cogat cylindrum converti, funémque, cui ſarcina adnectitur, circa cylindri orbitam convolutum attollere pondus. Id quod etiam præſtare valemus, ſi trahendum ſit onnus, neque in locum inducere liceat jumentum: nam perpendiculari cylindro H I peritrochium, ſeu tympanum L M horizonti parallelum circumponitur, & pluribus ſpiris tympano circumducitur funis, quem in O jumentum trahens quamvis procul poſitum explicat, atque cylindrum convertit, ac propterea onus in N adnexum adducit.

Porrò in funis ductarij circumvolutione circa ſucculæ aut Ergatæ cylindrum obſervandum eſt, non eſſe neceſſe totum funem circumvolvi, illique adnecti; nimis enim multus aliquando eſſet, & non leve afferret incommodum; ut ſatis conſtat, cùm ſolvendæ ſunt anchoræ, ſi craſſum illum rudentem totum cylindro circumduci opus eſſet, ut anchora è maris fundo extrahatur. Satis igitur eſt, ſi funis duplici aut triplici ſpirâ cylindrum circumplectatur, quando ingentia pondera movenda ſunt; hæc ſiquidem valdè reſiſtunt, & ita funis circa ipſum cylindrum conſtringitur, ut illum validè premat, nec facilè poſſit excurrere, maximè ſi cylindrus non fuerit exquiſitè tornatus; nimius ſcilicet partium ſe ſe mutuo contingentium affrictus, qui cum cylindri ſuperficie fieri deberet, perinde reſiſtit, atque ſi funis paxillo aut annulo eſſet idem cylindro adnexus. Quare ſatis fuerit, ſi puer funem in converſione explicatum colligat.

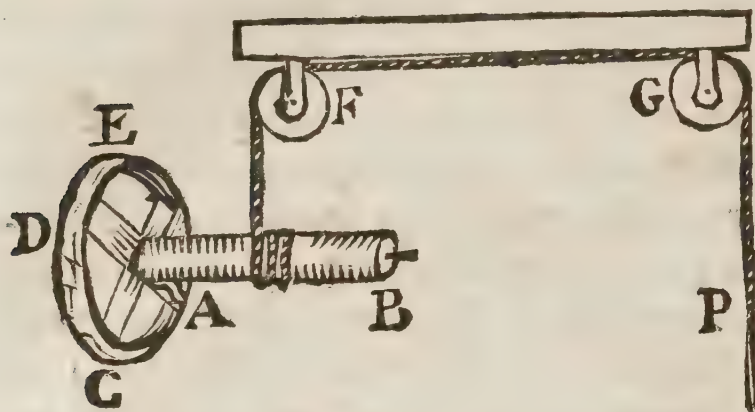
Ex dictis tùm hoc, tùm ſuperiori capite, ſatis conſtat, quænam longitudo ſtatuenda ſit Radio, cui potentia data applicanda eſt, ſi pariter cylindri ſemidiameter, & oneris gravitas detur. Nam ſi fiat ut data Potentia ad datam ponderis gravitatem, ita data cylindri ſemidiameter ad quæſitam Radij longitudinem, habetur longitudo ſufficiens ad ſuſtinendum pondus in aëre ſuſpenſum. Quare pro arbitratu augeatur longitudo Radij, &, cùm facta jam ſit major Ratio motûs potentiæ ad motum ponderis, quàm ſit Ratio gravitatis ponderis ad virtutem potentiæ ſuſtinentis, illa poterit propoſitum pondus movere. Sic quoniam in navibus ad proram jacet horizonti parallelus verſatilis cylindrus (aut potiùs hexagonum ſeu octogonum priſma) cujus extremitas decreſcentibus crenis denticulata incumbentem ligneam regulam ſingulis ſubinde crenis excipit, ne ponderis vi in contrariam partem retroagi valeat, & cylindro circumducitur rudens (*Piſma* ab aliquibus dicitur) ex quo anchora pendet; nec habere poteſt plures Radios perpetuò adnexos, quos videlicet ſpatij anguſtiæ ferre non poſſent, ideò foramina quædam habet, quibus, ubi opus fuerit, inſeruntur vectes. Ut vectium longitudo ſtatuatur, anchoræ gravitas cum adjecto ligneo tranſverſario conſideranda eſt, quæ eſt ferè ſub trecentupla gravitatis navis vacuæ, ut conſtat ex iis, quæ lib.4.cap.17. innuimus.

innuimus. Navis autem capacitas (hoc eſt pondus, quod navis geſtare valet, & æquale eſt gravitati navis in aëre) vel per dolia, ſeu amphoras aquæ, quam ſine incommodo ferre poteſt, numeratur, ut ſolent Galli & Angli ſingulis doliis navalibus libras bis mille tribuentes, vel per pondera, quæ Hollandis atque Germanis *Laſt* dicuntur, ſingula librarum ſaltem quatuor millibus definita (nam *Laſt* Hamburgi continet libras 4554, Amſtelodami, ſi ſit triticum habet lib. 4800, ſin autem ſiligo lib. 4200, Stevinus verò lib. 3. ſtaticæ pop. 10. ſingulos modios definit lib. 360) & ſingulis libris unciæ ſexdecim, ſeu *Lotones* 32, hoc eſt ſemunciæ tribuendæ ſunt. Quare data navis capacitas ex. gr. doliorum 400, multiplicetur per lib. 2000; & ſunt. lib. 800000, quarum pars trecenteſima lib. *2666* eſt ferè pondus anchoræ cum ligneo tranſverſario. Poſſunt autem non plures applicari vectes quàm quatuor, ideóque ſinguli quartam ponderis partem elevare debent, hoc eſt lib. *666*. Si fuerit igitur cylindri ſemidiameter $\frac{3}{4}$ pedis, & vis potentiæ (quia ipſa corporis gravitas vectem premit) ſit elevandi lib. 100, fiat ut 100 ad *666*, ita $\frac{3}{4}$ pedis ad pedes ferè quinque; & hæc erit quæſita longitudo Radij, cui potentia applicanda eſt.

CAPUT III.

Tympani à calcante circumacti vires expenduntur.

TYmpana, quæ Græcis γερανοι, Latinis retentâ vocabuli interpretatione *Grues* dicuntur, hoc differunt à Succulâ, quòd ab hominibus non brachiorum contentione, ſed corporis calcantis gravitate moventur. Horum autem frequentiſſimus eſt uſus tum in Hollandiâ tùm in Germaniâ juxta fluvios navigabiles, ut ingentia pondera è navibus extrahant, & in ripâ deponant: quamquam & ad alios uſus fa-

cilè traduci poſſint, ſi apto loco collocentur. Cylindro AB verſatili, & horizonti parallelo; ac ritè firmato, ampliorem rotæ peripheriam CDE circumponimus ex latioribus aſſeribus compactam, ut unus ſaltem homo ingredi valeat; qui dum ex C in D aſcendere conatur, ſua gravitate deprimens tympanum, cylindrum pariter convertit, ductariúmque funem convolvit, qui per orbiculos F & G ſuperiori trabi exporrectæ connexos tranſiens, cum onere in P connectitur, atque adeò ex Cylindri converſione attollitur pondus, etiamſi à machinâ ipſa abſit, quantum trabs exporrigitur. Si placuerit eidem cylindro duplex tympanum, aut unicum valdè amplum apponere, licebit, ut plurium hominum operâ in elevando onere uti poſſimus.

Machinæ hujus vires eò majores eſſe, quò major eſt ſemidiametri rotæ ad cylindri ſemidiametrum Ratio, ſatis manifeſtum eſt ex iis, quæ ſæpiſſimè dicta ſunt; major eſt enim potentiæ motus, quò amplior eſt rota. Cavendum tamen ne, quemadmodum in ſucculâ atque Ergatâ, ita etiam hìc omnino ex ipſa ſemidiametrorum rotæ & Cylindri Ratione definiantur potentiæ momenta: hìc ſcilicet potentia tympanum movens eſt inſita homini gravitas deorſum connitens; in ſucculâ autem atque in Ergatâ potentia movens eſt impulſus ab animali facultate impreſſus, ac in gyrum directis. Quapropter in ſucculâ, atque in Ergatâ cùm eadem ſit potentiæ directio ſimiliter applicatæ in quocumque ſitu, eadem manent in converſione potentiæ momenta: at hominis tympanum calcantis non eædem ſemper ſunt vires, ſed quo magis aſcendit versùs D, augentur ejus momenta; quia videlicet perinde eſt, atque ſi à centro ad punctum orbitæ, in quo eſt gravitas calcans, ducta eſſet linea; ibi enim momentum deſcendendi eſt ut Sinus declinationis à perpendiculo, juxta dicta lib. 1. cap. 15.

Sit

Sit enim rotæ CHG ſemidiameter EB, cylindri verò ſemidiameter EO. Si homo tympanum ingreſſus conſiſtat in infimo loco H, in quem ſcilicet cadit perpendiculum EH, utique machinam non movet, à qua ipſe ſuſtinetur: Similiter ſi funis OC per ſuperioris trabis orbiculos tranſiens fuerit intentus, etiamſi ex H aſcendat in D, in quod punctum cadit recta CO cylindrum tangens, non movetur pondus, quod ex hypotheſi excedit gravitatem hominis tympanum calcantis: quia nimirum in D homo ratione poſitionis non habet deſcendendi momenta majora, quàm ſit ſemidiameter OE, quæ pariter ſunt momenta oneris funi OC adnexi: Cùm autem ratione poſitionis momenta ponderis atque potentiæ æqualia ſint, ſed ratione gravitatis potentia infirmior ſit ex hypotheſi quàm pondus, illa utique elevare pondus non valebit. Procedet igitur aſcendendo ex. gr. uſque ad I, ubi obtinebit momenta ut VE (hoc eſt IK ſinus anguli declinationis IEH) ad momenta oneris ut OE, adeò ut quæ Ratio eſt VE ad OE, eadem ſit Ratio gravitatis oneris ad gravitatem hominis; ac proinde aſcendentis ex I in G momenta augebuntur, & in G erunt ut SE. Cùm ergo SE ad OE Ratio major ſit quàm VE ad OE, hoc eſt gravitatis oneris ad gravitatem hominis, jam prævalet potentia, & tympanum convertitur, deſcenditque illius punctum G in locum, ubi erat punctum I, in quo fit conſiſtentia & quoddam æquilibrium ſuſtentando pondus, quod ut porrò moveatur, pergendum eſt in percurrendâ tympani orbitâ. Numquam igitur ratione poſitionis potentiæ momentum eſt ut ſemidiameter rotæ, niſi homo ita aſcenderet, ut ejus centrum gravitatis reſponderet puncto B; ex momento enim, quod potentia obtineret in B, demendum eſt, quantum ab ipſo centro retrahitur: in G autem

autem retrahitur juxta menſuram B S, & in I juxta menſuram B V, ac propterea ibi momentum remanet ut S E, hìc ut V E. Perinde autem ſe habere momentum in G ad pondus, atque ſi eſſet libra curva G E F, & ab alterâ extremitate F diametri cylindri, duceretur recta F G ſecans in R perpendicularem E H, manifeſtum eſt, quia ex 2. lib. 6. ut S E ad E F, hoc eſt O E, ita G R ad R F. Quòd ſi tympani orbitam limbus hinc & hinc ambiat, cui teretes paxilli inſerti veluti gradus ſcalas conſtituant, quibus homo non ſolùm inſiſtat pedibus, ſed quos etiam manibus apprehendat; obſervare oportet, pedibuſne tantum premat ſubjectum tympanum, an ex manibus quaſi ſuſpenſus pendeat. Nam ſi in eodem perpendiculo non ſint paxillus, cui inſiſtit, & is ex quo dependet, valde diſparia ſunt momenta. Si verò non planè rectum ſit corpus, ſed quaſi procumbens inclinetur, tunc potentiæ locus definitur à perpendiculo tranſeunte per centrum gravitatis ipſius hominis. Id quod dicendum pariter, quando tympano includitur canis (nam & à cane ingens tympanum verſari vidi, quo in Solarium attollebatur non mediocris ciſta linteis recens ablutis plena) cujus gravitatis centrum ſpectandum eſt, ejúſque diſtantia à perpendiculo tranſeunte per tympani centrum.

Hinc ſi ex navi aliæ atque aliæ ſarcinæ hac machinâ extrahantur, is qui tympanum verſat, etiamſi omnino non videat onus extra machinæ domunculam poſitum, facilè pronuntiabit majorne? an minor ſit ſecundæ ſarcinæ gravitas comparata cum priore: quò enim magis aſcendere cogitur in tympano, eò major eſt oneris gravitas; quærenda nimirum ſunt momenta majora ex poſitione, ut majore intervallo abſit à perpendiculo E H tranſeunte per E centrum. Simili ratione, ſi inter duos homines quæſtio oriatur uter illorum gravior ſit, facilè litem dirimes, ſi alter poſt alterum ingrediatur tympanum, ut idem onus attollat; qui enim magis aſcendere cogitur, minus habet gravitatis, ideóque majora momenta quærit ex poſitione. Quanta autem ſit oneris gravitas, dignoſcetur ex artificio ſtatim indicando. Unum hìc quaſi per anticipationem addendum, quod ad funem ductarium ſpectat; præſtat ſcilicet ejus extremitatem unco extremæ trabi infixo adnecti, & per orbiculum cum onere conjunctum tranſire, atque hinc per orbiculos G & F ad cylindrum deduci: hac

enim

enim ratione attollendi facilitas geminatur, ut clariùs patebit ex iis; quæ ſequenti libro de Trochleâ dicentur.

Ut igitur innoteſcat, quanta ſit proximè oneris gravitas obſervandus eſt in tympano locus, ubi homo illud calcans facit cum pondere æquilibrium: quando ſcilicet eò venerit, ut paulo altiùs aſcendens incipiat attollere pondus. Quoniam verò hujuſmodi pondera ea ſunt, ut in iis exiguæ differentiæ contemnantur, exquiſita quædam accuratio omnino ſupervacanea eſſet, ſi ſingulas, aut pauculas libras ad calculos revocandas eſſe cenſeremus, cum ſæpè non niſi per centenas libras eorum gravitas definiatur. Primùm ex centro E in ipsâ limbi craſſitudine deſcribatur circuli peripheria B C H: id quod facilè fiet funiculo extento, & axem F R O complectente; quo funiculo circumducto ſtylus in extremitate colligatus deſcribet peripheriã.

Deinde ſi nota non ſit accurata ſemidiametri menſura, quæ peripheriæ ſextantem accipiat, punctum unum, quod placuerit, ſtatue, ex quo peripheriam in partes aliquotas (quaſcumque tandem opportunitas dederit) dividere incipias: nam per numerum partium diviſis gradibus 360, ſtatim patebit, quot gradus ſingulæ partes contineant, quas aliquotas aſſumpſiſti. Partem igitur unam in gradus ſibi congruentes tribue; eorum enim menſura in conſequentem arcum tranſlata, quoties oportuerit, demùm integrum Quadrantem in gradus 90 diviſum dabit. Ponamus commodam accidiſſe diviſionem peripheriæ in partes 15: diviſis gr. 360 per 15, quotiens 24 indicat numerum graduum parti decimæ quintæ tribuendorum. Quare partem unam bifariam divide, & intervallum gr. 12 inter punctum diviſionis & aſſumptum punctum, ex quo diviſio incipit, iterum divide bifariam, ut parti uni cedant gradus 6: his iterum bifariam diviſis, habetur partis aliquotæ primò aſſumptæ pars octava gr. 3. hanc in tres æquales partes diſtribue, & ſingulorum graduum menſura manifeſta eſt. Acceptis itaque tribus partibus decimis quintis addantur gradus 18, & habebitur integer peripheriæ Quadrans in gradus 90 diſtributus, qui adeò notabiles erunt, ut etiam gradûs partes, cujuſmodi eſt ſemiſſis, triens, & quadrans ſatis clarè dignoſci queant.

Tertiò. Quia non arcus H G, ſed ſemidiametri pars E S conſideratur, ut dictum eſt, concipe ſemidiametrum E B in partes

aliquotas diſtributam, primùm in duas, deinde in tres, in quatuor, & deinceps, prout opportunum accidet, ita tamen, ut non venias ad partem aliquotam minorem ſemidiametro Axis: Id quod deprehendes, ſi aſſumptam chordam ſubtenſam gradibus 60, in illud genus partium aliquotarum, de quo dubitas, diviſeris, & in ſemidiametro B E incipiendo ab extremitate B illas acceperis; ſi enim poſtrema pars aliquota reſidua major ſit ſemidiametro Axis, aut illi æqualis, non eſt juſto minor. Igitur ex Canone Sinuum exquire arcum ſingulis partibus, incipiendo à centro tympani, congruentem, & in peripheriâ deſcriptâ atque in gradus diſtributa arcum inventum ex Canone deſigna notâ partis aliquotæ $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$ &c. ut ſtatim appareat, quo loco intelligatur poſita potentia ſive in ſemiſſe, ſive in triente, ſive in quadrante ſemidiametri, ſive in ejuſdem beſſe aut dodrante &c. Factâ ſiquidem comparatione inter diſtantiam potentiæ à centro, & Axis ſemidiametrum, innoteſcet Ratio ponderis ad potentiam in tympano calcantem. Ponamus itaque tympani ſemidiametrum diſtinctam in partes 10, ita ut Axis ſemidiameter E O ad E B ſit ut 1 ad 10: poſſunt commodè omnes partes intra decimas reperiri, pro ut in adjectâ tabellâ oculis ſubjicio, in qua licèt minuta ſecunda exprimantur, ut innoteſcat etiam alios in uſus, quibus Sinubus quinam arcus reſpondeant: in præſenti

	Partes Radij	Gr. I. II.		Partes Radij	Gr. I. II.		Partes Radij	Gr. I. II.
$\frac{1}{2}$	50000	30. 0. 0	$\frac{1}{7}$	14285	8.12.46	$\frac{2}{9}$	22222	12.50.22
$\frac{1}{3}$	33333	19.28.16	$\frac{2}{7}$	28571	16.36. 6	$\frac{4}{9}$	44444	26.23.15
$\frac{2}{3}$	66666	41.48.36	$\frac{3}{7}$	42857	25.22.40	$\frac{5}{9}$	55555	33.44.55
$\frac{1}{4}$	25000	14.28.40	$\frac{4}{7}$	57143	34.51. 0	$\frac{7}{9}$	77777	51. 3.26
$\frac{3}{4}$	75000	48.35.26	$\frac{5}{7}$	71428	45.35. 0	$\frac{8}{9}$	88888	62.44. 0
$\frac{1}{5}$	20000	11.32.14	$\frac{6}{7}$	85714	58.59.50	$\frac{1}{10}$	10000	5.44.22
$\frac{2}{5}$	40000	23.34.40	$\frac{1}{8}$	12500	7.10.50	$\frac{3}{10}$	30000	17.27.28
5	60000	36.52.10	$\frac{3}{8}$	37500	22. 1.30	$\frac{7}{10}$	70000	44.25.40
$\frac{4}{5}$	80000	53. 7.50	$\frac{5}{8}$	62500	38.41. 0	$\frac{9}{10}$	90000	64. 9.30
$\frac{1}{6}$	16666	9.35.38	$\frac{7}{8}$	87500	61. 2.40	1	100000	90. 0. 0
$\frac{5}{6}$	83330	56.26.20	$\frac{1}{9}$	11111	6.22.46			

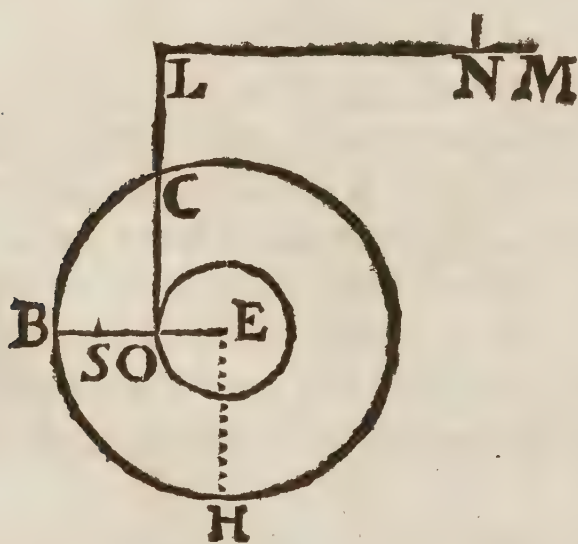
tamen

tamen opere prorſus inutilis accideret tam exquiſita accuratio: ſatis quippe eſt circiter illum gradum ejúſque minuta prima rotam appingere, indicem partis, vel partium ſemidiametri tympani.

Quartò. Funiculum Axi inſiſtentem, & facilè excurrentem ita diſpone, ut plumbeus globus in ejus extremitate pendulus intendat funiculum ipſum, qui in tympani limbo deſignet punctum, per quod tranſit linea perpendicularis ab Axis centro in horizontem deſcendens. Tum ab hoc puncto uſque ad punctum, ubi fit æquilibrium, ſumatur intervallum, atque transferatur in Quadrantem gradibus diſtinctum: Nam punctum, in quod ab initio Quadrantis cadit altera obſervati intervalli extremitas, indicabit notâ in limbo prænotatâ, quotâ ſemidiametri parte diſtet à tympani centro gravitas calcans ipſum tympanum, ex. gr. $\frac{3}{5}$ aut $\frac{4}{7}$. Cum igitur jam innotuerit Ratio ſemidiametri Axis ad ſemidiametrum tympani, ſcilicet ex hypotheſi $\frac{1}{10}$, fiat ut fractio index Rationis ſemidiametrorum, ad fractionem in limbo notatam, ita gravitas calcantis tympanum ad gravitatem ponderis, cum quo facit æquilibrium, videlicet ut $\frac{1}{10}$ ad $\frac{3}{5}$, ita gravitas hominis, puta lib. 250, ad gravitatem oneris lib. 1500. Hinc patet in puncto D, per quod tranſit linea OD tangens Axem & parallela perpendiculari EH ex centro demiſſæ, æquilibrium eſſe inter gravitates omnino æquales, ac proinde minimum pondus eſſe æquale gravitati hominis calcantis: Nam ſi inter H & D fieret æquilibrium, pondus levius eſſet quàm homo, & communi ſtaterâ facilè potes aſſequi illius gravitatem. Maximum autem pondus eſt illud, quod indicat ſemidiameter tympani ad ſemidiametrum Axis, homine nimirum ſuæ gravitatis vires exercente in B, ac propterea gravitas ponderis ad gravitatem hominis in B eſſet ex. gr. in Ratione decuplâ.

Illud tamen hìc perpende, quòd, ſi homo calcans in B, aut indè pendens, non volvit Axem, atque adeò non attollit pondus adnexum, non conſtat, an ſit æquilibrium, idem enim accideret etiam, ſi pondus eſſet multò majus; ac proinde neque conſtat de ejuſdem ponderis gravitate niſi hoc, quod ſit ut minimum decupla gravitatis hominis; quia nimirum nunquam il-

lud movebit; nam aſcendens homo ex B verſùs C minora ſemper obtinet momenta, quàm in B. Hoc autem ubi contigerit, & velis exploratam habere oneris gravitatem, aſſume pondus aliquod notæ gravitatis, quod adnectere valeas oræ tympani aut in B, aut eo loco, ut deinde homo calcans infra B, attollat pondus: ubi enim demum fiat æquilibrium, duplex inſtitue ratiocinium, alterum quidem ratione hominis, alterum verò ratione gravitatis additæ: inventi ſiquidem termini ſimul additi indicabunt quæſitam oneris gravitatem. Sic ſi aſſumptum pondus ſit lib. 36, & homo calcans ſit lib. 250, fiat autem æquilibrium homine exiſtente in X, pondere verò in G; ſumptis intervallis XH & GH, atque tranſlatis in Quadrantem inveniatur pro homine $\frac{9}{10}$, & pro pondere $\frac{4}{5}$. Fiat primò ut $\frac{1}{10}$ ad $\frac{9}{10}$, ita lib. 250 ad lib. 2250: deinde ut $\frac{1}{10}$ ad $\frac{4}{5}$, ita lib. 36 ad lib. 288: igitur ſumma lib. 2538 indicat ponderis gravitatem. Quòd ſi funis ductarij extremitas ſit adnexa extremæ trabi, ut indicatum eſt, atque tranſeat per orbiculum ponderi conjunctum, inventus numerus lib. 2538 duplicandus eſt & ſunt lib. 5076.

Ex his fortaſſe alicui placeat ſtateræ LM vires augere addito tympano hujuſmodi EB ut ſupra prænotato. Nam firmatâ in ſuperiore loco ſtaterâ LM, cujus anſa ſit in N, primùm obſervetur, quantum ponderis requiratur in M, ut fiat æquilibrium cùm ſolo brachio NL; hæc enim gravitas ſemper addenda erit gravitati, quæ invenietur ex ratiocinatione, qua componuntur Rationes ſtateræ & tympani. Deinde in tympani limbo notetur punctum C, cui congruit funis OL, quando ſtatera eſt horizonti parallela; ut hinc dignoſcatur, quo in loco tympani, dum convertitur, contingat æquilibrium. Demum cùm nota ſit Ratio MN ad NL, componatur cum Ratione ſemidiametri Axis ad partem ſemidia

ſemidiametri tympani, ex. gr. E O ad E S; & habetur Ratio gravitatis hominis tympanum calcantis ad gravitatem oneris, quod in M expenditur. Sit E O ad E S ut $\frac{1}{10}$ ad $\frac{4}{5}$, & M N ad N L ut 2 ad 25; Ratio compoſita eſt ut $\frac{1}{5}$ ad 20, hoc eſt ut 1 ad 100. Igitur pondus in M expenſum eſt, ut minimum, centuplum gravitatis hominis; nam addenda prætereа eſt gravitas reſpondens gravitati brachij L N longioris ipſius ſtateræ.

Si verò neque tympano, quod ab homine intùs calcante premitur, neque adeò incerto ſacomate, cujuſmodi eſt varia hominum gravitas, uti volueris, aut potius non ingentes ſarcinas, ſed onera mediocria expendere placuerit, paretur C B H diſcus ligneus parvulum axem habens ad centrum E, & in eo deſcripta ſit peripheria circuli C B H, atque adnotatum punctum C, per quod funiculus O L tranſit, quando ſtateræ jugum L M eſt horizonti parallelum. Tum converſo diſco ita, ut L O tranſeat per C, dimiſſo perpendiculo inſiſtente Axi, notetur in peripheria punctum H, per quod tranſit perpendicularis à centro E. Deinde ex H versùs B aſcendendo accipiantur gradus juxta ſuperiorem tabellam, affixis notis indicibus partium, ſimiliter ac de tympano dictum eſt. Demum ſacoma certæ gravitatis, puta unius aut alterius libræ, ita diſponatur, ut per diſci ambitum ex H versùs B excurrere poſſit, & cochleâ firmari, ubi æquilibrium contigerit: Aut potiùs ſingulis Quadrantis gradibus, aut ſaltem punctis partium notatis, claviculos infige, qui inſeri poſſint annulo ſacomatis. Nota enim Ratio ſemidiametri axis E O ad diſci ſemidiametrum E B indicabit, quid faciendum ſit juxta dicta, ut gravitas ponderis in M ſuſpenſi innoteſcat. At ſi volueris Quadrantem H B in ſuos 90 gradus diſtribuere, & uti Canone Sinuum, priùs innoteſcat Ratio ſemidiametri axis ad Radium in partibus Radij: deinde fiat ut partes Radij axi congruentes, ad Sinum Rectum graduum, ubi fit æquilibrium, ita Sacoma appenſum ad gravitatem ponderis, quod expenditur.

CAPUT IV.

An Axis in Peritrochio inveniatur etiam ſine tractione.

HActenus ductarij funis converſionem circa Axem convolutum conſideravimus, ex quo oritur ponderis fune connexi tractio: ſed numquid non etiam ad hoc genus machinæ aliquæ revocari poſſunt, quibus non quidem trahitur pondus, ſed aliqua reſiſtentia ſuperatur?

Occurrit autem primo loco antiquus ſervorum metus Piſtrinum, in quod detruſi frumentum tundere cogebantur molâ verſatili, ſive in noſtrarum Moletrinarum ſpeciem ac ſimilitudinem metam congruo Catillo impoſitam manu truderent, ac circumagerent, ſive ingentem lapideum diſcum perpendiculari cylindro coagmentatum verſarent aſellorum vicarij laborioſo muneri ſuccedentes, cum Vectis cylindro ad angulos rectos infixi extremitatem aut traherent, aut propellerent: Cujuſmodi machinæ genere nos quoque utimur in frendendis leguminibus, & in contundendis ſeminibus, ex quibus demùm oleum prælo exprimitur. Et hìc quidem non ipſius molaris lapidis gravitatem movendam attendimus, quippe qui ipſius machinæ pars eſt; ſed potiſſimum corporis à molâ compreſſi reſiſtentia conſideranda eſt, quæ nimirum vincenda proponitur. Oritur autem hæc reſiſtentia ex corporis obterendi aut contundendi duritiæ, in quod incurrit ſcabra molæ circumactæ ſuperficies; cum verò illud incumbenti lapidi ſe ſubducere non poſſit, à lapidis gravitate & potentiæ impetu cogitur diſſilire in partes. Quia igitur potentiæ cum machinâ connexæ motum impedit illa granorum aut nucleorum frangendorum durities, comparanda eſt diſtantia potentiæ moventis à centro motûs, cum diſtantiâ corporis comminuendi; & quò major eſt hujuſmodi intervallorum Ratio, majora pariter ſunt potentiæ momenta.

Hinc vides, cur in truſatili mola (quam mediocrem eſſe oportet,

oportet, ne nimio labore frangatur molitor in immani ſaxo verſando, catillus quidem planus eſt, meta verò, quâ catillum reſpicit, non omnino ſubjecto plano congruit, ſed cavam obtuſiſſimi coni ſuperficiem æmulatur: ut ſcilicet integra grana per medium foramen immiſſa inter utrumque lapidem intercipiantur non procul à centro, à quo potentia abeſt, comminuta autem peripheriam versùs accedant ad anguſtiora ſpatia, quò magis obterantur: cùm enim integra grana magis fractioni obſiſtant, quàm comminuta, integris frangendis majora debentur potentiæ momenta, comminutis in minuſculas particulas redigendis minores vires ſufficiunt. In molâ autem Aſinariâ ubi lapideus diſcus in plano Verticali conſtitutus ſubjectum catillum modicè excavatum vix extremo ambitu contingit, eadem ferè eſt ſemper diſtantia à centro motûs, niſi quatenus ipſius molæ craſſitudo partem aliam centro motûs propiorem, aliam remotiorem habet: porrò grana illa, quæ lapidum contactui, vel quaſi contactui, propiora ſunt, validiùs teruntur, quàm quæ magis ab eodem contactu recedunt: ſed hoc nihil ad præſentem diſputationem attinet, niſi quatenus lapidis partes remotiores ſubjecta grana agitantes, atque tundentes craſſiùs, majorem Rationem ad potentiæ motum habent in ſuâ convolutione, quàm partes ejuſdem minùs à centro remotæ.

Haud diſſimili ratione, ſi ex chalybe ellipticum ſphæroides obliquis ſtriis modicè aſperum, quaſi in limæ ſpeciem, congruo loculamento interiùs pariter aſperato includatur, ita tamen, ut ſpatium, quo ſphæroides à loculamento diſtat, paulatim à latitudine in anguſtias ſe ſe contrahat; axi verò ſphæroidis ſuperiùs producto addatur manubrium, quo arrepto converti poſſit in gyrum; grana piperis, aut ſimilia ſuperiùs immiſſa leviſſimo negotio comminuentur: quorum ſcilicet durities ſi cum potentiæ viribus conferatur, reſiſtentiam habet maximam pro Ratione ſemidiametri tranſverſæ Ellipſis ad manubrij longitudinem: initio autem, quia grana minùs ab axe diſtant, minùs reſiſtunt, ſi cætera fuerint paria, hoc eſt, ſi modicè comminutorum durities, integrorum duritiei omnino reſpondeat; nam minor diſtantia à centro motûs minorem habet Rationem, quàm diſtantia major ad eandem manubrij longitudinem.

Par

Par erit philoſophandi ratio, ſi tympanis non idem centrum habentibus incluſa aqua ex interioris tympani converſione ad anguſtias redigatur, atque compreſſa exprimatur ex tubo; cujuſmodi fortaſſe fuit veterum Hydracontiſterium; de cujus formâ non eſt hìc diſputandi locus; nam manubrij à potentiâ commoti longitudo comparanda eſt cum diſtantiâ peripheriæ tympani aquam comprimentis à centro, circa quod perficitur motus, ut momentorum Ratio perſpecta ſit; aqua ſcilicet dum impellitur, atque exprimitur, reſiſtit.

Ad hæc porrò inverſus quidam Axis in peritrochio uſus conſiderandus eſt, quando videlicet potentia non peritrochio, ſed ipſi Axi, applicatur; id quod tunc potiſſimum contingit, cùm potentia viribus abundat, motui autem, qui efficiendus eſt, non admodum reſiſtit corpus, quod vel modicè impellendum eſt, vel in orbem circumducendum. Certum quippe eſt potentiam Axi applicatam tardiùs multò moveri, quàm peritrochij peripheriam, pro Ratione ſemidiametrorum Axis & Peritrochij, ac proinde licèt impetus amplioris peripheriæ partibus impreſſus imbecillior quodammodo ſit, ut pote diſtractus, ſatis tamen eſſe ad vincendam levem reſiſtentiam. Hinc quoniam ferrum cotis tritu extenuatur, eóque faciliùs, quò celeriùs cos movetur, qui reſtituunt obtuſas cultorum aut novacularum acies, lapidem ex cotariâ eductum in diſcum rotundant, ut circa axem centro infixum verſatilis circumagi poſſit. Quamvis autem non raró eidem axi cohæreat manubrium, quo circumducto rotatur lapis, ut tamen minori labore adhuc etiam velociùs rotetur, ſapienter inſtituerunt amplioris rotæ abſidi excavatæ funem inſiſtere, qui rotulam eumdem cum lapide axem habentem circumplectatur, ut minor hæc rotula amplioris rotæ ductum ſequens ſecum pariter rapiat cotem; cujus peripheria, cùm adnexam rotulam valdè excedat, velociùs quoquè movetur. Quantùm veró motus hic, celeritate ſuâ, potentiæ motum ſuperet, facilè conſtabit, ſi motuum ſingulis membris convenientium ratio ineatur. Sit ex. gr. manubrij longitudo ad amplioris rotæ ſemidiametrum ſubquadrupla, hæc autem ſemidiameter ad rotulæ ſemidiametrum ſit octupla: demum rotulæ eundem cum cote axem habentis ſemidiameter ſit ſubtripla ſemidiametri ipſius cotis. Igitur puncti in cotis peripheriâ

notati

notati motus triplo velocior eſt motu ſimilis puncti in rotulæ peripheriâ: rotulæ motum definit funis, qui in convolutione explicatur, hic enim pariter majoris rotæ motum metitur: octies ergo rotula, & cum eâ lapis rotatur, dum amplior rota ſemel in gyrum agitur. Quoniam verò rotæ ſemidiameter eſt ad cotis ſemidiametrum ut 8 ad 3 ex hypotheſi, dum punctum in rotæ peripheria notatum movetur velocitate ut 8, ſimile punctum cotis movetur velocitate ut 24. Atqui motus rotæ cum motu potentiæ manubrio applicatæ comparatus eſt ut 4 ad 1, ex hypotheſi; igitur ſi duæ Rationes 1 ad 4, & 8 ad 24 componantur, erit Ratio motus potentiæ ad motum cotis ut 1 ad 12. Sunt hìc itaque duo Axes in Peritrochiis ſuis compoſiti, & Potentia Axibus applicata intelligitur; cùm enim in Verticali plano lapis ipſe verſetur ſuper polos læves atque politos, non admodum repugnat motui; impreſſus autem impetus aliquandiu manens potentiam ipſam juvat.

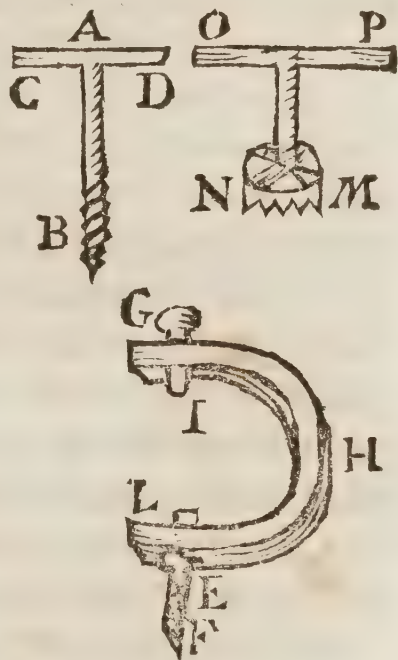
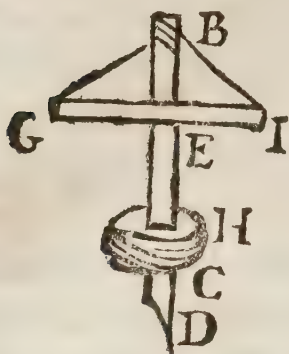
Simile quiddam obſervandum occurrit in horologiorũ motu, quæ in turribus ſtatuuntur: nam cylindrum horizonti parallelum circumplicat funis, quo vi ponderis deſcendentis explicato, circumagitur rota eidem axi infixa: ex hac in conſequentes rotas derivatur motus ſemper velocior, qui demum temperatur ex quadam motûs retardati & breviſſimæ morulæ viciſſitudine, cum poſtremæ rotæ dentes in ſerræ modum conformati fuſum, cui Tempus adnectitur alternis motibus agunt. Primùm enim dens rotæ ſuperior in pinnulam A incurrens eam impellit, axémque H L convertit unà cum tranſverſario C D & adjunctis globulis plumbeis E & F, qui ſimilem arcum deſcribunt, ac pinnula A, ſed longè majorem; propterea pro ratione gravitatis globulorum, eorúmque diſtantiæ ab axe, H L, etiam major vis requiritur, adeóque impeditur, ac retardatur motus rotæ dentatæ, & cum eâ reliquarum rotarum, atque ipſius pon-

deris, à quo totius machinæ motus initium ſumit : qui ſi fuerit juſto velocior, globuli E & F removentur ab L, ſin autem juſto tardior, admoventur, ut modò major, modò minor ſit reſiſtentia. Deïnde quia globuli E & F ex impulſu pinnulæ A impetum conceperunt ad certam plagam directum, pergerent illorſum moveri, quamdiu impreſſus impetus perſeveraret, niſi in eâ converſione inferior pinnula B occurreret inferiori denti rotæ ſerratæ: hinc fit vi hujus impetûs breviſſimam morulam inferri converſioni rotæ, quæ eandem pinnulam urgens ipſos quoquè globulos in contrariam plagam reflectit. Poſſe autem adeò exilibus viribus morulam inferri tanto ponderi deſcendenti, paulò inferiùs manifeſtum fiet, ubi de Rotis dentatis in unam machinam compactis diſſeretur; illud ſaltem palam eſt, ſi morulam nullam admittas, reſiſtentiam eſſe non ſolùm pro gravitate globulorum, eorúmque diſtantiâ, verùm etiam pro ratione impetûs impreſſi in antecedenti impulſione. Quare globuli iidem quando moventur impulsâ pinnulâ, rationem habent ponderis peritrochio adnexi, & potentia impellens pinnulæ, hoc eſt axi, applicatur: Contrà verò ad retardandum, aut tantiſper coërcendum motum ponderis, quod pinnulæ applicatum intelligitur, iidem globuli vi impetûs ſibi impreſſi rationem habent potentiæ peritrochio applicatæ.

Quoniam verò hìc horologiorum mentio incidit, cur in illis, quæ ſecum quiſque ad perpetuum uſum ferre poteſt, catenula ſeu nervus cono, non cylindro, circumducatur, manifeſtum eſt: quia ſcilicet chalybea lamella, à qua motûs origo eſt, initio in ſpiſſiorem ſpiram contracta ſuam vim elaſticam exerens validiùs conatur ſe reſtituere, trahénſque catenulam, ſeu nervum FE, totum conum DEC eíque connexam rotulam dentatam AB in gyrum agit; cum verò illa fuerit in paulò laxiores ſpiras explicata, languidiùs conatur, atque catenulam, ſeu nervum, trahens jam non propè verticem coni, ſed magis ad baſim, eandem rotam AB circumagit. Cùm igitur motus potentiæ propè verticem coni, ad motum rotæ AB minorem habeat Rationem, quàm ad eundem rotæ motum motus potentiæ in latiore coni parte (ibi enim breviorem, hìc majorem

jorem gyrum perficit) ut quædam motûs æquabilitas in horologio servetur, opportunum fuit potentiæ validiùs conanti majorem opponi resistentiam, minorem verò languidiùs conanti: nam si catenula non conum, sed cylindrum circumplecteretur, eadem semper esset motuum mensura atque Ratio, sed inæquales vires elasticæ motum inæqualiter velocem efficerent.

Huc pariter revocandas esse Terebrarum vires vix cuiquam dubium esse potest, quarum quò ampliora sunt manubria, majores pariter esse vires constat; quandoquidem potentia ampliorem circulum describit, dum terebræ acies minimo motu ligni aut metalli particulas, in quas incurrit, abscindit. Quæcumque demum sit terebræ forma, sive ejus apex in cochleam striatam exacutam desinat, ut A B manubrium habens C D rectum, sive in aciem obliquam aut planam, aut modicè excavatam exeat ut E F, manubrium autem L H I inflexum habeat circa G I versatile (quam Zerebram Gallicam aliqui Itali appellant) sive ferrea lamina in orbem convoluta, & inferiùs denticulata, ut M N, manubrio transverso O P coaptetur: Similiter semper est momentorum Ratio desumenda aut ex transversarij C D longitudine ad crassitiem cochleæ striatæ B, aut ex distantiâ puncti H à lineâ transeunte per G I E F ad integram seu dimidiatam aciei F latitudinem (prout extremum punctum F in mediâ aut in extremâ latitudine positionem habet) aut ex manubrij O P longitudine ad diametrum circularis serræ N M: partes autem subjecti corporis abscindendæ, ut illud perforetur, habent rationem ponderis movendi eò difficiliùs, quò validiore nexu illæ invicem conjunguntur.

Eadem erit philosophandi methodus in eo terebræ genere, cui nos Itali proximè ad Græcum vocabulum τρύπανον accedentes nomen fecimus. Teretis baculi B C extremitati C

additur chalybea cuſpis C D ita in punctum deſinens, ut ad aliquam latitudinem obliquè aſcendat pro ratione ſemidiametri foraminis, quod maximum artificis animus deſtinavit. Inferior baculi pars infigitur ſphæroidi H, & tranſverſarium G I in medio E ita perforatum eſt, ut facillimè per inſertum baculum excurrens ſurſum deorſum agitari poſſit: cum enim extremitates G & I adnexum funiculum habeant pertingentem uſque in B, hoc circa baculum contorto tranſverſarium non procul abeſt à B, quod ſi deprimatur, explicatur funiculus, & baculus in gyrum agitur pariter cum infixa cuſpide; qua ſenſim ac leniter minimas ſubjectæ laminæ metallicæ particulas abradente, demùm ſæpiùs repetitâ tranſverſarij ſurſum deorſum agitatione, atque adeò celeri terebellæ converſione, foramen patet. Quamvis autem artificis manus applicetur medio tranſverſario in E, quod deprimit; potentia tamen intelligitur applicata ſuperficiei baculi medio funiculo illum circumplexo, perinde atque ſi inter utramque palmam alternis motibus adductam atque reductam idem baculus convolveretur: tantóque major eſt potentiæ ſic applicatæ motus, quanto exceſſu baculi ambitus ſuperat terebellæ ſubjectam laminam abradentis gyrum. Quoniam verò potentia, hoc eſt manus, movetur deſcendendo, ejus motus comparandus eſt cum multiplici convolutione baculi, quæ fit, dum explicatur funis.

Sed & alia potentia hìc conſideranda occurrit: adjunctum enim ſphæroides H, quod mediocriter grave ſtatuitur, non ſolùm ſuo pondere juvat, ut cuſpis paulò preſſiùs adhæreat ſubjectæ laminæ, verùm etiam concepto in convolutione impetu dum explicatur funis, pergit ad eaſdem partes moveri, explicatúmque funem iterum circa baculum contorquens cogit tranſverſarium G I aſcendere versùs B, quo viciſſim ab artificis manu depreſſo in contrarias partes volvitur. Impetus igitur ſphæroidi H impreſſus, dum illud movet, rationem habet potentiæ cuſpidem in gyrum contorquentis, cujus momenta ex diſtantiâ ab axe, circa quem efficitur motus, definienda ſunt.

CAPUT

CAPUT V.

Axium in ſuis peritrochiis compoſitione vires augentur.

Contingere poteſt, & quidem non rarò, ad ſervandam peritrochij & axis cum pondere & potentiâ analogiam, tam ingens tympanum aut manubrium Axi coaptandum eſſe, ut aut loci anguſtiæ commodè illud non patiantur, aut non niſi majore diſpendio, quàm ſit operæ pretium, tam ampla machina parari, aut congruè diſponi queat. Quid enim, ſi ſpectatâ potentiæ validioris virtute centuplum onus ſuſtollendum proponatur? an craſſiori Axi, qui ſatis firmus ſit, rotam aut tympanum cujus diameter centupla ſit diametri Axis, adjungemus? quanto id incommodo futurum eſſet, quantáque ſubſidia comparare oporteret, ut tam immanis machina citrà luxationem ſubſiſteret, & congruo pegmati inniteretur, nemo non videt. Satius itaque fuerit, inſiſtendo iis, quæ lib. 2 cap. 7. dicta ſunt, machinam, quam ad centuplam altitudinem augere incommodum accideret, componere, pluribus Axibus cum ſuis peritrochiis invicem ritè coaptatis.

Statuendus primùm eſt Axis, cujus ſoliditas oneris gravitati ſuſtinendæ reſpondeat, longitudo circumflexas ductarij funis ſpiras commodè capiat. Deinde tympanum eligatur, cujus diameter ad conſtituti cylindri diametrum eam habeat, quæ placuerit, Rationem, modò illa ſit majoris inæqualitatis, ut manifeſtum eſt: ſit ex. gr. quintupla, & cylindri craſſities palmaris ponatur. Sed quoniam propoſito ponderi attollendo impar eſt potentia applicata machinæ reſiſtentiam gravitatis in Ratione ſolùm quintuplâ extenuanti, alium adhibe Axem ſuo Peritrochio infixum (vel quem fors tulerit antè in alios uſus paratum, vel ſecundùm deſtinatam Rationem elaboratum) cujus ductarius funis ipſi quidem Axi congruo loco conjungatur, ſed tympanum prioris Axis circumplectatur, ut in convolutio-

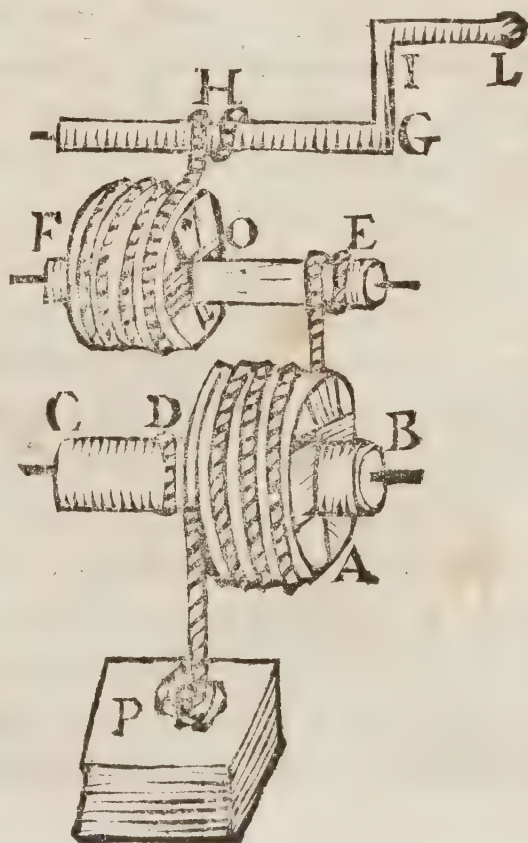
ne ſecundi Axis evolutus tympano illi motum conciliet, adeò-que etiam ponderi. Duas igitur Rationes, quas ſingula Peritrochia ad ſuos Axes habent, compone, ut potentiæ ſecundo Peritrochio applicatæ momenta innoteſcant. Sit Ratio hæc poſterior ex. gr. quadrupla; & Ratio, quæ ex quadruplâ & quintuplâ componitur, eſt vigecupla, quæ adhuc minor eſt, quàm oporteat. Quare, cùm ex Ratione centuplâ Ratio vigecupla ſubducta relinquat Rationem quintuplam, tertium Axem cum manubrio quintuplæ longitudinis ad ejuſdem Axis ſemidiametrum ſimiliter appone, & erit ex his tribus Rationibus compoſita Ratio centupla quæſita. Quia enim potentia manubrio huic applicata movetur quintuplo velociùs, quàm punctum, cui illa in ſecundi Axis tympano applicaretur, hoc verò quadruplo velociùs, quàm ſimile punctum in tympano prioris Axis, potentia movetur vigecuplo velociùs, quàm ſi applicaretur tympano prioris Axis: huic autem tympano applicata moveretur quintuplo velociùs quàm pondus: igitur manubrium illud verſans potentia movetur centuplo velociùs quàm pondus: id quod fieri oportebat, ut propoſita gravitas in altum attolleretur.

Placeat jam triplicem hunc Axem cum unico illo comparare, qui ſolus adhiberetur, ſi machina ſimplex eſſet, & non compoſita: ille ſiquidem ſi palmaris diametri eſſet, adjunctum tympanum haberet altitudinis palmorum centum; in quo conſtruendo quàm multâ materiâ opus eſſet, quantoque artificio compingenda, ne ſuâ mole labefactata diſſolveretur? Triplex autem hic Axis cum ſuis duobus tympanis, & manubrio (præterquam quod multipliciter diſponi poteſt pro loci opportunitate, & potentiæ moventis commodo) non ſolùm ad altitudinem palmorũ viginti nõ aſſurgeret, ſed longè infra illá ſubſiſteret, à quocũque artifice nullo negotio conſtrueretur, ab alio in aliũ locũ facillimè trãsferretur, levíque diſpẽdio pararetur, ut cuique cõſiderãti obviũ eſt.

Hoc autem, quod in tribus Axibus explicatum eſt, de pluribus etiam dictũ intelligatur: nam ſi Rationes ſingulæ peritrochij ad ſuum axem conſiderentur, & ſimul componantur multiplicando invicem omnes Rationum terminos Antecedentes, item omnes Conſequentes, ut habeatur novus Antecedens & novus Conſequens, apparebit Ratio motûs potentiæ ad motũ ponderis, adeóque gravitatis ponderis ad virtutem potentiæ. Ex quo patet quoſ-

cumque

cumque Axes oblatos utiles esse posse, modò Peritrochiorum ad suos Axes Ratio innotescat, sive similes sint, sive dissimiles Rationes, sive multiplices, sive superparticulares, sive superpartientes: demum enim, si quid desit ad quæsitam Rationem, addi potest certus Axis cum manubrio ita, ut Ratio quæsita expleatur. Sint quinque Axes in suis Peritrochiis omnino similes, & singuli contineant Rationē decuplā: quinque Rationes 10 ad 1 invicem ducantur, & erit motus Potētiæ ad motū ponderis, ut 100000 ad 1; ac propterea quo conatu Potentia solitaria moveret talentum, ac machinâ compositâ movebit centum millia talentorum. Sint item quinque Rationes, 10 ad 1, 20 ad 7, 8 ad 3, 9 ad 2, 4 ad 1 (quocumque ordine inter se disponantur) omnes Antecedentes invicem ducti faciunt novum Antecedentem 57600, omnes autem Consequentes invicem ducti dant novum Consequentē 42; quare Ratio Composita est 57600 ad 42, hoc est 9600 ad 7: & potentia valens attollere libras 7, hac machinâ compositâ attollet libras 9600. Quod si oporteret moveri libras decies mille ab hac eadē Potentiâ, auferatur Ratio 9600 ad 7 ex Ratione 10000 ad 7, & relinquitur Ratio 700 ad 672, hoc est 25 ad 24: quare addendus esset sextus Axis cum manubrio, cujus longitudo ad Axis semidiametrum esset ut 25 ad 24, & potentia eadem hujusmodi manubrio applicata attollere posset libras 10000.

Illud habere videtur incommodi hæc Axium compositio, quod magnam vim funium tympana circumplectentium exigit, qui scilicet singulorum tympanorum motui respondeant. Cum enim tympani A diameter sit quintupla Axis B C ex hypothesi, ejus motus est quintuplo major motu ponderis P, ac proinde funis, qui tympani limbum complectitur, quintuplo longior esse debet fune P D, hoc est motu ponderis; cujus funis tympano A circumducti caput cum Axe E F connectitur, circa

quem in motu convolvitur. Quoniam verò tympanum O ex hypothesi diametrum habet quadruplam diametri sui Axis E F ejusque motus est ad motum sui Axis quadruplus, funis circumplicatus tympano O quadruplus est funis, qui circa Axem E F convolvitur, ac propterea etiam vigecuplus funis D P; adeo ut, ubi totus funis evolutus fuerit, atque circa axem H G convolutus, pondus sublatum usque in D intelligatur. Ex quo fit potentiam manubrio I L applicatam, quia I G longitudo est quintupla semidiametri Axis G H, adhuc quintuplo velociùs moveri quàm tympanum O, cujus motum metitur evolutio funis illud circumplectentis; atque idcirco Potentia in I movetur centuplo velociùs quàm pondus P. Quare si adhuc quartum Axem addere oporteret, & loco manubrij G I tympanum suo fune instructum apponeretur, funis ille esset ipsius P D centuplus; atque ita deinceps pro tympanorum & Axium multiplicatione juxta singulorum Rationem augeretur funium longitudo.

Verùm pro tantâ funium longitudine non est tympanorum limbo enormis amplitudo tribuenda, ut eos capiat; quia scilicet quò longiores exiguntur hujusmodi funes, eò etiam tenuiores atque exiliores esse possunt: Si enim funis D P oneri attollendo par constat funiculis contortis invicem ex. gr. centum, funis qui tympanum A complectitur, non nisi quintam ponderis partem resistentem habet, hoc est ipsum pondus P subquintuplo minore resistentiâ repugnans potentiæ per tympanum A retinenti: ac proinde si funium firmitatem funiculorum numerus metitur, satis validus erit funis constans ex funiculis viginti. Similiter funis complectens tympanum O, quia pondus resistentiam subvigecuplo minorem habet, satis firmus censebitur, si ex quinque funiculis invicem contortis conficetur. Quod si justo tenuiores timeas hujusmodi funes, licebit adhuc paulò crassiores adhibere. Illud certè manifestum est multo minores sufficere, quàm sit funis D P.

Ne autem tympanis limbi amplitudinem funis circumducti capacem temerè constituas, singulorum funium crassitudo considerанda est, ut eorum diameter innotescat, & longitudinis ratione habitâ spirarum numerus inveniatur, per quem ducta funis diameter dabit necessariam limbi amplitudinem; quæ si justo minor esset primum spirarum ordinem secundus ordo circumplectere

cumplecteretur: & quamvis initio hinc major aliqua movendi facilitas oriretur (auctâ scilicet peritrochij diametro) tamen evoluto secundo hoc spirarum ordine diameter peritrochij diminuta majorem crearet movendi difficultatem; maxime si circa Axem convolutus funis spirarum ordinem pariter geminaret, atque adeò Axis diametrum augeret. Funes itaque quasi cylindri considerandi sunt, quorum crassitudinis diametri sunt in subduplicatâ basium Ratione; ac propterea inter ipsas crassitudines numeris definitas inveniendus est numerus medio loco proportionalis, & hic indicabit tenuioris funis diametrum, quemadmodum primus numerus major ponitur pro diametro crassioris funis. Sic quoniam funis D P est ex hypothesi ut 100, & funis circa tympanum A subquintuplæ crassitudinis est ut 20, inveniatur inter 100 & 20 medius 44 $\frac{72}{100}$ proximè, & diametri funium erunt proximè in Ratione 100 ad 45. Quare quam amplitudinem requirunt 45 spiræ maximi funis D P, eandem exigunt 100 spiræ minoris funis attributi tympano A, si uterque funis circa eumdem cylindrum convolvatur. Sed quia perimeter tympani A quinquies continet perimetrum Axis B C, unica tympani spira quinque Axis spiris æquatur secundùm longitudinem, & centum spiræ tympani quingentis Axis spiris respondent, si lineæ longitudo spectetur: satis autem est, si longitudinem spirarum 225 circa Axem, ille funis tympani obtineat, quia longitudo illa est ad funis D P longitudinem 45 quintupla. Propterea tympani limbus minorem exigit amplitudinem, quàm sit spatium, quod in Axe B C occupatur à convoluto fune D P: nimirum à limbo contineri oportet sui funis circumplicati spiras 45; satis igitur fuerit dimidiata amplitudo.

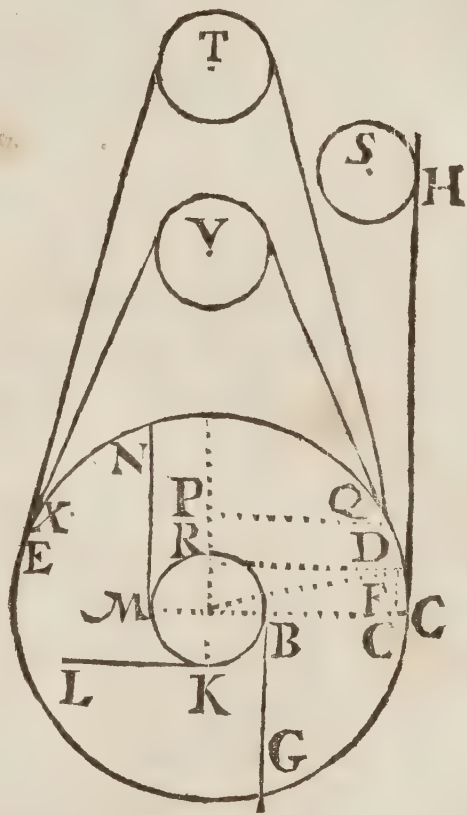
Simili methodo tympano O limbi amplitudinem definies: quoniam enim funis crassitudo ad crassitudinem funis D P est subvigecupla, inter 100 & 5 medio loco proportionalis 22 $\frac{36}{100}$ proximè inveniatur; & est diameter funis tympani O ad diametrum funis D P ut 22 $\frac{36}{100}$ ad 100. Quare si circa eundem cylindrum uterque funis convolveretur, quod spatium spiras funis D P 45 contineret, tenuioris hujus funis spiras saltem 201 comprehenderet. Ponamus tympani O perimetrum esse ad pe-

rimetrum Axis BC ut 4 ad 1: igitur limbus tympani O si eandem habeat amplitudinem, quam funis DP occupat in suo Axe BC, capiet sui funis spiras 201, quæ in unam longitudinem extensæ constituunt longitudinem, quæ ad longitudinem spirarum 45 funis DP est ut 804 ad 45. Sed quia longitudo illius funis est vigecupla longitudinis funis DP, debet esse ut 900 ad 45; ideò adhuc majorem exigit amplitudinem, ut adhuc spiras 24 aut 25 supra ducentas obtineat. Quod si Axis EF subtilior sit quàm Axis BC, & tympani O diameter ad sui axis EF diametrum quadrupla sit, jam tympani perimeter ad perimetrum Axis BC habebit minorem Rationem quàm 4 ad 1, ac proinde ejus limbum adhuc ampliorem constitui necesse est.

Quare si Axis BC diameter sit palmaris, spiræ 45 funis DP convoluti elevabunt pondus P ad altitudinem palmorum circiter 141, quanta nimirum esset ipsius funis convoluti longitudo: funis circa tympanum A longitudo esset palmorum saltem 705, & funis circa tympanum O longitudo palmorum 2820. Hinc quamvis præter primum Axem BC oneri sustinendo parem, reliqui consequentes Axes EF, & GH, & si qui alij adhuc sint, possint in minorem soliditatem extenuari; si ponderis resistentia attendatur, quia tamen, quò subtiliores sunt, frequentioribus etiam spiris circumplicantur, ex quo fit ut plures spirarum ordines fiant, adeoque Axis diameter aucta minuat momentorum Rationem; præstat exiles Axes non studiosè quærere, nisi fortè necessitas aliqua iis uti suadeat. Quamquam & huic incommodo occurri potest, si, quemadmodum in Ergatæ usu funem paucis aliquot spiris circumductum, dum in conversione evolvitur, puer agglomerat, ita etiam hîc funem tympanorum A & O quatuor aut quinque spiris circa Axes E & H convolutum puer colligeret: hoc enim pacto non contingeret, ut primum spirarum ordinem alter spirarum ordo superinductus circumplecteretur.

Porrò ne tantam funium vim comparare cogamur, & ampliore limbo tympana circumscribere, haud sanè ineptum censerem, si pro eorum more, qui novaculas obtusas acuunt, ut aliàs innui, funis in sese rediens unâ aut altera (aut etiam triplici, si opus fuerit) spirâ tùm Axem, tum subjectum tympanum arctè complecteretur: sic enim fieret, ut Axe convoluto etiam subjectum

jectum tympanum volveretur; idémque funis perpetuo ordine à tympano in proximum Axem & ab Axe in tympanum succedens quantolibet motui perficiendo ſufficeret. Et ut omne periculum ſubmoveatur, ne funis excurrat, ſatius eſt tùm Axis, tùm tympani ambitum non in cylindricam ſuperficiem expolire, ſed angulis aſperum eſſe. Quod ſi aliquando languidior funis non adeò preſsè complecteretur Axem & tympanum, ſpongiam aquâ imbutam ipſi funi admove, & intentus fiet.

Demùm in hujuſmodi Axium compoſitione non ſine animadverſione prætereundæ videntur mutua Axium poſitio, atque diſtantia, qua ſecundus Axis à primo tympano abeſt. Sit Axis A in Peritrochio C D E, atque ex fune perpendiculari B G dependeat onus, & G B Tangens cum Radio A B conſtituat angulum rectum A B G. Producatur recta A B uſque ad tympani peripheriam in C, & ſit ad angulum rectum Tangens C H, cui adnexa intelligatur potentia per axem S trahens, atque tympanum C D E convertens; ex cujus converſione convolvitur Axis A B versùs I, & pondus aſcendit. Verùm ſecundus Axis S cum primo tympano comparatus non hanc ſolùm poſitionem obtinere poteſt, ut ſuperior ſit, ſed etiam conſtitui poteſt ad latus ita, ut funis ductarius cadens in horizontem ad perpendiculum ſit K L, Tangens verò H C ſit horizonti parallela; aut ita diſponi poſſunt, ut Axis A ſuperiore loco, Axis S inferiore loco ſtatuatur, & funis pondus retinens ſit M N, cui parallelus ſit funis C.H. Quamcumque ex his tribus poſitionem habeat Axis ſecundus S, ſivè ſuperior, ſivè ad latus, ſive inferior ſit (modò linea C H vel parallela ſit lineis ductarij funis B G aut M N, vel parallela lineæ A K jungenti centrum Axis cum puncto contactûs perpendiculi K L)

eadem habere videtur momenta; quia punctum C, cui applicata intelligitur potentia, juxta potentiæ directionem simili Ratione accedit versùs potentiam comparatè ad aſcenſum puncti Axis, cui applicatur pondus, ac eſt Ratio ſemidiametri tympani ad ſemidiametrum Axis. Concipiamus enim in convolutione punctum C venire in F, punctum verò B in I: punctum igitur C ſequens potentiæ directionem accedit versùs potentiam juxta menſuram Sinûs arcûs C F, hoc eſt O F, quemadmodum punctum B contrà directionem gravitatis ponderis aſcendit juxta menſuram Sinûs arcûs B I: ſunt autem hi ſinus arcuum ſimilium ſimiliter poſitorum in Ratione Radiorum A C ad A B. Atqui ſive in K, ſive in M intelligatur pondus, aſcenſus illius eſt æqualis aſcenſui B I; ergo ad illos, ut pote huic æquales, acceſſus puncti C ad potentiam, qui eſt O F, eandem habet Rationem, quæ eſt Radij A C ad Radium A B.

At verò ſi Axis ſecundus ſit T, potentia non intelligitur applicata tympano in C, ſed in F, ubi circulum tangit recta T F; nec ejus directio F T eſt parallela directioni ponderis B G, ſed obliqua, adeò ut quamvis F veniat in Q per arcum æqualem arcui C F, quia tamen non eſt ſimiliter poſitus, punctum F ſequens directionem potentiæ accedit versùs potentiam acceſſu, quem metitur R P; eſt autem R P minor quàm A R, hoc eſt O F, ut ex doctrinâ Sinuum conſtat; igitur acceſſus R P ad aſcenſum B I habet minorem Rationem, quàm acceſſus O F ad eundem aſcenſum B I. Potentia igitur volvens Axem T in lineâ T F obliquâ minora habet momenta, quàm in parallelâ H C. Similiter ſi Axis fuerit V propior quàm Axis T; linea V D tangit circulum in D puncto remotiore quàm F, à puncto C; ac propterea datâ arcûs æqualitate adhuc minor eſt acceſſus in D quàm in F, multóque minor quàm in C, & idcircò minorem habet trahendi facilitatem. Quare quò propior eſt Axis ſecundus, ſi tractio ſit obliqua, ut T F & V D, plus laboris requiritur in movendo.

Neque hoc mihi inconſiderantiæ tribuas, quod aſſumpſerim arcus C F & B I perinde atque ſi idem eſſet motus, ac quando funis H C eſſet firmiter alligatus in C, & ejus caput veniret ex C in F; cum tamen alia ſemper atque alia pars funis aliis ſubinde peripheriæ tympani partibus reſpondeat, in quibus fit ad

angulum

angulum rectum cum diametro contactus, dum ille evolvitur. Eatenus enim notabilem arcum assumpsi, quatenus ob oculos ponenda erat momentorum Ratio: Cæterùm satis scio non adeò notabiles arcus, ut CF & BI, considerandos esse, sed eorum particulam minimam, sive centesimam dicas, sive millesimam aut decies millesimam: eadem scilicet erit Ratio Sinuum, qui respondent minimis arcubus similibus ac similiter positis, qui nimirum incipiunt à C & B, atque Sinuum respondentium majoribus arcubus similibus ab iisdem punctis C & B incipientibus. Id quod pariter de punctis F & D comparatis cum puncto B, aut K, aut M dicendum: Nam quæ inito semel motu intercedit momentorum Ratio inter potentiam & pondus ratione positionis, eadem in toto motu perseverat. At si funis non evolveretur, sed puncto C esset firmiter colligatus, in tractione ex C in F subinde mutarentur Potentiæ momenta, fieréntque semper minora, adeò ut demum perirent, & nulla essent, ubi in rectam lineam coalescerent Radius A C & funis H C.

Hæc quæ de secundo Axe funem primo tympano circumductum evolvente dicta sunt, facilè traduci possunt etiam ad funem in se se redeuntem, cujusmodi esset funis F T E F, aut D V X D: nisi enim funis contingat tympanum in puncto semidiametri transeuntis per contactum Axis & funis ductarij (hoc est in C extremitate semidiametri A C transeuntis per B, aut M) ita ut sit funi ductario parallelus, aut in puncto semidiametri parallelæ funi ductario K L, consultius erit, cæteris paribus, axem secundum esse remotum ut T, quàm proximum ut V: in proximo enim lineæ D V & X V productæ coirent in angulum majorem, quàm lineæ F T & E T, ac propterea comprehensus arcus D X minor est arcu F E. Cæteris, inquam, paribus; si videlicet in eadem rectâ lineâ intelligantur trium Axium centra A, V, T; nam si in lineâ eadem jungente centra A T non esset V, sed recederet ita, ut funis tympanum contingens minùs obliquus esset, sed magis accederet ad parallelismum cum lineâ B G, aut cum Radio Axis A K, quamvis Axis V propior esset, quàm Axis T, plus tamen haberet momenti ratione directionis potentiæ minùs obliquè trahentis.

Cave autem, ne hîc in latentem quendam æquivocationis ſcopulum incurras, ſi fortè permixtim accipias ponderis elevationem atque ejuſdem ſuſpenſi retentionem, ne recidat; hæc enim duo oppoſito modo contingunt, & quæ minor funis obliquitas cauſa eſt facilioris elevationis, eadem difficiliorem efficit retentionem: nam pondus B retinetur à potentiâ C, abſque eo quod potentia ullo conatu urgeat polos, quibus axis & peritrochium incumbit, ideò pondus totas ſuas vires exerit adversùs potentiam ſurſum directè trahentem: at verò in F aut in D potentia ſurſum obliquè trahens tympanum verſus centrum quodammodo urget, & quidem eò magis, quò magis obliqua eſt tractio; ac proinde pondus non ſolùm vincere debet potentiæ vires, ſed etiam reſiſtentiam ex illâ preſſione ortam; quæ quò major eſt pro majore declinatione à parallelismo cum lineâ BG, aut Radio AK, majorem quoque potentiæ tribuit retinendi facilitatem. Hinc quando ſecundus Axis eſt in inferiore loco, & potentiæ trahentis directio deorſum tendit, magis premuntur poli, quia & à potentia deorſum conante, & à ponderis gravitate urgentur, & quidem eò magis, quò magis potentiæ deorſum trahentis directio accedit ad lineam directioni ponderis MN parallelam, aut ultra illam excurrit ſe quodammodo invicem decuſſando. An non exeſa publicorum puteorum marmorea labra aliquando obſervaſti, quæ diuturno atque frequentiſſimo uſu à funibus, quibus aqua hauritur, detrita ſunt? Utique aquam in ſitulâ ſurſum trahentis labor minor eſſet, cæteris paribus, ſi ſolùm ſitulæ & aquæ gravitatem vincere oporteret, quàm ſi præter hanc etiam ſuperanda ſit reſiſtentia, quæ ex funis conflictu cum marmore oritur. Sed quia deinde hoc eodem conflictu efficitur, ut quando tractio alternis morulis interciditur, retentio minorem potentiæ conatum exigat; propterea etiam trahentes facilè patiuntur reſiſtentiam augeri, ut aliquantulo laboris compendio gaudeant, quoties placuerit quietem aliquam captare.

Quamquam non negaverim rudes fœminas atque pueros hoc in opere, naturâ duce, quærere etiam in trahendâ ſurſum ſitulâ non leve laboris compendium: ſi enim rectâ, intacto putei labro, funis ſurſum trahendus eſſet, id utique ſolâ brachiorum

rum contentione perfici poſſet; ſed ubi funis labro innititur, non ſolùm contentis brachiorum muſculis trahunt, ſed etiam inclinato retrorſum corpore hoc efficiunt, ut ipſa corporis gravitas nonnihil conferat, quo potentiæ animalis viribus fiat additamentum. Ex quo manifeſtum eſt reſiſtentiam illam ex preſſione ortam & difficiliorem efficere tractionem, & faciliorem retentionem: ac proinde lapſum putarem, qui trahentis potentiæ momenta æſtimaret ex majore retinendi facultate.

In his, quæ in poſteriore hujus capitis parte diſputata ſunt de hac inæqualitate momentorum pro diverſa poſitione axis ſecundi, mihi videor ſatis probabiliter philoſophatus: verùm ſi ad Rationes Vectis (ut pluribus placet) revocanda eſſet vis Axis in Peritrochio, quamvis aliqua ſatis commodè explicari poſſent, ubi Vectis eſt rectus, non omnia tamen, ubi Vectis curvus intelligendus eſt, congruam patiuntur explicationem, ut cuilibet rem attentè conſideranti manifeſtum fiet; mihi enim hìc non videtur operæ pretium in re parùm utili tempus conterere; placuit tamen id obiter innuere, ut ipſe tibi perſuadeas inanem eſſe laborem, quo quis ſingularum Facultatum vires ad Vectem revocare conatur.

CAPUT VI.

Tympanorum dentatorum uſus & vires exponuntur.

QUæ hactenus tympana conſideravimus, fune circumducto atque evoluto verſantur; nunc genus aliud, cujus ampliſſimus uſus eſt, contemplari oportet, tympana videlicet dentata, ſeu Rotas dentatas, in quibus ſivè fuerint ſimplices, ſivè compoſitæ, aut nullo prorſus fune indigemus aut illo tantummodo, quo pondus proximè trahitur, aut attollitur: dentes enim majoris atque minoris tympani, ubi plura componuntur, ſe mutuâ collabellatione mordentes ſe viciſſim urgent,

pro

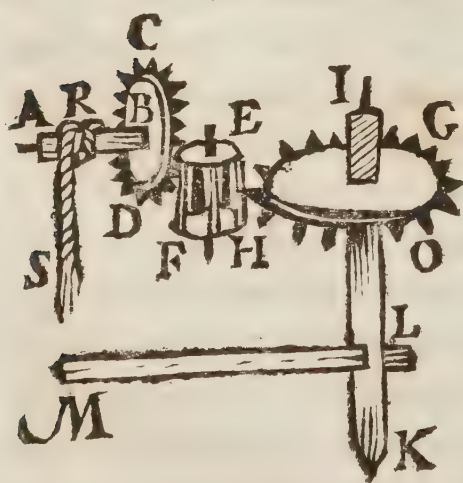
pro ut hoc aut illud tympanum habet originem motûs. Sit chalybea lamina A B ſatis ſolida, in alterâ extremitate, quæ pondus reſpicit, modicè ſinuata, ut in A, & in validum uncum recurva, ut in C; latus autem D E quaſi ſerræ in morem ſit dentibus aſperum. Tum rotula I paris ſaltem cum laminâ craſſitudinis paretur dentes habens ita in orbem diſpoſitos, ut hi in rotulæ circa ſuum centrum converſione dentibus laminæ ſubinde congruant: collocatis enim in apto loculamento rotulâ, atque laminâ (cujus tamen pars D C extet) adeò, ut hæc ex illius converſione liberè promoveri, illa circa ſuum axem, cui firmiter infixa ſit, facilè verſari valeat, circumducto axis manubrio ad latus extra loculamentum extante, urgeri poterit pondus, aut trahi: Nimirum ſi rotulæ converſio fiat ex H in I, propellitur extra loculamentum lamina, ejúſque extremitas A recedens à rotulâ urget pondus obvium: contrà verò ſi rotula convertatur ex I in H, laminam ad ſe intra loculamentum retrahit, & pondus unco C connexum ad ſe rapit. Hinc clariùs vides, quàm ut monendus ſis, oportere in attollendo, aut propellendo pondere loculamentum aut ponderi ſuppoſitum firmo ſolo inſiſtere, aut ponderi objectum ſolido repagulo inniti; in trahendo autem pondere, quod uncus C apprehendit, oppoſitam loculamenti extremitatem valido fune retineri.

Illud potiùs attentè perpendendum, quod in ſtatuendis tùm laminæ, tùm rotulæ dentibus plurimum refert, utrùm rari, an ſpiſſiores ſint laminæ dentes, ac proinde utrùm pauci, an plures inſint ipſi rotulæ, cujus peripheria in converſione aptatur laminæ; hæc enim juxta numerum dentium rotulæ, quibus ſubinde coaptatur, promovetur, & cum ipſâ pondus pari velocitate aut tarditate movetur. Præſtare autem pondus tardè, potentiam velociter moveri, quid opus eſt iterùm inculcare? Igitur quò minor erit rotula & paucioribus dentibus inſtructa, eodem manente manubrio, faciliùs movebitur pondus; quia ut ſemidiameter rotulæ ad manubrij longitudinem, ita motus ponderis, ad

ad motum potentiæ, & reciprocè ita potentiæ vis movendi, ad pondus. Quare ulteriùs manifestum est, si majore potentiæ virtute opus fuerit, spectatâ ponderis movendi difficultate, posse augeri manubrium, ut majora sint potentiæ momenta. Quoniam verò non semper in promptu est opportunum manubrium, suaderem extremum axis caput, quod manubrio inseritur, quadratum fieri, & longiusculum esse: loco autem vulgaris manubrij habeatur crassioris cylindri frustulum MN, in cujus imâ basi circa centrum excavatum sit quadratum foramen S ad excipiendum caput axis, & ipsius cylindri scapum penetrent foramina rotunda R, T, quibus pro opportunitate inseri possint baculi sive longiores, sive breviores. Porrò cylindri crassitiem nihil obesse apertè constat, si quidem sola rotulæ semidiameter attenditur ad definiendum ponderis motum comparata cum baculi longitudine, quatenus potentia ab axe rotulæ distat.

Quod si uno eodémque tempore duo pondera in oppositas partes dispellere, aut sibi invicem propiora fieri oporteat, similem alteram laminam priori parallelam in eodem plano sed contrario modo positam (ut scilicet extremitas similis ipsi ACD respiciat prioris laminæ extremitatem B) in oppositâ rotulæ parte colloca ad I, ut pariter laminæ dentes rotulæ dentibus implicentur: Quia enim circuli circa suum centrum circumacti partes adversæ oppositis motibus cientur, etiam laminarum extremitates, quæ pondus propellunt aut trahunt, in contrarias partes à rotulâ circumactâ moventur, ita ut vel à se invicem recedant, vel ad se mutuò accedant.

Hoc idem quod laminæ rectæ dentatæ tympano similiter dentato implicitæ contingit, accideret pariter, si illius in circulum inflexæ extremam oram dentes ambirent: quemadmodum enim recta lamina AB, tympani HI conversi ductum sequitur, ita illa in circulum conformata circa suum centrum moveretur à tympani dentibus impulsa; eâ tamen ratione, ut duarum hujusmodi rotarum se invicem mordentium conversiones in oppositas plagas tenderent; si enim prioris rotæ pars superior Occasum versùs converteretur, posterioris rotæ pars item superior Ortum versùs convolveretur; & si adhuc tertia rota dentata adderetur, hæc iterum proximæ adversata ad occasum pergeret; atque ita deinceps alternis conversionibus sibi vicissim respondentibus.

Observandum est autem hujusmodi tympanorum, quæ dentata vocamus, multiplicem esse posse formam, eámque eligendam, quæ præstituto motui magis congruere videbitur: non solùm enim pro majoribus tympanis assumi potest discus extremum limbum habens serræ in morem denticulatim incisum, verùm etiam in orbem infigi possunt paxilli dentium loco prominentes, sive peripheriam ipsam quasi radij exeuntes ambiant, sive suprà disci planum erigantur ad perpendiculum certis intervallis distributi. Hoc autem dentium insitorum genus non parum habet utilitatis præ dentibus illis quasi connatis: nam si longo usu dens aliquis atteratur, aut excutiatur, facilè restitui potest novo paxillo in prioris locum immisso; at non ita facilè reparatur pars illa limbi denticulata, quæ facta est inutilis. Similiter pro minoribus tympanis non solùm dentatas rotulas adhibere possumus suis axibus infixas, sed etiam uti licet aut paulò crassioribus axibus striatis, quorum excavatæ striæ majoris tympani dentibus congruant, aut vertebris pariter striatis subtiliori axi infixis. Quando verò majus tympanum paxillos habet pro dentibus, tympanum minus illi respondens est Curriculus (quē alij ex Italico idiomate *Rocchetum* dicunt) aliquot virgulis, ut plurimum ferreis ad firmitatem, capita duobus parallelis planis infixa habentibus constans, ita ut in majoris tympani conversione singulos paxillos excipiant singula virgularum intervalla, quibus propulsis curriculus convolvitur, & cum eo aut pondus ipsum, aut aliud tympanum movetur.

Sic contingere potest ut Axe A B attollendum sit pondus, & expediat uti jumento, quod tamen non nisi in plano horizontali moveri potest; tympanum autem C D, in quo est Axis A B horizontalis, est in plano Verticali. Ad tympani C D planam faciem aversam perpendiculares paxillos in ambitu statue, & Curriculum E F circa suum axem superiùs atque inferiùs firmatum versatilem adjice, cujus virgulæ congruis intervallis distinctæ tympani dentibus respondeant. Aliud item tympanum H G horizonti paralle-

parallelum dentes habens ex peripheriâ extantes, & Curriculi E F virgulis aptè congruentes, infigatur axi perpendiculari I K, cui opportuno loco addatur vectis L M, ita ut in M commodè jungi possit jumentum: hoc enim progrediente, & tympanum ex G versùs O convolvente, dens H incurrens in virgulam curriculi E F illum convertit versùs tympanum C D, cujus pariter denti occurrens alia virgula, atque impellens cogit infimam tympani partem D ascendere, simúlque Axem A B converti, & convoluto fune ductario R S attolli pondus.

Hæc tympanorum duorum & curriculi intermedij complexio si attentè perpendatur, non auget potentiæ momenta præter ea, quæ obtineret proximè applicata tympano C D ad convolvendum Axem A B: Nam si ponatur vectis L M non longior semidiametro tympani dentati H G, perinde est, ac si potentia in M posita existeret in G, æquali scilicet motu cum tympani H G peripheriâ movetur. Curriculi autem E F motus æquè velox est atque motus tympani H G; licèt enim hoc sit majus, ille minor, tamen dum illud semel, hic sæpiùs convolvitur pro ratione diametrorum; adeò ut si tympanum H G habeat dentes viginti, curriculus strias quinque, hic quater volvatur ex unicâ tympani conversione: quapropter quatuor curriculi subquadrupli convolutiones uni conversioni tympani H G æquantur. Similiter & de tympano C D dicendum, cujus tantummodo dentes quinque respondentes quinque striis aut virgulis curriculi E F urgentur unicâ conversione curriculi ejusdem, & idcircò æqualis est utriusque motus, ac proinde etiam duo tympana C D & H G æqualiter moventur, & potentiæ in M applicatæ momenta eadem sunt, quæ forent, si tympano C D proximè applicaretur. Quamobrem, ut aliqua fiat momentorum accessio in potentiâ, oportet vectem L M statuere longiorem semidiametro tympani H G: tunc enim ex Ratione longitudinis L M ad semidiametrum tympani, & Ratione diametri tympani C D ad diametrum Axis A B, componitur Ratio, quæ definit momenta potentiæ; est scilicet Ratio motûs potentiæ ad motum ponderis.

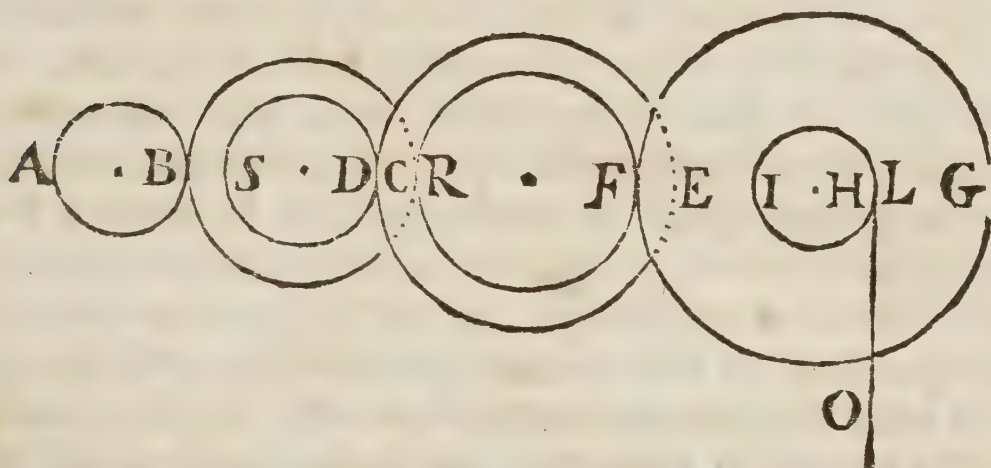
Ex quo satis vides eatenus addi tympanum H G, quatenus quærendus est jumento locus, ut in gyrum circumagi valeat: cæterum si tympanum C D cum suo Axe A B ita in superiore aut inferiore loco collocari atque firmari possit, ut nulli impedi-

mento ſit jumento in inferiore aut ſuperiore plano exiſtenti & circumacto, ſatius eſt labori & ſumptibus parcere omiſſo tympano H G, & circa craſſiorem axem conſtruere curriculum E F, cui axi opportunè adjungatur vectis L M, ut potentia ipſum curriculum immediatè convertat; erit ſiquidem major Ratio ipſius vectis L M ad curriculi ſemidiametrum, quàm ad ſemidiametrum tympani H G; ac proinde minore conatu indigebit potentia, ut Curriculum cum adjacente tympano C D convertat.

Non alio quàm hujuſmodi artificio videtur uſus Anonymus, qui de Rebus Bellicis ſcripſit ad Theodoſium Auguſtum ejúſque filios Honorium, & Arcadium Cæſares, ubi liburnam proponit *navalibus idoneam bellis, quam pro magnitudine ſui virorum exerceri manibus quodammodo imbecillitas humana prohibeat, & quocumque utilitas vocet, ad facilitatem cursûs ingenij ope ſubnixa animalium virtus impellit. In cujus alveo, vel capacitate bini boves machinis adjuncti, adhærentes rotas navis lateribus volvunt; quarum ſupra ambitum vel rotunditatem extantes radij currentibus hiſdem rotis in modum remorum aquam conatibus elidentes miro quodam artis effectu operantur, impetu parturiente diſcurſum. Hæc eadem tamen liburna pro mole ſui, próque machinis in ſemet operantibus tanto virium fremitu pugnam capeſſit, ut omnes adverſarias liburnas cominùs venientes facili attritu comminuat.* Quamvis, quæ demum machinæ eſſent, quibus boves adjungebantur, Author non exponat, facile tamen eſt opinari boves in ſuperiore tabulato circumacto versâſſe axem carinæ perpendiculariter inſiſtentem, cui infra tabulatum rota dentata horizonti parallela infixa eſſet dentes habens in alterutra tympani facie, quibus ſubinde apprehenderet virgulas curriculi in plano Verticali convoluti, & infixi axi horizontali, qui utrumque navis latus permearet, & in extantibus extremitatibus rotas haberet cum palmulis prominentibus, quæ aquam in converſione verberarent. Potuerunt autem hujuſmodi machinæ juxta liburnæ longitudinem multiplicari, prout ipſum ſchema ab Authore propoſitum exhibet. An verò hujus liburnæ, quam in Præfatione dicit *velociſſimum liburnæ genus, decem navibus ingenij magiſterio prævalere*, tantus impetus, tantáque velocitas eſſet, ut adverſariæ liburnæ venientes facilè comminuerentur, diſpiciat lector, cui

cui otium fuerit, quemadmodum an noſtris uſibus navalibus artificium hoc aliquid utilitatis afferre poſſit.

Hinc manifeſta fit illarum machinarum vis, quæ Pancratia Gloſſoçoma, Chariſtia, & ſiquod eſt aliud vocabuli genus, dicuntur, ex plurium tympanorum complexione minorum & majorum, ita ut à minore tympano, cui manubrium additur, incipiat motus, & deinceps minora majoribus conſequentibus motum communicent. Quandoquidem rotula minor dentata ſi comparetur cum rotâ majore, cum qua communem habet axem, utique tardius movetur, quàm peripheria rotæ majoris, cum qua connectitur: At verò ſi cum rotâ majore conſequente comparetur, cujus dentes apprehendit, utique æqualis eſt ipſarum motûs velocitas, nam plures minoris converſiones æquales ſunt uni converſioni majoris, quam efficiunt. Sit rota dentata A B, cujus axi firmiter infixo additum ſit manubrium ejuſdem rotæ ſemidiametri ex. gr. quintuplum, ac propterea potentia manubrio applicata quintuplo velociùs movetur, quàm punctum in rotæ A B peripheriâ notatum. Addatur rota major B C, cujus dentes implicentur dentibus rotulæ B A: ex hujus converſione illa pariter convolvitur; ſed ſi diameter B A ſit diametri B C ſubtripla, ter rotula B A volvitur, ut rota B C compleat integram converſionem, ac proinde potentia quintuplo velociùs movetur, quàm rota B C. Rota hæc major ſibi connexam habeat in eodem axe minorem S D, quæ apprehendat dentes ſecundæ majoris rotæ D E; quæ ſimiliter in eodem axe conjunctam habeat minorem F R: hujus dentes mor-

deant peripheriam tertiæ majoris rotæ F G, in qua eſt Axis I H, ex cujus convolutione ductarius funis L O trahit pondus.

Ut potentiæ momenta habeantur, ejus motum cum ponderis motu collatum ad calculos revoca componendo Rationes, quas ſingulæ majores rotæ ad ſuas minores habent quo ad diametrum. Quare ſi manubrium ad ſemidiametrum rotulæ A B habeat Rationem quintuplam, diameter B C ad diametrum S D triplam, D E ad R F item triplam, & F G ad I H ſimiliter triplam, compoſitis tribus Rationibus triplis cum Ratione quintuplâ, oritur Ratio 135 ad 1: atque adeò ut poſtrema rota F G & cùm eâ Axis I H ſemel volvatur, prima rotula A B facit 27 converſiones; potentia autem manubrio applicata movetur quintuplo velociùs quàm ſuæ rotæ A B peripheria; igitur ponderis motus ad motum potentiæ eſt ut 1 ad 135. Porrò fieri 27 converſiones manubrij apertè conſtat, quia hoc ter volvi ponitur, ut rota B C, atque adeò etiam S D illi connexa, ſemel convolvatur: & quia ex hypotheſi rotula S D tres converſiones habet, ut toti peripheriæ rotæ D E congruat, manubrium novies in gyrum agitur, ut rota major D E & minor R F ſemel convertatur: demum quia pariter ex hypotheſi rota minor R F triplici convolutione indiget, ut toti peripheriæ rotæ majoris F G reſpondeat, ut hæc unicam circuitionem perficiat, viginti ſeptem manubrij converſionibus opus eſt. Quare momentum Potentiæ manubrio applicatæ comparatæ cum rotulâ A B eſt ut 5, cum ſequenti rotulâ S D ut 15, cum rotulâ R F ut 45, cum Axe I H ut 135.

Ne verò artifex hujuſmodi rotas dentatas majores atque minores parare juſſus inutili demùm labore ſe torqueat, monendus eſt, ut animum diligenter advertat, utrùm omnes majores rotas, item omnes minores, inter ſe æquales ſtatuere velit, an inæquales; ex hoc enim ipſarum rotarum collocationem definiet, ne ſibi viciſſim impedimento ſint. Finge enim rotulas D S & F R æquales eſſe, item majores B C & D E, atque alterno ordine poſitas, ita ut ſi rotula D S fuerit in parte anteriore ſuæ rotæ B C, viciſſim rotula F R ſit in parte averſâ rotæ D E: quemadmodum dentes minoris D S implicantur dentibus majoris D E, ita pariter dentes majoris B C implicantur

dentibus

dentibus minores F R : igitur unica conversio majoris rotæ B C ter convolveret minorem rotam F R : atqui cum minore rotâ F R simul converteretur major D E in eodem axe ; igitur dum semel converteretur major rota B C , ter convolveretur rota major D E : hoc autem omnino fieri nequit, quia unica rotæ B C conversio est etiam unica conversio rotulæ minoris D S, hujus autem unica conversio respondet solùm tertiæ parti conversionis majoris rotæ D E : plurimum igitur abest à trinâ conversione. Quare si hujusmodi æqualitas intercederet tùm inter majores, tùm inter minores rotas dentatas, oporteret minores rotas ad eandem partem respicere, ne rota major consequenti minori rotæ motum ullum communicare possit. Verùm hoc fortasse alicui videatur incommodum, quod non ita aptè in suo loculamento hujusmodi rotæ collocari valeant, si rotarum majorum consequentium plana superimponantur planis antecedentium ; id quod exigit ipsa minorum rotularum positio, si omnes partem eandem respiciant. Propterea inæquales fiant rotæ ita, ut alternatim positæ minores rotulæ occurrant quidem singulæ peripheriæ consequentis majoris, non attingantur autem à dentibus majoris rotæ antecedentis : hoc enim pacto in suo loculamento pressiùs firmantur, & sunt quasi duo plana parallela, in quibus hinc rota minor inter duas majores, hinc verò rota major inter duas minores conspicitur.

Porrò minores rotæ in eodem axe cum majoribus dupliciter disponi possunt : primùm ut major rota minori proxima sit, & earum plana se contingant ; deinde ut aliquo inter se absint intervallo. Si minor majori cohæreat, suaderem minores rotas ex lamina paulò crassiore fieri quàm majores ; sic enim in loculamento ita disponuntur, ut plana majorum se omninò non contingant, ac proinde nullus sit partium se vicissim terentium conflictus, qui moram inferat motui. Sin autem quæ in eodem axe sunt rotæ, major & minor invicem distent, nullum quidem subest periculum ex mutuo affrictu majorum, verùm cavendum est, ne axis longior, quàm par fuerit, etiam sit infirmior ; si nimirum axis longioris extremitates loculamento infixæ volvantur. Propterea aliter etiam disponi possunt, ita ut loculamentum validissimum sit, nec fractioni obnoxium, & facilè ex alio in alium locum transferri valeat. Parentur axes rotundi, sed utraque

que

que extremitas quadrata ſit , ut inſeratur quadrato foramini, quod rotarum centro ineſt : tum tigni pars accipiatur craſſitudinis tantæ, ut congruis foraminibus rotundis excipiat axium rotunditatem, extantibus hinc atque hinc extremitatibus quadratis. Deinde quadratas axis extremitates excipiant rotæ dentatæ alterno ordine, ut qua parte prior axis habet rotam majorem, ſecundus axis habet rotam minorem, & viciſſim ille in oppaſitâ tigni parte habeat rotam minorem, hic majorem ; illud ſemper præcavendo, ne rota minor ſecundi axis contingat peripheriam rotæ majoris primi axis ; id quod fiet, ſi poſteriores rotæ majores etiam paulò majorem ſemidiametrum habeant. Relinquitur autem artificis induſtriæ ita foraminum extremitates munire, ut nec axes ultrò citròque commeare valeant, rotis ipſis illos coërcentibus , nec nimio affrictu tigni faciem rotæ circumactæ terant, interjecto inter tignum & rotam exiguo circulo, cum quo tritus omnis atque conflictus exerceatur.

Quamvis autem tria tantummodo tympana dentata præter primam rotulam manubrio affixam , brevitatis gratiâ , examinanda propoſuerim, plura , & plura ſimilia addi poſſe eſt manifeſtum, adeò ut omni arrogantiæ notâ vacent magnificæ illæ Mechanicorum propoſitiones , quibus ſe quodcumque etiam immane pondus moturos ſpondent, immò tellurem ipſam, ſi locus daretur ſtatuendæ machinæ idoneus. Illud tamen incommodum vitari nullatenus poteſt, quod ex ponderis tarditate oritur : quî enim fieri poſſit, ut gravitatis reſiſtentia ex motûs tarditate minuatur, quin multo tempore opus ſit ad pondus movendum ? Idcirco unâ eadémque operâ, qua potentiæ momenta inquiris componendo Rationes, quas majora tympana habent ad minora ſibi adjuncta, etiam motûs tarditatem notam facis ; ac proinde conſtituto intra certam temporis menſuram potentiæ motu, innoteſcit ponderis motus, quem eodem tempore perficit. Fac eſſe decem Rationes quintuplas, quæ componendæ ſunt, ſi manubrium ad ſuæ rotulæ ſemidiametrum habeat Rationem quintuplam, & ſimilis ſit Ratio majorum ad ſua minora tympana. Motus potentiæ manubrio applicatæ eſt ad motum ponderis ut 9.765625 ad 1 : tot igitur ſpatij pedes iteratis revolutionibus confici à potentiâ neceſſe eſt, ut pondus pedem unum percurrat. Quod ſi potentiam tantâ velocitate moveri

veri ponamus, ut horis singulis pedum quindecim millia percurrat, indigebit horis $651\frac{1}{24}$, hoc est diebus 27, horis 3. min. $2\frac{1}{2}$, ut pondus à loco in locum pedis unius intervallo distantem transferat: atque ideò quis tantâ oculorum acie polleat, ut ponderis motum dignoscat, nisi post aliquot horas? quandoquidem unius horæ spatio vix unius unciæ partem quinquagesimam quartam perficit, scilicet $\frac{1}{651}$ pedis. Verùm tam immane pondus, quod ad gravitatem respondentem potentiæ machinâ destitutæ sit ut 9. 765625 ad 1, movere, licet tardissimè, satius est, quàm nullo pacto movere.

Ex his liquet, quid contingat, si potentiæ & ponderis loca ita commutentur, ut potentia extremo tympano applicetur, pondus verò movendum primæ rotulæ axi aut manubrio respondeat; exiguus enim validioris potentiæ motus velocissimè movet pondus, motúmque diu continuat; ut palam est in automatis horas indicantibus, sive potentia movens sit vis elastica laminæ chalybeæ inflexæ, sivè gravitas ponderis axem maximæ rotæ volvens; nisi enim Tempus alternis motibus objiceret rotæ serratæ dentibus sui fusi pinnulas, quæ moram inferrent, rota ipsa serrata velocissimè volveretur. Sed quoniam rarò contingit validissimam potentiam adhibere, ut leve pondus moveatur, propterea non est frequens hujusmodi locorum commutatio inter pondus & potentiam: usum tamen aliquando habere posset in rebus scenicis, maximè si æquabilis esse debeat motus; gravitas enim, quæ per unius aut alterius palmi spatium descendat, non acquirit in motu notabile aliquod velocitatis incrementum, atque idcirco æquabilis apparet motus tam ipsius gravitatis descendentis, quàm ponderis illius virtute ascendentis: hoc si non rectâ sursum trahatur, sed circumagatur, fortasse impressus impetus velociorem circumvolutionem efficere possit.

Quod demum ad ipsos rotarum dentes attinet, singulæ quidem rotæ à suis dentibus in partes æquales tribuuntur; sed hallucinati videntur non pauci frustra requirentes in omnibus rotis invicem comparatis dentium æqualitatem, & ex dentium numero potentiæ momenta metientes; quasi servari nequiret eadem momentorum Ratio, etiamsi minoris tympani dentes

non omninò ſimiles eſſent, aut ut veriùs loquar, ſinguli non eſſent æquales ſingulis dentibus majoris tympani in eodem axe exiſtentis. Dentium æqualitas in iis tantummodo rotis requiritur, quæ ſibi mutuâ collabellatione cohærentes in convolutione dentem dentibus implicant; niſi enim ab unius rotæ dentium intervallis alterius dentes ſubinde reciperentur, fieri non poſſet utriuſque rotæ converſio. Cæterùm nil prohibet, quominùs in plurium majorum tympanorum complexione alia rariores, alia ſpiſſiores dentes habeant, dummodo ſingulis majoribus ſingula minora, à quibus illa motum recipiunt, reſpondeant ſimilibus dentibus inſtructa, etiamſi hi diſſimiles ſint dentibus tympani in eodem axe connexi. Si enim prioris majoris tympani peripheria ſit in dentes 24 diſtributa, minoris autem tympani eidem axi infixi peripheria ſex dentes habeat, ſed eorum diametri ſint ut 3 ad 2, utique eorum motus non aliam habent Rationem quàm ſeſquialteram, licèt dentium numeri ſint in Ratione quadruplâ. Idem planè dicendum de ſecundo tympano majore, quod ad prioris motum convolvitur; hujus enim motus pariter comparandus eſt cum motu tympani minoris ſibi conjuncti ſpectatâ diametrorum Ratione, non dentium multitudine, ut momenta innoteſcant. Quare illæ dentium multitudines invicem comparatæ ſatis quidem faciunt quærenti, quoties potentia manubrium circumagat, ut ſemel convertatur Axis, quem ductarius funis complectitur; ſed quibus momentis id perficiat ipſa potentia, ſola diametrorum Ratio ſpectata indicabit.

Sed hìc ubi diametrorum incidit mentio (quamquam res Mechanicæ in praxim deductæ tantâ ſubtilitate non indigeant) non eſt diſſimulandum aliquam neceſſariò intercedere momentorum inæqualitatem in ipſo motu, quando tympanorum ambitus eſt dentium inciſuris aſperatus: cum enim extremi dentium apices à centro magis abſint, quàm anguli, in quibus ſibi dentes occurrunt, non eſt utrobique eadem movendi facultas, quippe quæ in majore à centro diſtantiâ validior eſt, cæteris paribus. Eatenus ſcilicet rota rotam urget, quatenus rota movens ſui dentis apice contingit faciem dentis rotæ, quæ movetur: hic autem contactus primùm fit propè angulum, hoc eſt minùs procul à centro, & ſenſim

ſim dens rotæ moventis ſuo apice excurrens versùs extremitatem dentis rotæ, quæ movetur, magis recedit à centro. Cum igitur rota movens ſuam vim exerceat apice dentis, integra ſemper illius diameter aut ſemidiameter conſideranda eſt; at rota, quæ urgetur, cum non in eodem puncto recipiat moventis impulſionem, non eſt abſolutè attendenda integra illius diameter aut ſemidiameter, ſed potiùs mediocris quædam inter maximam & minimam à centro diſtantiam eligenda eſt, ut alter Rationis terminus habeatur. Ex quo vides (ſi res ſubtiliter elimetur) non parum intereſſe, utrùm minor rota majorem urgeat, an è contrario major minorem propellat. Concipe enim majoris rotæ integram ſemidiametrum eſſe particularum 100, & talem eſſe dentium inciſuram, ut angulus, in quo ipſi dentes coëunt, diſtet à centro particulis 94: rotæ autem minoris, quæ ſuos dentes illius dentibus implicat, ſemidiameter integra ſit ſimilium particularum 20, & angulus concursûs dentium diſtet à centro particulis 14. Utique ſi minor majorem urgeat illius Radius eſt ut 20, hujus verò eſt ut 97: contra autem ſi major pellat minorem illius Radius eſt ut 100, hujus ut 17. Quare ſingulæ comparatæ cum iis, quæ ſecum communem habent axem, diverſam conſtituunt Rationem: ſi enim major rota urgeatur à minore ſibi proximâ, adeò ut ſecunda minor moveatur ad motum majoris in eodem axe, & Ratio ſit ut 20 ad 97, ſi majore proximâ urgente minorem moveretur major ad motum minoris in eodem axe, hujus minoris motus ad motum ſuæ majoris non eſſet pariter ut 20 ad 97, ſed ut 17 ad 100, quæ eſt minor Ratio.

CAPUT VII.

Moleſtrinarum artificium ex Axe in Peritrochio pendet.

ARtificia omnia, quæ ex Axe in Peritrochio pendent, recenſere res eſſet non quidem injucunda, ſed penè infiniti laboris, hiſtoriam potiùs redolens, quam theoriam, cui potiſſimùm inſervio Machinarum fontes indicans, ex quibus ingenioſus quiſque Machinas ſuo inſtituto opportunas moliri queat. Placuit tamen in Molendinorum artificio pauliſper immorari, ut quam uberem ab Axe in Peritrochio utilitatem ad vitæ commoda percipiamus, innoteſcat. Quamvis autem potiſſimùm inſtituta ſint molendina ad comminuendum triticum & alia ſemina, ut ex farinâ panis conficiatur, ad alios tamen uſus pars eorum aliqua deſtinatur: omnibus quippe communis eſt rota exterior, quam aqua incurrens verſat, & Axis, qui convolvitur. Si enim tundenda ſit lana, aut Cannabis; ſi in pollinem redigenda elementa pulveris pyrij carbo, ſulphur, nitrum; ſi antiqua linteorum reſegmina conterenda, & in minimas particulas diſſipanda ad conficiendam chartam, Axi infixæ ſunt pinnulæ, quæ in converſione occurrentes alis piſtillorum illos elevant, atque dimittunt, & eorum gravitate recidente ſubjecta materia aut contunditur, aut conteritur.

Nec diſſimili methodo diſponi poſſent piſtilli ſuis embolis congruentes, qui à pinnulis Axis elevati aquam in embolum attraherent, aut ſponte irruentem admitterent per aſſarium, tùm dimiſſi vi ſuæ gravitatis aquam exprimerent per tubum, & in altiorem locum aſcendere cogerent. Vel ſi non adeò graves piſtillos parare placuerit, velíſque certiùs aquam in altiorem locum pellere, diſpone binos piſtillos fune, aut catenâ, per excavatum rotæ ſuperiùs poſitæ ambitum tranſeunte connexos, aut potiùs tranſverſario, quaſi libræ jugo conjunctos, ita ut altero depreſſo alter elevetur, pinnula autem Axis deprimat

primat piſtillum, vi cujus aqua in tubum aſcendentem exprimatur, & alter piſtillus attollatur aquam inferiùs poſitam attrahens, qui pariter ab Axis pinnulâ ejus alæ reſpondente ſubinde deprimatur. Hinc fit poſſe longiorem Axem addi rotæ, & plura hujuſmodi piſtillorum paria diſponi pinnulis in ambitu Axis ita diſtributis, ut non plures ſimul piſtillos, ſed ſingulos unum poſt alium premant, ſi non adeò valida fuerit potentia rotam verſans; Sin autem validior illa fuerit, plures ſimul deprimant, iiſque conjugatos attollant. Niſi fortè magis arriſerit duobus tantummodo piſtillis conjugatis uti, tot pinnulis in Axe diſpoſitis, ut in unâ ejuſdem Axis converſione bis aut ter piſtillus idem deprimatur.

Huc pariter ſpectant, quæ paſſim videre eſt in officinis malleatorum cupri aut ferri, ubi & rota exterior vi aquæ labentis circumacta interiùs in conclavi quaſi manubrium convolvit, quod ſuperiori Axi horizonti parallelo infixum Radium, ſibíque regulâ in juncturis plicatili connexum, dum attollit, atque deprimit, in alterâ ejuſdem Axis extremitate tranſverſarium hinc pariter attollens atque hinc deprimens follibus alternum motum conciliat: Et rota alia validiorem aquæ decidentis impetum recipiens, ſuúmque Axem convolvens, pinnulis axi infixis extremitatem alteram deprimit tigilli, cujus oppoſitæ extremitati elevatæ cohæret ingens ferreus malleus, qui prælapsâ Axis pinnulâ ſponte recidens tundit ſubjectum cuprum aut ferrum ignitum.

In his omnibus rotæ quidem ſemidiameter attendenda eſt, in cujus extantes palmulas aqua incurrens vim potentiæ moventis obtinet; ſed Axis ſemidiameter non ſolitariè accipienda eſt, verùm & addenda prominentis pinnulæ longitudo, ita ut ex utrâque conficiatur unica ſemidiameter motûs, qui communicatur piſtillo, aut depreſſæ extremitati mallei. Depreſſæ, inquam, extremitati mallei, nam mallei elevatio aliquanto major eſt, quam illa depreſſio, ut validior ictus ſequatur; neque enim tigillus à ſuo axe, cui innititur, omnino æqualiter dividitur, ſed ab eo aliquantulo remotior eſt malleus, quàm oppoſita extremitas, quæ deprimitur: ac proinde vis illam deprimens major eſt, quàm ſi tigillus in partes æquales diſtingueretur. Similiter in follium motu primùm comparanda eſt rotæ ſemidiame-

ter cum adhærente manubrio, deinde Radius Axi ſuperiori infixus comparandus eſt cum ſemiſſe tranſverſarij, cui folles junguntur; & ex his duabus Rationibus componitur Ratio momentorum potentiæ ad momenta ponderis movendi.

At verò in molendinis, quibus mola frumentaria plano horizontali parallela circumagenda eſt, & quidem velociter, ut granum in farinam diſſolvatur, non ſatis eſt exterior rota aquæ impetum recipiens & Axem ſibi infixum volvens, ſed etiam interior rota denticulata in eodem Axe requiritur; & ne Machinæ membra fruſtrà multiplicentur, ita molares lapides communiter diſponuntur, ut ferreus axis metam ſuſtinens, & curriculo inſtructus, inferiorem locum obtineat, ac proinde curriculus ipſe proximè attingat ſuperiorem partem interioris rotæ in ſuo plano denticulatæ eundem cum exteriore rotâ axem habentis. Quod ſi molares lapides collocari non poſſint in plano, infra vel ſupra quod volvatur rota interior denticulata, ſed ſolùm paulò infra, aut ſupra axem ejuſdem rotæ; quia Vertebra ſtriata proximè molari lapidi cohærens, adeóque lapidem ipſum volvens, diſtat, à rotâ denticulatâ, hæc autem commodè non admittit tam longos dentes, qui ejuſdem Vertebræ aut curriculi virgulis aptè commiſceri valeant, propterea exigitur alius Axis horizonti perpendicularis curriculo & rotæ infixus, quem convertat rota interior curriculi hujus virgulas ſuis dentibus impellens; ſimul enim rota dentata horizonti parallela, eidem Axi perpendicularis infixa volvitur, & curriculum molæ conjunctum circumagit.

Hìc quoque plures Rationes componendæ ſunt; prima eſt Ratio diametri rotæ exterioris ad diametrum rotæ interioris in eodem axe; deinde Ratio diametri curriculi molæ adhærentis ad ipſius molæ circumactæ diametrum (ſive integra diameter accipienda ſit, ſive illa tantum pars, quæ eſt diameter circuli in rotatione molæ deſcripti à puncto inter centrum & peripheriam intermedio) & ſi, ut in ſecundo caſu, interjectus fuerit Axis perpendicularis, præterea in compoſitionem venit Ratio diametri curriculi ad diametrum rotæ denticulatæ in eodem Axe perpendiculari. Ex quibus apparet præſtare rotæ interioris diametrum minorem eſſe diametro rotæ exterioris, ut aquæ hanc impellentis momenta validiora ſint: ſed & cavendum, ne

illa

illa ita minor ſtatuatur, ut ejus dentium numerus vix excedat numerum virgularum curriculi molæ adhærentis, hæc enim nimis tardè moveretur; & ſi intermedius fuerit Axis perpendicularis, poſitâ hac dentium æqualitate & virgularum curriculi, unica rotæ exterioris converſio ſemel tantùm convolveret rotam denticulatam horizonti parallelam, atque idcirco eodem tempore mola toties ſolùm converteretur, quoties numerus virgularum ejus curriculi contineretur in numero dentium rotæ denticulatæ infixæ Axi perpendiculari.

Ut autem convolutionem molæ numerum augeas, cave ne movendi difficultas pariter plus juſto augeatur, ſi nimirum in axe perpendiculari diameter curriculi ſit immodicè minor diametro rotæ denticulatæ in eodem axe: potentia ſi quidem curriculo applicata multo tardiùs moveretur, quàm pondus extremis rotæ dentibus applicatum, ac proinde movendi difficultas augeretur. Quare omnia prudenter adminiſtranda, ut neque potentiæ moventis vires fruſtra conterantur, neque mola tardiùs aut velociùs, quàm par ſit, moveatur.

Quod ſi non placuerit, aut loci diſpoſitio non tulerit, axem illum intermedium ſtatui perpendicularem, ſed horizonti parallelus commodior accidat, tunc rotæ interioris eundem cum exteriore rotâ axem habentis dentes non plano infixi, ſed in extremo ambitu defixi requiruntur, ut ſuperioris axis curriculum (ſive majorem, ſive minorem, prout opus fuerit) convertant, & cum eo rotam non in ambitu, ſed in plano, denticulatam, à qua molæ curriculus convolvatur. Neque aliter, ac priùs, momentorum Ratio componitur, ex Rationibus videlicet tympanorum, quæ communem Axem habent, ut ſatis conſtat ex dictis.

Hinc quoniam potentia movens eſt aqua, obſervamus non omnino eandem eſſe formam rotæ aquam excipientis; quæ enim in profluente collocantur rotæ, nimis incommodæ eſſent, ſi valdè amplam diametrum haberent; aut modico aquæ labentis impetu pellerentur, ſi palmulis exiguis inſtruerentur: propterea rotæ hujuſmodi mediocrem quidem habent diame-

trum,

trum, ſed valdè notabilem axis partem occupant palmulis adeò juxtà axis longitudinem expanſis, ut à multâ aquâ in illas incurrente validiore impulſu circumagantur. Sic in Pado communiter Rotæ hujus longitudo eſt cubitorum 10, diameter tota cubitorum 6; interior rota diametrum habet cubit. 5 $\frac{1}{2}$, dentes 108 plano infixos, & molæ curriculus in fuſos 9 diſtinguitur; lapis autem molaris in craſſitudine numerat uncias 6 aut 7, in diametro cubitos 2 $\frac{1}{2}$. Quia verò aquæ ex alto cadentis motus major eſt quàm profluentis, propterea rotarum diameter amplior ſtatui poteſt, ſi opus fuerit, & palmularum latitudo valde mediocris ſufficit, quippe incluſa canali, per quem aqua decidens labitur: modica ſcilicet aqua per planum magis elevatum prolapſa majora habet momenta, quàm per planum ferè horizontale: & præterea rota amplioris diametri faciliùs volvitur etiam à minore aquâ, nam ad interiorem rotam, cæteris paribus, habet majorem Rationem. Porrò palmulæ communiter quidem planæ ſunt, aut non niſi modicè ſinuatæ, ita ut aqua hinc atque hinc diffluat; aliquando tamen limbo ex utraque parte concluduntur, & quaſi vaſcula aquam aliquandiu continent, ut ipſius aquæ incluſæ gravitas converſionem juvet deorſum urgendo. Adde in ipſo canali inclinato majores eſſe vires aquæ in parte inferiore, quàm in ſuperiore propè initium caſûs; quia videlicet aqua naturaliter deſcendens motum habet acceleratum, & ex antecedente deſcenſu acquiſivit impetum.

Hactenus Molendina, quæ aquarum vi aguntur conſideravimus, nihil addentes de iis, quæ ab hominibus, aut ab animalibus volvuntur, nihil enim hæc habent peculiare præterquàm quod axis primæ rotæ, quæ cæteris conſequentibus membris motum conciliat, eſt horizonti perpendicularis, quia potentia faciliùs in plano horizontali movetur; quàm in tympano Verticali, quod calcaretur, & loco exterioris rotæ ab aquâ propulſæ vectis axi infigitur, quem aut jumenta trahunt, aut homines urgent.

Aliquid tamen innuendum de Molendinis, quæ vento aguntur, ſive ad comminuendas fruges, ſive etiam ad agitandas

tandas antlias, quibus aquæ depreſſioribus campis inſidentes exhauriuntur. Quod enim attinet ad interius artificium rotarum & curriculorum, ſimillimum eſt iis, quæ in noſtratibus molendinis aquâ urgente commotis reperiuntur, niſi quod in illis, ut pote à ſubjectâ planitie remotis (locus ſiquidem amplo ventilabro opportunus tribuendus eſt, & captandus ventus) per ſcalas aſcenditur, & in ſuperiorem locum comportandæ ſunt fruges, quas commolere oportet, atque farina inde transferenda: quo labore levari poteſt molitor, ſi operâ eâdem, qua ventus axem primarium cum rotis verſat, ſaccos tritico aut farinâ plenos attollat, aut deponat, fune ductario circa ipſum Axem convoluto, aut evoluto. Illud potiſſimum in hoc molendinorum genere attendendum eſt, quod ad ipſa flabella, quibus ventus excipitur, ſpectat; neque enim quemadmodum juxta aquæ curſum rotæ planum dirigitur, etiam ventilabrum flabella habet ita diſpoſita, ut venti ductum ſequantur: ſed ſuperior domunculæ pars, qua Axis cum rotâ denticulatâ continetur, uſque adeò convertitur, ut ventilabrum flanti vento adverſum ſtatuatur.

Sunt autem flabella quaſi quatuor ſcalæ in primarij Axis extremitate conjunctæ, quibus obducitur ſingulis linteum, ut vento reſiſtat; qui ſi juſto validior fuerit, lintei pars complicata aliquem vento exitum præbet. Non tamen flabella hæc ita ex æquo collocantur, ut in uno eodémque plano Verticali conſtituantur, ſed ſingulorum flabellorum planum modicè obliquum ſtatuitur latere altero ſe paulatim ſubducente à vento. Ex quo fit ventum inter quatuor flabellorum intervalla intercurrentem repellere in latus, & quaſi cubito percutere ipſa flabella, atque adeò Axem converti juxta flabellorum inclinationem. Nam ſi nulla eſſet flabellorum obliquitas, & omnia quaſi unicum planum efficerent, in quod Axis eſſet perpendicularis, incertum eſſet, quam in partem fieret converſio. Quod ad latitudinem aut longitudinem hujuſmodi flabellorum obliquè poſitorum attinet, non dubitatur, quin eorum latitudo maximè juvet motum; quia eâdem obliquitate poſitâ, major aëris pars incurrit in

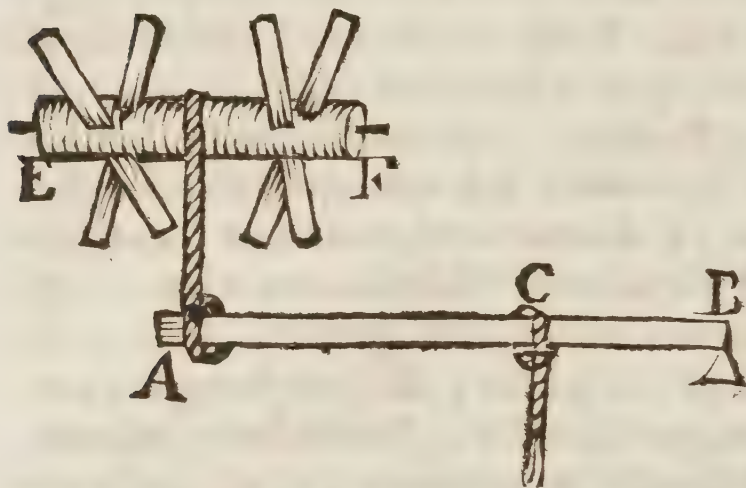
amplius quàm in ſtrictius linteum ; & in vehementiori vento, ne nimia ſit machinæ velocitas, experimur aliquando non niſi dimidium velum expandi. An verò fuerit operæ pretium horum longitudinem augere, incertum eſt : quamvis enim potentia magis à centro motûs diſtans plus habeat momenti, tamen quia longiorum flabellorum extremitates valde inter ſe diſtarent, ventus ampliora ſpatia nactus minus haberet virium ; ſicut & aqua fluens, velociùs atque majore conatu per anguſtias, quàm per patentem alveum currit. Propterea in hujuſmodi flabellis non auderem omnino definire, quo loco potentiæ moventis vires ſtatuendæ ſint quaſi in centro virtutis ; nam prope Axem, cui infixa ſunt, modica eſt diſtantia, & ventus quaſi eorum objectu compreſſus velociùs ſpirat, procul autem ab Axe in majore intervallo faciliùs elabens minùs incitat curſum. Cum verò non ſit temerè ſtatuendum venti compreſſionem omnino reſpondere mutuis flabellorum diſtantiis, quæ in eâdem Ratione ſunt ac diſtantiæ ab Axe ; neque facilè aſſeri poteſt eâdem Ratione decreſcere vim venti ex compreſſione, qua ejuſdem momenta creſcunt ex diſtantiâ ab Axe : Ex quo fieret momenta compoſita ex diſtantia ab Axe, & ex vi compreſſionis, eſſe per totam flabelli longitudinem æqualiter diffuſa, ac proinde in mediâ longitudine eſſe Centrum virtutis moventis. Omnibus tamen ritè perpenſis, exiſtimarem centrum hoc virtutis, cui applicata potentia intelligitur, haud procul abeſſe à mediâ fibelli longitudine : Niſi fortè flabella ipſa talia eſſent, ut eorum latitudo ab Axe recedens augeretur ; ſic enim diminutâ in extremitatibus flabellorum diſtantiâ, etiam venti compreſſio augeretur.

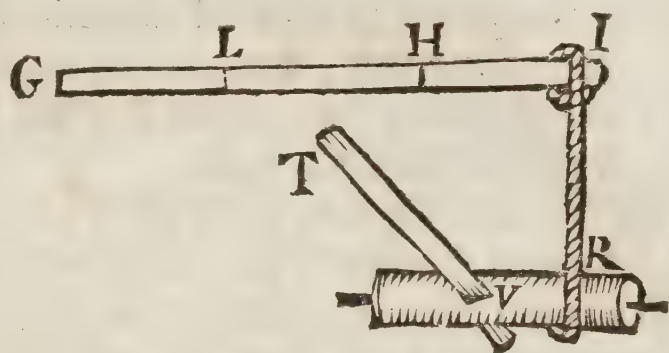
Quod ſi occurrendum putares incommodo, quod ſubire neceſſe eſt ædiculam polo innixam ita convertendo, ut flabella adverſum ventum excipiant, haud abs re eſſe ducerem, ſi quis in ſupremo domûs faſtigio, loco patente & ventis omnibus expoſito, craſſum ſatíſque validum axem horizonti perpendicularem ſtatueret, quem rota denticulata horizonti parallela complecteretur, ex cujus converſione demum

mum mola circumageretur. At flabellorum latitudo juxta Axis longitudinem in ejuſdem ſupremo capite extra tectum collocanda eſſet, ut incurrentis venti impulſum exciperent, perindè atque fluentis aquæ impetum recipiunt palmulæ rotarum. Sed quoniam plana flabella parùm apta videntur ad converſionem continuandam, quia, quæ ſunt à diametro oppoſita, demùm venti viribus exponerentur æqualiter, nec dexterum potiùs quàm ſiniſtrum impellendum eſſet, adeóque ceſſaret converſio; propterea flabella conſtruenda eſſent modicè incurva; hac enim ratione fieret, ut oppoſita inæqualiter urgerentur, & dextri quidem convexam, ſiniſtri verò cavam faciem ventus impeteret inæqualibus viribus, illud ſcilicet quaſi ſe ſubducit vento, nec admodum ejus impulſui opponitur extremitas juxtà venti directionem inflexa; hoc autem cavo ſinu ventum excipiens totum ejus impulſum recipit. Adde quod venti particula in duo proxima flabella incurrens à convexâ unius facie in cavam proximi faciem reflectitur, & auget impulſionem. Quod ſi placuerit non quatuor, ſed quinque flabella ſtatuere, ne unquam duo ex diametro opponantur, non abnuo. Illud certum eſt hujuſmodi flabellorum tùm longitudinem, tùm latitudinem plurimùm juvare, quo enim ampliora ſunt, plus venti excipiunt, & quò longiora, ut pote à motûs centro magis ſejuncta, plus habent momenti. Quomodo autem ſiſtenda ſit machina, explicanda aut complicanda vela, ne præter molitoris voluntatem agitentur flabella, nil refert hìc pluribus diſputare, ubi tantummodo vis movendi conſideratur. Neque ſolùm hujus molendini uſus eſſet in comminuendis tritici aut leguminum granis, ſed etiam in attollendis atque alio derivandis aquis, ut palus exſiccetur, & cæteris hujuſmodi, quæ præſente ſemper corpore movendo, non certo tempori alligantur, quemadmodum, opus molendi, quod non perpetuò exercetur.

CAPUT VIII.

Axis cum Vecte compositus auget Potentiæ momenta.

TAnta eſt aliquando ponderis gravitas, ut datæ potentiæ vires illi movendo impares ſint, aut de oblatæ machinæ ſoliditate ac firmitate dubitetur: propterea opportunum accidet Vectem cum Axe in Peritrochio componere. Primùm dato Vecte A B ſecundi generis, cujus hypomochlium ſit B, & pondus conſtitutum in C, Potentia, quæ in extremitate A applicanda eſt, minor ſit, quàm pro gravitate ponderis, datâ vectis Ratione C B ad A B. Adhibeatur ſuccula E F opportunè collata, ut funis ductarius in A alligatus Vectem attollat: momenta enim potentiæ componuntur ex Rationibus radiorum ſucculæ ad ſemidiametrum Axis, & diſtantiæ A B ad diſtantiam C B in vecte. Hinc ſi Ratio A B ad C B ſit ut 3 ad 1, Ratio autem radiorum ad Axis ſemidiametrum ſit ut 4 ad 1, unicus homo Succulam vertens momentum habet æquale momentis quatuor hominum in A vecti applicatorum, quorum ſinguli æquiparantur tribus, qui pondus idem ſinè vecte attollere conarentur: atque adeò unicus homo ſucculam convertens æquat vires duodecim hominum ponderi ipſi proximè applicatorum citra quodlibet machinæ ſubſidium.

Deinde

Deinde in vecte primi generis, quando movendo ponderi velocitas aliqua concilianda eſt, validiore potentiâ opus eſt, & tamen adjecto Axe infirmæ potentiæ adjumentum comparare in promptu eſt. Sit enim vectis I G, & hypomochlium in H. Utique potentia in I tanto major requiritur, quanto major eſſe debet ponderis motus ſupra motum potentiæ, hoc eſt in Ratione H G ad H I. Statuatur Axis R S, & funis ductarius Vectem apprehendat in I. Tum axi infigatur Radius V T; nam pro Ratione longitudinis V T ad Axis ſemidiametrum ita augeri poſſunt potentiæ momenta, ut non ſolùm ponderis gravitati paria ſint, ſed & illam excedant. Fac enim I H ad H G eſſe ut 1 ad 4, pondus verò in G eſſe lib. 200, certè requireretur in I potentia major libris 800, ut ſuâ virtute gravitati ponderis præſtaret: At ſi Radius V T ad Axis R S ſemidiametrum ſit ut 10 ad 1, jam potentia in T motum habet ad motum ponderis in G ut 10 ad 4: igitur reciprocè potentia in T ad pondus in G eſſet ut 4 ad 10, ac proinde potentia habens vires attollendi abſque machinâ libras 80, applicata in T attollet libras 200. Hæc quæ de attollendo pondere dicta ſunt, intellige pariter ſi in plano horizontali aut inclinato movendum eſſet; collocato ſcilicet Axe non parallelo horizonti, ſed vel perpendiculari, vel inclinato, pro ut loci opportunitas feret: hìc ſiquidem ſola momentorum incrementa conſiderantur ex harum duarum Facultatum compoſitione.

Quid autem opus eſt monere idem virium compendium haberi poſſe in Vecte pariter primi generis, quando pondus tardè movendum eſt? res enim per ſe clara eſt, hypomochlio ſcilicet magis ad extremitatem G accedente, quàm ad extremitatem I, quæ potentiæ locus eſt, ut ſi eſſet in L:

id quod tunc potiſſimùm uſurpari poteſt, cùm elevatio ponderis ad aliquam non minimam altitudinem requiritur; oportet enim hypomochlium à pondere intervallo notabili abeſſe, unde & major movendi difficultas oritur, atque idcircò additâ ſucculâ potentiam juvari neceſſe eſt. Succulam verò potiùs adhibendam proponere cenſui, quippe quæ & parabilior eſt, & commodior, nec multis impenſis conſtruitur: Cæterum nec Ergatam, nec tympana ſeu Grues, nec rotas dentatas, ſi placuerint, excludo.

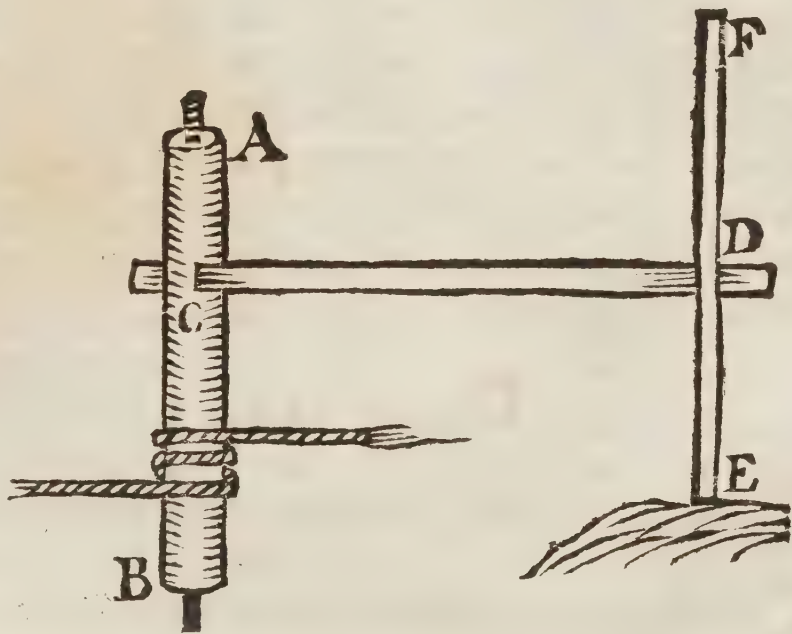
Ex his ſatis liquet, quid de Vecte tertij generis dicendum ſit, in quo Potentia media inter pondus & hypomochlium collocatur: Succula ſcilicet in ſuperiore loco ſtatuenda eſt, ita ut funis ductarius vectem apprehendat, ubi potentiæ locus aſſignatur: ſed quoniam minor eſt potentiæ, quàm ponderis motus, & augenda ſunt potentiæ momenta, ut ponderis gravitati elevandæ par ſit, Axi addendus eſt Radius tantæ longitudinis, ut potentia non jam Vecti, ſed Radio applicata velociùs moveatur, quàm pondus.

Hactenus Axem in Peritrochio additum Vecti conſideravimus, quatenus Vectem ſolitarium infirmior potentia movere nequit: Nunc Vectem addere opportet Axi in Peritrochio, ut hujus uſus illo addito facilior accidat. Machinulam ſecum deferunt communiter aurigæ in Germania, qua rotam currûs, ſi fortè limo profundiùs infixa inhæſerit, ſublevant, ac proinde recte *Pancratium aurigarum* dici poteſt. Lamina eſt chalybea denticulata, cui rotula pariter dentata congruit, cujuſmodi initio capitis 6. deſcripſimus: parvula tamen eſt rotula illa, ſed centrum habens commune cum rotâ majore ſimiliter dentatâ, ex cujus converſione minor convolvitur, & laminam ſurſum propellit. Majoris rotæ dentes apprehendit Axis ſtriatus, cujus motûs principium ducitur à manubrio extra loculamentum ad latus extante. Quare duplex eſt Ratio, videlicet manubrij ad ſemidiametrum axis ſtriati, atque diametri rotæ majoris ad diametrum rotulæ minoris concentricæ; ex quibus componitur Ratio motûs Potentiæ manubrium verſantis, ad motum ponderis ſublevati. Quia autem fieri poteſt, ut aut de lami-

næ

næ ſoliditate dubitetur, aut ſubjectum rotæ ſolum non admittat congruam machinulæ poſitionem; tunc rotæ elevandæ capiti ſubjiciatur validus fuſtis alterâ extremitate incumbens telluri, alterâ innixus dentatæ laminæ; quæ eò minùs à plauſtri onere gravabitur, quò major erit Ratio totius longitudinis fuſtis ad ejus partem inter rotæ caput, & ſolum, cui innititur, interjectam.

Hinc ſi Ratio vectis ſit ut 2 ad 1, machinæ lamina non niſi à ponderis ſemiſſe gravatur; & Potentiæ manubrio Pancratij applicatæ momenta geminantur. Nam ſi manubrij longitudo ad Axis ſtriati ſemidiametrum ſit ut 8 ad 1, rotæ autem majoris diameter ad rotulæ concentricæ diametrum ſit ut 4 ad 1, potentiæ motus ad motum laminæ dentatæ eſt ut 32 ad 1: ſed appoſito vecte, cujus Ratio datur ut 2 ad 1, jam motus potentiæ ad motum ponderis elevati eſt ut 64 ad 1, & potentiæ conatus, qui ſatis eſſet ad attollendas ſine machinâ libras 20, hoc Pancratio unâ cum Vecte attolleret libras 1280.

Similiter ſi Ergatâ A B raptandum eſſet onus, & potentia infirmior eſſet, quam ut in extremitate Radij C D valeret ſuperare oneris reſiſtentiam, adhibe Vectem E F, & extremitate E innitente ſubjecto ſolo, potentia applicetur extremitati F; nam ejus momenta componũtur ex Rationibus C D

Radij ad ſemidiametrum Axis A B, & vectis F E ad D E. Poteſt autem poſt aliquantulum motum ſubinde promoveri extremitas

extremitas E vectis, ut manifestum est. Quod si Ergatâ ipsâ uteremur ad sensim demittendum in plano inclinato onus quoddam ingens, & timeretur, ne vis gravitatis vinceret conatum hominum in D reluctantium, ne præceps delabatur onus; adhibeatur vectis E F, quo sensim dimisso certiùs retinetur onus, & lentiùs descendit.

CAPUT IX.

Multiplex rotarum dentatarum usus innuitur.

QUanquam ea, quæ ad Mechanicam scientiam spectant circa tympana dentata, satis in superioribus explicata sint, quatenus ex iis subsidium petitur ad virium supplementum, & fontes indicati sint, ex quibus unusquisque variam hujusmodi tympanorum complexionem pro opportunitate excogitare possit; placuit tamen auctarium adjicere multiplicis usûs, etiam aliquando citra momentorum potentiæ moventis incrementum. Illud autem generatim observandum est, ne pluribus membris distinguatur machina, si pauciora sufficiant: fieri siquidem non potest, quin motui mora aliqua inferatur, ubi plurium membrorum multiplex conflictus atque tritus contingit, etiamsi omnia ritè disponantur, & sibi invicem proportione respondeant.

PROPOSITIO I.

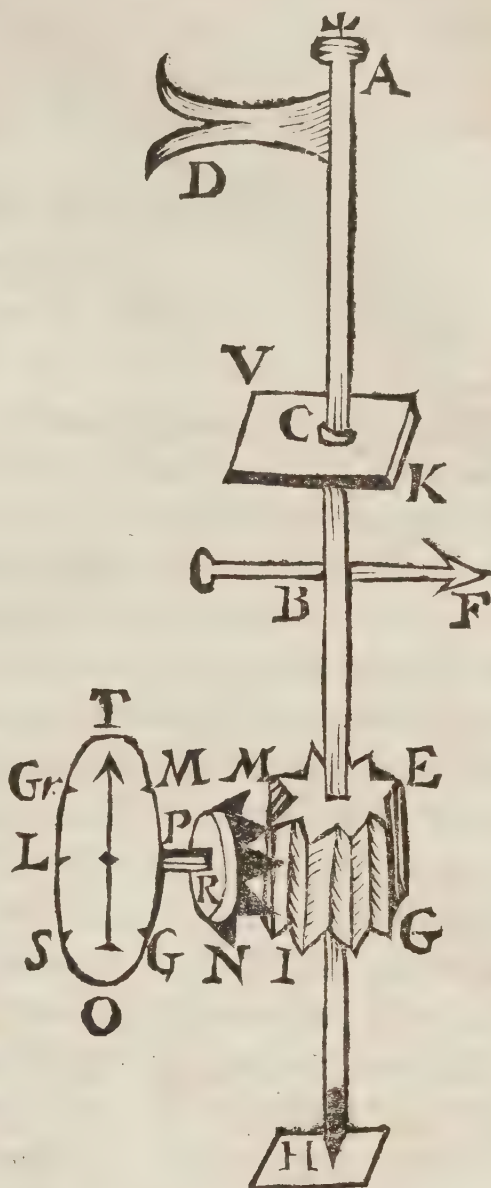
Anemoscopium, Ventorum flantium indicem describere.

SI quis in conclavi manens cognoscere cupiat, quo vento impellatur aër externus, & Anemoscopium construendum curet, si hoc quidem in fornice, aut in laqueari describendum sit, nullo opus est artificio; sed satis est intra laminæ V K foramen erecto axi perpendiculari A B, qui

nodo

nodo C laminæ insistat facilè versatilis, adjicere flabellum A D supra tecti fastigium loco apto ita eminens, ut directè, citra reflexionum suspicionem, cujuslibet auræ flantis impulsum excipiens, & venti ductum sequens convertatur, atque ejus extremitas D cœli plagam vento oppositam respiciat. In alterâ verò axis extremitate B infra laquearis aut fornicis faciem, in qua ritè juxta horizontis positionem descripti sint ventorum cardines, adnectatur index B F, ea lege, ut ex diametro contrariam flabello A D positionem B F obtineat : hinc enim fiet, ut quoniam ventus ex A in D directus spirat, index F eam horizontis partem, unde flat, respiciat.

Sin autem in plano Verticali (aut etiam inclinato) describendum sit Anemoscopium, sit axis A H cum flabello A D transiens per C foramen, & acutâ cuspide insistens plano H, ut facillimè converti queat, vertebram striatam E G habens in octo æquales strias distinctam, quibus subinde exactè congruere possint rotæ M N dentes octo, in quos ferrea lamina distributa est æqualiter, antequàm in circulum inflecteretur. Ex hujus rotæ centro infixus exeat axis R parietem pervadens, & in extremitate adnexum indicẽ convolvens ad indicandos ventos in interiori, aut exteriori parietis facie descriptos.

Verùm in ventorum descriptione cavendum, ne, quemadmodum in Mappis Geographicis supremus locus Septentrioni, infimus Austro, dexter (qui scilicet est ad dexteram aspicientis) Subsolano, sinister Favonio tribuitur, ita hìc ordinem eundem serves : quia enim vento flabellum impellente si vertebra

ſtriata convertatur ex G in I, rota dentata aſcendit ex N in M, & ſimiliter index convolvitur ex T in L; propterea ſi ventus ab Arcto ſpirans in ſupremâ parte deſcriptus ſit in T, & in infimâ qui à meridie in O, is, qui ab ortu flat, deſcribendus eſt ad ſiniſtram in L, & qui ab Occaſu, ad dexteram in P. Quare manifeſtum eſt, quo ordine reliquos intermedios deſcribere oporteat.

PROPOSITIO II.

Currûs motum metiri.

QUæ Vitruvius lib. 10. cap. 14. ſcripſit methodum innuens, qua Veteres navi aut rhedâ vecti peractum iter dimetiebantur, plurium ingenia excitarunt (quandoquidem non paucis Vitruvij verba obſcuritate admodum laborare videbantur, quam tamen notam illi inurere nō auſim) ad varias rationes excogitandas, quibus hoc idem aſſequi ſe poſſe confidant. Maneat ſua cuique Machinatori laus; neminis inventa improbo, aut aſpernor: Mihi planiſſimá inire viam ſemper placuit, qua putaverim ad id, quod volumus, perveniri poſſe: quapropter nec certam rhedæ formam, nec verſatilem cum affixis rotis axem præſcribo, ſed aliquid vulgaribus rhedis aut curribus commune comminiſci placuit, modò liceat alterius poſteriorum rotarum (quippe anterioribus altiores ſunt) modiolo ad partem interiorem infigere breviorem paxillum, quo rota ipſa, dum convertitur, motum machinulæ currui alligatæ conciliet.

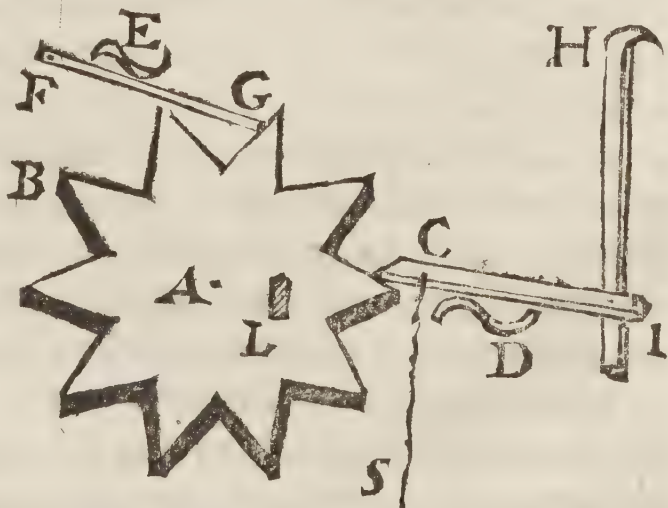
Unum moneo, quod ad Vitruvium ſpectat (in quo nullam reperio obſcuritatem) non arguendum eſſe oſcitantiæ, quòd rotæ diametrum ſtatuerit pedum quaternum & ſextantis, deinde verò totam rotæ verſationem definiat pedibus duodecim; cùm tamen ex Rationibus Cyclicis ſint ut minimum tredecim; atque adeò quadringentæ verſationes perficiant pedes 5200, hoc eſt paſſus geometricos 40 ſupra milliare; ex quo integrâ die, qua milliaria 30 computarentur, error eſſet paſſum 1200, qui milliaribus 30 addendi eſſent. Contra verò ſi rotæ ambitus ſolùm peragat pedes 12; quadringentæ verſationes dant pedes 4800, & pedes 200 deſunt ad milliaris complementum: quare & hìc in milliarium 30 computatione deeſſent paſſus 1200, qui milliaribus 30 demendi eſſent. Ipſe tamen Vitruvius quadringentis verſationibus tribuit ſpatia pedum 5000, hoc eſt integri milliaris.

Non

Non eſt, inquam, oſcitantiæ arguendus Vitruvius, quem iſta latere non potuerunt, cùm ſint admodum obvia cuique vel leviter Geometricis aſperſo; ſed eo conſilio rotæ diametrum ſupra quatuor pedes ſextante auxit, ut quod deteritur ex aliquâ rotæ depreſſiore in ſolo, cui impreſſa veſtigia relinquit, hoc augmento aliquâ ex parte reſtituatur, adeóque tota verſatio conſiſtat intra pedes 12 & 13; addere autem certam fractiunculam pedibus 12, temerarium fuiſſet, illa quippe valdè inconſtans & incerta eſt: ſatis fuit demum in ſummâ 400 verſationum medium eligere inter 5200, & 4800: neque enim error, qui notabilis eſſet, obrepere poterat.

Non tamen placet Vitruvianum tympanum, cujus orbita in quadringentos æquales denticulos eſſet diſtributa, nimia quippe & incommoda mihi videtur hujuſmodi tympani magnitudo: ſi enim ligneum fuerit tympanum, ſingulorum dẽtium pedem, quo orbitæ cohærent, vix puto minorem eſſe poſſe latitudine digitali, hoc eſt quatuor granorum hordei, ſi quidẽ ſatis validi, & ad perennitatem conſtructi intelligantur: ſin autem ferreum fuerit tympanum, latitudo ſingulorum ſaltem æquabit duo grana hordei. Quare orbita tympani in 400 hujuſmodi dentes diſtributa, erit digitorum 400, aut 200, hoc eſt, palmorum 100, aut 50; ac proinde diameter erit palmorum ferè 32, aut 16. Commodius igitur acciderit minora tympana componere, quàm adeò ingens tympanum conſtruere in tot dentes diviſum.

Sit itaque primùm rota denticulata A, cujus denti inſiſtens haſtula C I axiculo in I jungatur laminæ H I ita fixæ in H, ut elateris, non tamen admodùm validi, vice fungatur. Tum haſtulæ C I ſubjiciatur elaſma D aliquanto validius, quantum ſatis fuerit ad efficiendum motum, quem ſtatim indicabo. Alia pariter haſtula F G cum ſuo elaſmate E ita diſponatur, ut denti G occurrens non permittat rotam retroagi ex G versùs B, ſed ſolùm converti poſſe ex G in C, atque à ſin-

gulis dentibus elevata ſtatim vi elaſmatis E recidat, séque illis objiciat,ne retrocedant. Additus igitur funiculus C S ſi trahatur, dentem rotæ convertit haſtula C I impellens ſubjectum elaſma D,eademque operâ dens unus tranſgreditur haſtulam F G, quæ vi elaſmatis E recidens prohibet,ne in contrarium fieri poſſit rotæ converſio. Quia verò haſtula C I dum trahitur,dentem quoquè ſecum rapit,& ab eo inclinato demum liberatur,dimiſſo funiculo,vi elaſmatis D ſurſum validè propellitur,& per obliquum dentis latus excurrens extremitas C, obliquè pariter deſinens, repellit in I elaterem H I, donec haſtula ipſa dentis apicem tranſgreſſa ab elatere H I ſeſe reſtituente coaptetur lateri ſuperiori dentis. Quo pacto ſinguli rotæ dentes ſubinde convertuntur; atquè tandiu hujuſmodi convolutio perſeverat, quandiu trahitur, & dimittitur funiculus.

Deinde rota altera pariter denticulata paretur,ſuóque axi infixa ita diſponatur priori rotæ parallela (ſed citra planorum contactum) ut in ejus dentes incurrat paxillus L in rotæ A plano ad perpendiculum erectus,quo poſt integram prioris rotæ converſionem dens unus ſecundæ rotæ promoveatur. Ex quo fiet tot prioris rotæ converſiones requiri ad poſteriorem ſemel convolvendam, quot in poſteriore rotâ dentes numerantur. Simili ratione tertia, aut etiam, ſi opus fuerit, quarta rota denticulata paretur, & ita pariter parallelæ diſponantur, ut paxillus ſecundæ rotæ tertiam,& tertiæ quartam convertat, paxillo videlicet dentium intervalla ſubeunte poſt integram ſuæ rotæ converſionem.

Hinc ut innoteſcat, quoties trahendus, atque dimittendus ſit funiculus,ut rotæ convertantur,attendendus eſt in ſingulis rotis dentium numerus: tùm numerus primæ per numerum ſecundæ ducendus; & qui producitur indicans numerum tractionum funiculi,ut ſecunda rota ſemel convertatur,per numerum dentium tertiæ rotæ eſt multiplicandus, ut ſciamus,quot funiculi tractionibus tertia rota gyrum integrum perficiat. Quod ſi hæc poſtrema non fuerit,ſed & quarta rota adjiciatur, productus ex ſecundâ illâ multiplicatione numerus per numerum dentium quartæ hujus rotæ multiplicabitur: ac demum innoteſcet, quoties funiculum trahere oporteat, ut quarta hæc rota totam circuli peripheriam percurrat.

Quod ſi paxillis,de quibus dictum eſt,uti non placuerit,ſed potius

-tiùs libeat ſingulis rotis craſſiuſculos axes inſerere, ex quibus dẽs unus promineat, qui poſt integram ſuæ rotæ converſionem dentibus ſequentis rotæ implicetur; omnino licebit, & fortaſſe ſuo commodo non carebit. Illud in rotarum collocatione intra ſuum loculamentm eſt diligenter animadvertendum, quod prioris rotæ paxillus (aut axis dens) non niſi poſt integram ſuæ rotæ converſionem incurrat in dentes poſterioris; alioquin in errorem non ſanè levem inducere nos poſſet index, qui extremitati axis adnexus in exteriore loculamenti facie indicat ſingularum rotarum convolutiones.

Affigatur itaque poſteriori rhedæ parti opportuno loco regula circa axem verſatilis, cujus ſuperior extremitas conjunctum habeat funiculi C S trahendi caput S, inferior autẽ extremitas occurrat paxillo, quem ab initio rotæ modiolo ad partem interiorẽ infixiſti: ſic enim fiet, ut paxillo regulam impellente funiculus trahatur, atque ad ſingulas rotæ currûs converſiones, ſinguli dentes rotulæ A funiculum trahentem ſequantur: ac propterea in loculamẽti facie index cum axe A convolutus indicabit, quoties rota currûs cõverſa fuerit; & abſolutâ integrâ rotæ A converſione index ſequentis ſecundæ rotulæ oſtendet integras convolutiones primæ; atque ita deinceps index tertiæ numerabit convolutiones ſecundæ, & index quartæ convolutiones tertiæ. Hinc ſi rotulæ ſingulæ ſint in dentes decẽ diſtributæ, numero, quem indicat ſecunda rotula, adde unicam cyphram o, numero tertiæ rotulæ adde duas cyphras oo, & numero à quarta rotula indicato adde tres cyphras ooo; ſtatímque manifeſtus fiet numerus converſionum rotæ currûs. Quare ſi poſteriores currûs rotæ habeãt diametrum quinque pedum, rotæ ambitus eſt trium paſſuũ Geometricorum (quod eſt ſuper, negligitur, nam ſæpè rota ſolũ molliuſculum penetrans extenuat diametrum) atque adeò, ut ſemel prima rotula cõvertatur, currûs rota decies cõverſa percurrit ſpatium paſſuum 30; ut ſecunda unicam converſionẽ perficiat, rota currûs centies volvitur, & conficit paſſus 300; ut tertia gyrum abſolvat, rota currûs millies vertitur, & tria Italica milliaria percurrit. Ideò numerus ab indice quartæ rotulæ ſignificatus, indicans tertiæ rotulæ integras convolutiones, triplicandus eſt, ut peracti itineris menſura Italicis milliaribus definiatur. Ex quo fit quartam rotulam in dentes decem diſtributam ſufficere ad numeran-

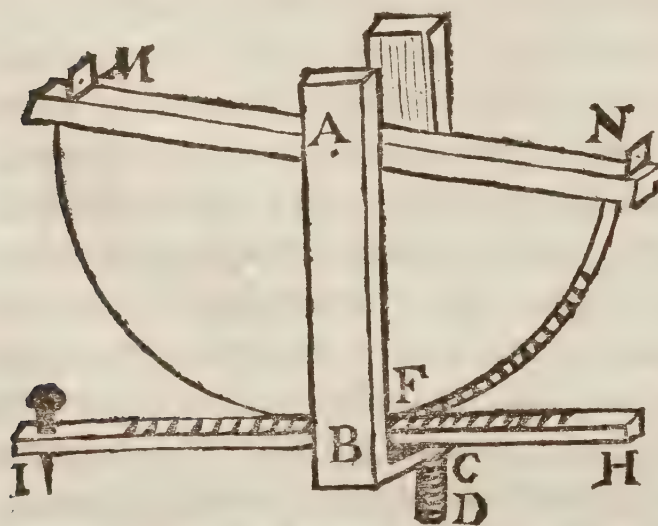
da milliaria Italica 30 : quod si plura velis numerare unicâ hujus rotæ conversione, in plures dentes, quàm decem, quartam rotulam distingue : sed non est opus, quia unâ convolutione absolutâ, milliaribus indicatis addi possunt milliaria 30.

Si ad navis cursum dimetiendum machinulam hanc eandem traducere placeat, adjiciẽda est ad navis latus rota, ex cujus conversione integrâ observatum fuerit, quãtùm navis promoveaur: nam similiter impellendo regulam, qua funiculus trahitur, rotæ conversionũ numerus innotescet, atque adeò etiã itineris spatiũ. Cave tamen, ne in errorẽ incidas, qui facilè obrepere posset; cum enim navis non semper æquè mergatur in aquâ (seu quia illa non est semper æquè onusta, seu quia hæc nõ est semper æquè crassa, aut tenuis) etiam rota inæqualiter mergitur, ac proinde una rotæ hujus conversio non semper æquali itineris spatio respondet.

Nec dissimili ratione pedestria itinera metiri licebit, si parvulam hujusmodi machinulam ita corpori alligaveris, ut funiculi extremitas sub poplite adnectatur: nam ad singulos passus denticulus unus convertetur, & demum passuum numerus innotescet.

PROPOSITIO III.

Objecti procul visi pseudographam speciem deformare.

CONtingit aliquando minùs attentos recti specie decipi: propterea hac propositione non inutile fuerit abusum quendã rotæ dentatæ, quæ facilè fucum faciat imperitis, indicare : ne fortè sibi quasi de præclaro invento inaniter gratulentur. Quadrilaterum Prisma A B eligatur, cujus extremitas in tenuiorem cylindrum C D desinat inserendum foramini subjecti plani crassioris, ita ut plano ad perpendiculum insistat prisma, & servatâ positione perpendiculari, facilè converti possit in dexteram, & in sinistram. Tum rotæ dentatæ semissis M F N prismati secundùm longitudem excavato inseratur, atque circa axem A ductum per prisma

prisma & rotæ dentatæ centrum circumagi possit. In eandem autem prismatis fissuram infra rotæ dentatæ segmentum immittatur regula H I superiùs exasperata in crenas dentibus rotæ tangentis congruentes, adeò ut ex rotæ conversione regula H I adducatur, & reducatur: quæ in I calamum scriptorium, aut lapidem plumbarium habens (aut saltem acutum stylum, quo certa puncta lineis deinde jungenda notari valeant) in subjectâ chartâ lineas describit sequens ductum radij optici per dioptram M N excepti. Quare quot lineas in objecto procul viso percurrit radius opticus, totidem lineæ à stylo I describuntur in chartâ.

Quando igitur magis altum, aut longiùs positum objecti punctum per dioptram aspicitur, dioptræ extremitas oculo proxima deprimitur, atque adeò rotæ dentatæ portio ita convertitur, ut versùs objectum promoveat regulam: contrà verò depressius, aut propius objecti punctum aspiciens, proximam oculo extremitatem dioptræ elevat, & regulam ab objecto removet; cuicumque tandem extremitati M, aut N oculum admoveas: Si enim ex M aspicias, deprimendo M propellis stylum I versùs prisma, hoc est versùs objectum; atque similiter ex N aspiciēs, deprimendo N removes stylum I à prismate, & versùs objectum impellis. At verò ubi transversum objecti latus aspiciendum est, factâ circa cylindrulum C D conversione, plurimum interest, utrùm ex M, an ex N aspicias: Nam si oculus sit in N, & radio optico percurrat objecti latus à sinistrâ in dexteram, etiã stylus I à sinistrâ in dextram movetur unâ cum extremitate M objectum respiciente. Sin autem oculus sit in M, atque stylus I inter oculũ & prisma, aut oculus inter stylum & prisma interjectus sit, contrariam positionem habent puncta à stylo descripta, & sinistra migrant in dexteram, atque dextera in sinistram; stylus quippe oculum sequitur, qui motum habet oppositum motui alterius extremitatis N objectum respicientis. Quamobrem expedit oculum dioptræ in N admovere, & in objectũ stylũ I obvertere, ut dextra dextris, & sinistra sinistris respondeãt, prout sub aspectũ cadunt.

Verùm, licèt objecti visi speciem aliquam hoc artificio adumbrare liceat, cavendũ tamen, ne ipsi nobis assentãtes quasi exactã Ichnographiam, & subtilem, servatis corporis partiũ Rationibus, descriptionem nos comparasse existimemus: cuique scilicet rem accuratè perpendenti manifestum est, quandiu semicirculus in

eodem

eodem plano Verticali cõſiſtit,& dioptra elevatur,ſive deprimitur,lineam objecti,quam radius opticus percurrit in plano horizontali,reſpondere differentiæ Tangentium angulorum,quos cũ perpendiculo A B conſtituit radius opticus: At linea, quam ſtylus I deſcribit, reſpondet quidem (ſaltem proximè, & quatenus ſenſu in tantâ parvitate percipi poteſt) differentiæ Tangentium angulorum æquè differentium, quos cum perpendiculo eodem A B conſtituere intelligitur linea à centro A ad ſtylum I ducta. Non tamen fieri poteſt,ut deinde in omnibus poſitionibus mutato Verticali eadem Ratio ſervetur; quia linea à centro A ad ſtylum I ducta, non eſt parallela radio optico, ſed angulum multo minorem conſtituit cum perpendiculo; ac proinde angulorum minorum differentia,etiamſi æqualis differentiæ angulorum majorum, non infert proportionalem differentiã Tangentium. Statuatur ex.gr.differentia angulorum duobus gradibus definita,& in uno Verticali majores anguli à dioptrâ conſtituti ſint gr.88.& 86,minores autem gr.58.& 56:in altero Verticali majores anguli à dioptrâ conſtituti ſint gr.73. & 71, minores verò gr.43, & 41. Quia idem eſt Radius A B, quarum partium 1000 eſt Radius, in primo Verticali differentia majorum Tangentium eſt 14336,& differentia Tangentium minorum eſt 118: in ſecundo Verticali differentiæ Tangentium ſunt 367 majorum, & 63 minorum angulorum: inter hos autem terminos non intercedere proportionem manifeſtum eſt.

Quando verò,factâ circa cylindrum C D converſione,fit tranſitus ab uno plano Verticali ad aliud planum Verticale, linea, quam radius opticus percurrit, & linea, quam ſtylus I deſcribit, ſubtendunt quidem ſimiles arcus, opponuntur enim eidem angulo Verticalium, ſed ſunt in Ratione diſtantiarum objecti viſi, atque ſtyli à cylindrulo tanquam centro motûs. Porrò haſce lineas differentiis illis Tangentium non eſſe analogas perſpicuum eſt. Quapropter deſcriptum ſchema non ſervans objecti Rationes, cenſendum eſt pſeudographum.

Oporteret plano immobili,cui infigitur priſma,adnectere congruis cardinibus aut fibulis,tabellam,quæ ſemper parallela dioptræ cum hac pariter elevaretur & deprimeretur (non tamen cum eâ convolveretur) ut in chartâ tabellæ affixâ ſpecies magis cum objecto conveniens deſcriberetur: Qua autem methodo? ingenioſus lector diſpiciat.

MECHA

MECHANICORUM
LIBER SEXTUS.

De Trochlea.

NON ſemper commodum accidit Ergatâ, aut ſucculâ, aut Tympano uti ad pondus aliquod movendum : ut enim ex iis, quæ ſuperiore libro diſputata ſunt, manifeſtum eſt, ſi in altiorem locum evehendum ſit pondus, ibi conſtruere oporteret pegma, cui machina inſiſteret : ſæpè autem id fieri non poſſet ſine magna impenſa, aut citrà incommodum ſive propter loci anguſtias, ſive propter temporis brevitatem pegmati conſtruendo imparem. Hinc alia Facultas excogitata eſt, cui *Throchlea* nomen inditum eſt ; quippè quæ communiter ex rotulis circà axem in ſuo loculamento verſatilibus coagmentatur, iiſque circumducitur funis ductarius, quo trahitur pondus trochleæ adnexum. Trochleam autem, ut Vitruvius lib. 10 cap. 2. teſtatur nonnulli *Rechamum* dicunt.

Ex orbiculorum numero nomen ducit machina ; nam ſi unicus ſit orbiculus, Trochlea ſimplex, aut Monoſpatos vocatur; ſi duo fuerint orbiculi, Diſpaſtos ; ſi tres Triſpaſtos ; atque ita deinceps. In hac tamen nomenclaturâ obſervandum eſt, non eodem omnes vocabulo uti : aliqui enim cunctos orbiculos utriuſque loculamenti in unam ſummam referunt, & ex eorum numero vocabulum ſtatuunt ; ut ſi alterius loculamenti duo ſint orbiculi, alterius verò unicus, Triſpaſton appellant : Alij tamen nomen indunt ex orbiculis ſingulorum loculamentorum ; nam ſi binos orbiculos ſingula contineant, non Tetraſpaſton, ſed Diſpaſton vocant, quia communiter ambo loculamenta æquali orbiculorum numero inſtruuntur, & ex alterius numero reliqui, pariter numerus innoteſcit. Neque omnino abs re alte-

rius tantummodo loculamenti orbiculos numerant, quia hujus facultatis vires potissimùm habentur ex solis orbiculis loculamenti, cui pondus trahendum adnectitur; reliquum scilicet loculamentum cum suis rotulis propterea adjicitur, ut funis ductarius singulos illius orbiculos complecti possit. Ex quo fit, posito inæquali orbiculorum numero, modò Monospaston, modò Dispaston dici, prout pondus adnectitur loculamento unum, aut duos orbiculos habenti. Cæterùm in vocabulis non est hærendum: Ego Trochleam voco loculamentum unum cum suis orbiculis; & quando opus est duplici loculamento uti, duplicem Throchleam dico, atque orbiculos numero, ne ullus subesse possit æquivocationi locus.

Quantum autem Facultas hæc sit Axe, aut Vecte utilior, hinc saltem constat, quod etiamsi plures potentiæ diversis funis ductarij partibus applicentur, æqualia tamen obtinent momenta; id quod non contingit pluribus eundem Succulæ Radium, aut eumdem Vectem urgentibus; neque enim æqualibus à motûs centro intervallis absunt.

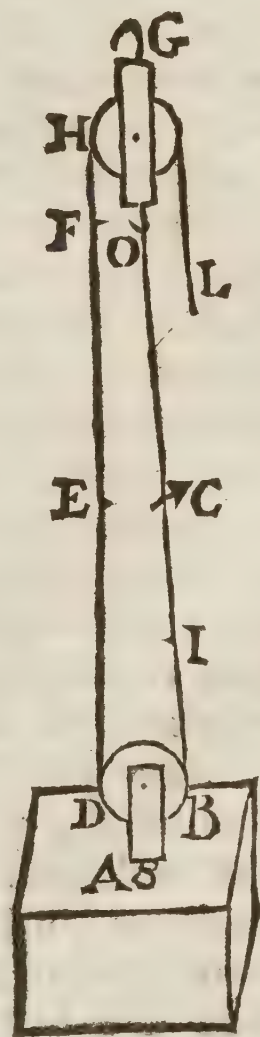
CAPUT I.

Trochlearum forma, & vires exponuntur.

ALiquando simplicem orbiculum, cujus excavatæ orbitæ funis ductarius insistit, adhibemus, ut onera sursum attollamus: & quidem communiter in superiore loco firmatur loculamentum cum orbiculo versatili, & alteram funis extremitatem apprehendit Potentia, alteri adnectitur pondus sublevandum, quod ascendendo spatium percurrit æquale spatio, per quod Potentia descendendo movetur. Id quod eatenus excogitatum est, quatenus brachia deprimentibus in ponderis elevatione insita brachiorum gravitas vires addit, & minore lacertorum contentione opus est, quàm si pondus ipsum sursum traheremus brachia elevantes. Factus est autem orbiculus circa suum axem versatilis, ut vitetur difficultas, quæ cæteroqui consequeretur mutuum tritum funis cum subjecto corpore, cui insisteret, si illud non versaretur. Quantus enim sit hujusmodi funis cum subjecto corpore (si illud non convolvatur) conflictus, manifestũ est

eſt in puteis, quibus ad hauriendam aquam non eſt girgillus, hoc eſt, orbiculus verſatilis, adjectus, ſed funis tranſverſo fuſti cylindrico, verùm immobili, inſiſtit; excavatur ſiquidem cylinder ille diuturno, & frequenti tritu funium. Cæterum ſi non ad perpendiculum attollendum ſit pondus, ſed in plano horizontali, aut inclinato (non tamen lubrico) raptandum, vix, aut ne vix quidem, ullum compendium conſequeris, ſi funem per orbiculum tranſeuntem trahas in plagam oppoſitam plagæ, versùs quam pondus dirigitur, ac ſi pondus idem arrepto fune ad te directè rapias: eadem quippe eſt brachiorum contentio, quorum inſita gravitas non juvat potentiam, niſi quando hæc deorſum tendit. Adhiberi tamen hujuſmodi orbiculus in planitie poterit, ſi commodiùs Potentia conſiſtat in loco, ubi jacet pondus, quàm ibi, quò illud adducendum eſt.

Quamquam verò orbiculus ſtabili loculamento infixus non ſit aptus ad augendas Potentiæ vires, prout ad Machinæ rationem pertinet; ſi tamen loculamentum ipſum adnectatur ponderi, quod cum illo moveatur, geminantur Potentiæ momenta, non enim æqualis eſt Potentiæ & Ponderis motus, ſed illa duplo velociùs movetur. Sit pondus attollendum ſivè raptandum A, cui adnectatur loculamentum orbiculi B; funis autem ductarius firmetur in C, & funis extremitatem reliquam apprehendat Potentia in D: utique Potentia ut adducat orbiculum uſque in C, tantumdem progredi debet ultra C, quantum orbiculus B diſtat à puncto C; oportet ſiquidem totum funem DBC explicari. Igitur potentia ex D venit primùm in E, deinde in F: eſt autem diſtantia DE æqualis intervallo BC; ſed tunc, cùm illa eſt in E, orbiculus ſolùm eſt in I, & demum hic eſt in C, quando potentia eſt in F. Motus itaque potentiæ DF eſt duplus motus orbiculi BC. Porrò cum orbiculo pariter trahitur pondus A adnexum; igitur

G H F O L E C I D B A

duplo velocior eſt potentiæ motus præ motu ponderis. Quare potentia valens trahere motu ſibi æquali pondus aliquod ſine orbiculo, hoc addito valebit trahere pondus duplo majore gravitate præditum.

Ex quibus manifeſtum eſt, quantum interſit, utrùm extremitati funis adnectatur pondus, & orbiculi loculamentum ſtabile ſit, an verò, funis extremitate manente atque immotâ, ponderi adnectatur loculamentum, quod cum ipſo pondere moveatur, immò veriùs, cujus motum conſequatur motus ponderis: nam in ſecundo hoc caſu potentiæ motus duplus eſt ad motum ponderis; in primâ autem poſitione motus utriuſque ſunt planè æquales.

Hinc ulteriùs conſtat, quando duæ Trochleæ ſimplici orbiculo inſtructæ adhibentur, ita ut altera fixa maneat, altera cum pondere moveatur, nihil addi momenti Potentiæ ſi funis extremitas alligetur trochleæ ſtabili, aut loco alicui extra trochleas. Nam ſi in G poſita ſit Trochlea manens immota H, & altera funis extremitas illi jungatur in O, ſeu extra illam clavo, aut paxillo in C, Potentia in L applicata æqualiter movetur cum puncto D: at punctum D movetur duplo velocius, quàm Trochlea B; igitur Potentia L movetur ſolum duplo velociùs quàm pondus, perinde atque ſi non fuiſſet addita trochlea H. Eatenus igitur additur Trochlea H, quatenus Potentiam & Pondus in oppoſitas plagas moveri oportet, aut potentia deorſum conari debet, ut pondus aſcendat.

Sin autem extrèmitas funis alligetur Trochleæ mobili, cui pariter adnectitur pondus, & primùm funis ab unco trochleæ mobilis deducatur ad orbiculum trochleæ immotæ, deinde ad orbiculum ejuſdem Trochleæ mobilis, jam Potentia triplo velociùs movetur quàm Pondus; quia videlicet etiam ipſa funis extremitas movetur trahentem ſequens unâ cum pondere. Concipe enim pondus A ſejunctum à Trochleâ B, quæ ita firmetur, ut immota maneat, pondus verò intelligatur tranſlatum in G, atque Trochlea H jam ſit mobilis: utique Potentia funem in L arreptum trahens in motu progreditur ultra B, quanta eſt longitudo funis explicati O B D H, quæ longitudo dupla eſt intervalli O B:

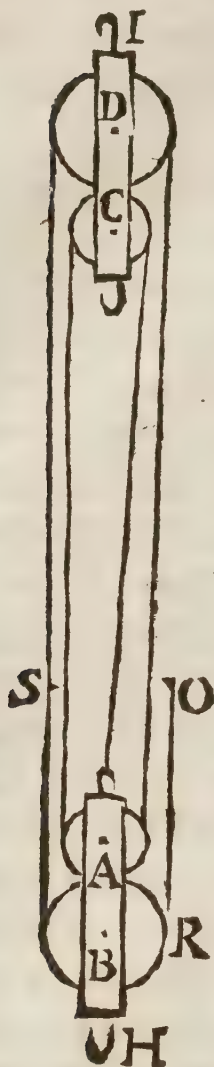
igitur

igitur potentia L accedens ad B ſemel percurrit intervallum O B , & præterea adhuc duplum ſpatium ultrà B, dum punctum O venit ad B ſimul cum pondere adnexo in G : triplo igitur velociùs movetur Potentia quàm Pondus.

Simili omnino ratione ac de Trochleis ſimplicibus philoſophamur, etiam ratiocinari oportet in Trochleis plures orbiculos habentibus ; ſi enim ſingulæ duos habeant orbiculos, attendendum eſt, an funis extremitas adnectatur Trochleæ immotæ, an verò mobili : ſi immotæ, potentia movetur quadruplo velociùs quàm pondus ; ſin autem mobili, movetur quintuplo velociùs. Generatim igitur numera orbiculos trochleæ mobilis, cui ſcilicet jungitur pondus, & pro ſingulis orbiculis duplica potentiæ momenta. Hinc ſi tres fuerint orbiculi, momentum Potentiæ eſt ſextuplum ; ſi quatuor, octuplum ; & ſic deinceps. At ſi eidem Trochleæ mobili adnectatur extremitas funis, adhuc adde unitatem, & momentum erit ſeptuplum, aut noncuplum. Funis ſiquidem uni trochleæ alligatus primùm inſiſtit orbiculo primo reliquæ trochleæ ; inde flectitur ad orbiculum primum trochleæ, cui adnectitur : poſtmodum ad ſecundum orbiculum alterius trochleæ tranſit, & rediens ad priorem trochleam inſiſtit orbiculo ejus ſecundo ; atque ita deinceps, alterno ex trochleâ in trochleam excurſu, donec orbiculis omnibus inſiſtat. Quod ſi duabus Trochleis non inſit æqualis orbiculorum numerus, ſed altera alteram unitate ſuperet, neceſſe eſt funem alligari trochleæ pauciorum orbiculorum. Quare attendendus pariter eſt numerus orbiculorum trochleæ mobilis, quæ ſi pauciores habeat orbiculos, utique illi adnectitur extremitas funis ; atque adeò duplicato ejus orbiculorum numero addenda eſt unitas : ut, ſi duos habeat orbiculos, motus Potentiæ eſt quintuplus motus Ponderis. At ſi trochlea mobilis plures habeat orbiculos quàm trochlea immota, duplicandus ſolùm eſt illorum numerus, ut habeatur denominatio momenti ; ut, ſi tres fuerint orbiculi, motus potentiæ ad ponderis motum eſt ſextuplus.

In hujuſmodi Trochleis plures rotulas habentibus obſervandum eſt interiores rotulas minores ſtatui, exteriores verò

majores : nam A & C minores ſunt, B & D majores, ne funium ductus ſe invicem intercipiant, ac motum mutuo tritu retardent, niſi etiam ſeſe viciſſim atterentes funes diſrumpantur. Quare probare non poſſum Trochleas, quæ plures orbiculos parallelos uni & eidem axi infixos intra congruum loculamentum habent; quamvis enim Trochleis hujuſmodi valde inter ſe diſtantibus non adeò appareat incommodum funium ſeſe perfricantium, ubi tamen illæ propiores factæ fuerint, hoc manifeſtò apparet : præterquam quod funis obliquè inſiſtens extremæ ipſarum rotularum orbitæ, quam contingit, non adeò facilè movetur, ac ſi illis exactè congrueret, ut fit, quando ſingulæ rotulæ ſuos habent axes.

I D C S O A B R VH

Et quidem quod ad axes rotularum ſpectat, quamvis nec admodum longi ſint, & rotula ſuo loculamento proximè adhæreat, atque adeò non ſint facilè obnoxij fractionis periculo, cavendum tamen eſt, ne nimis exiles ſint, aut ex materia non ſatis ſolidâ; ne fortè ponderis attollendi gravitas illos labefactet. Verum quidem eſt non eſſe neceſſe ſingulos axes ſtatuere ſuſtinendo oneri pares; cum enim plures ſint, adverſus ſingulos minor conatus ponderis exercetur. Si verò illi exquiſitè læves atque politi fuerint, faciliorem fore rotularum iis infixarum revolutionem apertiùs conſtat, quàm ut moneri artificem oporteat.

Prætereà rotularum facies optimè lævigatas velim, & loculamentum ipſum non placet ita amplum, ut maximam rotularum partem includat : ſatis eſt, ſi ità firmum ac ſolidum ſit, ut axes contineat, & in extremitatibus validos uncos habeat, quibus & funis, & onus alligari queant : Quò ſcilicet minorem rotularum partem tangit, minus cum illis confligit, adeóque facilior eſt motus : neque enim leviora hæc compendia omninò contemnenda ſunt.

Demum funis ductarij craſſitudo ſtatuenda eſt, quæ retinendo

nendo ponderi reſpondeat: ſed quia plures ſunt funis à trochleâ in trochleam ductus, ideò quaſi plures funes reputantur, inter quos quodammodo diſtribuitur ſuſtentatio ponderis, perinde ferè, atque ſi ex pluribus illis ductibus funis unicus componeretur. Hinc ſi pondus fuerit adnexum trochleæ I, ſuſtinetur à quatuor funibus; ſin autem trochlea I in ſuperiore loco firmata fuerit, & pondus trochleæ H alligatum dependeat, ſuſtinetur à quinque funibus, nam etiam Potentia in O ſuſtinet fune R O. Ex funis autem craſſitudine definitur rotularum altitudo, ut nimirum orbitæ excavatæ inſiſtere poſſit funis, quin interiorem loculamenti faciem contingat, ne perpetuo affrictu atteratur cum diſruptionis periculo, & non levi celeritatis detrimento, auctâ trahendi difficultate. Porrò cùm excavatam dico rotularum orbitam, nolim intelligas quaſi crenam perimetro profundiùs inciſam; ſed ſatius fuerit orbitam ipſam eſſe modicè ſinuatam; hoc enim pacto facilius excurrit funis, etiamſi paulò craſſior aliquando adhibendus ſit, qui cæteroqui inter crenæ inciſæ labra depreſſus non ſine labore ex illis anguſtiis eximeretur in rotulæ converſione.

Cum itaque ea ſit Trochlearum diſpoſitio, ut pondus tardiùs moveatur, potentia velocius (ſi videlicet alteri Trochlearum non Potentia, ſed Pondus adnectatur, alioquin ſi loca permutarent, res contrario prorsùs modo ſe haberet) manifeſtum eſt reſiſtentiam ponderis minui ex tarditate; poterit igitur augeri ex gravitate: ſæpiùs quippe dictum eſt adæquatum reſiſtentiæ momentum componi ex inſita gravitate, & ex diſpoſitione ad motûs velocitatem, aut tarditatem. Potentia igitur valens ſuperare reſiſtentiam ponderis alicujus certæ gravitatis, ſi cum illa æqualiter movendum ſit, poterit eodem impetu, atque conatu ſuperare reſiſtentiam majoris ponderis, ſi ex collocatione, quatenus cum Potentiâ connectitur, ita minus velociter moveatur, ut quæ Ratio eſt æqualis illius velocitatis ad minorem velocitatem, eadem ſit Ratio majoris ponderis ad pondus illud æquè velox cum potentiâ; eſt enim omnino par reſiſtentia; quia quantum addit major velocitas minori ponderi, tantumdem addit majus pondus minori velocitati.

Quamvis autem ponderis motus non ſit æquè velox ac motus potentiæ, tamen ponderis motus entitativè acceptus æqualis eſt motui

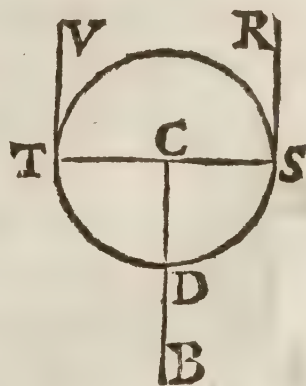
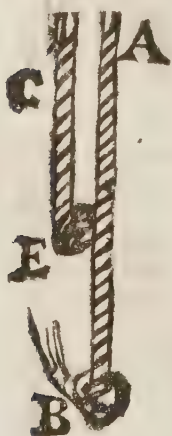
motui potentiæ, ac proindè mirum non eſt, ſi potentia eadem impetu eodem æqualem motum producat, atque efficiat. Pone enim in O gravitatem paulò majorem libris 100; utique ſi in S ſtatuerentur libræ 100 gravitas O prævaleret, & gravitatem S elevaret: igitur illa eadem gravitas O elevabit libras 400 in I adnexas Trochleæ, nam I movetur quadruplo tardiùs quam O, ex dictis, S autem movetur æqualiter ac O; ergo ratione motûs tardioris quadruplo minùs reſiſtit pondus lib. 400 in I, licet ratione gravitatis quadruplo magis reſiſtat. Si itaque libræ 100 in S intra certum tempus percurrant unà cum Potentia O ſpatij pedes 40, eodem tempore ſingulæ libræ 100 gravitatis in I adnexæ percurrunt pedes 10: at ſunt libræ 400; igitur ſunt quatuor motus pedum 10, & illarum omnium motus eſt pedum 40. Quare potentia O idem planè efficit, ac ſi moveret in S libras 100: id quod præſtare poteſt abſque ulla machina. Et quidem ſi res attentè perpendatur, nec vulgaribus vocabulis notionem minus propriam ſubjiciamus, non eſt dicendum manente eodem conatu, & eadem velocitate Potentiæ augeri per Machinam potentiæ momenta, aut vires, ſemper enim Potentia vincit æqualem reſiſtentiam ſive adhibitâ machinâ, ſive abſque illâ, quamvis non ſemper vincat eandem gravitatem. Quemadmodum in libra nil refert, utrum corpus expendendum habeat majorem gravitatem ſecundum ſpeciem, ſed molem minorem, an verò minorem gravitatem ſpecificam ſub mole majori, modò reciprocè ſit ut gravitas ſpecifica ad ſpecificam gravitatem, ita moles ad molem; eſt ſiquidem par gravitas abſoluta, quæ componitur ex gravitate ſpecificâ & mole. Ita pariter æqualis eſt abſoluta ponderis reſiſtentia, quæ ex gravitate, & velocitate componitur, ſi fuerit inter eas reciproca Ratio.

CAPUT

CAPUT II.

An Trochlea ad Vectem revocanda sit.

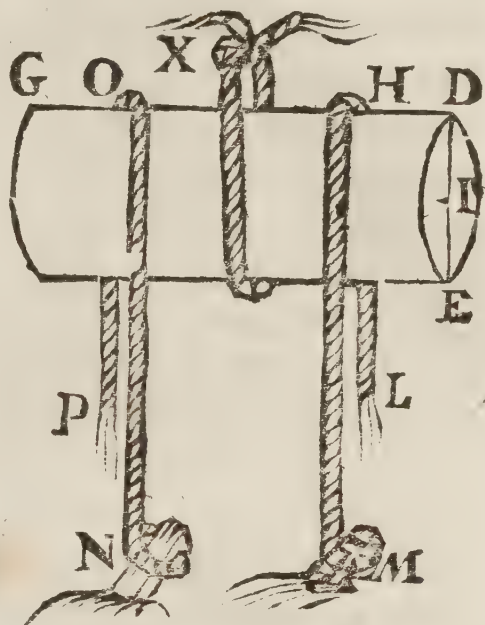
UT Machinalis motûs causa meliùs innotescat, neque opus esse Facultates omnes ad Vectem revocare, ut non pauci hactenus conati sunt, & adhuc conantur, hìc potissimùm quæstionem hujusmodi examinare placuit in Trochleâ. Aiunt siquidem in simplici orbiculo, quando ejus centrum immotum manet, & alteram funis extremitatem potentia apprehendit, ex alterâ dependet pondus, Vectem esse primi generis, cujus hypomochlium est in centro orbiculi, potentia & pondus in extremitatibus diametri; quæ cùm à centro æqualibus intervallis absint, vectis ille nil juvat potentiam. Quando verò ponderi adnectitur theca, cui orbiculus includitur, adeóque ejus centrum unà cum pondere movetur, jam pondus respondet orbiculi centro, & extremitatem alteram diametri obtinet potentia trahens funem; quapropter hypomochlium censendum est in opposita diametri extremitate. Quapropter cùm pondus sit inter potentiam, & hypomochlium, vectis est secundi generis: & quia pondus est in vectis medio, potentiæ momentum duplum est momenti ponderis, si positio ipsa spectetur. Sit orbiculus, cujus centrum C, ejusque loculamento adnexum pondus respondeat lineæ CB: funis R S D T V sit alligatus in R, & Potentia sit in V, quæ funem trahens intelligitur constituta in T, & oppositum diametri punctum S censetur hypomochlium; atque adeò momentum Potentiæ ad momentum Ponderis est ut T S ad C S. Ex quo fit, si reciprocè vis potentiæ ad gravitatem ponderis sit ut C S ad T S, ab hujusmodi potentiâ sustineri pondus, & potentia si augeatur, etiam moveri, orbiculo circà suum centrum revoluto, & versus poten-

tiam attracto. In conversione autem orbiculi, prout aliæ atque aliæ sunt diametri, quas contingunt funis ductus R S, & V T, alios subinde, atque alios vectes esse comminiscuntur.

Verùm hujusmodi ratiocinationi nunquam aquiescere potui; mihi enim perspectum est, si orbiculus non fuerit versatilis, sed omnino fixus in suo loculamento, adhuc potentiam V faciliùs attollere pondus, quod in B intelligitur suspensum, quàm illud directè, & immediatè attolleret; & tamen diameter eadem T S semper maneret horizonti parallela (nam C B semper est in perpendiculo) nullumque haberet motum conversionis circà punctum, quod vocant, hypomochlij S, quo referret motum Vectis proprium. Adde orbiculum in suo loculamento fixum perinde esse, atque si annulus ponderi adnectatur, & funis alligatus in R inseratur annulo, atque potentia in V funem trahat; potentia enim duplo velociùs movetur, quàm annulus & pondus: hìc autem in annulo, quem nullatenus convolvi certum est, quomodo Vectis vestigium deprehendes? illud quidem incommodi in annulo, & in orbiculo non versatili, accideret, quod funis ob suam asperitatem cum orbiculi orbitâ, & cum annulo confligeret; ex quo tritu non levis movendi difficultas oriretur: propterea, ad vitandum hujusmodi incommodum adhibentur orbiculi circa suum axem versatiles; axis enim politus, aut etiam addito unguine lubricus, ferè nullam creat orbiculi rotationi difficultatem, funis verò non atterit ejusdem orbiculi orbitam, quâ revolutâ ille explicatur. Cæterum quod ad Rationem motuum potentiæ & ponderis spectat, eadem est Ratio dupla, sive orbiculus versatilis sit, sive fixus, sive annulus ponderi adnectatur, sive etiam ponderi inseratur funis, ità ut pondus ipsum excurrere queat. Hoc scilicet unicè pendet ex ipsâ funis inflexione: nam si funis A B ita flectatur, ut ad extremitatem extremitas accedat, & B veniat in C propè A; utique non nisi media pars B E movetur; adeò ut, si annulus inseratur funi in B, & per longitudinem funis, qui complicatur, excurrat, veniat ex B in E interea, dum extremitas B, & potentiam illam adducens, venit in C: quo in motu singulæ funis particulæ inter B & E percurrunt spatium duplum distantiæ singularum à medio, ante-

C A E B

quam

quam complicarentur : & ſi potentia ex C ulteriùs progrediatur, ſingulæ funis particulæ inter medium & caput A interceptæ perficiunt ſpatium duplum diſtantiæ ſingularum à capite A, ubi funis religatur.

Jam verò ſtatue ampliorem aliquem, & ſatis gravem cylindrum D E F G, qui rotatu promovendus ſit, aut in plano horizontali, aut in ſuperiorem plani inclinati locum : applicentur autem homines in D & G, & quotquot neceſſarij fuerint juxta cylindri longitudinem, qui illum impellant. Quæro, an ibi ulla Vectis ratio intercedat, ita ut ſit quaſi vectis D E, hypomochlium in E, & pondus in puncto I, quod reſpondet centro gravitatis, atquè adeò in cylindri converſione ſubinde mutetur vectis, & locus tùm potentiæ, tùm hypomochlij, prout aliis atque aliis perimetri punctis applicatur potentia impellens, quibus ex diametro opponuntur alia atque alia puncta, in quibus à ſubjecto plano cylinder tangitur. Vix, puto, audebis Vectem ibi agnoſcere, ubi demum Potentiam impellentem, & Pondus, quod in centro gravitatis, ſcilicet in Axe cylindri, conſtitutum intelligitur, æqualem motus lineam percurriſſe deprehenderis, ut manifeſtum eſt in hujuſmodi rotundorum corporum revolutione, in qua æqualem lineam percurrunt centrum, & punctum in peripheriâ notatum. Igitur duorum funium capita firmiter alliga in M & H, ipsóſque funes cylindro ſubjice, & in ſuperiorem partem reductos ita diſpone, ut cylindrum complectantur, atque à duabus potentiis, quæ priùs in D & G impellebant, trahantur capita L & P. Certiſſimo conſtat experimento longè faciliùs cylindrum hujuſmodi funibus convolvi, quàm impulſione potentiarum illi proximè applicitarum. Si nulla Vectis Ratio agnoſcenda eſt in diametro D E, utique facilitas illa movendi non habetur à vecte, qui nullus eſt : Sin autem Vectem ibi eſſe conſtanter affirmes, igi-

tur perindè est si Potentia proximè, & immediatè applicetur puncto D, aut H, ad impellendum, atque si medio fune M H L applicetur puncto H trahens funis caput L: atqui longè majora momenta habet funem L H trahens, quàm impellens in H; cum igitur utrobique idem Vectis; eadem scilicet cylindri diameter, habeatur, sed non idem momentum, non ex rationibus Vectis, sed aliundè petenda est hæc momenti accessio: Quia videlicet fune sic disposito, potentia duplo velociùs movetur quàm pondus, nullâ habitâ vectis ratione. Finge jam funem laxiorem circumplecti cylindrum, & in nodum colligi in X: utique si in X adderetur pondus aliquod raptandum unà cum cylindro promoto; facilius raptaretur cylindro hujusmodi funibus revoluto, quàm si cylindrus impulsione potentiæ proximè applicatæ promoveretur; & tamen major hæc facilitas ex nullo vecte addito oriretur. An non ergo cylindrus trochleæ orbiculum refert, & funis X orbiculi loculamentum, cui pondus adnectitur? manifesto igitur experimento habetur non ex Vectis rationibus ducendam esse majorem movendi facilitatem, quæ ex simplici trochleâ habetur, quando illi adnectitur pondus.

Sed præstat examinare, quæ præterea dicuntur, quando eidem simplici Trochleæ, cui pondus M adnectitur, etiam funis caput alligatur; tunc enim potentiæ momentum triplex est, adeò ut ad attollendum pondus M sufficiat potentia subtripla illius potentiæ, quæ absque machinâ attolleret idem pondus. Sic igitur ratiocinantur apud P. Schott in Magia mechanica Syntagm. 4. cap. 2. prop. 5. Si fuerit Vectis D E, in cujus medio C sit pondus, fuerit autem quædam potentia in C sustinens, & alia potentia illi æqualis sustinens in E, hypomochlium verò in D, unaquæque potentia est subtripla ponderis sustentati. Quia enim potentia C distat ab hypomochlio D æqualiter ac pondus in C constitutum, sustinet pondus æquale suis viribus; potentia autem E, quia est in duplo majore distantiâ quàm Pondus C, sustinet pondus duplum suarum virium.

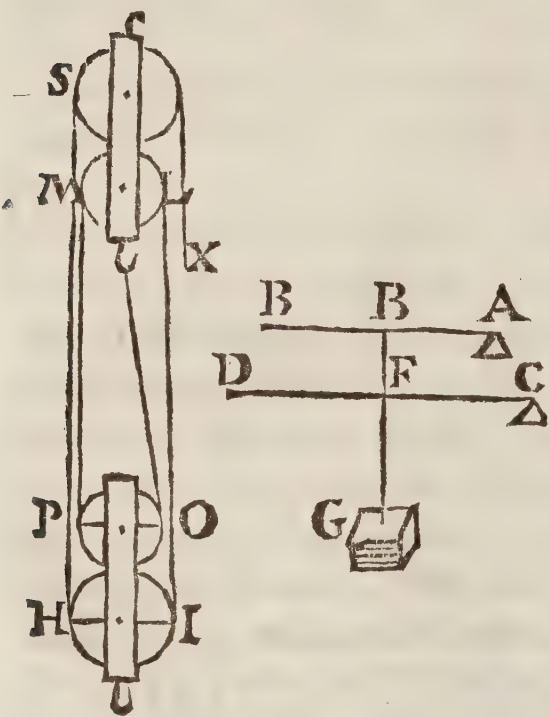
virium. Quoniam ergo Potentiæ ex hypotheſi ſunt æquales, & totius ponderis duæ partes ſuſtinentur à Potentia E, & una à Potentia C, illa autem eſt ſubdupla ponderis à ſe ſuſtentati, unaquæque eſt ejuſdem totius ponderis ſubtripla quo ad vires ſuſtentandi. Cum igitur in propoſitis Trochleis ſit potentia F ſuſtinens in medio, & potentia G in alterâ extremitate ſuſtinens, unaquæque eſt ſubtripla ponderis M ſuſtinendi, ac propterea Potentia G ſi ſit paulo major quàm ſubtripla, erit etiam apta ad movendum pondus.

His pariter aſſentiri nequeo, quæ de ponderis ſuſtentatione dicuntur; nec ſatis video, an Vecti ſecundi generis congruant; neque enim ſolùm Potentiæ in medio atque in altera extremitate applicatæ, verùm etiam hypomochlium ipſum exercet vim ſuſtinendi: ex hoc ſiquidem quod addatur potentia in medio, ubi eſt pondus, non tollitur omnino preſſio, quâ hypomochlium à pondere urgetur. Quare non tota vis ſuſtentandi dividenda eſt inter duas illas potentias, ſed etiam admittendum eſt hypomochlij conſortium.

Dic autem, quænam eſt potentia in F retinens pondus? nonne ſtatim ac potentia in G remiſſiorem conatum adhibet, etiam F cum pondere deſcendit? ipſa quippe Potentia G dum intentum funem F I retinet, ſuſtinet etiam pondus; atque adeò non duæ ſunt potentiæ ſuſtinentes, ſed unica. Et quidem, ſi res ſincerè exponatur, pondus ſuſtinetur & à potentiâ G ſurſum conante, & à clavo S, cui ſuperior trochlea adnectitur, mediis funibus H D, I F retinente, ità ut centrum gravitatis ponderis ſit in lineâ Directionis tranſeunte per ipſum clavum S, ſi funis G E ſit ad perpendiculum, nec in latus retrahat trochleam C: eo autem ipſo, quòd Potentia G ſuo conatu prohibet, ne funis excurrat, retinet pondus ex eodem clavo S ſuſpenſum. Quapropter ejuſdem potentiæ G eſt vis illa, quæ & in F, hoc eſt in C & in E retinet. Quandò verò ſurſum attollitur pondus, eadem eſt potentia G, quæ ſurſum trahit F, cui non minùs applicatur medio fune I F, quàm applicetur ipſi E medio fune G E; neque enim in F eſt alia potentia ſponte ſurſum aſcendens, & ſecum rapiens pondus.

Sed quid fruſtrà confugiamus ad vim ſuſtentandi pondus ex trochleis dependens? ſi pondus fuerit in plano horizontali tra-

hendum, nihil in trochleis reperitur, à quo sustineatur pondus omnino incumbens subjecto plano, & tamen potentia G est subtripla potentiæ, quæ sine machinâ in eodem plano traheret idem pondus: ratione vectis E D solùm esse potest subdupla; in F nulla est potentia trahens; unde ergo ratione vectis potentia ad trahendum pondus habet momenti incrementum? Quod si dixeris eandem potentiam, quæ in G trahit, etiam trahere in F; igitur conatum non adhibet subtriplum, sed subsesquialterum; nam conatur & in extremitate E, & in vectis medio C, ut tu quidem ais, ita ut utrobique sit subtripla vis movendi: fatendum est ergo potentiam trahentem conari ut $\frac{2}{3}$, cum tamen reipsa adhibeat solum conatum ut $\frac{1}{3}$.

Consideremus demum Trochleas pluribus instructas orbiculis, & videamus, quid ex Vecte sperari possit. Statuunt Authores cum eodem P. Schott ibid. prop. 7. si fuerint duo vectes B A, & D C, ex quorum medio E & F dependeat pondus G, duas potentias æquales in B & D constitutas, simúlque æqualiter in sustinendo pondere laborantes, singulas esse subquadruplas ponderis. Nam si sola potentia D sustineret, esset ponderis subdupla, scilicet ut F C ad D C; & si sola potentia B sustineret, esset ipsa pariter subdupla, nimirum ut E A ad B A. Cum igitur ambæ æquales sint, & æqualiter conentur, unicuique respondebit subduplum subdupli, hoc est quarta pars ponderis. Atqui in Trochleis binos orbiculos habentibus sunt duo vectes H I, & P O in medio sustinentes pondus, hypomochlia in I & O, atque Potentiæ in H & P. Igitur potentia sustinens est ponderis subquadrupla, & movens paulò major subquadruplâ.

Quæ de duobus Vectibus D C & B A dicuntur, illa quidem eatenus

eatenus admitto, quatenus singulas potentias D & B sustinentes subquadruplas esse ponderis definiunt; nam perinde se habent, atque si utraque potentia in unius, ejusdémque vectis extremitate simul sustinerent, unicámque potentiam, constituerent, quæ subdupla est ponderis: & quia singulæ potentiæ sunt ad totam & integram potentiam subduplæ, singulæ sunt ponderis subquadruplæ. Cæterum ex hoc quod ambæ potentiæ æquales sint, & singulæ solitariæ essent subduplæ arguere, quod unicuique respondeat subduplum subdupli, materialiter quidem verum est, non autem formaliter ex modo argumentandi; alioquin si addatur tertius vectis, servatâ eadem argumentandi formâ, tres essent potentiæ, & unicuique respondebit subduplum subdupli, hoc est octava pars ponderis; id quod est falsum. Neque enim ex hoc quod potentia D sustineat pondus in F, facit illud esse minùs grave, quasi transferatur in E factum gravitatis subduplæ, & potentia B subduplam gravitatem ponderis sustineret subduplo conatu, hoc est subquadruplo ejus, qui requiritur ad sustinendum totum pondus; alioquin addito tertio vecte in illius medium transferretur gravitas subquadrupla ponderis, quæ sustineretur à potentiâ illius subduplâ, ac proinde suboctuplâ totius ponderis; cum tamen in tribus vectibus sic dispositis tres potentiæ sustinentes singulæ sint solum subsextuplæ. Quod si pondus alligetur medio primi vectis in F, tum extremitas D alligetur medio secundi vectis in E, & deinceps extremitas B alligetur medio tertij vectis, optimè concluditur potentiam in F sustinere subduplum subdupli, & potentiam applicatam tertio vecti sustinere subduplum subdupli subdupli, ac proinde illam esse subquadruplam, hanc verò suboctuplam. Sed hæc dispositio nil juvaret ad explicandum Trochlearum momentum.

Verùm in Trochleâ duas illas potentias in H & P non video; nam unica potentia in X medio fune X S H applicatur quidem puncto H, suóque conatu prohibet ne pondus suâ gravitate deorsum trahat ipsam Trochleam: at in P quænam alia Potentia hoc idem efficit? An non eadem Potentia X medio fune X S H I L M P applicatur vecti P O in P? igitur eadem potentia exhibet conatum duarum potentiarum subquadruplarum: igitur Potentia non est subquadrupla, sed solum subdupla;

pla; quemadmodum si duos simul vectes in D & B idem sustineret, utique tantumdem virium impenderet in utroque simul sustinendo, quantum si unicus esset vectis.

Neque dixeris sustineri pondus à funibus inferiores orbiculos complectentibus: Hoc enim ad propositam quæstionem nihil est, tum quia nulla est sustentatio, si pondus raptandum sit in plano horizontali, & tamen vis Trochleæ exercetur in motu; tum quia ad pondus retinendum funes vim eandem exercerent, si tam ampla esset unius orbiculi orbita, ut funem utrumque caperet, vel unicus esset funis tam validus, ut utrique illi funi, quibus duo inferiores orbiculi insistunt, æquivaleret; tum quia vero propius est dicere, pondus sustineri à clavo, ex quo superior trochlea pendet, quàm à funibus, quemadmodum ipsa potentia sustinet; non autem vis sustinendi tribuitur funi illi, quem potentia arripit, & quo medio sustinet: Clavus autem in hujusmodi trochleis, quando potentia trahens proximè applicatur trochleæ clavo adnexæ, perinde sustinet totam atque integram ponderis gravitatem, si plures fuerint orbiculi, ac si unicus esset orbiculus; quamquam potentia minùs reluctans in pluribus orbiculis, minore impetu conetur adversùs pondus, ac proinde illa clavum minùs premat: quando verò potentia proximè applicatur trochleæ inferiori, atque sursum trahit, clavus nec urgetur ab impetu potentiæ, quem nullum recipit, nec ipse sustinet totum pondus. Quod si pondus trahatur in plano horizontali, sola potentia est, quæ adversùs clavum suam vim exercet superando resistentiam ponderis, quod nihil agit adversùs clavum, sed suâ gravitate urget subjectum planum.

Ut autem manifestè deprehendas nihil esse Trochleis cum Vecte commercij, duo ligna accipe, cujuscumque tandem figuræ: singulis tria insint foramina, quoad ejus fieri poterit, exquisitè polita, ut minore conflictu funis excurrere possit: deinde funis alterno ab uno in alterum lignum ductu per foramina trajiciatur: Nam si alterum lignorum hujusmodi certo in loco firmetur, alteri adnectatur pondus, tum funis extremitatem arripiens trahas, idem planè præstabis, quod adhibitis orbiculis in communibus Trochleis: & tamen nullum hîc vectis vestigium apparet. Certè in majoribus navigiis malus hinc & hinc

navis

navis lateribus alligatur, ut rectam positionem servet: quia autem rudentes aliquando remittuntur, ut in majore æstu, illósque intendi oportet, propterea duo hujusmodi ligna in Ellipsim ferè deformata (vel potiùs in sphæroides Hyperbolium factâ conversione non circa Axem, sed circa ordinatim Applicatam) alterum navis lateri, alterum rudenti adnectunt nautæ, & funem non adeò crassum per foramina alterno ductu trajiciunt, quem etiam axungiâ, aut aliâ pinguedine inficiunt, ut faciliùs excurrat. Cum autem remissior factus fuerit rudens, funis illius caput solvunt, & trahentes cogunt ligna illa fieri propiora, ex quo rudens intenditur exiguo trahentis conatu, si animadvertas quàm operosum & incommodum esset alio artificio rudentem remissum intendere. Argumentum hoc, quod olim ante annos vigintiquinque in Collegio Romano meis Auditoribus insinuavi, conatus est P. Schott ubi supra cap. 3. eludere dicens *ligna illa nullo modo habere rationem trochlearum, quia malus, qui est resistitivum, & debet trahi versùs latera navis, est appensus uni extremo illorum mediante fune, & potentia trahens est applicata alteri extremo eorumdem, & nihil dependet intermedium. Mirum ergo non est, si non habeat Vectis rationem.* Verùm, tanti viri pace dixerim, ligna illa ita habent rationem Trochlearum, ut si illorum loco communes Trochleas substituas, idem planè & eodem modo efficias, trochleâ alterâ adnexa navis alteri, alterâ rudenti intendendo: Neque enim malus est resistitivum, quod ponderis loco succedit, neque ille ad navis latus trahendus est, aut inclinandus, sed rudentis caput trahendum est, ut malo immoto ad navim accedat, adeóque intendatur: Quare rudens ipse intendendus vicem subit ponderis, quatenus intentioni repugnat, & potentia est applicata funi per lignorum foramina trajecto, sicut applicaretur funi ductario trochlearum orbiculos complexo. Quod si ligna illa non habent rationem Trochlearum, & tamen trahendi facilitatem præstant, ad quam Facultatem Mechanicam spectant? Non ad Vectem, ut ille quoquè admittit; non ad Axem, neque ad Cuneum, neque ad Cochleam, ut manifestum est, pertinent: igitur vel novam Facultatem constituunt, vel omnino Trochleæ sunt.

CAPUT III.

An orbiculi magnitudo quicquam conferat.

QUamquam Trochleæ Vires haberi etiam ſinè orbiculis ſuperiùs dictum ſit, communiter tamen rotulas ſuis thecis incluſas, & verſatiles adhibemus. Quæritur autem, an rotularum hujuſmodi magnitudo quicquam conferat ad faciliorem motum: an verò indiſcriminatim rotulis ſive majoribus, ſive minoribus uti poſſimus, citra virium notabile diſpendium. Quæſtioni huic locum fecit Ariſtoteles Mechan. quæſt. 9. ubi inquirit, *Cur ea, quæ per majores circulos tolluntur, & trahuntur, faciliùs & citiùs moveri contingit, veluti majoribus trochleis, quam minoribus?* & reſpondet, *An quoniam quanto major fuerit illa, quæ à centro eſt, in æquali tempore majus movetur ſpatium? Quamobrem æquali inexiſtente onere idem faciet, quemadmodum diximus, & majores libras minoribus exactiores eſſe; ſpartum enim in illis centrum eſt.*

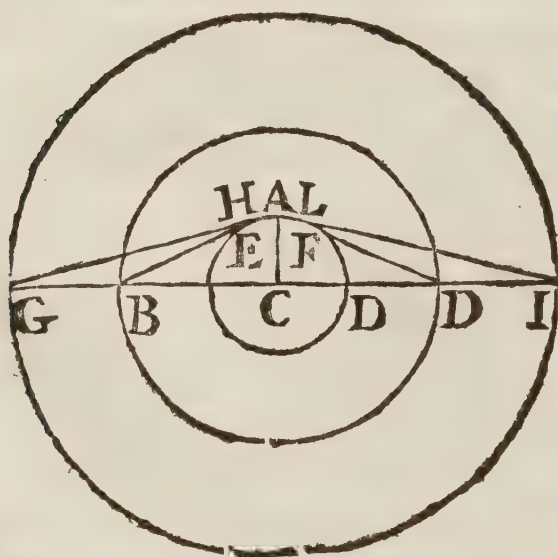
Non deſunt, qui negent faciliùs attolli pondus, ex. gr. ſitulam aquâ plenam è puteo, ſi funis inſiſtat orbiculo majori, quàm ſi minorem complectatur, ac propterea ab Ariſtotele fruſtrà quæri cauſam facilitatis, quæ nulla ſit. Si enim diameter orbiculi ſumatur ut Vectis primi generis hypomochlium habens in centro, potentia & pondus in diametri extremitatibus æqualiter diſtant ab hypomochlio, ac proinde ſive major ſit, ſive minor diameter, eadem ſemper manet Ratio æqualitatis momentorum, quatenus ex poſitione pendent; adeóque nullum eſt facilitatis in movendo diſcrimen. Sin autem nullus agnoſcatur Vectis, ſed potentiæ motus cum motu ponderis comparetur, hos ſemper æquales eſſe manifeſtum eſt, ſive major, ſive minor rotula adhibeatur: atque hinc nullum infert momentorum diſcrimen magnitudo, aut parvitas rotulæ.

Ego tamen, Ariſtotelem omnino temerè majorem hanc movendi facilitatem per majores orbiculos aſſumpſiſſe, affirmare non

non ausim; neque enim carere potuit experimento aliquo, quo id suaderetur. Difficultas potiùs suboriri potest, an veram ille afferat causam majoris hujusce facilitatis: Nam quod innuit de libris majoribus, quæ exquisitiores sunt minoribus, quo pacto intelligendum sit, dictum est lib. 3. cap. 6: illud autem hìc locum non habere manifestum est. Nemo negat in majoribus circulis, quorum major est Radius, ab extremitate Radij majorem arcum describi, quàm à Radio minore, si tempore eodem similem arcum describant; sunt scilicet arcus similes in Ratione Radiorum; sed quando rotulæ inæquales commune centrum non habent, neque Radij omnino simul moventur, quasi minor sit pars majoris, quid prohibet eodem tempore arcus quidem æquales, sed dissimiles, describi? Nam si potentia trahens descendat per spatium palmare, sive rotula major sit, sive minor, pondus ascendit per palmum, & punctum in orbitâ rotulæ tam majoris quàm minoris notatum describit arcum palmarem: hoc autem tantummodo differunt, quod in universo ponderis elevati motu rotula minor sæpiùs convertitur quàm major, & conversionum numeri sunt reciprocè in Ratione Radiorum: sic si Radius minor ad majorem sit ut 4 ad 9, novem conversiones minoris eodem tempore fiunt, ac quatuor conversiones majoris rotulæ, si à Potentiâ æqualiter moveantur. Quare æquali tempore major Radius non movetur per majus spatium; movetur siquidem æqualiter cum potentiâ trahente & pondere ascendente, quemadmodum & minor Radius.

Ut igitur Aristotelis dicto veritatem aliquam conciliemus, quæ tamen experimentis respondeat, illud observandum est, quod superiùs innui, videlicet eo consilio excogitatos esse orbiculos, ut impedimentum ex funis attritu submoveatur, qui sanè tantus esset cum corpore, cui funis insistit, quanta est funis longitudo æqualis motui ponderis, quod trahitur. At in orbiculo versatili solus axis teritur à cavâ foraminis superficie axis superficiei congruente, quæ eò minor est, quò minor est axis diameter diametro ipsius orbiculi: perimetri enim sunt in Ratione diametrorum. Quare si Axis diameter ad orbiculi diametrum sit ex. gr. subquadrupla, conflictus axis cum orbiculo est subquadruplus ejus, qui esset orbitæ orbiculi stabilis cum fune mobili; immò adhuc minor est quàm subquadruplus, funis enim multò

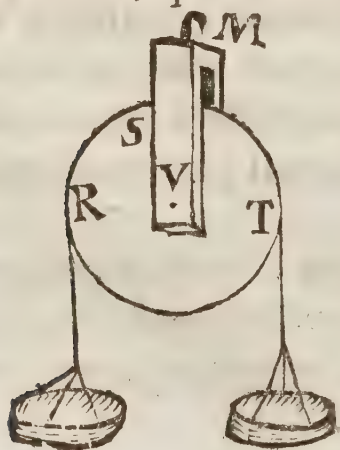
aſperior eſt quàm ſuperficies axis & foraminis ſibi congruentes. Quoniam verò axis ſoliditas definitur ex pondere, quod ab eo ſuſtinendum eſt, idem eſſe poteſt axis cum majore, & cum minore orbiculo. Si ergo eidem axi major orbiculus inſeratur, manifeſtum eſt minorem fieri attritionem datâ motûs æqualitate. Nam orbiculorum orbitæ ex hypotheſi ſint in Ratione duplâ, minoris autem orbiculi peripheria ad axis ambitum ſit in Ratione quadrupla, jam orbita majoris orbiculi ad ambitum axis eſt in Ratione octupla: ponamus ambitum axis eſſe digitorum 4, orbita minor eſt digitorum 16, orbita major digit. 32: igitur ſi adhibeatur minor orbiculus, dum potentia & pondus pariter moventur per digitos 16, tritus cum axe eſt per digitos 4 (pono ſcilicet axem & foramen ſe invicem terere in puncto, in quo exercetur ſuſtentatio) adhibito autem majore orbiculo, dum potentia & pondus per digitos 16 moventur, tritus cum axe eſt ſolum per digitos 2, ſemiſſem ambitûs foraminis. Ubi autem eſt minus movendi impedimentum, facilior eſt motus; igitur majore orbiculo faciliùs movetur pondus.

Sed ut rem ipſam penitiùs introſpiciamus, animadvertendum eſt conflictum orbiculi cum Axe non fieri in centro motûs, quod idem eſt cum centro Axis, ſed in ipſius axis ſuperficie: quapropter hinc pondus repugnans, hinc potentia contranitens ſuas exercent vires in axem non per lineam ad ejus centrum ductam, ſed per lineam à punctis potentiæ & ponderis contingentem ejuſdem axis ſuperficiem. Sic poſito Axe, cujus centrum C, ſemidiameter ad perpendiculum C A, ſi in extremitatibus diametri orbiculi D B ſit in B potentia, in D pondus, illa ſuas vires in Axem exercet per lineam contingentem B E, hoc verò per lineam D F. Similiter ſi potentia ſit in G, & pondus in I extremitatibus diametri orbiculi majoris circa eundem Axem, illa vires exercet per contingentem

tem G H, hoc per I L. Potentia igitur B trahens, punctum F orbiculi minoris cogit aſcendere in A, & potentia G cogit punctum L orbiculi majoris aſcendere pariter in A. Porrò punctum L propius eſſe puncto A, quàm punctum F, eſt manifeſtum, quia minor Secans C D & minor Tangens D F comprehendunt arcum S F minorem, quàm ſit arcus S L comprehenſus à majore Secante C I & majore Tangente I L. Hinc ex Doctrinâ Sinuum conſtat in Radio C A minorem particulam reſpondere arcui L A, quàm ſit particula reſpondens æquali arcui incipienti ab F versùs A. Igitur datâ motûs æqualitate, potentiæ ſcilicet trahentis tantum funem, quantus eſt arcus L A, minùs reſiſtit aſcenſui punctum L, quàm punctum F, & citiùs L venit in A per breviorem arcum L A, quàm veniat F per longiorem arcum F A. Potentia itaque in G faciliùs, hoc eſt minore labore, cæteris paribus movebit pondus in I poſitum, quàm potentia eadem minori orbiculo in B applicata moveat idem pondus in D.

Neque dixeris ex æquali funis tractione pondus in ſuâ perpendiculari lineâ Directionis æqualiter aſcendere, ſive fuerit in D, ſive in I, ac propterea nullum inveniri facilitatis diſcrimen in illo attollendo. Quia adhuc conſiderandum eſt pondus, quatenus eſt applicatũ Axi medio orbiculo, in quo axe dum aſcendit, aſcendit pariter in ſuâ perpẽdiculari lineâ Directionis; & quamvis in hac æqualiter ſe habeat, non tamen eſt æqualiter applicatũ axi: lineæ autem G H, I L productæ concurrerent in angulum magis obtuſum, quàm lineæ B E, D F; quapropter ſibi invicem minùs adverſantur, quò propiùs accedunt ad rectitudinem.

Verùm facilitas iſta non eſt cum additamento momenti, quod à machinâ efficitur; Machina enim tribuens movendi facilitatem eſt pariter cauſa tarditatis motûs; at hìc *faciliùs & citiùs* per majores circulos moveri pondus docet Ariſtoteles; quatenus videlicet ſublatâ impedimenti particulâ, quæ ex tritu oriretur, potentia faciliùs & citiùs movetur, cum qua pariter æquali planè motu etiam pondus movetur, quod tamen per machinam tardiùs moveretur, quàm potentia.

Quod ſi cylindricam axis ſuperficiem non admittas omnino congruere cavæ ſuperficiei foraminis, jam contactus Axis eſt ſolùm ad punctum A utriuſque orbiculi tam majoris, quàm mino-

ris,& tunc refert quandam libræ ſimilitudinem, cujus jugum ſit aut G I,aut B D, & ſpartum in loco ſuperiore A. Sed non eadem hìc militat ratio,quæ in libra : nam in brevioribus libræ brachiis, quando pondera ſunt inæqualis gravitatis,extremitas brachij deſcendentis in ſuo motu deflectens à lineâ rectâ, etiam deflectit à perpendiculo eò magis, quò minor eſt ſemidiameter circuli,cujus arcum deſcribit ; at in longioribus brachiis majorem arcum deſcribentibus ſimilem minori, minùs deflectit à perpendiculo; ac proinde in deſcenſu pauciora deteruntur gravitatis momenta, cum magis obſecundet naturali gravitatis propenſioni,quæ nititur ad perpendiculum. At hìc in orbiculis,ſi Potentia movens ſit gravitas aliqua major pondere attollendo,non cogitur deflectere à perpendiculo, ſive major,ſive minor fuerit orbiculus. Quapropter non ex Rationibus libræ philoſophandum eſt,ſed conſideranda eſt preſſio ſuperanda, quæ fit in A, tùm pondere, tùm potentiâ deorſum, ex hypotheſi, conantibus; vel ſi pondus in plano, cui inſiſtit, raptandum ſit, preſſio fit vi potentiæ trahentis pondus reſiſtens. Avellenda eſt igitur ab Axe pars orbiculi illum tangens in A : ſed poſito æquali motu potentiæ tùm in B, tùm in G, minor motus & tardior particulæ A efficitur, ſi potentia moveat in G,quàm ſi moveat in B : facilius igitur illa movet præ iſtâ. Minorem autem & tardiorem eſſe motum in A,ubi vincenda eſt vis preſſionis,cõſtat,quia,ut ſemel foramen orbiculi minoris percurrat axem in A,totus ille convertendus eſt ; at orbiculi majoris punctum in orbitâ deſignatum ſi moveatur æquali motu ac punctum minoris orbitæ, non abſolvit integram revolutionem; atque adeò orbiculus major æquale habens foramen cum orbiculo minore, ſed multo majorem orbitam, motu æquali non percurrit Axem in A, niſi juxta partem, quæ reſpondeat revolutioni orbitæ, quam conſtat non eſſe integram.

Hinc conjicere licet poſſe orbiculo conſtrui ſatis exactam libram. Fiat ex ligno aut ex materiâ metallicâ diſcus R S T , cujus centrum V, ejuſque orbita ad tornum modicè excavetur, ut illi inſiſtere poſſint funiculi lancium. Tum in V centro fiat foramen exquiſitè rotundum atque politum, cui indatur Axis pariter politus & lævis : axis

axis autē extremitatibus hinc atque hinc eminentibus alligentur fila, inter quæ interceptus discus possit suspendi. Si gravitas fuerit per universam laminam æquabiliter diffusa, cōsistet discus in quacumque positione; sin autem partes fuerint secundùm gravitatem inæquales, ita sponte convertetur discus, ut pars gravior inferiorem occupatura locum usque eò descendat, dum centrum gravitatis sit in lineâ directionis perpendiculari transeunte per punctum suspensionis, & punctum contactus orbiculi cum axe. Hanc perpendicularem lineam refert, atque designat filum, ex quo suspenditur. Notato igitur diligentissimè puncto S, in quo fila suspendentia tangunt extremam orbitam, ibi est locus apponendæ lingulæ, atque ibi firmandus est uterque funiculus S R & S T. Amotis igitur funiculis, seu filis, ex quibus prius suspendebatur orbiculus, atque adjectâ opportunâ lingulâ, apponatur ansa V M, quæ includet lingulam, si hæc fuerit ritè collocata. Demum pendentibus funiculis adnectantur lances ita, ut æquilibrium constituant, quod à lingula indicabitur. Sic parata erit, ut opinor, exactissima libra, de qua dubitari non possit, an centrum motûs verè respondeat lineæ, in qua est centrum gravitatis: æqualitas brachiorum V R, V T est manifesta propter faciliorem circuli constructionem, quàm brachiorum rectorum æqualitatem æquabili & æquali gravitate præditam: pondera autem si inæqualia lancibus imponantur, semper in eodem perpendiculo consistunt, sive descendant, sive ascendant: lingula verò quia satis longa est, quippe quæ incipit ab V, quamvis additamentum factum sit in S, vel modicissimam inclinationem in alterutram partem indicabit.

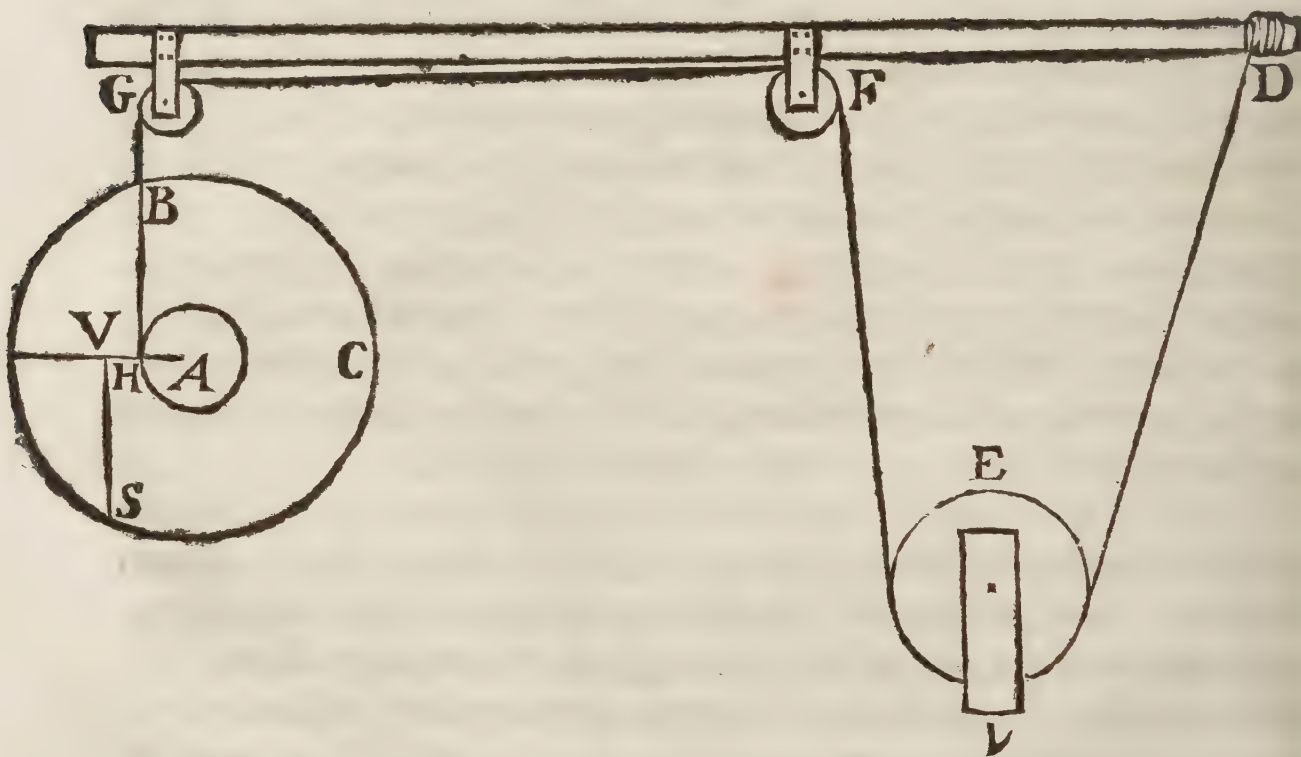
Cum itaque negari non possit in simplici orbiculo aliquam demum movendi facilitatem aquiri, si ille major fuerit, quàm si minor, hoc pariter in Trochleis contingere posse non negarem adhibitis majoribus orbiculis potiùs quàm minoribus. Verùm attendendum est, an sit operæ pretium tam ingentes trochleas movendis ponderibus adhibere; illa enim & majore dispendio construerentur, & essent valde graves, & ægrè transferri possent, si notabili aliquâ magnitudine præditæ essent. Quare nemini author essem, ut rejectis minoribus orbiculis majores quæreret; communiter enim valde mediocribus trochleis utuntur artifices, & satis commodè perficitur motus, si orbicu-

li

li facilè convolvantur : commodum verò, quod accederet ex aliquatenus diminuto orbiculorum cum ſuis axibus conflictu, non tantum eſt, ut majore incommodo parandum ſit.

CAPUT IV.

Qua Ratione Trochlearum vires augeantur.

EX dictis cap. I. ſatis notum eſt Trochlearum vires augeri pro multitudine orbiculorum : ſed quoniam non præſtat ingentes Trochleas conſtruere, propterea ſatius eſt Trochleas cum aliâ quapiam Facultate componere, & potiſſimum cum Axe in Peritrochio, ſive Sucula ſit, ſive Ergata, ſive Tympanum, quorum Axi dum in converſione circumducitur funis ductarius, Trochleæ evadunt propiores, & adducitur pondus.

Ejus rei meminit Lucret. lib. 4 : Multaque per Trochleas & Tympana pondere magno commovet, atque levi ſuſtollit machina niſu. Et quidem ſuperiore loco, uti de Tympano agebatur, indicata eſt methodus geminandi vires Tympani A B C S,

si nimirum trabis exporrectæ extremitati D alligetur funis ductarius, qui primùm transeat per orbiculum E ponderi attollendo adnexum, deinde per orbiculos F & G trabi adhærentes, per quos demum venit ad Axem H, cui circumducendus est. Quia enim potentia in F duplo velociùs movetur quàm E, & Potentia in S premens Tympanum movetur velociùs quam F, in Ratione partis semidiametri tympani ad semidiametrum Axis, hoc est in Ratione A V ad A H, manifestum est geminari momenta tympani solitariè accepti. Quod si tam extremitati D, quàm Ponderi adnecterentur Trochleæ, adhuc major esset vis Tympani aucta per Trochleas, & vicissim major Trochlearum vis aucta per Tympanum. Hinc si essent duæ trochleæ binis orbiculis instructæ, & funis caput inferiori trochleæ adjungeretur, quintuplex fieret tympani momentum, & vicissim trochlearum momentum acciperet incrementum in ratione A H ad A V.

Distinguenda sunt autem onera, quorum alia sunt mediocria (nam minora facilè solis trochleis attolluntur, arreptâ ab hominibus funis ductarij extremitate) alia majora, & ingentia, quæ à Vitruvio, ut aliàs innui, Colossicotera dicuntur. Pro mediocribus ponderibus ad operarum numerum minuendum Trochleis adjungi potest Sucula, cui circumducatur funis ductarius: compositis enim Rationibus Suculæ & Trochlearum, habetur Ratio momenti potentiæ ad Pondus. Si non ad multam altitudinem attollendum sit Pondus, neque proximo parieti trabem infigi expediat, cui Trochlea adjungatur, & ex qua onus dependeat, ex Vetruvij præscripto lib. 10. cap. 2. tigna tria parantur longitudine & soliditate respondentia oneris magnitudini & gravitati; hæc à capite fibulâ aut funibus conjuncta, in imo divaricata eriguntur, quasi in pyramidis triangularis speciem. Quod si timeatur, ne in hanc aut illam partem machina inclinetur, funibus in capitibus collocatis, & circa dispositis in adversas plagas, atque firmatis, erecta retinetur. In summo, ubi tigna coëunt, alligatur Trochlea; & inferiùs, ubi commodè applicari possit Potentia, exteriori duorum tignorum divaricatorum faciei firmiter affiguntur Chelonia, hoc est fulcra quædam rotundum foramen habentia, in quæ conjiciuntur Suculæ capitâ; ut Axis facilè versetur. Sucu-

la autem proximè capita aut habet infixos Radios, aut ſaltem bina foramina ita temperata & diſpoſita, ut vectes in ea immitti poſſint variæ longitudinis pro opportunitate atque neceſſitate, habitâ ratione loci & ponderis. Altera Trochlea adnectitur ponderi, prout commodius acciderit, & funis ductarij extremitas ſuperiori trochleæ adnectitur, ejuſque per Trochlearum orbiculos trajecti caput ad Suculam religatur, cujus converſione attollitur pondus. Machinam hanc aliqui artifices *Capram* vocant.

Ex his, ſi data fuerit ponderis gravitas, & nota Potentiæ virtus, definies trochlearum orbiculos, aut ſaltem vectium longitudinem, qui faciliùs parari poſſunt, & commutari pro re natâ, quàm aliæ trochleæ inveniri. Sint itaque trochleæ binis orbiculis inſtructæ; harum forma & poſitio non niſi quadruplum potentiæ motum determinat, ſi cum motu ponderis comparetur. At potentia univerſa ſint duo homines, ſinguli valentes attollere libras 25; atque adeò potentia eſt lib. 50; quæ ſi proximè applicetur funi ductario trochlearum, poterit ſolùm attollere gravitatem quadruplam, hoc eſt lib.200. Quoniam verò oblatum pondus eſt ex hypotheſi lib.1000, hoc eſt quintuplum librarum 200, addenda eſt trochleis Ratio quintupla Succulæ, cujus Radij aut Vectes ſint quintupli ſemidiametri Axis ejuſdem Suculæ. Nam Potentia Vectibus aut Radiis applicata quintuplo velociùs movetur, quàm extremitas funis ductarij Axem complexi; hæc autem quadruplo velociùs quàm pondus; atque idcircò potentia vigecuplo velociùs movetur quàm pondus, poteritque movere pondus vigecuplum librarum 50, hoc eſt lib.1000.

Quod ſi ad inſignem aliquam altitudinem evehendum ſit pondus, non eſt opus tria hujuſmodi tigna compingere, ſed ut ſumptibus & labori parcatur, ſatis eſt non procul à pondere longiorem trabem, etiam ex pluribus aptè & firmiter conjunctis compoſitam, erigere, atque funibus in oppoſitas ventorum plagas diſpoſitis ita ejuſdem caput firmare, ut nullam in partem vi ſuſpenſi ponderis inclinetur. Verùm quidem eſt trabem hujuſmodi (Antennam aliqui dicunt) non omnino ad perpendiculum erigi, ſed modicè inclinatam ſtatui, ut à ſummo vertice pendens ad perpendiculum ſarcinã, quæ attollitur,

non

non incurrat in trabem. Modicè, inquam, inclinata statuitur trabs ista (nisi fortè illa altiùs defodiatur, & circùm fistucatione solidetur, tunc enim poterit magis inclinata statui) quia propter notabilem longitudinem ita potest inclinari, ut linea directionis ab illius centro gravitatis ducta cadat intrà (vel certè non admodum ultrà) basim sustentationis, atque perpendiculum à summo vertice descendens & illi lineæ parallelum tanto absit intervallo, quod satis sit ad elevandum pondus citra periculum collisionis cum trabe: cui periculo occurri non potest in tigno breviore, quo valde inclinato ad vitandum hujusmodi periculum collisionis, linea directionis ab ejus centro gravitatis cadens multo notabiliùs recederet à basi sustentationis: propterea ubi brevioribus trabibus fuerit utendum, tres modo superiùs dicto compinguntur, ut se invicem fulcientes sponte consistant, & pondus non contingant. Capiti igitur erectæ trabis longioris altera trochlea alligatur, altera oneri; sed ad trabis pedem orbiculus unus firmiter adnectitur, per quem funis ductarius juxta trabis longitudinem descendens trajicitur, & ad Ergatæ axem adducitur, ut ex ejus revolutione funis trahatur: orbiculum hunc Græci ἐπαγόντα Latini Artemonem vocant, ex Vitruvio lib. 10 cap. 5. Hic tamen infimus orbiculus cum nihil immutet aut potentiæ velocitatem, aut ponderis tarditatem, nihil addit momenti ipsi potentiæ ad onus attollendum, sed ideò potissimùm adhibetur, ut funis commodiùs Ergatæ circumducatur.

Quare Potentiæ momenta componuntur ex momentis Trochlearum & Ergatæ; quæ si innotescant, & data sit potentiæ virtus movendi, manifestum erit pondus, quod illa Ergatæ applicata movere poterit. Sic si Trochleæ binos habeant orbiculos, qui dant Rationem quadruplum, Vectis autem Ergatæ sit ad ejusdem Axis semidiametrum ut 20 ad 1, Ratio, quæ ex quadruplâ, & vigecuplâ componitur, est octuagecupla; ac proindè potentia extremo Vecti applicata poterit movere pondus octuagecuplum ejus, quod sinè machinâ movere potest.

Hinc si potentia movere valeat libras 50, huic machinæ applicata movebit pondus lib. 4000. Illud autem commodi habet Ergata, quod in illâ convolvendâ uti possumus jumentis extremo vecti applicatis: & experimento didicimus trochleis

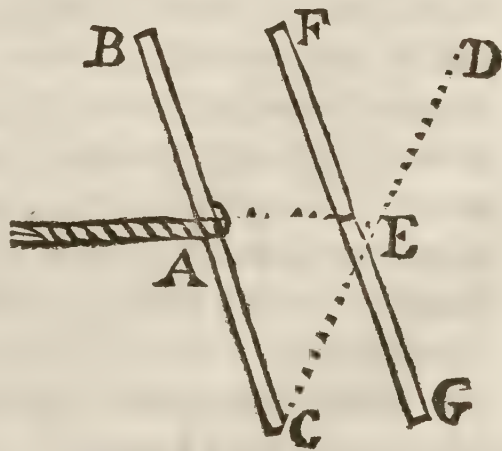
binorum orbiculorum, & Ergatâ attolli à duobus equis pondus librarum non minùs quàm triginta millium. Cum enim ſint duo equi, unuſquiſque movet libras 15000; ſed quia Trochleæ dant Rationem quadruplam, accipe librarum 15000 quadrantem 3750, & ope trochearum, ſi ſolæ eſſent & ab Ergatâ ſejunctæ, unicuique equo adhibendus eſſet niſus ſubquadruplus, videlicet conatus ſufficiens ad movēdas abſque trochleis libras 3750: quoniam demum Ergatæ Vectis ad ſemidiametrum axis eſt ex. gr. decuplus, ſinguli equi adhibent conatum adhuc ſubdecuplum, quo ſcilicet moverent libras 375: eſt nimirum, ex hypotheſi harum trochlearum, & hujus Ergatæ, motus potentiæ ad motum ponderis quadragecuplus; ac proindè potentia adhibet conatum, quo moveret abſque machina gravitatem dati ponderis ſubquadragecuplam.

At verò ſi pondera attollenda ſint omnino ingentia & coloſſicotera, non ſatis fuerit trabem erigere, ſed ex pluribus trabibus invicem compactis ſive funibus, ſive ferreis retinaculis, & clavis quaſi craſſiores columnas erigere, eáſque tranſverſis aliis trabibus inter ſe colligare, aut etiam obliquis fulcire oportet, & circa pondus componere validiſſimum caſtellum, quod nullam in partem inclinari queat: ut deinde pluribus Trochlearum paribus cum ſuis Ergatis ritè collocatis machinator tutò aggredi poſſit opus. Hìc autem multo commodius accidit plures communes Trochleas & Ergatas adhibere, quàm pauciores trochleas plurimorum orbiculorum conſtruere, quæ longiſſimum funem ductarium exigerent, aut ingentes Ergatas ſtatuere, quarum vectis valde longus non niſi in amplo ſpatio circumagi poſſet. Illud Machinatoris ſolertiæ relinquitur, quod Ergatas ſingulas atque Trochleas tam aptè diſponat, ut ſibi invicem impedimento non ſint. Quod ſi, dum moles ipſa elevatur, fulcra ſubinde opportuno loco ſubjicias, quibus illa innitatur, multo certiùs, nec ſine laboris compendio, rem totam perficies.

Quod demum ad funes attinet, in ponderum ingentium elevatione duplex periculum præcavendum eſt; alterum, quod plures Trochleæ diverſis ponderis partibus applicantur, ne ſcilicet funes aliquarum Trochlearum vi ponderis plus juſto diſtendantur, & longiores fiant, quàm par ſit, ut pondus uſque

in deſtinatum evehatur locum, & aptè collocetur; una enim parte jam ferè ſuum in locum deductâ, reliqua pars adhuc diſtaret, nec potentia trochleis illis applicata ſola ad perficiendum motum ſufficeret. Alterum eſt, ne ex motu, & vehementi funium cum orbiculis, aut orbiculorum cum axibus tritu, nimis incaleſcant, atque ignem concipiant. Sed utrique periculo occurritur, ſi aquam in promptu habeas, qua funes aut trochleæ madefiant; illa enim non ſolum incenſionis periculum ſubmovet, verùm etiam funes contrahit.

In plano autem horizontali aut inclinato longè facilior eſt motus, potentia quippe caret labore retinendi onus, quod innitur plano; & quamvis hoc ſit inclinatum (non tamen lubricum, neque pondus incumbat ſcytalis, ſeu cylindris) ita pondus ſuâ gravitate premit ſubjectum planum, ut etiam dimiſſum non facilè prolabatur: ut tamen in hujuſmodi planis faciliùs trahatur, expedit cylindros ſupponere, aut rotas addere, aut illud trahæ imponere. Hìc pariter ad trahendum juvari poteſt potentia, ſi funis ductarij per Trochleas trajecti caput ad Axem Ergatæ, aut Suculæ, aut Tympani referatur; prout majora aut mediocria fuerint pondera. In minoribus autem ponderibus raptandis, etiam ſimplici Vecte, & quidem expeditiſſimè, augeri poſſunt momenta Trochlearum; ſi nimirum vecti circa medium alligetur caput funis ductarij, & inclinati vectis caput ſubinde transferatur. Sit enim ductarij funis extremitas A; hæc in A religetur vecti B C, qui terram premat in C, quod eſt hypomochlium, & potentia movens ſit in B; quæ, manente extremitate C, dum promovetur in D, funis caput venit ex A in E: tunc iterum inclinetur vectis C D, ut habeat poſitionem F G, & potentia ſimiliter circa punctum G manens moveatur ex F versùs D, atque ulteriùs adducatur funis caput E, & ſic deinceps. Quod ſi progredi nolueris, ſed eodem in loco conſiſtere, ubi vectis poſitionem C D nactus fuerit, & A venerit in E, retrahe D ite-

rum in B, atque particulam funis A E ita vecti convolve, ut excurrere nequeat; nam iterato vectis motu trahetur funis, & cum trochleâ pondus; motúque hujusmodi continuato destinatu min locum adducetur pondus. Quantum verò sit hoc compendium, illicò innotescet, si observaveris ut minimum geminari momenta potentiæ, si videlicet punctum A præcisè medium fuerit æqualiter ab extremitatibus B & C distans: quod si A C sit triens totius B C, momentum potentiæ triplicatur, & est Ratio composita ex Ratione Trochlearum, & Ratione Vectis.

Ut autem manifesto experimento deprehendas, quàm tenuis Potentia Trochleis cum Axe in Peritrochio compositis non leve pondus trahat, in extremitate tabulæ non ruditer dolatæ duos perpendiculares tigillulos erige intervallo digitorum quatuor, illósque junge transversario similis crassitiei, non tamen à plano absit nisi quatuor digitos: Deinde supra transversarium intervallo saltem digitorum octo statue axem in tigillis facillimè versatilem, cujus diameter vix digitalis sit: alteri autem hujus axis capiti rotam circumpone, cujus diametrum digiti duodecim metiātur: quæ rota ut levis sit, bino radiorum ordine constet aptè colligatorum, & circa perimetrum emineant palmulæ, ut in molendinorum aquaticorum rotis, ex levi materiâ, cujusmodi esset crassior charta, aut membrana, aut quid simile valens flatum excipere. Tum parvulæ trochleæ duæ binis orbiculis instructæ firmentur, altera quidem in transversario tigillorum, altera in extremitate asserculi, cui onus aliquod est imponendum, eique aut rotæ, aut cylindruli subjiciantur, ut facilè mobilis sit; & trochleæ mobili adnectatur extremitas funiculi serici, qui per orbiculos trochlearum trajectus demum ad Axem referatur. Nam si in rotæ palmulas vehementiùs insuffles, rota convolvetur, & cum illâ Axis, atque adeò funiculum involutum sequeretur trochlea cum pondere ferè sexagecuplo ejus, quod flatu eodem exsufflare posses. Aut potius Æolipilam aptè colloca, ut flatus ex illâ exiens in palmulas incurrat, & ex ponderis, quod asserculo impositum movetur, gravitate cognosces impetum, quo flatus ex Æolipilâ erumpit, si Ratio Trochlearum, quæ est quintupla, componatur cum Ratione diametri rotæ ad diametrum axis, quæ, ex constructione, est duodecupla: cum enim sit Ratio, sexagecupla, fiat ut 60 ad 1, ita gravitas

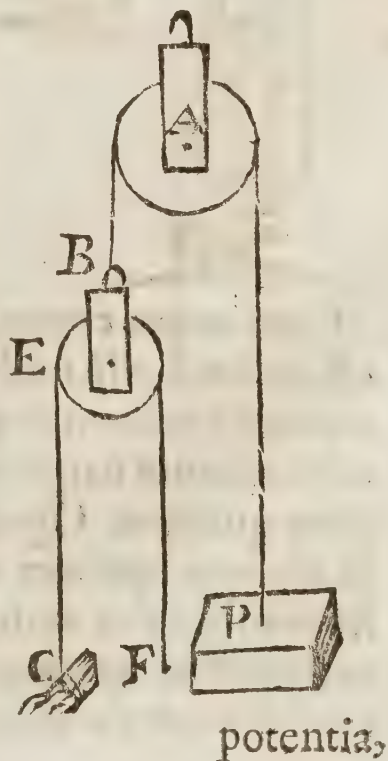
ponderis,

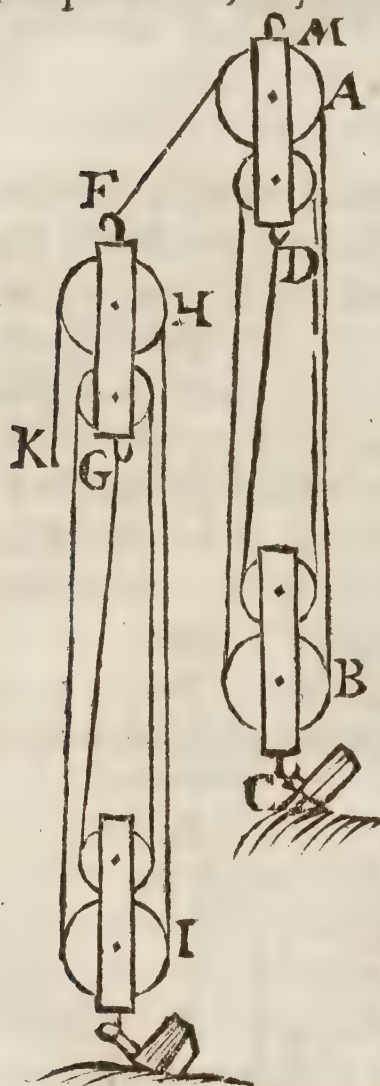
ponderis, quod per hujuſmodi machinulam trahitur, ad pondus, quod flatu illo impelli poſſet ſine machinâ.

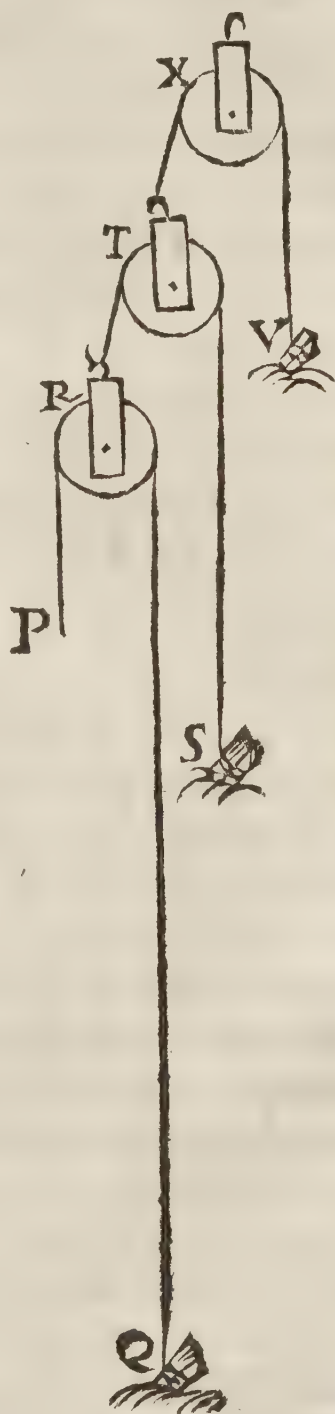
CAPUT V.

Trochleæ Trochleis additæ plurimùm augent momenta Potentiæ.

QUodlibet oblatum pondus datâ Potentiæ virtute movere adhibitis Trochleis omnes norunt, ſi binas trochleas tot inſtruant orbiculis, quot exigit Ratio ponderis ad potentiam, aut plura communium trochlearum paria cum pluribus Ergatis adhibeant: quo in opere quàm immanes trochleas eſſe oporteret, ſi centenos aliquot, aut millenos orbiculos ſingulæ continerent, aut quot Ergatæ, quantóque diſpendio ſtatuendæ eſſent, ex methodo ſuperiori capite traditâ, nemo non videt. Hìc ergo ſolis Trochleis rem facillimè perfici poſſe me demonſtraturum confido, prout in *Terrâ machinis motâ* diſſert. 1. indicavi.

Et primò quidem ſimplici orbiculo ſtabili elevari poteſt pondus cum incremento momentorum Potentiæ deorſum trahentis (id quod multo facilius accidit, quàm ſurſum trahere) ſi extremitati funis loco Potentiæ adnectatur alius orbiculus, cujus funis in loco inferiore alligatus fuerit. Sit Pondus P, orbiculo ſtabili A elevandum: utique Potentia funi ductario in B applicata non attollet pondus, niſi ejus gravitas, aut virtus movendi major fuerit gravitate ponderis P. Adnectatur in B orbiculus verſatilis E: & paxillo in C firmato alligetur caput funis per orbiculum E tranſeuntis: Nam potentia in F funem trahens duplo velociùs movetur quàm orbiculus E, hoc eſt B extremitas funis ductarij, quæ cum pondere P æqualiter movetur: ac proinde potentia,

potentia, quæ duplo velociùs movetur quàm pondus, ſatis eſt ſi fuerit paulo major, quàm ſubdupla ponderis.

Ex hoc quaſi rudimento continuò ſe ſe offert methodus componendi trochleas conjugatas; ſi nimirum duabus trochleis aptè diſpoſitis ad trahendum pondus, funis ductarij extremitati non applicetur potentia, ſed alia trochlea adnectatur, quaſi ibi eſſet pondus, & harum trochlearum ſecundò poſitarum funi applicetur potentia, cujus momenta ex Trochlearum rationibus componuntur. Sint duæ Trochleæ A & B binis orbiculis inſtructæ; pondus in M adnexum ſit trochleæ A; & trochlea B firmetur in C: funis autem ductarius in D alligetur trochleæ A mobili: utique Potentia in F habet momentum quintuplum, quia quintuplo velociùs movetur, quàm pondus in M adnexum. Sed iterum duæ aliæ Trochleæ H & I binos orbiculos habentes parentur, & trochlea H mobilis jungatur extremitati funis F, trochlea verò I ſtabilis ſit. Trochlearum H, I funis ductarius alligetur in G trochleæ mobili; & potentia in K applicata quinquies velociùs movetur quàm F; ergo & vigeſies quinquies velociùs quàm pondus adnexum in M. Illud igitur pondus, quod quinque homines applicati in F traherent, ab unico homine in K applicato atque trahente adducitur, qui unicus æquivalet vigintiquinque hominibus pondus abſque trochleis trahere conantibus.

Cum itaque communes Trochleæ in promptu ſint, manifeſtum eſt, quàm facilè multiplicari valeant momenta potentiæ quæ cæteroqui in exemplo propoſito duas trochleas ſingulas duodenûm orbiculorum exigeret, ut unus homo præſtaret idem, quod viginti quinque Quod ſi adhuc duas ſimiles trochleas adhiberes, & alteram ſimiliter in K adnecteres, unicus homo æquivaleret hominibus 125 trahentibus: hinc ſi unicus ille homo tanto conatu trahat, quanto traheret libras 50, omninò ſolus tribus his trochlearum paribus movebit pondus librarum 6250. Sed

Sed si quem admiratio capiat duodecim orbiculis in sex trochleas distributis tantum pondus moveri, admiretur adhuc ampliùs iisdē duodecim orbiculis in duodecim simplices trochleas distinctis, quæ binæ & binæ conjungentur, longè majus pondus posse trahi. Nam si trochleæ mobili, cui alligatur pondus, etiam funis extremitas adnectatur, jam singulæ Trochlearum conjugationes dant rationem triplam; sunt igitur sex Rationes triplæ compositæ; ac propterea prima conjugatio dat Rationem 3 ad 1; secunda 9 ad 1; tertia 27 ad 1; quarta 81 ad 1; quinta 243 ad 1; sexta 729 ad 1: & hæc est Ratio motûs potentiæ ad motum ponderis. Quare si potentia conetur ut 50, ducatur 729 per 50, & potentia trahere valebit pondus librarum 36450. At verò si duodecim illæ simplices trochleæ nō fuerint conjugatæ, sed singulæ seorsim suos habeant funes, ita ut primæ adnectatur pōdus, & secundæ jungatur extremitas funis ductarij primæ, atque ita deinceps, jam multo majus erit momentum potentiæ; erunt scilicet duodecim Rationes duplæ cōpositæ. Sit enim trochleæ X adnexum pondus, funis illius alligatus in V, & ejusdem capiti adnexa sit secunda Trochlea T; cujus pariter funis alligatus in S reliquâ extremitate conjungatur cum tertia Trochleâ R, ejusque funis similiter firmatus in Q veniat ad P, cui deinceps quarta trochlea adjungatur, & sic de cæteris consequentibus. Certum est T moveri duplo velociùs quàm X, & R duplo velociùs quàm T, & P duplo velociùs quàm R; ac proinde P moveri octuplo velociùs quàm pondus in X. Si igitur duodecim rationes duplæ componantur, erit demum Ratio 4096 ad 1. Quapropter potentia in extremitate funis trochleæ duodecimæ similiter conata ut 50, movebit pondus librarum 204800.

Ex his vides posterioribus trochleis minùs repugnare pondus quàm prioribus, atque propterea funes ductarios posteriorum trochlearum posse exiliores esse, quamvis longiores; eóque deveniri posse, ut potentia subtilissimo funiculo applicetur, & securè trahat valde magnum pondus. Semper autem tractionis mentionem feci, non elevationis, quia in illa faciliùs quàm in hac uti possumus hujusmodi trochlearum complexione: quamquam etiam in elevatione ad mediocrem altitudinem, dispositis duabus trochleis, quasi illas tantum adhibere oporteret, possumus extremitati funis ductarij adjicere trochleam, cujus comparem paxillo in terram firmiter depacto alligemus; aut etiam, si altitudo suppetat longè major eâ, ad quam attollendum est pondus, in supremo loco statuere possumus trochleam stabilem secundæ conjugationis, & mobili trochleæ adnectere extremitatem funis ductarij priorum trochlearum, in quibus propterea caput funis adnectendum est trochleæ mobili, cui adhæret pondus evehendum.

Non est autem dissimulandum incommodum, quod ex hac trochlearum dispositione atque complexione oritur, scilicet magnam funium longitudinem requiri, nec non ingens spatium, in quo disponantur duo illa Trochlearum paria, quibus vigequintupla fiunt Potentiæ momenta. Quia enim in Trochleis adnexam sarcinam adducentibus sunt quatuor funis ductus æquales trochlearum intervallo, utique, si eidem trochleæ pondus ac funis alligatur, totus explicatur ultra terminum, cui trochlea stabilis adnectitur: quare trochleam mobilem secundæ conjugationis adnexam extremitati funis priorum trochlearum constituere oportet distantem à suâ trochleâ stabili non minùs quàm intervallo quintuplo distantiæ priorum: ac propterea harum posteriorum funis explicatus excurrit ultra terminum, cui affigitur compar trochlea stabilis spatio illius quintupli intervalli quadruplo, hoc est vigecuplo intervalli priorum trochlearum; cui si addatur distantia posteriorum quintupla distantiæ priorum, Potentia trochleæ secundæ mobili applicata funem trahens movetur vigequintuplo velociùs quàm pondus, & exigit spatium vigequintuplum distantiæ priorum trochlearum, si illa velit progredi, quantum fert longitudo funis explicati; id quod necesse est, si funis à jumentis trahatur,

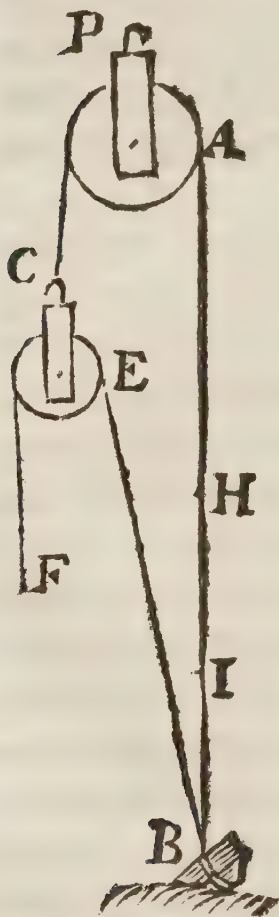
nec

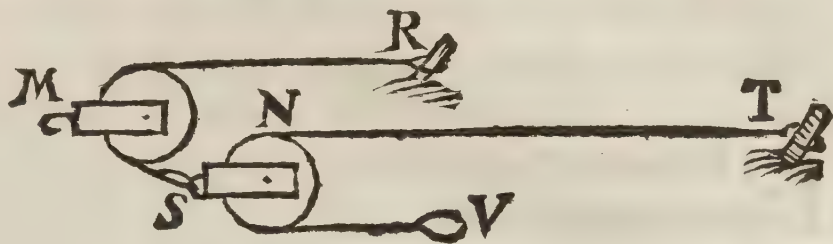
nec circumducatur Ergatæ; tunc enim non tantum spatij requiritur, & momentum Ratione Ergatæ augetur. At si Potentia trahens sint homines, satis est si propè secundam trochleam stabilem consistant. Quare si quis voluerit hujusmodi quatuor trochlearum complexione uti, ut potentia obtineat momentum vigequintuplum, requiritur spatij longitudo quintupla spatij, per quod deducendum est pondus. Quod igitur ad funium longitudinem spectat, longitudo funis priorum trochlearum est quadrupla spatij percurrendi à pondere, & longitudo funis posteriorum est ejusdem spatij vigecupla; hic tamen posterior funis potest esse priore tenuior atque exilior, ut dictum est.

Dixerit fortasse aliquis, rem minùs attentè considerans, posse posteriores trochleas habere funem non longiorem fune priorum; sed quia, ubi ille totus explicatus fuerit, pondus non est adductum nisi ad quintam partem spatij, posse trochleas illas posteriores ita invicem disjungi, ut ea, quæ est mobilis, adjungatur funi ductario propè trochleam priorem mobilem; nam potentia iterum trahens adducet pondus: id quod sæpius iterari potest.

Verùm hoc fieri omnino non posse deprehendes, si observaveris, nunquam hoc pacto adduci pondus nisi per quintam partem reliqui spatij; quare aliquid semper relinquitur, quin ad destinatum locum pondus perveniat. Si placuerit tamen hunc laborem assumere in disjungendis posterioribus trochleis, priores trochleas ita invicem disjunctas initio colloca, ut earum intervallum sit saltem sesquialterum spatij, per quod pondus moveri oportet; sic enim repetito quinquies trahendi labore obtinebis propositum motum: primâ videlicet tractione deducitur pondus per totius intervalli $\frac{1}{5}$; in secunda per ejusdem intervalli $\frac{4}{25}$; in tertiâ per $\frac{16}{125}$; in quartâ per $\frac{64}{625}$; in quintâ per $\frac{256}{3125}$; quæ partes si in summam redigantur, dant $\frac{2101}{3125}$, hoc est paulo amplius quàm $\frac{2}{3}$ propositi intervalli, quantum satis est ad perficiendum destinatum spatium. Ubi vides; si intervallum assumptum fuisset paulo majus quàm duplum destinati spatij, tertiâ tractione absolvi propositum motum; nam $\frac{1}{5}$, $\frac{4}{25}$, $\frac{16}{125}$ si colligantur in summam, dant $\frac{61}{125}$, hoc est ferè $\frac{1}{2}$. At si duobus simplicibus orbiculis utaris, quibus compositis potentia habet mo-

mentum quadruplum, etiamsi secundi orbiculi funem statuas æqualem funi prioris orbiculi, cui adnectitur pondus, facillimum est orbiculum secundum retrahere ad orbiculum primum, postquam hic primâ tractione absolvit semissem spatij inter pondus & paxillum, cui alligatur funis; & secundâ tractione absolvit quadrantem totius intervalli initio constituti: Quare satis fuerit funem prioris orbiculi æquari intervallo sesquitertio longitudinis spatij, per quod deducendum est pondus.

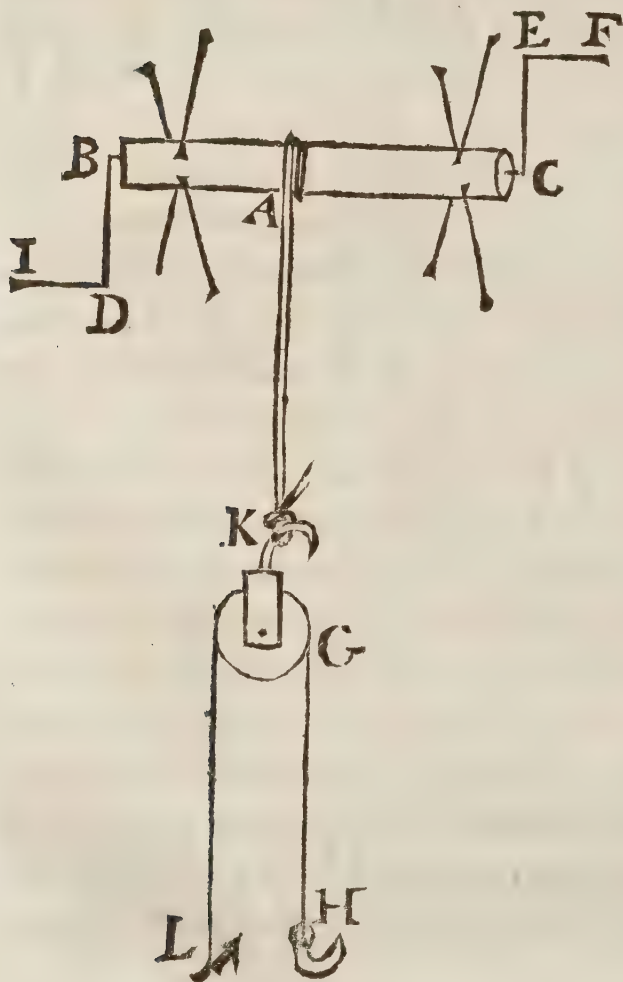
Et quoniam hìc mentio incidit orbiculorum simplicium, observa, quanto faciliùs duobus orbiculis perficiamus id, quod duabus trochleis binos orbiculos habentibus præstaremus in trahendo pondere, quando funis ductarius est alligatus trochleæ stabili; tunc enim potentia solùm habet momentum quadruplum, quod pariter obtinet duobus orbiculis. Sit enim A B distantia sesquitertia spatij A I, per quod trahendum est pondus in P adnexum orbiculo A: funis in B alligetur, & ejus caput C connectatur cum orbiculo E, cujus pariter funis in B alligetur, atque illius extremitas à Potentiâ F trahatur. Quando potentia F adduxerit orbiculum E propè B, erit orbiculus A in H: retrahatur orbiculus E ex B, & propè H adnectatur funi orbiculi A; factâ enim secundâ tractione, quando orbiculus E fuerit iterum prope B, orbiculus A erit in I; est autem ex hypothesi distantia A I æqualis spatio, per quod trahendum erat pondus, subsesquitertio intervalli A B. Ecce igitur Potentia habet momentum quadruplum, & duorum funium longitudines simul sumptæ non dant longitudinem triplam spatij, per quod deducendum est pondus. At si essent duæ Trochleæ cum binis orbiculis, exigerent unicum funem quadruplum longitudinis spatij, per quod instituendus est motus.

Sed & illud addendum videtur, quod duobus simplicibus orbiculis etiam ad longiora spatia adduci potest pondus, ita ut quilibet trahentium habeat momentum quadruplum. Expedit

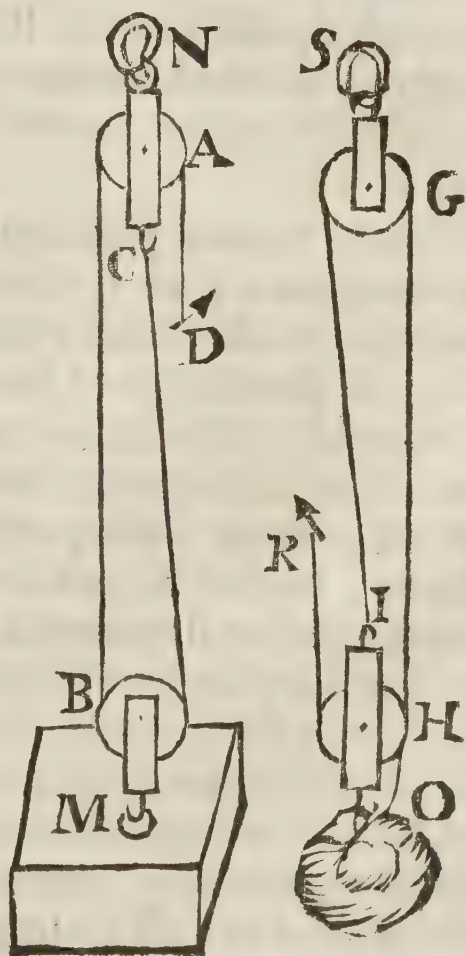
dit autem trahentium numerum geminari, ut alternâ quiete faciliùs & citiùs onus trahant. Sit orbiculus M adnectendus ponderi, & sit datus funis ductarius S R, cujus extremitatibus R & S replicatis quasi in laqueum, seu ansam facillimè immitti possint & paxillus R, & alterius trochleæ uncus S. Funis alius paretur N T prioris duplus extremitates similiter replicatas habens, ut in V immitti possit trahentis manus, & in T paxillus. Quare tantumdem paxillus R distat à Trochleâ M, quantum à paxillo T, & hic tantumdem à paxillo X. Cum igitur toto fune V N T explicato orbiculus N fuerit in T, orbiculus M erit in R, & funis extremitas S erit in T. Itaque ex paxillo T auferatur funis explicatus, & ejus loco injiciatur extremitas S. Eximatur tunc ex paxillo R extremitas funis, & adnectatur alteri Trochleæ funem habenti æqualem funi V N T, cujus extremitas alligata fuerit paxillo X, & ad T adducetur trochlea M unà cum pondere. Atque ita alternâ operâ adducetur pondus ad quancumque distantiam; interea enim, dum orbiculus M ex R trahitur ad T, is qui traxerat funem V, alligat illum paxillo, ad quem progrediendo pervenitur, & extremitatem T exemptam è paxillo trahet, ubi trochleam N eò jam deductam iterum junxerit extremitati S in T existenti. Sunt itaque pangendi in terram paxilli æqualibus intervallis.

Monendus est autem Lector ad hoc caput non pertinere illam Trochlearum additionem, quæ non facit rationum Compositionem; quando scilicet plures trochleæ uno loculamento ita includuntur, ut singulæ trochleæ tam superior, quam inferior plures habeant orbiculorum ordines in latitudinem collocatos, atque adeo tot funes ductarios, quot sunt ordines illi orbiculorum, exigunt; perinde enim est atque si duæ aut tres trochleæ diversis loculamentis distinctæ adhiberentur. Cum autem plures sint funes ductarij, qui uno eodémque tempore adducendi sunt, diligenter animum advertere oportet, ut operæ omnes æqualiter trahant.

CAPUT VI.

Trochlearum ope moveri potest pondus velociter.

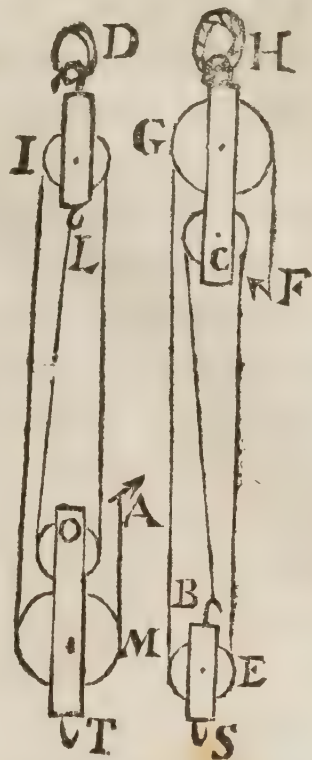
HActenus Trochlearum in facilè movendis oneribus vires expendimus, ubi quò majora momenta ope hujus Facultatis adduntur Potentiæ, eò etiam tardior est motus ponderis, potentiæ autem velocior: quod si velociter movendum sit pondus, necessariò augeri debet potentia. Verùm quia non rarò contingere potest, ut potentia quidem ipsa per se viribus abundet, illam tamen tardè moveri oporteat, aut contra in trahendo onere festinato sit opus, propterea hìc indicandum est, qua methodo uti possimus, ut hinc plenior hujus Facultatis notitia habeatur.

Opus sit in turrim, vel in urbis mœnia commeatum transferre velociter: operarum suppetat satis, at non item temporis. Statuatur in summa turri, aut certè in loco opportuno, Sucula B C cum manubriis C E F, & B D I, quibus plures operæ applicari possint pro gravitate oneris attollendi; immò etiam habeat infixos radios, ut adhuc plures recipiat, qui illam versare possint. Circà Axem involutus sit funis paulo longior semisse altitudinis, & extremitati sit adnexus girgillus G, cui insertus sit funis ductarius H G L æqualis altitudini, ad quam evehendum est onus; alteri hujus funis extremitati cohæreat in H validus uncus, quo onus suspendatur, alteram verò extremitatē L firme

firmet clavus, aut quid simile ad pedem turris. Nam si convertatur Sucula, devenient pariter in A tum girgillus G, tum onus unco H suspensum; quod sanè duplo velociùs movetur, quàm si adnexum funi ductario A K traheretur sursum ope simplicis suculæ. Quare momenta suculæ non nisi dimidiata computanda sunt, adeò ut si duo homines suculam B C circumagentes valerent attollere libras 400, eodem conatu, & labore possint solum libras 200 attollere: at quia facilè multiplicari possunt homines suculam versantes, geminetur eorum numerus, & attollent libras 400, sed breviori tempore. In contrarium autem revoluta sucula demittet girgillum G, & suo pondere duplo velociùs descendet uncus H. Ex quo habetur quæsitum temporis compendium.

At si duabus trochleis simplicibus singulos orbiculos habentibus res perficienda esset, ita ut uni trochleæ adnecteretur Potentia, alteri Pondus, funis autem extremitas alicubi clavo religata esset, attentè dispiciendum est, utri trochleæ adnectatur reliqua funis trochleas jungentis extremitas. Nam si trochleæ A, quam trahit potentia N, adnectatur in C funis per orbiculos trajectus, trochleæ verò B pondus M, & funis religatus fuerit in D, intelligitur motus incipere, quando trochleæ adhuc invicem absunt, ità ut in motu trochlea ponderis ad trochleam potentiæ accedat; cessare autem, cùm illæ proximæ factæ fuerint in maximâ distantiâ à clavo D, ubi funis extremitas alligatur. Contrà verò accidit trochleis G & H, si trochleæ H adnectatur pondus B, atque in I funis ductarij caput: nam trahente potentia S, quæ initio propiores erant trochleæ, à se invicem recedunt, trochleâ potentiæ secedente à trochleâ ponderis; & demum absolvitur motus,

tus, cùm trochlea H ponderis acceſſerit ad R extremitatem funis religati. Cum itaque in utroque caſu & potentia, & pondus versùs eandem partem moveantur, in primo tamen pondus, quod à potentiâ diſtabat, ad illam accedat, & in ſecundo potentia vicina ponderi ab illo recedat, manifeſto indicio eſt in primo caſu pondus, in ſecundo potentiam velociùs moveri: quare ibi potentia augenda eſt, ut valeat movere pondus, hìc fieri poteſt additamentum ponderi, ut potentiæ virtuti reſpondeat. Eſt autem motuum Ratio ſeſquialtera, ut palàm faciunt funium ductus, eorúmque explicatio: Nam in primo caſu maxima trochlearum diſtantia eſt, quando trochlea A eſt clavo D proxima; igitur potentia movetur per ſpatium, cujus longitudinem metitur funis explicatus, qui eſt duplus diſtantiæ trochlearum, & pondus accedens ad potentiam inſuper percurrit ſpatium, quo trochleæ diſtabant; igitur motus ponderis eſt ut 3, & potentia ut 2. In ſecundo verò caſu, Trochleæ G & H cùm proximæ ſunt, diſtant à clavo R juxta longitudinem funis explicati, cùm autem maximè invicem abſunt, & potentia tranſgreſſa eſt clavum R, totus funis diſtributus eſt in duos ductus, & trochlearum intervallum eſt medietas longitudinis funis; quare ponderis motus eſt ut 1, & motus potentiæ ut $1\frac{1}{2}$.

Simili ratione philoſophandum erit, ſi trochleæ inæquales proponantur, ut ſi altera ſit duorum orbiculorum, altera unius orbiculi: Utique funis per orbiculos trajectus adnectendus eſt ſimplici trochleæ, ejúſque altera extremitas alicubi firmanda. Non igitur indiſcriminatim ſivè huic, ſivè illi trochleæ adjungenda eſt potentia, ſed priùs ſtatuendum tibi eſt, utrùm velis pondus movere facilè, an velociter; ſi facilè, tardior ſit ponderis motus, quàm potentiæ; ſi velociter, tardior ſit potentia. Facilè movebis pondus, ſi potentia trahat ſimplicem orbiculum, & pondus cohæreat trochleæ duorum orbiculorum: Velociter autem movebitur pondus, ſi illud adnectatur ſimplici orbiculo, potentia verò trahat trochleam duorum orbiculorum. Nam in primo caſu funis explicatus replicatur, & potentia recedit à pondere; in ſecundo funis replicatus explicatur, & pondus accedit ad potentiam.

Sit

Sit Trochlea M O, & orbiculus I; huic in L adnectitur funis, cujus altera extremitas religatur in A, quò demum devenire poteſt trochlea M O cum pondere T adjecto. Vice versâ Trochleæ G C adhibeatur potentia, & pondus S adjiciatur orbiculo E: huic in B adnectitur funis, qui per orbiculos trajectus deſinit in F, ubi ille religatur, & trochlea G O maximè diſtat ab orbiculo E. Inſtituto motu, Potentia D ſemper magis recedit à pondere T; at pondus S ſemper magis accedit ad Potentiam H: ibi ergo potentia celerior eſt pondere, hìc pondus velocius eſt Potentiâ; motuum autem Ratio eſt ſeſquitertia: Nam explicato fune toto, qui religatur in A, potentia proxima eſt ponderi, & diſtant ab A pro funis longitudine; potentiâ trahente accedunt ad A, ſed potentia ulteriùs progreditur, atque abſoluto motu replicatus eſt funis in tres ductus, & Potentia diſtat à pondere tertiâ parte ipſius funis, ita ut pondus quidem ſit clavo A proximum, potentia verò tranſgreſſa ſit clavum A intervallo O L: igitur motus ponderis, quem longitudo funis metitur, eſt ut 1, potentiæ ut $1\frac{1}{3}$. Ex adverſo Potentia applicata trochleæ G C proxima eſt clavo F, cum ab illâ pondus maximè abeſt intervallo tertiæ partis ipſius funis in tres ductus replicati: inito motu pondus accedit ad Potentiam, cui demum proximum eſt, quando jam totus funis eſt explicatus; igitur motum potentiæ metitur funis explicatus, motum autem ponderis adhuc tertia pars, ſcilicet intervallum B C: adeóque ponderis motus ad motum potentiæ eſt ut $1\frac{1}{3}$ ad 1.

Quæ autem de his trochleis dicta ſunt, ſi attentè conſiderentur, etiam cæteris trochleis conjugatis, ſed diſpari orbiculorum numero inſtructis, conveniunt. Non poſſe verò orbiculorum numeros differre niſi unitate, ſatis manifeſtum eſt: nam ſi differrent binario aut ternario, eorum aliquis aut plures planè otioſi eſſent, quippe qui recipere nequirent funem ducta-

rium jam per reliquos orbiculos trajectum. Quare si altera trochlea minor duos habeat orbiculos, altera major non nisi tres habere potest, aut si minor tres habeat, major non nisi quatuor habere poterit. Attendendum est igitur, utri trochlearum trochlearum potentia applicetur; si enim illa trahendam arripiat trochleam plures habentem orbiculos, tardiùs movetur, quàm pondus in Ratione subsuperparticulari denominatâ à numero omnium simul orbiculorũ:ut si potentia trochleæ trium,pondus verò trochleæ duorum orbiculorum applicetur, motus potentiæ est ad motum ponderis in Ratione subsesquiquintâ,quia illa movetur ut 5,pondus ut 6 : & si potentia trochleæ quatuor orbiculorum applicetur, pondus autem trochleæ trium, Ratio est subsesquiseptima, quia illa movetur ut 7, hoc ut 8. Quare augetur motus ponderis, & in eadem Ratione difficultas potentiæ. Contrà autem si pondus alligetur majori trochleæ, etiam potentiæ motus major, est motu ponderis in Ratione superparticulari denominatâ à numero omnium simul orbiculorum : sic erit Ratio sesquiquinta, si potentia duobus, pondus tribus orbiculis alligetur; nam motus potentiæ est ut 6, & motus ponderis ut 5 : similiter erit Ratio sesquiseptima, quando pondus alligatum trochleæ quatuor orbiculorum movetur ut 7, dum potentia applicata trochleæ trium orbiculorum movetur ut 8.

Quod si pari orbiculorum numero constet utraque trochlea, & utraque moveatur, similiter motus erunt in Ratione superparticulari denominatâ à numero omnium orbiculorum simul : hoc tamen erit discrimen, quod illud tardius movebitur, quod applicabitur trochleæ, cui extremitas funis per orbiculos trajecti adnectitur. Sic si trochleæ ambæ binos habeant orbiculos, Ratio est sesquiquarta, si ternos sesquisexta : si trochleam, cui funis ductarij extremitas adnectitur, potentia trahat, illa movetur ut 4, aut ut 6, pondus verò movetur ut 5, aut ut 7 : sed si trochleæ, cui funis adnectitur, alligetur pondus, potentia movetur ut 5, aut ut 7, pondus autem ipsum ut 4, aut ut 6.

Ex his itaque duplex trochlearum usus innotescit, alter communis quo potentia applicatur extremitati funis ductarij (alterâ trochlearum manente stabili) quem trahens attrahit pariter pondus, & motus potentiæ est in Ratione aliqua multiplici ad motum ponderis. Alter verò est, quando extremitas funis

ductarij

ductarij non trahitur, sed alicubi firmatur, potentia autem trahit alteram trochleam, ad cujus motum etiam reliqua trochlea cum pondere illorsum movetur, quorsum potentia tendit: si in hoc motu trochleæ disjunguntur, & potentia recedit à Pondere, Ratio motûs potentiæ ad motum ponderis est superparticularis, & potentia consequitur aliquam movendi facilitatem: sin autem pondus ad potentiam accedit, & trochleæ, quæ disjunctæ erat, fiunt proximæ, Ratio motûs potentiæ ad motum ponderis est subsuperparticularis, & potentiam plus adhibere conatûs oportet, quàm si illud absque trochleis traheret; quia pondus velociùs movetur quàm potentia.

CAPUT VII.

Quàm validum esse oporteat trochlearum retinaculum.

IN Trochlearum usu communi alteram stabilem esse ac firmam, alteram mobilem (si enim plures essent omnino stabiles, quantumvis multæ, non augerent motum potentiæ) illam autem ab aliquo corpore, cui alligata est, retineri, satis per se patet; propterea corpus hoc adeò validum esse oportet, ut neque gravitati ponderis, neque conatui potentiæ cedat, sed ita immotum persistat, ut universus potentiæ impetus ad vincendam ponderis resistentiam referatur. Hinc à veritate non admodum recessisse videntur, qui in Mechanicis motionibus quasi duplex munus distinguunt, alterum, quo pondus retinetur, ne vi suæ gravitatis labatur, alterum, quo gravitas ipsa superatur, & cogitur inire motum suæ propensioni adversantem: posterius hoc soli potentiæ tribuendum, prius illud non uni potentiæ, sed etiam corpori, cui machina innititur, adscribendum censent, & in illud maximam oneris partem rejici asserunt. Et sanè quid prodesset trochleam superiorem aut fune, qui laxari nequiret, aut ferreo unco, quem revellere nulla gravitas posset, connecti cum tigno parieti infixo, si timendum esset, ne

tignum ipſum imbecillum, vímque gravitatis ſuſpenſæ ferre non valens, frangeretur? Quare ne magnum in diſcrimen res adducatur, & ad periculum omne ſubmovendum, ne inſtitutus motus repentina retinaculi abruptione intercidatur, atque ut certiùs eligi poſſit, cuinam potiſſimùm corpori (tigno ne parieti infixo? an antennæ erectæ?) concredenda ſit oneris ſuſtentatio, machinatori attentè diſpiciendum eſt, quantam vim tùm oneris gravitas, tùm potentiæ conatus exerceat adversùs hujuſmodi retinaculum. Propterea vim iſtam placuit hoc capite examinare, ut cætera ſecurè definiri valeant. Ut verò brevitati & perſpicuitati conſulatur, retinaculum hoc ponamus eſſe clavum, ex quo trochleæ cum onere ſuſpenſo dependeant; quæ enim de hujuſmodi clavo dicentur, facilè ad cætera traduci poterunt.

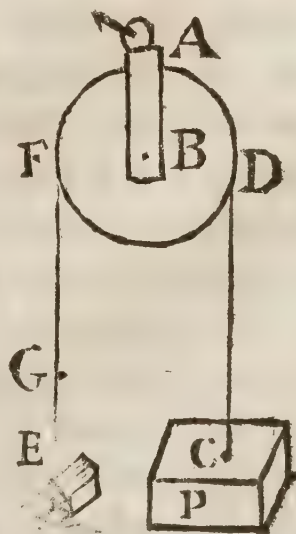
Et primò ſi trochlearum funis per orbiculos ritè trajectus demum ſuâ extremitate in nodum colligatur, ne excurrere valeat, totam atque integram oneris gravitatem (trochleas & funem à ſuâ inſitâ gravitate nunc quidem mente ſecernamus) à clavo, ex quo trochleæ ſuſpenduntur, retineri dubium eſſe non poteſt; nihil aliud quippe adeſt, adversùs quod ponderis gravitas deorſum ſe ipſa urgens connitatur. Deinde ſi funis ductarij caput, quod potentia trahere ſolita eſt, alligetur ſolo, aut ingenti ſaxo longiſſimè graviori, quàm pondus ſuſpenſum, utique neque ſaxum illud ſubjectæ telluri incumbens, neque tellus ipſa, quippiam virium exercent adversùs pondus, cui ſolùm ſuâ longè majori gravitate reſiſtunt Formaliter, non verò Activè; quia nimirum nullum efficiunt impetum, quo deſcenſum moliantur; ac proinde à clavo ſolo pondus trochleis adnexum ſuſtinetur, & ſolum pondus clavum deorſum trahere conatur.

At verò ſi funis ductarij extremitati adnectatur alia gravitas pro trochlearum Ratione reſpondens ponderis gravitati, ita ut æqualibus momentis certantes ambæ ſuſpenſæ conſiſtant, utraque gravitas collatis viribus clavum trahere conatur, utraque enim deorſum connititur: & ideò tam validum ſtatui clavum oportet, ut utriuſque gravitatis conatum ferre valeat. Id quod multo magis obſervandum eſt, quando gravitas adnexa præponderans vim infert oneri, illúdque ſurſum trahit; ipſa ſcilicet gravitas plus conatur in motu, quàm in æquilibrio; ac propterea & potentiæ

potentiæ deorſum connitentis in motu impetum, & oneris motui ſurſum repugnantis gravitatem fert clavus utrique reſiſtens ſuâ ſoliditate. Sicut igitur gravitas inanimata ex trochlearum fune pendens ſuſpendit pondus, aut attollit; ita potentia vivens funem retinendo ſuo impetu virtutem ejuſdem gravitatis æquat, ac ſimilem vim exercet in clavum; funem verò trahendo virtutem illam gravitatis ſuperat, atque impreſſo impetu quodammodo attenuat, ita tamen, ut quod videtur gravitati demptum, intelligatur additum conatui potentiæ prævalentis.

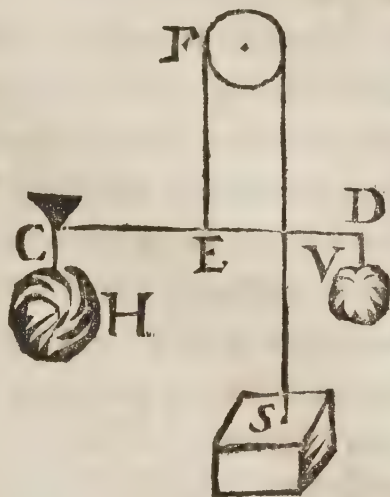
Mihi autem (quid fruſtra diſſimulem?) non levis injicitur ſcrupulus & dubitatio, an vis illata clavo, ex quo trochleæ cum onere dependent, menſuram præcisè recipiat ex abſolutâ gravitate oneris, quando abeſt conatus potentiæ illud attollentis aut ſuſpendentis. Dubitandi anſam offert quædam munerum commutatio inter Potentiam, Pondus, & Clavum, ſi ad effectiones diverſas referantur. Si enim oneris ſuſpenſio aut elevatio vi potentiæ ex adverſo nitentis conſideretur, Clavus exercet munus Retinaculi: at ſi vim clavo illatam, ejúſque inflexionem, aut revulſionem intueamur, efficientia vim hujuſmodi inferens tribuenda eſt aut gravitati oneris, aut impetui potentiæ trahentis: quapropter ſoliditas clavi inflexionem reſpuentis, aut ejus firma cohæſio cum pariete aut ligno, cui infixus eſt, vicem ſubit Ponderis ope trochlearum movendi cum alterâ trochleâ connexi; Sarcina autem ex reliquâ trochleâ dependens aut retinaculi munus obtinet, ſi attollatur, aut Potentiæ vices ſubit, ſi deorſum moveatur.

Sit clavo A adnexa ſimplex Trochlea B, ejúſque funis ductarius C D E: adnectatur in C ſaxum P, & à Potentia G elevatum ſuſpendatur religato funis capite in E. Si ſaxum P accipiatur, quatenus elevatur, ipſum eſt Pondus, Clavus A eſt Retinaculum, & Potentia eſt G, ſive illa ſit inanima ſua majore gravitate contranitens, ſive ſit vivens ſuo impetu ſurſum trahens, & poſtmodum remiſſiore impetu, & nervorum contentione impediens, ne ſaxum elevatum relabatur. At ſi ipſius

A
F
B
D
G
E
C
P

clavi A pressio, sive inflexio consideretur, jam vis efficiendi pressionem hanc, seu inflexionem, tota tribuenda est saxo P, quod propterea inducit rationem Potentiæ, & retinaculum est paxillus E in terram firmiter depactus, qui nihil agit, sed funem duntaxat retinet. Verùm in hac positione momentum saxi adversùs clavum non est simplicis gravitatis absolutè acceptæ, perinde atque si funis F G infra orbiculum reflexus colligeretur in nodum cum fune D C: tunc enim, collecto in nodum fune, orbiculus esset planè otiosus, & nihil conferret ad momentorum varietatem, sed idem accideret, ac si funis simplex proximè & immediatè clavo adnecteretur sepositâ quacumque trochleâ. Sed fune in E religato (quasi duplex pondus ex simplici fune penderet) geminatur saxi P momentum adversùs clavum, qui nequit vel minimum flecti, quin duplo motu saxum ipsum moveatur: neque enim, quod ad geminandum momentum spectat, differt saxum à potentiâ vivente, quæ utique in C applicata funi, & trochleam trahens, adversùs pondus trochleæ adnexum habet momentum duplum ejus, quod obtineret, si funem simplicem traheret: est autem trochleæ adnexus clavus.

Quod si in G contra saxum P aut gravitas inanimata, aut potentia vivens nitatur, si quidem æqualibus conatibus hinc & hinc certetur, atque suspensum consistat saxum, aut clavus similiter premitur atque libræ agina, cùm jugum à duobus æqualibus ponderibus in æquilibrio retinetur, aut alterutri munus Potentiæ, & alteri Retinaculi adscribendum est, & Potentia similiter geminato momento clavum trahit deorsum. Sin autem aut saxum P, aut virtus movendi in G, superat, huic Potentiæ ratio tribuatur, opposito munus retinaculi; sed Potentiæ absolutè acceptæ momenta non geminantur, quia retinaculum stabile non est, sed cedit; adeóque impetus à Potentia productus duos motus efficit, alterum trahendo retinaculum, alterum inflectendo clavum, qui propterea minùs flectitur, quò magis oppositum retinaculum movetur.

Neque hæc quicquam habent admirationis: Nam si Vectis sit C D, habens in C hypomochlium; in medio autem puncto

puncto E adnexus sit funiculus, qui incumbens orbiculo F versatili adnexum habeat pondus S innixum plano subjecto; utique in extremitate D pondus V paulo majus quàm subduplum ponderis S illud elevabit, atque præcisè subduplum non elevabit quidem illud, sed adversùs orbiculum F conatur momento duplo ejus, quod obtineret, si ex E penderet ipsum pondus V, cui reluctaretur pondus S gravius innixum plano. Verùm ad vectem retinendum in positione horizontali C D nihil interest, utrùm in C aliquid superius sit prohibens, ne illa extremitas vi ponderis V attollatur, an verò inferiùs funiculo connectatur cum tellure, aut ex C pendeat onus H (sed plano subjecto innixum) vel æquale ipsi V, vel eo majus; semper enim pondus V eadem obtinet momenta. Quare si, amoto orbiculo F & pondere S, manu retineas funiculum I E, percipies ad servandum vectem horizontalem, quantâ virium accessione tibi opus sit, supra quàm exigeret simplex gravitas ponderis V, si ex E penderet, ubi nulla Vectis ratio intercederet.

Cum itaque hæc in Vecte pariter ratione positionis ponderis contingant, quæ trochleæ accidere diximus ratione connexionis ponderis vel cum trochleâ, vel cum paxillo telluri infixo, nil mirum si alia atque alia sint ejusdem ponderis momenta adversùs clavum. Sicut autem quando tam ab hypomochlio quàm à potentiâ sustinetur onus in medio vecte suspensum, hypomochlium à pondere non premitur nisi juxta semissem gravitatis ponderis; ita quoque cum funis ductarius alterâ extremitate adnexus est clavo, alterâ retinetur à potentia, pondus ex trochleâ simplici pendens partim à Potentiâ, partim à clavo sustinetur, adversùs quem minus virium exercet ejus gravitas, ut constabit, si clavo orbiculum versatilem infigas, & funiculo per orbiculi orbitam excavatam transeunti aliud pondus adnectas, quod satis erit, si fuerit subduplum ponderis ex trochleâ pendentis; hoc enim sustinebitur à duplici virtute subduplâ gravitatis illius. Non igitur plus resistentiæ

reſiſtentiæ requiritur in clavo, quàm in pondere illo ſubduplo.

His ita in unicâ ſimplici trochleâ conſtitutis, examinandæ ſunt trochleæ conjugatæ; nec difficile erit ex dictis ſuperiore capite inveſtigare momenta ponderis adversùs clavum, cui altera trochlea adnectitur. Ibi enim alteri trochleæ potentiam ſurſum trahentem, alteri pondus dependens adnecti poſuimus, funis verò extremitatem clavo alligari: Hìc loco clavi illius retinentis extremitatem funis intelligendum eſt retinaculum, quodcumque tandem illud ſit, ſive manus hominis, ſive etiam alius clavus: ſed loco Potentiæ ſuperiorem trochleam ſurſum trahentis ſit clavus, ex quo trochleæ fune ductario connexæ unà cum pondere dependent; gravitas autem illa ſuſpenſa ex inferiore trochleâ exercet munus potentiæ adversùs clavum, qui ſubit vicem ponderis movendi, quatenus aliquantulum flectitur, aut inflexioni repugnat. Sicut ergo ibi oſtenſum eſt in duabus ſimplicibus trochleis ſingulos orbiculos habentibus, ſi funis ductarij caput alligatum ſit ſuperiori trochleæ, motum trochleæ ſuperioris ad motum inferioris eſſe ut 2 ad 3; ſi verò funis caput alligatum fuerit inferiori trochleæ, motum ſuperioris ad motum inferioris eſſe ut 3 ad 2: Ita hìc dicendum eſt (ponamus clavum flecti aliquantulum) in primo caſu motum flexionis clavi ad motum deſcensûs ponderis eſſe ut 2 ad 3, in ſecundo autem caſu ut 3 ad 2. Ex quo fit in primo caſu pondus habere adversùs clavum majus momentum quàm in ſecundo caſu; & in primo caſu validiùs deorſum trahere, quàm ſi ſimplici funiculo dependeret, & motus eſſent æquales; major ſiquidem eſt Ratio 3 ad 2, quàm 2 ad 2; in ſecundo verò caſu debiliùs deorſum trahere, quàm ſi nullæ eſſent trochleæ, adeóque motus æquales eſſent; minor quippe eſt Ratio 2 ad 3, quam 1 ad 1, aut 3 ad 3.

Simili planè methodo philoſophandum eſt in reliquis trochleis conjugatis: ſi enim duabus trochleis diſpar inſit orbiculorum numerus, ut altera major ſit, altera minor, obſervandum eſt, an major trochlea alligetur clavo, an verò minor: Si trochlea plures habens orbiculos clavo adnectatur, motus flexionis clavi minor eſt motu deſcensûs ponderis in Ratione ſubſuperparticulari denominatâ à numero omnium ſimul orbiculorum;

ac

ac proinde pondus habet momentum majus, quàm si nullæ intercederent trochleæ: contra verò si clavo adnectatur trochlea minor, motus flexionis clavi major est motu descensûs ponderis in Ratione superparticulari denominatâ à numero omnium simul orbiculorum; atque ideo pondus adversùs clavum minus habet momenti, quàm si ex illo simplici fune penderet. At si utriusque trochleæ par sit orbiculorum numerus, & pariter ratio superparticularis, aut subsuperparticularis denominata à numero omnium simul orbiculorum; & si quidem trochleæ superiori adnectatur funis caput, pondus adversùs clavum habet momentum majus, quàm si amotis trochleis ex simplici fune penderet; sin autem inferiori trochleæ alligetur extremitas funis ductarij, ponderis momentum adversùs clavum minùs est, quàm si idem pondus ex eodem clavo simplici fune suspenderetur.

Ex his satis apparet clavo eandem vim inferri, si pondus dependens ex trochleis suspensum maneat, sive quia funis extremitas religetur paxillo, sive quia ex eâdem funis extremitate dependeat onus submultiplex ponderis ex inferiore trochleâ pendentis, secundùm Rationem, quam inferunt ipsi orbiculi. Sic ex trochleis binos orbiculos habentibus dependeat pondus, & funis extremitas religetur paxillo: ex dictis, superioris trochleæ clavo adnexæ, & funis ductarij caput habentis, motus, ad motum inferioris trochleæ & ponderis est subsesquiquartus; ac proinde pondus trochleis connexum cum clavo ad vim illi inferendam perinde se habet, atque si ex eodem clavo absque trochleis simplici fune appenderetur pondus aliud dati ponderis Sesquiquartum. At si extremitati funis adderetur pondus valens suspendere onus adnexum trochleæ inferiori, esset ex dictis cap. 1. dati oneris subquadruplum. Igitur duorum horum ponderum summa ad datum pondus esset ut 5 ad 4, cujusmodi erat Ratio motuum, ex quibus momentum desumitur. An non si onus in plano horizontali raptandum simplici trochleæ adnexum proponatur, & duo homines pariter utramque funis extremitatem arripiant, atque trahant, singuli medietatem necessarij conatûs adhibent? si verò alter trahentium deficiat, & illa funis extremitas alligetur paxillo, nonne qui reliquus est eodem conatu trahens solus adducet idem pondus? non nisi

quia, cùm ambo trahebant, pondus & potentia æqualiter movebantur; cùm alter tantùm trahit, ille movetur duplo velocius, quàm pondus, quod ad ſubduplam velocitatem ſatis habet impetum ſubduplum impetûs neceſſarij ad velocitatem æqualem. Eadem igitur militat ratio in clavo, cui vis infertur à duobus ponderibus ſuſpenſis ex trochleis in æquilibrio, quæ ſimul deorſum trahentia motum habent æqualem cum motu clavi, qui flectitur, aut revellitur; ſed funis capite religato firmiter ad paxillum, pondus inferiori trochleæ adnexum motum habet velociorem comparatum cum ejuſdem clavi motu, ac propterea majus momentum habet.

Hinc præterea inferendum eſt non ſatis utiliter eos operari, qui pondus ex ſuperiore loco fune ſuſpenſum, ſive orbiculus intercedat, ſive non, putant firmius ſuſtineri, ſi funis caput in inferiore loco religetur: ſi enim funis excurrere nequeat, inferiùs hoc retinaculum prorſus inutile accidit, ſin autem excurrere valeat, ſuperius illud retinaculum geminatam vim ſuſcipit, quaſi duplex pondus ab illo ſuſtineretur.

CAPUT VIII.

Aliqui Trochlearum uſus indicantur.

PRo more in ſuperioribus libris ſervato, hìc pariter indicandi ſunt aliqui Trochlearum uſus, qui facilè ad ſimilia traduci poterunt, ſpectato motu, qui exhibendus proponitur, ut ei trochleæ reſpondeant, & aptè collocentur, neque pluribus, quàm opus ſit, orbiculis inſtruantur; ne dum potentiæ facilitatem conſectaris, nimis tardè moveas pondus, aut ex adverſo, dum ponderi velocitatem concilias, nimio labore potentiam opprimas.

PROPOSI

PROPOSITIO I.

Auram in Conclavi excitare.

QUæritur sæpè æstivo tempore aliquod ex aëris motu refrigerium ; sed manuali flabello auram excitare aliquando incommodum est , si aliud agendo distinearis : propterea ventilabrum in conclavis angulo statuere possumus, quod aliquandiu moveatur, aërémque agitet : ideóque illud ad angulum statuendum proposui , ut commotus aër in proximos hinc atque hinc parietes impactus reflectatur , & faciliùs reliquum conclavis aërem exagitet.

Excitetur angulo congruens turricula haud absimilis iis, quibus horologia reconduntur ; in supremâ turriculæ parte ab angulo ad oppositum ex diametro angulum Axis horizonti parallelus statuatur facilè versatilis , cujus tamen pars extra turriculam promineat tantæ longitudinis , quanta flabellis latitudo destinatur. Pars tamen hæc Axis extima nullam exigit certam figuram , nihilque refert sive cylindrica sit , sive quadrata , sive quæcumque alia ; modò ea sit, ut illi facilè flabella firmiter infigi , atque eximi pro opportunitate possint , iisque exemptis aptari valeat manubrium , quo faciliùs & citiùs ab homine convolvatur Axis.

Parentur duæ trochleæ ternis orbiculis instructæ , altera in superiore turriculæ loco firmetur , altera ad turriculæ pedem constituatur adnexam habens plumbeam massam motui perficiendo congruentem : huic eidem trochleæ adnectatur extremitas funis ductarij , qui per omnes trochlearum orbiculos trajectus demum ad Axem referatur, ibíque alligetur. Tum apposito manubrio convolutum Axem circumplectetur funis ductarius , & plumbea massa in supremam turriculæ partem Axi proximam deducetur. Infigantur Axi ventilabra , & amoto manubrio plumbea massa sibi relicta lentissimo motu descendet, convolvénsque axem cum flabellis tandiu aërem commovebit, quandiu illa descendet.

Hìc commutatas vices inter potentiam & pondus observare quilibet potest ; potentia siquidem movens est plumbea mas-

ſa, quæ ſeptuplo tardiùs movetur quàm extremitas funis ductarij, quem aliàs trahere ſolita eſt potentia. Loco autem ponderis eſt aër, qui à flabellis impellitur; ac proinde quò ampliora ſunt flabella, eò major eſt reſiſtentia aëris commoti, ratione cujus etiam retardatur motus potentiæ. Ubi quoquè attendenda eſt Ratio longitudinis flabellorum ad ſemidiametrum axis convoluti: nam ſi hæc Ratio componatur cum Ratione ſeptuplâ, quam Trochleæ inferunt, habebitur Ratio motûs extremi flabelli ad motum maſſæ plumbeæ: quamquam non ita computanda eſt aëris reſiſtentia, quaſi tota in flabelli extremitate exerceretur; hæc ſcilicet per univerſam flabelli longitudinem diffunditur inæqualiter diſtributa pro Ratione diſtantiæ à centro motûs, aër quippe pro diversâ impellentis velocitate inæqualiter reſiſtit.

Quod ſi magis arrideret non continua convolutione flabella circumagi, ſed alternâ quadam modò in dextram, modò in ſiniſtram inflexione agitari; Axi, quem funis ductarius complectitur, infige rotam dentatam, cujus dentes incurrant in pinnulas fuſi perpendicularis flabella ſuſtinentes, quemadmodum in Tempore horologij: ſimili enim ratione, ac Tempus, ultrò citróque remeabunt flabella, & aërem in oppoſitas partes commovebunt. Cùm verò antè motum appoſito manubrio convolvendus erit Axis, ut funem ductarium recipiat, atque trochlea inferior cum pondere attollatur, ita fuſum pauliſper elevare oportebit, ut ejus pinnulæ non occurrant dentibus rotæ, niſi cùm iterum fuſus ſuum in locum reſtituetur. Hac alternatione diuturnior erit motus.

PROPOSITIO II.

Corpus aliquod in gyrum celeriter volvere.

IN rebus ſcenicis locum habere non infrequentem poteſt hæc propoſitio: aliquando ſcilicet ſolis diſcum in ſcenam producimus, quem licet auro obductum, ac multis facibus illuſtratum, quas ſpectatorum oculis ex arte ſubducimus, non tamen radios ejaculantem mentimur, niſi ille circa ſuum

ſuum centrum velociter circumagatur. Id quod variâ quidem methodo præſtari poteſt infixum diſci centro cylindrum convolvendo, ſive ope rotæ dentatæ Vertebram ſtriatam cylindro circumpoſitam moventis; ſive fune cylindrum bis aut ter arctè complexo, & in ſeſe redeunte, ubi majoris alicujus tympani orbitam pariter complexus fuerit; ſive pondere funem cylindro involutum explicante: ſed poſtremus hic modus non niſi breve temporis ſpatium exigit; duo priores, ſi paulo longior futurus ſit motus, non niſi à potentiâ vivente commodè exhiberi poſſunt. Quare ſatius fuerit trochleas, ut in ſuperiore propoſitione, diſpoſitas adhibere, atque loco flabellorum ſolis diſcum Axi adnectere; ſic enim fiet, ut & celeriter in gyrum agatur, & diu perſeveret motus.

Similiter ad fingendum mare, & undarum motum vehementiorem, ſtatuuntur horizonti & invicem paralleli aliquot axes, quos ambiunt ſpiræ profundiùs excavatæ colore marinam undam imitantes: dum enim hujuſmodi axes convolvuntur, marini æſtûs curſum ſpectatoribus repræſentant. Ut autem axes illi citra cujuſquam laborem volvantur trochleas duas binis, aut ternis orbiculis inſtructas (prout diuturnior motus requiritur) compone, & proximas ſtatue, alteram firmans in ſuperiore loco: Tum funis ductarius per omnes Trochlearum orbiculos trajectus ſingulorum axium capita ex ordine ambiat unâ ſaltem aut alterâ ſpirâ, & demum ad peculiarem alium axem deveniat, quem totus plures in ſpiras complicatus circumplectatur, ita tamen, ut facilè evolvi queat. Ubi igitur tempus advenerit, inferiori trochleæ congruum pondus adnecte; hoc enim licèt lentè deſcendat, velociter tamen axes convolvit funem evolvens. Procellam verò miteſcere aut exaſperari mentieris, factâ ponderis aliquâ detractione aut acceſſione, id quod difficile non fuerit.

PROPOSITIO III.

Se ipsum ope trochlearum in altum evehere, aut promovere.

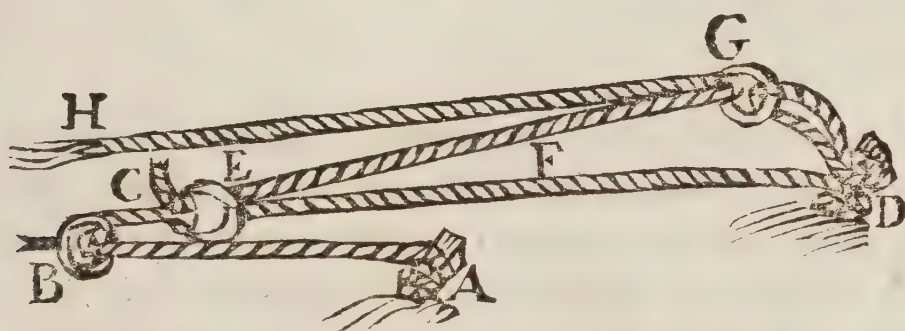
SElla paretur hinc & hinc habens fulcra, quibus brachia innituntur, & in hujusmodi fulcrorum extremitate anteriore aptetur Sucula manubriata, quam sedens commodè versare valeat: sella autem quatuor funibus in nodum cum annulo coëuntibus suspendatur ita, ut inferioris trochleæ uncus annulo indatur, & funis ductarius per cunctos trochlearum orbiculos trajectus demum suculæ alligetur. Nam in sellâ sedens, & suculæ manubria convertens, funem ductarium trahit, atque ipse se in altum evehit eâ facilitate, quam infert Ratio composita ex Rationibus trochlearum, & Suculæ: est siquidem Potentia ipsa virtus animalis musculorum contentione versans manubria, pondus autem est insita corpori gravitas, quæ eò minor apparet, quo majores sunt, hoc est pluribus instructæ orbiculis, trochleæ, & major est Ratio manubriorum ad semidiametrum Axis, qui fune obvolvitur. Sit enim ex. gr. inferior trochlea, cui pondus movendum adnectitur, & funis ductarij extremitas alligatur, orbiculorum duorum; superior autem trochlea, quæ stabilis manet, tres habeat orbiculos: utique Ratio motûs potentiæ ad motum ponderis est quintupla: manubria autem Suculæ sint quadrupla semidiametri Axis: Ratio composita ex quadruplâ & quintuplâ est vigecuplâ; igitur conatus Potentiæ manubria versantis satis est, si respondeat vigesimæ parti ponderis.

Similiter si cymba adverso flumine non procul à ripâ deducenda sit, & qui in eâ sunt nautæ, ita pauci sint, ut non valeant eam adversùs vim profluentis remo agere, aut è ripâ fune nautico trahere; subsidium ex trochleis petere poterunt; exscensu scilicet in terram facto, atque defixo in ripâ paxillo alligatur trochlea una, altera adnectitur proræ cymbæ, in qua nautæ duo funem ductarium trahentes illam adverso flumine promovent perinde, atque si essent octo aut duodecim homines, si trochleæ binos aut ternos habuerint orbiculos.

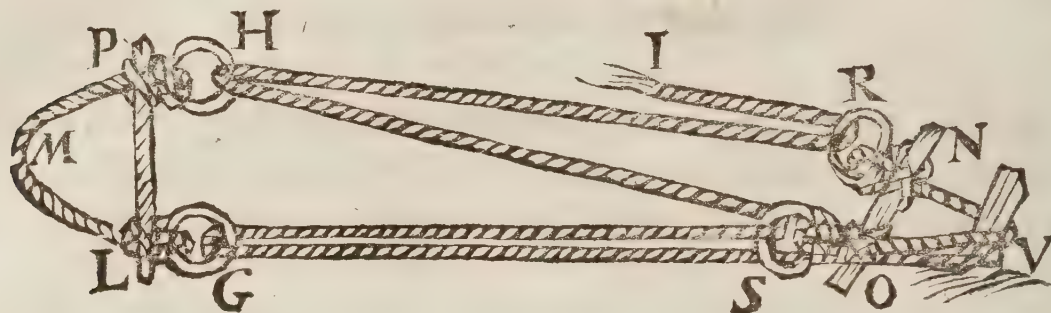
los. Quod si trochleis illi careant, utantur artificio sequentis propositionis, unà cum iis, quæ cap. 5. dicta sunt.

Propositio IV.

Trochlearum defectum supplere.

Ex his, quæ cap. 2. hujus libri indicata sunt, satis constat etiam sinè orbiculis haberi posse momentum Trochlearum: quare his deficientibus annulos sufficere facile erit.

Et primo quidem singulis annulis uti possumus: nam cùm cymba communiter adnexum proræ annulum habeat, ut medio fune, aut catenâ ad ripam religetur, funis ductarius unus A B adnectatur paxillo A in ripâ defixo, & per cymbæ annulum B trajiciatur; illius alteri extremitati C annulus alius adnectatur, per quem alter ductarius funis D E F trajectus & paxillo D alligatus si à Potentiâ in F constitutâ trahatur, illa habebit momentum quadruplum, perinde atque de orbiculis superiùs dictum est cap. 5. At si consistentes in cymbâ trahere illam velint nautæ, adjiciatur paxillo D annulus G stabilis, per quem productus funis E F transeat, & veniat in H ad nautarum manus in cymbâ; nam illum trahendo cymbæ prora ex B accedet ad A.

Porrò annuli nomine notatum volo quicquid ejusmodi est, ut funis per illud trajici possit, & liberè excurrere, sive sit ligni frustum foramen habens politum & satis amplum, ut per illud funis facilè moveri valeat, sive etiam sit flexilis bacilli

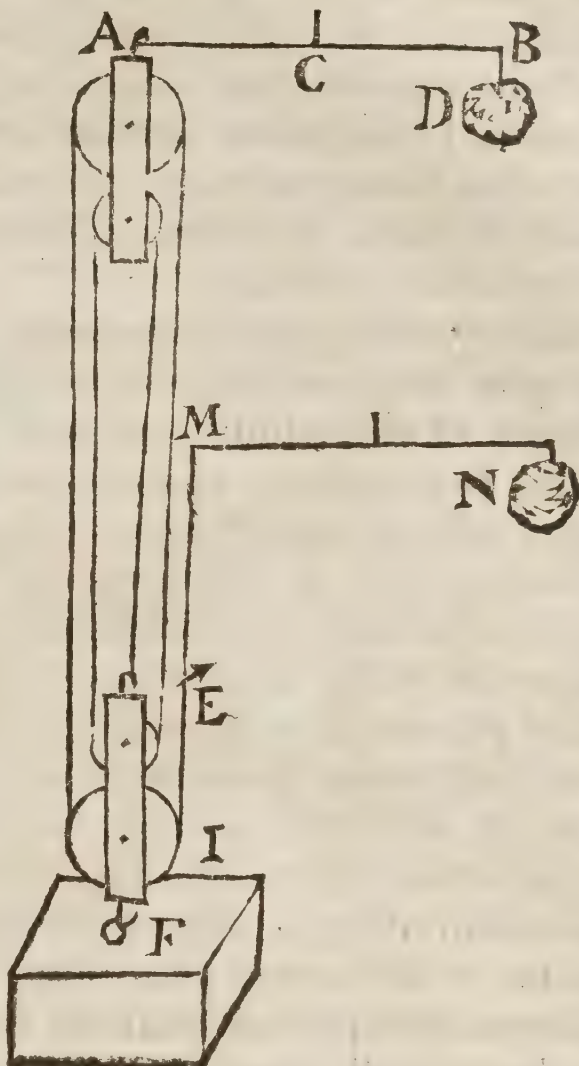
bacilli particula in arcum vel modicè ſinuata; modò illa non ſit fractioni obnoxia. Illud autem in annullis obſervandum eſt, quod faciliùs excurrit funis, ſi illi craſſiores fuerint & politi, quàm ſi exiles & aſperi.

Quod ſi annulis Trochleas propiùs æmulari placuerit, duos annulos R & S alliga paxillo V, duóſque alios H & G adnecte in M ponderi trahendo: Tum funem ductarium eidem paxillo V alligatum trajice primùm per annulum G, deinde per annulum S, hinc per annulum H, demum per annulum R. Nam ſi extremitati I potentia trahens applicetur, movebitur quadruplo velociùs, quàm pondus in M, adeóque etiam habebit momentum quadruplum. Ne autem funes ob nimiam propinquitatem ſibi invicem impedimento ſint ſe mutuo conflictu atterentes, annulos tranſverſis bacillis O N, & L P disjunge.

PROPOSITIO V.

Reſiſtentiam ex axium cum orbiculis conflictu in Trochleis examinare.

QUoniam variarum Trochlearum uſum indicavimus, modò trochleâ alterâ manente atque ſtabili, modò utraque commotâ, placet hìc examinare propoſitas duas trochleas, an aliquid impedimenti afferant ex conflictu axium cum orbiculis, aut etiam trochleas comparare cum annulis earum

earum loco adhibitis, quantum videlicet præ trochleis afferat impedimenti conflictus funis ductarij cum annulis.

Sit libræ jugum A B æqualium brachiorum aginam cum examine habens in C; adnectatur in A trochlea superior, ex qua cum inferiore trochleâ pendeat saxum F notæ gravitatis, & funis ductarij extremitas religetur clavo in E. Innotescat autem tùm trochlearum singularum, tùm funis ductarij gravitas, ut congruum pondus parari possit in B appendendum. Clavus igitur E sustinet inferioris trochleæ & adnexi saxi gravitatis partem quintam, reliquas quatuor quintas partes, & præterea trochleæ superioris, atque quatuor ductuum funis gravitatem sustinet brachium libræ in A. Quare in B tantum ponderis apponendum est, quantum sufficiat ad æquilibrium; proinde sensim augendum est pondus in D, donec examen in C æqualitatem momentorum indicet. Hoc peracto adde adhuc ponderi D aliam atque aliam gravitatem, usque dum brachium B deorsum inclinetur: hujusmodi enim additamentum indicabit resistentiam ortam ex conflictu axium cum orbiculis.

Jam si trochlearum loco annulos substituas, eadémque methodo invento primùm æquilibrio, deinde factâ in D ponderis accessione præponderantiam quæras, deprehendes, quanto major resistentia ex funis ductarij cum annulis affrictu oriatur, quàm ex axium cum suis orbiculis conflictu in trochleis.

Simili ratione ſi in A ſit clavus, cui ſuperior trochlea ſtabilis permanens affigatur; extremitas verò funis ductarij M adnectatur brachio libræ ad æquilibrium conſtituendum ſufficit in N quinta pars gravitatis trochleæ inferioris unà cum ſaxo F, & ductu funis M I. Facto igitur in H additamento gravitatis, ut tollatur æquilibrium, indicabitur quanta reſiſtentiæ acceſſio fiat ponderi F ex axium cum orbiculis conflictu: atque ſimiliter repoſitis loco trochlearum annulis, poſt æquilibrium aucto pondere N donec deprimatur, innoteſcet reſiſtentia orta ex funis cum annulis affrictu.

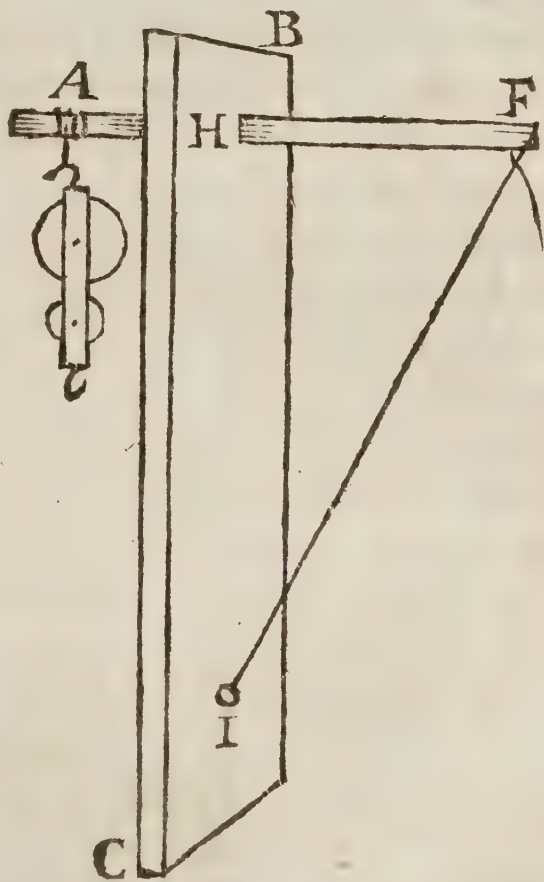
Hinc apparet primò ſatius eſſe hoc poſteriore modo operari, quia longè minus pondus requiritur in N, quàm in D. Secundò ad tollendum pondus F cum trochleâ inferiore, ſi ſuperior fixa maneat, tantam vim in potentiâ requiri, quantâ opus eſſet ad attollendum abſque ullâ machinâ pondus N præponderans; ad attollendum verò idem ſaxum F cum utrâque trochleâ, trahendo ſcilicet ſurſum trochleam A, tantam vim exigi in potentia, quanta requiritur ad attollendum pondus D præponderans. Tertiò, retentis iiſdem trochleis, ſed mutato pondere F, examinari poſſe, an, & quanto major reſiſtentia oriatur ex majore preſſione axium, quando pondus eſt majus. Quartò. mutatis trochleis, & pondere eodem retento, diſparitatem aliquam inveniri, quia non omnium trochlearum axes ſunt æquè teretes, ac politi, & ſuorum orbiculorum foramini congruentes. Quod ſi, examine hujuſmodi ſemel inſtituto, orbiculos manu pauliſper convertas, & iterum idem examen inſtituas, neque æqualis inveniatur reſiſtentia, indicium erit foramen orbiculi, aut fortaſſe etiam axem, non eſſe, exquiſitè rotundum. Quintò. ſimili examine in annulis inito deprehendi poſſe, an faciliùs ſuccedat tractio fune craſſiore, an verò tenuiore.

Non ita tamen neceſſe eſt indicatâ methodo uti, ut, ſi non placeat jugum libræ æqualium brachiorum adhibere, nequeas loco libræ ſtateram applicare ut trochleæ A, aut funis extremitati M: primùm enim indicabitur æquilibrium: deinde longiùs reducto ſacomate, uſque dum apparere incipiat præponderatio, innoteſcet quantitas impedimenti,

ti, quin opus sit gravitatem aliam atque aliam addere, ut in librâ.

PROPOSITIO VI.

Vim Retinaculi Trochlearum augere.

SÆpè contingit infixo parieti tigillo alligari superiorem trochleam; & nisi paries valdè firmus ac solidus fuerit, cujusmodi sunt antiqui parietes, non leve periculum imminet, ne ponderis vi labefactetur ipse paries, maximè si recens fuerit, & tigillus non admodum procul à summitate infigatur; ut si recentis parietis B C foramini immittatur tigillus brevior A H, ex quo in A dependet trochlea, & ex illâ pondus cum reliquâ trochleâ: fieri enim potest, ut tigillus ipse quasi Vectis à pondere adnexo depressus attollat lateres impositos, & superioris parietis compagem dissolvat. Foramen igitur ita fiat, ut paries pervius sit, illúmque pervadat longior tigillus A F, cujus caput F fune F I connectatur cum annulo in I parieti infixo: sic enim ponderis gravitas nullam inferre poterit parieti labem quamvis recenti; & quò longior fuerit tigilli pars H F supra partem H A, eò validius retinebitur trochlea in A, tigillo rationem Vectis habente.

PROPOSITIO VII.

Trochleis vim Vectis augere.

QUamvis ex dictis obvium ſit Trochleas cum aliis Facultatibus componere, placet tamen hìc eas cum Vecte componendas indicare. Sit prælum in torculari, ſed fortè diſſipata fuerit Cochlea, qua illud deorſum trahebatur, aut certè ad ſubitum uſum properato prælo utendum ſit: trabem ſtatue tranſverſam, quæ altero capite retineatur objecto repagulo, ne ſurſum attollatur. Vectis eſt ſecundi generis in medio habens pondus premendum. Alteri trabis extremitati adnectatur trochlea, ejúſque compar in inferiore loco firmetur: nam funem ductarium trahentes momentum habebunt, quod ex Ratione Vectis, & ex Ratione Trochlearum componitur.

Simili methodo utendum eſt, ſi Vecte ſecundi generis attollendum ſit pondus: loco enim potentiæ deſtinato, hoc eſt Vectis extremitati attollendæ, adnectatur Trochlea, ejúſque compar in ſuperiore loco firmetur: hìc enim pariter Vectis atque Trochlearum Rationes componuntur. Quòd ſi funem Suculâ traxeris, aut Ergatâ, tres erunt Rationes compoſitæ; duabus quippe illis addenda eſt Ratio Suculæ aut Ergatæ.

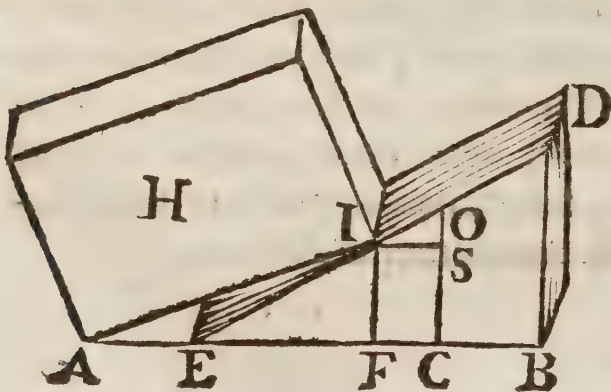
MECHANICORUM
LIBER SEPTIMUS.
De Cuneo & Percussionibus.

MECHANICARUM Facultatum Quarta ſpecies, Cuneus, præſentem diſputationem exigit : neque enim ſolam corporum gravitatem, ob id ipſum quia gravitas eſt, vincere oportet, ac loco dimovere, quemadmodum Vecte, Axe, & Trochleis, ſed etiam ſæpè conjunctas corporum partes, aut cohærentia proximè corpora ſejungere atque divellere : id quod Cuneo potiſſimùm perficimus, & iis, quæ ad Cunei rationem ſpectare videntur. Quoniam verò in iis, in quibus præcipuè Cunei vis elucet, percuſſione utimur, quæ ſanè in paulò longiorem ſermonem nos vocat, non erit abs re aliquanto latiùs Percuſſionis naturam explicare, ut potentiæ Cuneo applicatæ virtus manifeſta fiat. Quamquam non ſemper percuſſione indigeat Cuneus, ſed non rarò impulſione contentus ſit, neque ſemper ad divellenda ea, quæ conjuncta ſunt, illo utamur, ſed aliquando etiam ad deprimendum, aut attollendum corpus aliquod, ut ex ſequentibus patebit. Ea verò, quæ Cunei figuram imitantur, quia in apicem deſinunt, ut triangula, ideóque Cunei nomine ſunt indicata ſæpiùs à Vitruvio in Architecturæ libris, ad præſentem diſputationem non attinent; quemadmodum neque ſubſcudes, ſeu ſecuriclæ, quibus arctè duæ tabulæ compinguntur; licèt enim cunei formam imitentur, non tamen ſimilem, ſed cuneo oppoſitam effectionem habent, & inter retinacula connumerandæ ſunt.

CAPUT I.

Cunei forma, & vires explicantur.

CUneus, quo ad ligna findenda communiter utimur, ſatis notum eſt inſtrumentum, quod ex ampliori baſe faſtigiatur in acumen deſinens; duas ſcilicet facies quadrangulas in lineam coëuntes, & duobus triangulis hinc atque hinc connexas ſuper quadrilateram baſim erigit, adeò ut ſcindendo corpori acies ipſa applicetur, percuſſionem excipiat baſis. Nihil tamen prohibet aliam cuneo figuram tribui: nam cum aliquando complanandus eſſet colliculus, cujus creta arenæ permixta in lapideam quandam materiem concreverat, & ita obduruerat, ut ligonibus ægerrimè cederet, parari juſſi longiuſculos ferreos cylindrulos digitorum duûm craſſitudine extremitate alterâ capitatos ad excipiendum mallei ictum, altera in planas duas ſuperficies compreſſos atque exacutos, qui juxta lapidis intervenia applicati, ac tudite adacti lapidem penetrabant; qui demum rimas agens diſſiliebat in fruſta ſatis conſpicua non pœnitendo labore. Sed quæcumque demum figura cuneo ſtatuatur, illud omnibus commune eſt, quod ex minori latitudine in majorem procedant, ut quibus corporibus Cuneus inſeritur, magis atque magis alterum ab altero ſecedat, dum ille penitiùs adigitur.

Nunc verò ſciſſionem tantiſper ſeponamus, & ſolum motum corporis gravis ex cunei impulſione conſideremus, ſicuti ſi duro plano incumbentem marmoreum cubum, cui vectis ſubjici nequiret, ut attolleretur, addacto cuneo disjungeremus à ſubjecto plano: id quod faciliùs acutiore cuneo præſtatur, ut omnes nôrunt, quàm ſi ille in minus acutum angulum deſineret. Sit enim cubus H marmoreus plano A B incumbens; & applicatus cuneus D E, atque tudite in D validè percuſſus ita cubo ſubjiciatur, ut hic elevetur

elevetur ad altitudinem F I. Cùm itaque citrà omnem dubitationem is, qui tuditem movet, eóque cuneum percutit, illo eodem conatu nequeat cubum attollere ſinè cuneo, quæritur, unde vis tanta illi accedat, ſpectatâ præcisè cunei figurâ, nihil interim ad percuſſionem reſpiciendo.

Qui Ariſtoteli Mechan. quæſt. 17. in lateribus cunei ligno ſcindendo interjecti duplicem Vectem agnoſcenti adhærent, illicò ad Vectis Rationes confugient, quas in latere D E recognoſcere conabuntur. Verùm quærenti, primi-ne? an ſecundi generis Vectis ſit D E? vix ſuppetet, quid reſpondeant. Si primi generis, ut voluiſſe videtur Ariſtoteles; cum tria ſint puncta D, & I, & E, atque primum D procul dubio potentiæ aſcribatur; reliquum eſt medium punctum I eſſe hypomochlij, extremum E ponderis. Atqui nihil prorſus apparet, quod cubum H applicet puncto E, à quo neque ſuſtinetur, neque tangitur: igitur vectis non eſt primi generis. Quod ſi in E pondus eſſe ultrò conceſſerim, illud certè ex hoc efficitur, atque conſequens eſt, quod cuneo novâ percuſſione ulteriùs adacto, & Potentia ad hypomochlium, ſcilicet D ad I, accedat, & pondus ab hypomochlio, ſcilicet E ab I, remotius fiat; igitur & potentiæ momenta decreſcerent, & ponderis momenta augerentur; ac proinde hanc momentorum deceſſionem, & acceſſionem, major movendi difficultas, & quidem notabilis atque conſpicua, conſequeretur; quæ tamen cum experimentis non conſentit. Adde in Vecte primi generis potentiam & pondus oppoſitis motibus circa hypomochlium, quaſi circà centrum, circulariter moveri; at hìc neque ullus intercedit circa punctum I motus circularis, neque potentia deſcendit pondere aſcendente.

At fortaſſe, quod aliis magis placet, vectem ais eſſe ſecundi generis; pondus quippe in I ſuſtinetur, & eſt potentiæ in D exiſtenti proximum; quare hypomochlio relinquitur extremum punctum E. Id quidem aliquantò magis appoſitè dictum videretur, ſi, quæ vectis Rationibus conveniunt, hìc quoquè in Cuneo locum habere poſſent; Vectis ſiquidem quò longior eſt, & potentia magis abeſt ab hypomochlio, cæteris paribus, plus momenti tribuit potentiæ: at Cunei D E longitudo ſi augeatur, manente eodem angulo I E F, eádemque diſtantiâ I E, nullam

nullam facit momentorum acceſſionem : nulla igitur ibi Vectis Ratio intercedit. Contrà verò manente eadem cunei DE longitudine, eademque diſtantiâ IE, diminuto autem, ſive aucto angulo ad E eædem perſeverarent vectis Rationes; ergo & eadem momenta movendi : id tamen longiſſimè à vero abeſſe manifeſtis docemur experimentis, nam major angulus ad E movendi difficultatem auget, minor minuit. Cùm verò Cuneus, ex hypotheſi, ſemper ſubjecto plano incumbat, utique potentia in D ab eo ſemper æqualiter diſtat, & nunquam altiùs aſſurgit, pondere tamen altiùs ſublato, quo magis illi cuneus ſubjicitur: in Vecte autem ſecundi generis potentia aſcendit, ſi pondus attollitur. Non igitur cuneus habet rationem vectis ſecundi generis ; ſi maximè nullum hìc haberi circa hypomochlium, tanquam circa centrum, motum circularem potentiæ animadvertas.

Cùm itaque à Cuneo abſint Rationes Vectis, illius vires petendæ ſunt ex eo, quod olim conſtitutum eſt, Facultatibus omnibus Mechanicis communi principio: videlicet, quia Cunei forma ea eſt, ut majore motu moveatur Potentia Cuneum impellens, quàm pondus à Cuneo repulſum ad latus; hoc minùs reſiſtit, quàm ſi æquali motu cum potentiâ moveretur; atque adeò impetus motum in potentiâ efficiens tantæ velocitatis, & valens pari velocitate movere certum pondus, cui ineſſet æquè intenſus ac in potentiâ, poterit in majori pondere entitativè æqualis, ſed minùs intenſus efficere motum tardiorem pro Ratione minoris intenſionis, ita tamen, ut, quæ Ratio eſſet intenſionis majoris in minori pondere, ad intenſionem minorem in majori pondere, ea pariter ſit Ratio majoris gravitatis ad minorem gravitatem; ſic enim contingit æqualem eſſe entitativè motum tardiorem majoris ponderis, atque motum velociorem minoris ponderis; quemadmodum aliàs in Vecte & in Trochleâ explicatum eſt. Quoniam igitur cuneus, vi impetûs impreſſi à potentia, dum promovetur ſub pondus juxta lineam EF, repellit pondus juxta lineam FI, linea EF motum potentiæ metitur, linea autem FI motum ponderis. Atqui Cunei conformatio hoc habet, ut in triangulo EFI minimus angulus ſit ad apicem E; igitur per 19. lib. 1 minimum latus eſt FI, atque proinde minùs movetur pondus per FI, quàm potentia per EF.

Quanto

Quanto igitur major est EF quàm FI, tanto majus esse potest gravitatis momentum in I vincendum, quàm esset momentum gravitatis propellendæ in E juxta directionem FE motûs potentiæ.

Hinc planissimè constat, cur acutiores cunei majora habeant movendi momenta, cæteris paribus. Fac enim angulum E esse adhuc minorem, utique oppositum latus minus erit quàm FI; eadem igitur linea EF ad lineam breviorem, quàm FI, habet majorem Rationem, quàm ad eandem lineam FI; ac propterea pondus adhuc multo tardiùs movetur quàm potentia, & poterit esse majus; vel, si majus non fuerit, potentia indigebit minore conatu, & faciliùs movebit.

Observa autem (quantum quidem ex Cunei Ratione est) ut se initium dederit, eandem semper esse facilitatem in processu motûs, quia eadem permanet Ratio motuum potentiæ cuneo applicatæ, & ponderis: nam ex 4. lib. 6. ut EF ad FI, ita EC ad CO, & IS, hoc est FC, ad SO, propter triangulorum similitudinem, cùm sit IS parallela ipsi EC. Quantum, inquam, est ex Cunei Ratione; quandoquidem cubi H, dum manente extremitate A elevatur ex I, momenta subinde variari, suo loco, superiùs indicatum est. In scindendis autem corporibus, prout variè contingit scissio, aliquando peculiaris intercedere potest causa faciliorem vel difficiliorem in processu scissionem reddens.

Et quidem in scissione corporum vi cunei faciendâ non est ita proclivè Geometricas leges persequi, ad explicandam eorum resistentiam: neque enim sicut gravitas loco dimovenda facilè innotescit, certámque sub mensuram cadit, ita corporum resistentia, ne findantur, fieri potest manifesta: Est siquidem scissio partium conjunctarum separatio; earum autem conjunctionem adeò variam esse contingit, ut certam legem subire nequeat. Nam quemadmodum inter lapides, ut monet Vitruvius lib. 2. cap. 7. alij ita molles sunt, ut etiam serrâ dentatâ, quasi ligna, secentur, immò secundùm oras maritimas ab salsugine exesa diffluant, & in locis patentibus atque apertis, pruinâ & gelu frientur, ac dissolvantur; alij duriores, sed qui intervenicrum vacuitates habeant, quapropter ab igne tuti non sint, quin rarescente aëre vacuitatibus illis interjecto dissiliant & dis-

ſipentur; alii ita ſpiſſis compactionibus ſolidati, ut neque ab tempeſtatibus, neque ab ignis vehementiâ timeant: Ita pariter inter ligna alia aliis ſolidiora ſunt, & unum præ alio faciliùs eſt fiſſile, prout particulæ componentes craſſiores, aut tenuiores, ſunt magis aut minus exquiſitè permiſtæ, atque nimio, ſive modico, ſive temperato humore concretæ, & prout juxta ſtaminum ductum, aut illa obliquè ſecando, inſtituitur ſciſſio. Sunt autem corpora illa (quantum quidem ad præſentem tractationem ſpectat) partium ſeparationi difficiliùs obnoxia, quorum materia ita probè ſubacta eſt, ut eorum elementa in minutiſſimas particulas conciſa, & quaſi individua corpuſcula in unam naturam inobſervabili permiſtione temperata coaluerint eâ tantùm humoris copiâ, quæ ſatis fuerit ad illa firmiter agglutinanda. Ex quo fit, ut hujuſmodi corpora ſolidiora ſint, minúſque conſpicuas inanitates admittant, atque proinde, ſi expoliantur, ſuperficiem induant lævem & undique æquabilem: id quod cæteris non accidit, quorum particulæ frequentibus hiatibus interciſæ, cùm aliæ emineant, aliæ ſuperentur, ſemper aliquid habeant aſperitatis; quemadmodum animadvertere poterit, quiſquis lapides cum marmoribus comparaverit.

Si igitur ex ſolido corpore avellenda eſt particula aliqua, hæc iſtáque disjungenda eſt à circumſtantibus particulis, quibus conjungitur, neque fieri poteſt, ut illa moveatur, quin proximarum particularum aliæ motui oppoſitæ impellantur, aliæ diſtrahantur; omnes autem ægrè à ſtatu ſibi ſecundùm naturam debito recedentes repugnant: quò verò plures particulæ vim ſubire coguntur, eò major eſt reſiſtentia plurium quaſi collatis viribus ſimul repugnantium. Hinc ſi duriora ligna ſecanda offerantur, potior eſt uſus ſubtilioris ſerræ minutos denticulos habentis; quia videlicet, quò exilior atque ſubtilior eſt denticulus, minorem particulam obviam habet, quam impellat, & pauciores particulæ, à quibus ſeparetur, illam circunſtant; ideóque ab iis faciliùs avellitur, quàm particula major, quæ à pluribus disjungenda eſſet. Contra verò quorum particulæ levi impulſu divelluntur, quia non adeò dura ſunt, craſſiore ſerrâ facilè ſecantur, quæ in durioribus majorem reſiſtentiam inveniens parùm utilis accideret. Hæc autem in limâ pariter obſervari poſſunt; quàm enim diſſipari aſperitate opus eſt in limâ, qua

qūa chalybs, aut qua lignum terendo expolitur? Sed & in marmorum sectione mirantur aliqui serras adhiberi nullis dentibus, saltem conspicuis, asperas, non satis animum advertentes ad arenas aquâ aspersas, quæ hujusmodi in opere interveniunt; ut enim loquitur Plinius lib. 36. cap. 6. *arenâ hoc fit, & ferro videtur fieri, serrâ in prætenui lineâ premente arenas, versandóque tractu ipso secante.* Expedit autem subtiliore arenâ uti, *crassior enim arena laxioribus segmentis terit, & plus erodit marmoris, majúsque opus scabritiâ politura relinquit:* Sunt scilicet arenæ granula tam quæ premuntur, quàm quæ serræ adhærent, quasi denticuli mobiles mordacis limæ eodem ductu tùm crustarum faciem leviter expolientis, tùm subjectum marmor secantis.

Est autem manifestum non eâdem vi, qua super lignum serram adducentes & reducentes scissionem inchoamus, idem pariter obtineri, si cuneo lignum premamus citrà percussionem: quia nimirum cuneo prementes urgemus in directum subjectas ligni partes, quæ conjunctim resistunt, ne comprimantur, atque à lateribus cohærentes particulæ repugnant, ne distrahantur: serram verò ducentes obliquè urgemus ligni particulas dentibus respondentes, ac proinde pauculæ illæ tantùm, quæ urgentur, resistunt compressioni, & illis attiguæ distractioni. Hinc fit cultro faciliùs aliquid scindi, si illius aciem quamvis hebetem & obtusam adversùs corpus scissile urgeas simul, atque transversam agas; quia particulæ à cultro pressæ minorem inveniunt resistentiam in transverso motu, ubi anteriores eâdem cum posterioribus directione moventur, nec sibi adversantur, quàm si solo pressu extimæ urgerent interiores, quæ comprimi renuunt. Huc pariter referenda est causa, cur adeò valida contingat scissio, si Harpe ictus infligatur: sic hujusmodi genere ensis in summitate falcati, & in exteriore latere exacuti usum Perseum in amputando Medusæ capite, & Mercurium in occidendo Argo centoculo refert Ovidius lib. 5. Metam. *Vertit in hunc Harpem madefactam cæde Medusæ:* id enim non ex solâ Harpes gravitate, sed ex ipso potissimùm flexu oritur, qui efficit, ut dum vi impetùs descendit, acies etiam transverso motu ducatur supra partes corporis scissilis; ex quo & facilior scissio. Sic quidam vulgari ense, quo equitantes viatores non in speciem, sed ad usum, præcingi solent, vituli caput uno ictu

amputabat; averſo ſcilicet ictu percutiens gladius circulum deſcribebat, adeóque non ſolùm premendo ſecabat, verùm etiam motu tranſverſo: quo in negotio dexteritate potiùs, quàm viribus opus eſt. Quòd autem alij reſimum Harpes latus in canaliculum excavant, eíque aliquid argenti vivi indunt, quod à capulo ad cuſpidem excurrat, id faciunt ad percuſſionem augendam, quia tranſlatâ ad cuſpidem gravitate Mercurij, etiam percuſſionis centrum transfertur longiùs à capulo, ideóque ictus fit validior, accedente præſertim impetu, quem Mercurius deſcendens concipit.

Non eſt itaque comparandus gladius motu tranſverſo ſcindens cum ſerrâ ſecante; hæc enim obvias particulas in ſcobem abeuntes ſenſim à ligno divellens illud demum ſublatis omnibus intermediis particulis bifariam diviſum relinquit: ille verò ſuâ acie premens atque penetrans, ſed nihil abradens, interponitur partibus, quæ invicem ſeparantur. Motus ſerræ motui particularum abſciſſarum planè æqualis eſt; dens quippe particulam, in quam incurrit, tangens impellit, ſuóque impulſu vincens nexum, quo particula ſibi cohærentibus jungebatur, illam avellit. Tranſverſus verò gladij motus ſi comparetur cum motu particularum compreſſarum, atque invicem divulſarum, multò major eſt illo; nam culter manûs moventis motui obſecundat; & particulæ compreſſæ in latus recedunt; ac proinde multo velociùs movetur potentia gladium adducens aut reducens, quàm id, cui hoc motu vis infertur: atque idcircò gladij vis ſcindendi hoc motu refertur ad cuneum. Quòd ſi gladius non motu tranſverſo ducatur ſuper id, quod ſcinditur, ſed omnino motu recto preſſionis, ſit autem ferri craſſities ſenſim extenuata in aciem, quemadmodum cuneis omnibus commune eſt, idem planè dicendum erit, quod de vulgari cuneo, cui nomen hoc præcipuè inditum eſt.

Quare Cuneus in corpus ſcindendum adactus conſiderandus eſt ratione habitâ ipſius corporis, quod tenerum ac molle eſſe poteſt, atque ita flexibile, ut ſequatur quocunque torqueas, aut etiam durum, & minimè tractabile. Si molle illud ſit, immiſſum cuneum recipit, ſéque illi accommodat, & comprimuntur tùm ſubjectæ particulæ cunei aciem tangentes, tùm quæ à lateribus cunei faciei congruunt: illæ omnino æqualiter promoventur,

moventur, ac adigitur cuneus, neque motus earum à cuneo pendet, quâ cuneus eſt, ſed quâ corpus eſt ſuâ mole objectam molem trudens: hæ verò ad latus ſecedentes magis & magis, prout cunei craſſitudo excreſcit, minori motu moventur, quàm promoveatur immiſſus Cuneus; quandoquidem major eſt cunei longitudo ejuſdem motum metiens, quàm craſſities dextras atque ſiniſtras partes impellens. Sin autem durum ſit corpus, cui cuneus inſeritur, illud quidem vix excogitari poteſt ex adeò conſtipatis partibus inter ſe quàm aptiſſimè cohærentibus conſtare, ut nullius prorſus compreſſionis ſit capax, neque vel tenuiſſimum cunei apicem admittat. Comprimuntur igitur initio partes proximè cuneo ſubjectæ multò magis, quàm quæ lateri adjacent; ſed propter duritiem certum compreſſionis modum natura finivit, extra quem ſubjectas partes diffindi potiùs patiatur, atque à ſe mutuò divelli. Qua in fiſſione ipſæ etiam ſuperiores partes majori compreſſioni ſemper validiùs repugnantes, quò penitiùs adigitur cuneus, plurimum habent momenti, ut cunei vis, quâ cuneus eſt, exerceatur: Quia videlicet ſuperiores partes cum inferioribus connexæ, neque flexibiles, dum ad latera cuneo urgente ſecedunt, cogunt pariter inferiores ad dexteram & ad ſiniſtram recedere; atque propterea quæ adhuc connexæ erant, diſtrahuntur ita, ut demum divellantur.

Sit cuneus H I in ſubjectum lignum immiſſus inter B & C; dum percuſſione urgetur introrſum, partes B versùs A, & partes C verſus D recedunt, & cum illis pariter inferiores B M, atque C M: ex quo fit partes in M connexas diſtrahi atque invicem divelli, & ſciſſionem longiùs promoveri. Cum igitur hoc ſit propoſitum cuneo ſcindere ſubjectum corpus, non attendendus eſt ſimpliciter motus in B & C, ſed etiam qui in M efficitur, ibi quippe ſciſſio contingit, ſemperque longiùs diſtat à punctis B, & C, locus ſciſſionis, quò magis introrſum urgetur cuneus. Ex quo fit attentè diſtinguendam eſſe facilitatem

adigendi cunei, à facilitate ſcindendi: quandiu enim partes faciem cunei tangentes non admodum repugnant compreſſioni, facilè cedunt adacto cuneo; ubi verò ulteriùs comprimi renuunt, tota vis exercenda eſt in diſtractione partium ſejungendarum; quam diſtractionem quò majorem eſſe contingit, augetur ſanè & cunei adigendi, & ſcindendi difficultas. Hæc tamen alio ex capite minuitur, quia, quò magis punctum M, in quo diſtrahendæ ſunt partes conjunctæ, abeſt à punctis B & C, faciliùs conſequitur ſciſſio, nam, cæteris paribus, motus particularum, quæ ſejunguntur, minorem habet Rationem ad motum punctorum B & C. Sic fuſtem craſſiorem ab alterâ extremitate fiſſum juxta notabilem longitudinem ulteriùs findimus etiam ſolis manibus eò faciliùs, quò longior fuerit prior ſciſſio: plurimum ſiquidem intereſt in lignis, quorum textura certum quendam & rectum ſtaminum ordinem habet, utrùm juxta eorumdem ſtaminum ductum inſtituatur ſciſſio, an hæc obliquè ſecentur; quemadmodum & in lapidibus præſtat cuneum interveniis applicare, ut faciliùs ſcindantur: propterea nodoſis arborum partibus applicatus Cuneus ægrè illas findit, quia nodorum ſtamina non recto tramite, ſed per anfractus & tortuosè procedunt. In hac autem ligni ſciſſione ſi placeat tum particulas, quæ in M diſtrahuntur, tum illis ſubjectas atque adhuc immotas, puta in N conſiderare, atque veſtigium aliquod duplicis Vectis ſecundi generis recognoſcere, itaut commune hypomochlium ſit in N, longitudines vectium B N, & C N, potentia medio cuneo applicata in B & C, atque reſiſtentia vincenda in M; non me difficilem præbebo: ſed & illud ſtatim addam, non eſſe hunc duplicem illum Vectem, quem alij in Cuneo quærunt; cum potiùs ſint duo vectes in diverſa impulſi ab interjecto cuneo.

Quapropter ex his, quæ latiùs explicare placuit, illud conficitur, quod Cuneo aliquando reſiſtit gravitas, ut cùm ille corpori gravi elevando ſupponitur, aut cùm disjunctorum quidem corporum gravium, ſed proximorum, ſaltem alterum removetur; aliquando reſiſtit partium nexus in M, qui niſi ſolvatur, propelli nequeunt partes B & C cunei faciem tangentes: vis ſiquidem cunei proximè exercetur adversùs B & C, & propter partium connexionem etiam adversùs M, quamvis hoc poſtre-

mum

mum ſit ſcopus ſcindentis : quò autem validiùs partes in M conjunguntur, etiam difficiliùs urgentur partes B & C : ligna verò adhuc viridia, & lento humore plena, quia particulæ majorem diſtractionem ferunt, nec facilè diſſiliunt, difficiliùs ſcinduntur, quàm ligna arida.

Quæ itaque de Cuneo vulgari dicta ſunt, facilè innoteſcit ea pariter convenire forficibus, cultris enſibus, novaculis, ſcalpris, dentibus hominis anterioribus, & ſimilibus, quibus ad ſcindendum utimur; ſunt enim cunei diverſimodè juxta varios uſus conformati; neque egent percuſſione, quia res ſcindendæ non admodum reſiſtunt, & ſolus impulſus ſæpè ſufficit. Forfices autem ſunt quidem cunei, ſed vectem conjunctum habentes, adeò ut potentia momenti augmentum acquirat ex Rationibus vectis juxta diſtantias tùm potentiæ, tùm corporis ſcindendi, à clavo, ubi decuſſantur. An verò etiam ſcalpra, quibus Marmorarij aſſulas ex operibus dejiciunt; Cuneorum rationem habeant, non admodum curo; videntur ſiquidem non incidere marmor, ſed partes ſuperfluas decutere : quod ſi percuſſi ſcalpri mucro penetrat, & dividit marmor, cuneus perinde eſt atque ſcalpra, quibus lignum cælatur.

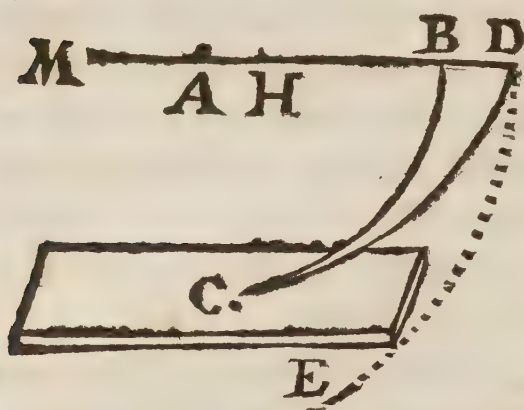
Similiter acus, ſubulæ, aculei, clavi ad cuneum referuntur : & quidem hujuſmodi corpora quò ſubtiliora ſunt, eò faciliùs penetrant, quia immiſſa, & juxta ſuam longitudinem progredientia valdè moventur interea, dum corporis perforandi particulæ diſtrahendæ atque comprimendæ exiguo motu in latera ſecedunt. Hinc conſtat, cur terebellâ paulo minore aperiendum ſit foramen, cui immittatur clavus craſſiuſculus, ſi præſertim lignum tenue ſit; ne videlicet immiſſo clavo tot partes adeò invicem comprimantur, ut ulteriorem compreſſionem recuſantes cogant alias diſtrahi, ac demum rimâ factâ lignum diſſiliat : ſublatis autem terebrâ particulis aliquot, reliquæ comprimendæ ut clavum arctè complectantur, cum pauciores ſint, faciliùs compreſſionem ferunt citrà periculum fractionis aut ſciſſionis ligni.

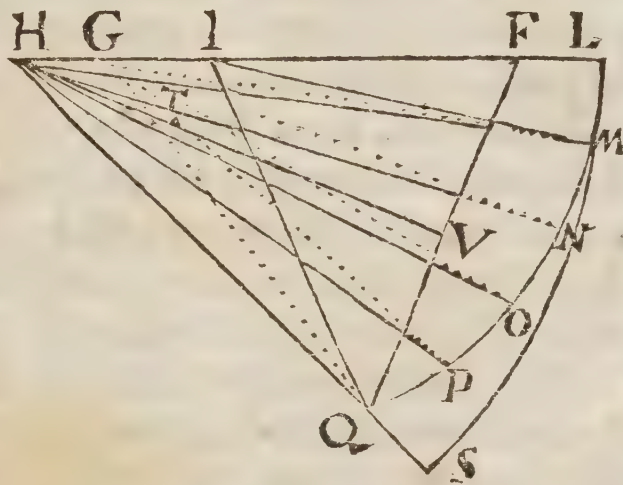
Demum ſecuris, & gladius cæſim feriens, cuneus eſt, cui quodammodo junctus eſt tudes; illo ſiquidem percutimus: quid enim intereſt, quod cuneum manentem tudite percutiamus, ſive cuneo velociter moto percutiatur corpus ſcindendum?

CAPUT

CAPUT II.

Cunei inflexi uſus ad movendum.

PRæter vulgarem Cunei formam, quæ planis extremitatibus circumſcribitur, ſi non ad ſcindendum, ſed ad movendum adhibeatur, utilis eſſe poteſt Cuneus inflexus, ita ut, qua ſaltem parte movendo corpori applicatur, faciem habeat non planam, ſed inflexam, moveatur autem non circa ejuſdem circularis curvitatis centrum. In craſſiore tabulâ aſſumpto A puncto tanquam centro deſcribatur placito intervallo A B pars arcûs circuli B C, ſive Quadrans, ſive Quadrante minor, ſive major fuerit. Tum centro alio aſſumpto, & majore aliquo intervallo, alia circuli pars deſcribatur D C occurrens priori arcui B C in puncto C, ſive ibi ſe contingant, ſive ſecent arcus, prout tibi commodius acciderit. Reſecatis igitur ſupervacuis tabulæ partibus, & retentâ parte curvilineâ, habetur cuneus B C D inflexus, qui ſuam vim exerceat non motu recto, ut cæteri cunei, ſed curvo: propterea illi ad firmitatem addantur tranſverſaria ab extremitatibus cunei exeuntia, & in unum punctum coëuntia, circa quod, tanquam centrum, moveri poſſit cuneus. Ad firmitatem, inquam, quia, ad motum, ſatis eſſet craſſiori extremitati B D addere appendicem B M, in qua aſſumi poſſit punctum, circa quod moveatur, quodcumque illud ſit, modò non ſit centrum arcûs D C, ſi arcus ille impellat corpus movendum, neque punctum D minùs diſtet ab hujuſmodi centro motûs, quàm punctum aliud extremum C. Contra verò ſi cunei conatus exercendus ſit trahendo, & corpori applicetur arcus B C, oportet centrum motûs minùs abeſſe ab extremitate B, quàm

quàm ab apice cunei C. Hùc ſcilicet ſpectare videntur ferrei uncini, quibus duo corpora fibulantur, aut refibulantur, ut cum armaria, feneſtræ, aut capſulæ clauduntur & recluduntur. Quare intellectâ rectâ D M tanquam parte diametri circuli, cujus arcus exerceat vim cunei, ſi hic ſit arcus D C, oportet ejus centrum inter extremitatem D, & punctum M centrum motûs, interjacere; ſin autem ſit arcus B C, inter A centrum circuli, & extremitatem B, oportet interjici centrum motûs H: ab illo quippe centro M in primo caſu removeri oportet corpus movendum, & ad hoc centrum H accedere oportet corpus trahendum. Quod ſi recta D M non fuerit pars diametri tranſeuntis per centra arcûs & motûs, ſaltem oportet illam hujuſmodi diametro propiorem eſſe, quàm ſit recta ex centro motûs ad C ducta; id quod ex 7. lib. 3. manifeſtum eſt.

Firmato itaque pro loci opportunitate centro motûs, & applicatum ad impellendum pondus cuneum B C D urgens potentia in D, deſcribit circa M centrum motûs arcum circularem D E, ſed pondus non propellitur niſi juxta differentiam linearum à punctis arcûs D C ad M centrum motûs ductarum. Ex quo fit movendi facilitatem ſubinde augeri, cæteris paribus. Hoc autem ut planiùs explicetur, ſit arcus L Q in quinque æquales partes diviſus, & ſingulæ ſint gr. 3. linea H L tranſeat per centrum I, & ex H ducantur rectæ H M, H N, H O &c; Certum eſt lineas haſce omnes ex Q ad L ſemper majores eſſe, & maximam eſſe H L ex 7. lib. 3. atque aſſumptâ H F æquali ipſi H Q, differentiam totam eſſe F L. Quare ſi L Q ſit latus cunei inflexi, potentia deſcribens arcum æqualem arcui L Q haberet motum, qui ad motum ponderis eſſet ut arcus L Q ad rectam F L, ſeu Q S. Sed quoniam centrum motûs eſt H, potentia circa illud deſcribit arcum L S, cujus quantitas innoteſcit, ſi dato I L, hoc eſt I Q, Radio, atque diſtantiâ I H,

cùm ex hypotheſi notus ſit angulus LIQ, inveſtigetur angulus IHQ, quem metitur arcus LS; hujus autem quantitas prodit ex datis partibus Radij HL. Quare angulus LIQ ſit gr. 15. IL partium 10000, IH partium 5000. Igitur in triangulo HIQ angulus IHQ eſt gr. 10. ó. 45″: atque ſi ex Cyclometricis ineatur Ratio menſuræ arcûs LS, invenietur in partibus Radij IL 10000 ferè par arcui LQ; hic eſt partium 2618, ille 2621. Quapropter in tam exiguâ circuli portione perinde eſt arcum LQ, atque arcum LS conſiderare. Singulæ itaque partes quintæ arcûs deſcripti ſunt particularum 524.

Jam verò per Trigonometriam, ex datis lateribus HI 5000, & IM 10000, atque angulo comprehenſo HIM, utpote ſupplemento ad duos rectos noti anguli LIM ex hypotheſi gr. 3. (ſimiliter in reliquis triangulis eadem ſunt latera, & angulus comprehenſus ſenſim per gr. 3. minuitur) inveniatur linearum longitudo; & eſt in iiſdem Radij IL partibus 10000 linea HQ 14885, HP 14927, HO 14959, HN 14981, HM 14995, atque demum HL 15000. Sunt igitur linearum ex Q ad L incrementa inæqualia, videlicet 42, 32, 22, 14, 5, quibus reſpondet motus ponderis cuneo propulſi, qui ſemper decreſcit, dum potentia motus æquales perficit. Ratio proinde motûs potentiæ ad motum ponderis initio, dum cunei pars QP ſubinde ponderi applicatur, atque Potentia venit ex L in M, eſt ut 524 ad 42, deinde in PO ut 524 ad 32, in ON ut 524 ad 22, in NM ut 524 ad 14, in ML ut 524 ad 5. Cum itaque ſemper major fiat Ratio motuum, augetur movendi facilitas; atque perinde fit, ac ſi acutior ſemper atque acutior cuneus adhiberetur.

Hìc tamen obſervandum eſt ita temperandum eſſe movendi facilitatem cum ipſo ponderis motu, ut illam conſectando hoc minùs moveri non contingat, quàm par fuerit: quò enim punctum, quod eſt centrum motûs, minùs abeſt ab I centro arcûs LQ, eò quidem faciliùs movetur pondus, quia ad hujus motum potentiæ motus majorem habet Rationem, ſed à pondere minus ſpatium percurritur. Nam ſi centrum motûs ſit G, & IG partium 2500, quarum IQ eſt 10000, linea GQ eſt 12432, GP 12456, GO 12475, GN 12489, GM 12497, GL 12500: atque adeò linearum incrementa ſunt 24,19,14,8,3; cum tamen quinta pars arcûs intervallo GL deſcripti à poten-

tiâ

tiâ ſit proximè 524; Major eſt autem Ratio 524 ad ſingula hæc linearum incrementa, quàm cum motûs centrum eſt H. Cum hac tamen movendi facilitate connectitur exiguus ponderis motus; nam inter 12432 & 12500, quæ ſunt extremæ lineæ G Q & G L, differentia 68 minor eſt quàm differentia 115 inter H Q 14885 & H L 15000, quæ differentia inter extremas lineas metitur ponderis motum: eſt ſiquidem differentia inter aggregatum laterum & baſim trianguli H I Q, aut G I Q, menſura, juxta quam pondus promovetur impulſu cunei. Cum verò I Q & I L, utpote ſemidiametri, æquales ſint, baſis autem H Q major ſit baſi G Q (nam in triangulo H G Q amblygonio baſis H Q opponitur majori angulo) fieri non poteſt, ut eadem ſit motûs ponderis mẽſura æqualis ipſis F L aut Q S, niſi ab aſſumpto motûs centro deſcriptus arcus (intervallo uſque ad Q punctum illi centro proximum) tranſeat per extremitates eaſdem Q & F, per quas tranſiret arcus ex H intervallo H Q deſcriptus. Quare duo circuli ſe in duobus punctis ſecantes communem haberent rectam lineam Q F, ad quam bifariam ſectam in V perpendicularis V H tranſiret per utriuſque circuli centrum, ex 3. lib. 3. ac proinde, cum ex. 5. lib. 3. non habeant idem centrum H, alterius circuli centrum eſſet extra rectam H I, puta in T.

Utrùm autem dato eodem motûs centro, & datâ pari arcûs portione, præſtet arcum eſſe majoris, an minoris, circuli partem, vix eſt dubitandi locus. Quando enim duo circuli idem planum in eodem puncto contingunt, peripheria majoris interjicitur inter planum datum & peripheriam minoris circuli; atque adeò ab eodem motûs centro lineæ ad illam majoris circuli peripheriam ductæ omnes ſecant peripheriam minoris, ac propterea, utpote longiores, majorem efficiunt preſſionem, longiúſque propellunt corpus, quod impellitur. Hinc ſi viribus potentia abundet, & ad majus ſpatium protrudere oporteat pondus, adhibenda eſt peripheria majoris circuli; contra verò minore utendum eſt, ſi parum movendum ſit, & potentia imbecillior.

Porrò hìc exerceri cunei vires, quis ambigat? neque enim admodum intereſt, plana-ne? an inflexa? ſit ejus facies, modò ex ejus interjectu duo disjuncta corpora magis invicem removeantur, ſive utrumque ſimul in diverſas partes abeant, ſive altero manente, alterum tantummodo moveatur. Hìc autem im-

motum manet centrum, circa quod vertitur portio circuli excentrici, quæ ſive ſimplici impulſione, ſive etiam percuſſione, adacta urget corpus, quod contingit, neque aliter quàm ſi inter validum ſtipitem humi defixum, atque pondus interjiceretur vulgaris cuneus planus.

Verùm quamvis hactenus potentiam in ipſa cunei inflexi extremitate poſuerimus ad explicandum ejus motum, nihil tamen refert: nam ſi etiam circa medium cuneum fuerit anſa, qua arreptâ ille valeat circumduci, perinde eſt; motus ſiquidem potentiæ ad ponderis motum eandem ſervat Rationem. Ex quo manifeſtò deprehenditur nullam eſſe in Cuneo Vectis umbram; in Vecte ſiquidem certus eſt potentiæ locus, quo mutato etiam momenta variantur: at in hujuſmodi Cuneo non contingit momentorum mutatio, cujuſcumque tandem cunei parti applicetur potentia, dummodo ea ſit diſpoſitio, ut vires ſuas æquè exercere valeat, ſive in hac, ſive in illâ arcûs extremitate, hoc eſt ad L aut Q, ſive circa medium ad O, aut N, conſtituatur. Cave tamen putes æquè liberum eſſe in majore aut minore diſtantiâ à centro motûs H aut G potentiam collocare: id enim ſanè perperam fieret; pro Ratione ſiquidem diſtantiæ à centro motûs majorem aut minorem arcum potentia ſuo motu deſcriberet: eſto nihil interſit, cuinam parti applicetur, ſervatâ eâdem à prædicto motûs centro diſtantiâ. Propterea ſi ad Q applicetur potentia cuneum trahens, anſa ejuſmodi apponenda eſt ſurſum recurva, cui applicata potentia non minorem arcum deſcribat, quàm ſi illa applicaretur puncto L impellens cuneum: non eſt ſcilicet par potentiæ motus, qui fit intervallo H Q ac intervallo H L. Similiter autem Cuneo plano uti licebit, cujus latera ſi ferreo paxillo hinc atque hinc extante trajeceris, ut arreptis utrâque manu paxilli extremitatibus cuneum adducere valeas, aut impellere, duo corpora, quibus cuneus interjicitur, disjunges: immò ſi fiſſili ligno bicubitali juxta ſtaminum ductum cuneum eumdem ita per vim immiſeris, ut cuneum elevatum ſequatur pariter & lignum, tùm ligni calce ſaxum percuſſeris, cuneus ſciſſionem promovebit, quocumque tandem in loco ſive juxta ipſius cunei apicem, ſive juxta baſim immiſſus fuerit paxillus ille, cui potentia applicatur.

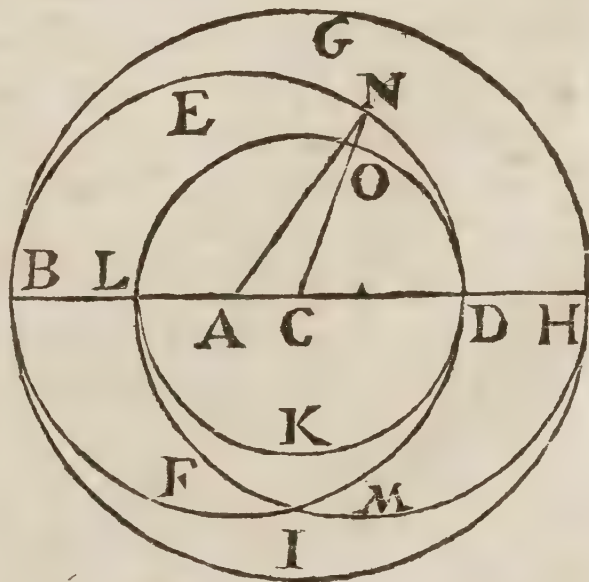
CAPUT

CAPUT III.

Cuneus perpetuus circulo excentrico effingitur.

CUneum Perpetuum voco non eum, qui perpetuâ, hoc eſt majore ſemper atque majore impulſione corpus propellat longiùs atque longiùs; id enim, ut ſatis clarum eſt, infinitam exigeret cunei longitudinem: ſed eatenus dico *Perpetuum*, quatenus potentia illi ſemel applicata inſtitutum motum juxta eandem directionem perpetuare poteſt: id quod neutiquam contingit ſecundùm rectam lineam, quæ ſpatium requireret infinitum perpetuo illo motu percurrendum; ſed potentia in orbem progrediens, & cuneum contorquens, motus alternos perficit.

Et primùm quidem id fieri poteſt circulo, cujus motûs centrum abſit ab ejuſdem circuli centro; vis enim cunei erit ad propellendum corpus intervallo duplo intervalli centrorum; momentum verò potentiæ deſumetur ex ſemiperipheriâ circuli, cujus Radius æqualis ſit dati circuli ſemidiametro auctæ centrorum illorum intervallo; ſi tamen extremitati à centro motûs maximè diſtanti ipſa potentia applicetur.

Sit datus circulus B E D, cujus centrum A: fiat motûs centrum C, circa quod in gyrum agatur conſtitutus circulus. In hoc motu duo circuli concentrici deſcribuntur; alter quidem à puncto D, Radio C D, alter verò à puncto B, Radio C B. Quare dum potentia ex B per G venit in H, punctum D per K venit in L, & corpus, quod puncto D applicitum erat, à peripheriâ circuli B E D ſenſim propellitur, donec veniat ex D in H. Eſt autem D H æqualis ipſi B L, quia ex æqualibus C H & C B auferuntur æquales C D

& CL: inter diametros verò BD & LD differentia eſt BL: igitur quia diametrorum differentia dupla eſt differentiæ ſemidiametrorum, BL eſt dupla ipſius AC differentiæ ſemidiametrorum AD & CD. Quapropter etiam DH ſpatium, quod à pondere propulſo percurritur, duplum eſt intervalli centrorum AC. Demùm potentia in B, ex hypotheſi, applicata momentum habet juxta Rationem ſemiperipheriæ BGH ad ſpatium DH duplum intervalli centrorum AC: hæc ſiquidem eſt Ratio motuum potentiæ & ponderis. Hinc ſi ponatur dati circuli Radius AB 100, & centrorum diſtantia AC 13, erit DH 26: At ſemiperipheria BGH ad ſuum Radium BC eſt ut 355 ad 113; igitur BGH ad DH eſt ut 355 ad 26. Quare, cæteris paribus, quò majus eſt centrorum intervallum, eò majores requiruntur in potentiâ vires; quia hujus intervalli duplum eſt ſpatium, per quod impellitur pondus, manente eodem potentiæ motu.

Eſt autẽ attentè conſiderandũ, utrùm præſtet, cæteris paribus, majore circulo uti: Cæteris, inquam, paribus, ut ſcilicet idem ſit centrorum intervallum, & eadem potentiæ à cẽtro motûs diſtantia. Et primò obſervandũ eſt cuneum eſſe LBED, cujus vertex eſt angulus cõtingentiæ factus à peripheriâ dati circuli, & à peripheriâ circuli, quem circa centrum C in motu deſcribit extremitas D. Deinde ſemiperipheria BGH à potentiâ deſcripta in motu (& eſt ex hypotheſi partiũ 355, quarũ Radius CB eſt 113) dividatur in partes æquales duodecim, ita ut ſingulæ reſpondeant gradibus 15, & ſingulis competant partes $29\frac{1}{2}$. Similiter ſemiperipheria DOL in 12 æquales partes ſingulas gr.15. dividatur: adeò ut cùm linea BD circa punctum C circumacta angulum gr.15 deſcripſerit, potentia ſit progreſſa per partes $29\frac{1}{2}$. Examinandum eſt, quanto ſpatio interim propellatur pondus, quod erat in D, versùs H.

Sit angulus DCO, hoc eſt arcus DO, gr.15: ducta intelligatur recta CO uſque in N peripheriam dati circuli; eſt igitur ON motus ponderis ex D verſus H. Quapropter inveſtiganda eſt ipſius CN longitudo, ut appareat ejuſdem exceſſus ſupra CD. Ducatur dati circuli Radius AN notus partium 100; datur item intervallum AC partium 13; notus eſt angulus ACN gr.165: ergo per Trigonometriam innoteſcit primò angulus CNA gr.1.55'.41"; atque ex eo reliquus angulus NAC gr.

gr. 13. 4'. 19'', hoc eſt arcus N D: deinde habetur longitudo C N partium 87 $\frac{38}{100}$, quarum C O, hoc eſt C D eſt 87: igitur O N eſt $\frac{38}{100}$. Quod ſi arcus D O ponatur gr. 30, in triangulo A C N dantur eadẽ latera A N 100, & A C 13, & angulus A C N gr. 150: igitur invenitur C N A gr. 3. 43'. 37''; atque angulus N A C, hoc eſt arcus N D gr. 26. 16'. 23'', & linea C N partium 88 $\frac{52}{100}$: igitur O N eſt part. 1 $\frac{52}{100}$. At arcus D O ſit gr. 45; eſt angulus A C N gr. 135: datis iiſdem lateribus A N 100, & A C 13, invenitur angulus C N A gr. 5. 16'. 27'', atque angulus N A C, hoc eſt arcus N D gr. 39. 43'. 33''. & linea C N part. 90 $\frac{38}{100}$: igitur O N part. 3 $\frac{38}{100}$. Similiter ſi D O ſit gr. 60. invenitur O N part. 5 $\frac{86}{100}$; ſi verò fuerit gr. 75, eſt O N 8 $\frac{84}{100}$: ſi gr. 90, eſt O N 12 $\frac{15}{100}$. Mutetur jam hypotheſis, & circuli dati Radius ſit duplex, ſcilicet A D, hoc eſt A N, partium 200, quarum A C eſt 13. Sit arcus D O gr. 15: invenitur angulus C N A gr. 0. 57'. 51'': atque angulus N A C gr. 14. 2'. 9'': ac proinde linea G N partium 187 $\frac{40}{100}$, quarum C D, hoc eſt C O, eſt 187; quare O N eſt $\frac{40}{100}$. Sit deinde arcus D O gr. 30: invenitur angulus C N A gr. 1. 51'. 45'', & angulus N A C, hoc eſt arcus D N, gr. 28. 8'. 15', atque demum linea C N part. 188 $\frac{63}{100}$: igitur O N part. 1 $\frac{63}{100}$. Denique arcus D O ſit gr. 45: deprehenditur angulus C N A gr. 2. 38'. 4''. angulus N A C, hoc eſt arcus D N, gr. 42, 21'. 56''; & linea C N part. 190 $\frac{59}{100}$; atque adeò O N part. 3 $\frac{59}{100}$. Si D O ſit gr. 60, O N eſt part. 6 $\frac{18}{100}$; ſi D O ſit gr. 75, O N eſt 9 $\frac{35}{100}$. Si ſit gr. 90, O N eſt 12 $\frac{57}{100}$.

Ex his manifeſtò conſtat initio motûs in primo quadrante à circulo majore paulò ampliùs propelli pondus ex D versùs H, quàm à circulo minore, datâ angulorum motûs ad centrum C paritate. Verùm in circulo majoris diametri non ſolùm pari graduum numero reſpondet longior arcus pro Ratione diametrorum, ſed etiam, ut ex ſuperioribus calculis conſtat, major circulus plures gradus ponderi coaptat, quàm minor. Sic in motu ad centrum C gr. 15, circulo minori, cujus Radius 100, competunt gr. 13. 4'. 19''; at circulo majori, cujus Radius 200, competunt gr. 14. 2'. 9''. Quare præterquam quod duplex eſt longitudo

longitudo arcus majoris, quia duplex est Radius, adhuc superest longitudo gr. o. 57'. 50": cum tamen motus ponderis in minore sit $\frac{38}{100}$, in majore $\frac{40}{100}$; quod discrimen $\frac{2}{100}$ longè minus est illo excessu arcûs.

Quapropter si Potentia peripheriæ dati circuli partibus subinde applicetur (ut si extarent ad orbitam paxilli perpendiculares) patet in majore circulo haberi majora momenta; multo magis, si applicetur juxta maximam à motûs centro distantiam; id quod fieri expedit, si nihil obsit: At si Potentia à centro motûs æquè absit in majore atque in minore circulo, non habetur hoc momentorum compendium, quod ex distantia facilè obtineri posset.

Si itaque corpus ex D in H impulsum aut vi elasticâ restituere se possit ex H in D, aut illud sublevatum (si circulus fuerit in plano Verticali) suâ gravitate descendere valeat ex H in D, paulatim in priorem locum redibit, cum potentia transgressa punctum H per I se restituet in B: potentia igitur perpetuò in gyrum circumactâ, circulum similiter versando, corpus illud in motu reciprocando servabit constantiam. Quod si virtute elasticâ præditum sit corpus impulsum ex D in H, illa pariter, præter insitam corpori gravitatem, movendi difficultatem augebit, quippe cui vis inferenda est, quam deinde excutere valeat. Quare satius fuerit omnem virtutem elasticam amovere (si id quidem fieri possit) ut sola gravitatis resistentia superanda sit.

Ut autem corpus ultro citróque remeare possit ex D in H, & vicissim ex H in D, regula statuatur in Verticali plano erecta, sed versatilis circa axem, aut annulum alteri ejusdem regulæ extremitati infixum, & reliqua regulæ extremitas mobilis occurrat circulo in B: Tum funiculo longitudine diametrum B D æquante connectatur regula cum pondere movendo; sic enim fiet ut regulæ extremitas devenerit in L, quando pondus fuerit in H; atque propellendo regulam ex L in B, pondus ex H trahetur in D, & perpetua vicissitudine tum regula, tùm pondus à circumacto cuneo impellentur: semper verò resistentia orietur ex ponderis modò impulsi, modò attracti gravitate; regula siquidem per se nihil obsistit, sed quatenus cum pondere trahendo conjungitur. Verùm qua positione collocandus sit funiculus

niculus circuli diametro B D reſpondens, an ſupra, an infra circulum B E D, quid opus eſt explicare? ſatis enim cuique manifeſtum eſt attendendum eſſe, qua ratione ipſi circulo applicetur potentia movens; nam ſi illum Potentia agitet paxillo in ſuperiori aut inferiori facie extremæ orbitæ infixo, patet funiculum adverſæ faciei reſpondere, ne in illum paxillus incurrat. Sin autem potentia circulo non proximè adhæreat, nec illum tangat, quia ex centro C exeunti axi additum eſt manubrium circulo parallelum, aut Vectis, aut circulus alius eidem parallelus, liberum erit funiculum alterutri circuli faciei reſpondentem collocare, ex neutrâ ſcilicet parte impedimento eſſe poteſt potentiæ ſe in gyrum contorquenti.

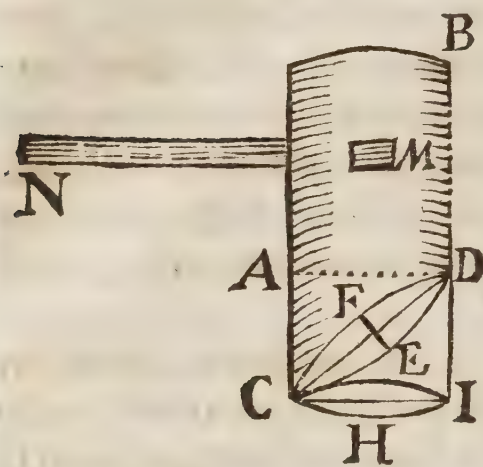
Ne me verò carpendum puta, quòd integrum circulum F B E D propoſuerim, cum ſatis eſſe poſſit ſegmentum paulo majus ſemicirculo B E D (ut ſcilicet ſit locus axi infigendo in C motûs centro) cui tota vis impellendi ſive pondus, ſive regulam, tribuenda eſt. Eo conſilio integrum circulum F B E D propoſui, ut liberum potentiæ ſit ſive in dexteram, ſive in ſiniſtram motum inſtituere, atque promiſcuè uti modò cuneo inflexo B E D, modò B F D, prout commodius acciderit. Deinde ſi ſemicirculo tantùm B E D utamur, & vis elaſtica interveniat, aut gravitas ſublevata recidat, ubi potentia venerit in H, & ſemicirculi B E D ſit facta poſitio H M L, fieri non poteſt, ut potentia versùs I procedat, quin illicò & quaſi momento pondus redeat ad D; hujuſmodi verò motus adeò velox vix contingere ſæpiùs poteſt citra aliquod detrimentrum; cui periculo occurritur, ſi integer fuerit circulus F B E D, ſenſim enim fit regreſſus ex H in D.

CAPUT IV.

Ex Cylindro conſtrui poteſt Cuneus perpetuus.

ALtera ſpecies Cunei perpetui deſumi poterit ex Cylindro Recto obliquè ſecto, erit ſiquidem ſectio Ellipſis; & potiſ-

OOoo

ſimùm inſerviet ad deprimendum, ſi cylindrus fuerit horizonti perpendicularis, atque addito vecte circumagatur Ergatæ in morem: Sin autem cylindrus ſit horizonti parallelus, inſerviet ad propellendum pondus, & Radios admittet quemadmodum Sucula. Sit cylindrus B C Rectus, cujus ſcilicet Axis eſt ad baſim perpendicularis, & obliquè ſecetur plano per D C; ſit enim ſectio D E C F ellipſis. Quod ſi hujuſmodi Ellipſis planities officere poſſit motui, interiores partes aliquantulùm excavari oportebit, quandoquidem ſufficit limbus perimetri, modò ſit ſolidus, & ſatis validus; quem & ferreâ laminâ non ruditer politâ munire operæ pretium fuerit. Ut autem hujuſmodi ſectionis obliquitas major aut minor opportunè fiat, ſtatuenda eſt primùm menſura depreſſionis aut impulſionis, qua movendum eſt pondus, & ſit ex. gr. C A, cui æqualis ſumatur I D: tùm ex D in C fiat ſectio, & erit conſtitutus cuneus A D F C, cujus latus unum eſt cylindri ſemiperipheria A D, aliud D F C ſemiperimeter Ellipſis, cujus partes ponderi in D conſtituto ſubinde applicantur ex convolutione cylindri, & quatenus ab A D recedunt, pondus deprimunt, aut impellunt, donec demum à puncto C attingatur pondus propulſum ex D in I.

Quoniam verò Ellipticum limbum ferreâ laminâ muniendum dixi, non omninò abs re fuerit indicare, qua methodo illius perimetrum indagare poſſimus, ut laminæ in ellipticam figuram inflectendæ longitudo innoteſcat. In circulo quidem nota eſt aliqua Ratio diametri ad peripheriam, ſive ut 7 ad 22, ſive ut 71 ad 223, ſive ut 113 ad 355, ſive quæcumque alia magis arrideat majoribus numeris explicata: at in Ellipſi nulla hujuſmodi Ratio perimetri ad alterutrum Axem (quod quidem ſciam) deprehenſa adhuc eſt: quapropter ad inveſtigandam ejus perimetrum ex datis Axibus variæ tentatæ ſunt viæ, quas inire nunc non eſt operæ pretium. Mihi hanc, utpote perbrevem, nec à veritatis formâ, quantum res Phyſica patitur, recedentem

cedentem ineundam ſuſcepi. Illud verò tanquam certum & demonſtratum pono, quod Ellipſis, quæ ex Coni ſectione, ab ea quæ ex Cylindri ſectione oritur, non differt, ut quidam minùs attenti perperam exiſtimârunt; proinde quælibet oblata Ellipſis ad aliquem Cylindrum ſpectare poteſt. Ad quem autem cylindrum illa pertineat, facile eſt determinare ex ipſius Ellipſis Axe minori, qui eſt æqualis diametro Cylindri. Datis igitur, Axibus, Majore, & Minore, invenire oportet, quanta ſit in hujuſmodi Cylindro obliquitas ſectionis Ellipſim conſtituens: id quod obtinetur, ſi ex quadrato Axis Majoris auferatur quadratum Axis Minoris; reſidui enim Radix quadrata dabit in Cylindri latere longitudinem, qua diſtant inter ſe duo plana baſi parallela, inter quæ intercipitur ſectio obliqua.

Sit data Ellipſis DECF, cujus major Axis DC 25, Minor FE 20. Axi FE æqualis eſt cylindri diameter CI. Igitur planum per axem cylindri ductum habet cum plano obliquè ſecante communem ſectionem DC Axem Ellipſis, & cum cylindri baſe ſectionem facit CI, atque in ſuperficie dat latus DI. Quare eſt triangulum rectangulum CID, cujus datur hypothenuſa DC 25, & baſis CI 20: ex ipſius DC quadrato 625 ablatum quadratum ex CI 400, relinquit 225, quadratum perpendiculi DI, quod propterea eſt 15. Plana igitur CI, & AD parallela diſtant intervallo CI 15. Cum itaque ex baſis diametro CI 20 innoteſcat ejuſdem cylindricæ baſis peripheria $62\frac{84}{100}$ proximè, ſuperficies cylindrica ACID manifeſta eſt $942\frac{60}{100}$, cujus ſemiſſem $471\frac{30}{100}$ dividit bifariam ſemiperimeter Ellipſis DEC. Eſt igitur triangulum rectangulum, cujus latera circa rectum ſunt latus DI 15, & cylindricæ baſis ſemiperipheria CHI $31\frac{42}{100}$: horum quadrata 225, & $987\frac{2164}{10000}$ in ſummam colligantur, & quadrati $1212\frac{2164}{10000}$ Radix $34\frac{82}{100}$ ferè, eſt Ellipſis ſemiperimeter DEC, integra verò DECF erit $69\frac{64}{100}$.

Quapropter cum plana per AD & CI ex hypotheſi ſint parallela, etiam DI, & AC æqualia ſunt latera. Igitur cum cylindri dati nota ſit diameter 20, atque adeò ſemiperipheria AD $31\frac{42}{100}$, ſit data obliquitas, quam metitur AC 15, ex ſummâ quadratorum rectæ AC, & ſemiperipheriæ AD, eruatur

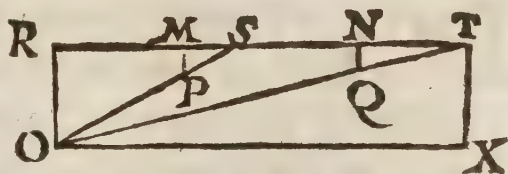
Radix quadrata, & dabit ſemiperimetrum Ellipſis D F C proximam veræ, quæ ex jam datis eſt illa eadem, quam paulo antè invenimus $34 \frac{82}{100}$.

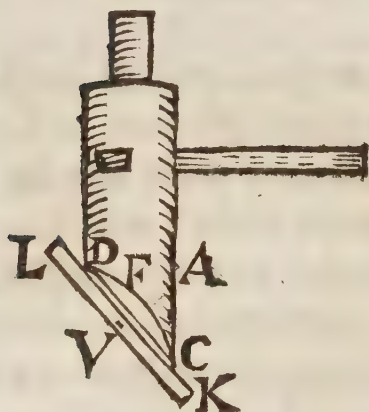
Hinc igitur innoteſcunt momenta hujuſmodi cunei, comparatis inter ſe lineis, quæ definiunt motum ponderis atque potentiæ; pondus enim movetur juxta lineam A C, potentia autem juxta ſemiperipheriam cylindri, quatenus videlicet præcisè atque ſimpliciter ratione ipſius cunei motus illi convenit. Verùm quia non facilè potentia applicatur proximè ſuperficiei cylindri, & ſæpius expedit potentiæ momenta augere; propterea Cylindro infigitur Vectis M N, cujus longitudo deſumitur à puncto, ubi ille concurrit cum Axe Cylindri, uſque ad extremitatem N, cui potentia applicatur. Hæc autem longitudo, manente eodem cuneo, varia omnino eſſe poteſt, atque adeò potentiæ momenta repræſentabit ſemiperipheria circuli ab extremitate N deſcripti, quæ comparanda erit cum motu ipſius ponderis ab obliquitate ſectionis definito, ut dictum eſt.

At ſubdubitare contingit, utrùm craſſiore, an graciliore cylindro uti expediat, manente eâdem obliquitatis menſurâ, atque eâdem vectis longitudine; manet ſiquidem eadem motuum Ratio; ſed augeri videtur corporum conflictus ex mutuo tritu, nam in craſſiore cylindro major eſt elliptica ſemiperimeter, quàm in tenuiore, ut manifeſtum eſt, ſi methodo pauló antè indicatâ res ad calculos revocetur: quamobrem ex majore hoc tritu augeri videtur difficultas movendi, cum maneat eadem corporis gravitas, eadem potentiæ virtus, eadem motuum Ratio. Longè tamen aliter ſe res habet; quandoquidem duorum corporum ſe ſe invicem in motu contingentium conflictus, qui ex ſuperficiei aſperitate oritur (hìc corporis unius conatum adversùs aliud vi ſuæ gravitatis mente ſecernimus à conatu, quo illud repellit præcisè vi ſuæ molis tanquam objectum impedimentum, etiamſi adversùs illud non gravitet) conſiderandus eſt, quatenus corpus impulſum adverſatur directioni motûs corporis impellentis. Hinc eſt minimum eſſe conflictum, ſi ambæ facies ſe in plano Verticali contingant, & alterutrum corpus in eodem plano Verticali moveatur; nam reliquum corpus non repellitur, quia in illud non incurrit linea directionis motûs alterius corporis, ſed ſolùm prominulæ utriuſque corpo-

ris

ris particulæ, quatenus aliæ in alias incurrunt, impediunt motum pro earum magnitudine & numero: quoad impedimentum maximâ ex parte tollitur, ſi pingui aliquo humore delibutæ facies lubricæ fiant; replentur ſcilicet inanitates inter prominulas particulas interjectæ, quas intercapedines ſubire non tam facilè poſſunt corporis proximi particulæ. Sic ſi integer eſſet cylindrus, ſuâ baſi aut limbo C H I contingens ſubjectum corpus, minimo tritu cum illo confligeret in motu circà ſuum Axem, quia hujuſmodi motui non opponitur corpus illud in I poſitum. At verò major eſt conflictus, quando directioni motûs illud adverſatur, ut cùm prope D eſſe intelligitur aliquâ ſui parte ſubjectum cylindro, qui obliquè ſectus circumagi non poteſt, quin urgeat illud ex D versùs I. Quò autem majore angulo planum Ellipticum C E D F inclinatur ad baſis planum C H I, eò magis converſioni cylindri adverſatur objectum corpus, adeóque major invenitur difficultas.

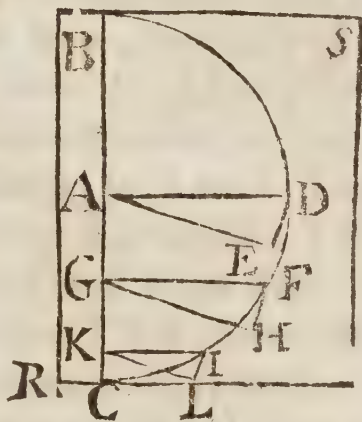
Cùm itaque in majore cylindro, datâ æquali obliquitatis menſurâ A C (æqualem obliquitatem non dico) planum obliquè ſecans minorem angulum cum plano baſis cylindri conſtituat, magiſque ad ipſam baſim accedat, minus habet reſiſtentiæ ab objecto corpore, ſi particulæ ſingulæ conſiderentur, quamvis cunctæ reſiſtentiæ ſimul collectæ demùm in æqualem ſummam à menſura A C definitam coëant. Sit enim minoris cylindri ſemiperipheria R S, menſura obliquitatis R O, ſemiperimeter Ellipſis S O: Manente autem eâdem R O, ſit majoris cylindri ſemiperipheria R T, & ellipſis ſemiperimeter T O; utique angulus R S O, utpote externus, major eſt interno oppoſito R T O; ac proinde alternus S O X major eſt alterno T O X, quibus angulis repræſentatur plani obliquè ſecantis inclinatio ad baſim cylindri. Quamvis igitur ex cylindri convolutione ſemiperimeter Ellipſis S O impellat pondus juxta menſuram R O, & juxta eandem menſuram R O impellatur pondus à ſemiperimetro Ellipſis T O; item ab illius quadrante S P, atque hujus quadrante T Q, æqualiter impellatur juxta menſuram M P, & N Q, quæ æquales ſunt (utraque

ſcilicet eſt quadrans ipſius R O, ſiquidem propter triangulorum ſimilitudinem, ut O S ad P S, ita R O ad M P, & ut O T ad Q T, ita R O ad N Q; ſed ex hypotheſi O S eſt quadrupla ipſius P S, ſicut O T eſt quadrupla ipſius Q T; igitur R O eſt quadrupla ipſius M P, & ipſius N Q, quæ propterea ſunt æquales) quia tamen Q T major eſt quàm P S, qua Ratione R T major eſt quàm R S, & O T major quàm O S; idcircò eadem reſiſtentia diſtributa per plures particulas longioris Q T, ſeu O T, minor eſt in ſingulis particulis, quàm cùm diſtribuitur per pauciores particulas brevioris P S, ſeu O S. Minùs igitur T O ſuis particulis ſubinde contingens corpus, quod impellit, cum eo confligit, quàm confligat S O pertinens ad minorem cylindrum.

Hujuſmodi Cuneum inflexum ex cylindro obliquè ſecto perpetuum eſſe in reciprocando motu, ſatis manifeſtum eſt, ſi poſtquam pondus ex D propulſum eſt in I, iterum redeat ad D; abſolutâ enim cylindri converſione iterum pondus ex D ad I propellitur. Id autem ut fiat, ſtatuatur jugum K L circa axem in V verſatile, ita tamen ut V reſpondeat axi cylindri: tùm in L adnectatur pondus, quod ex D impelletur in I, dum Cylindri dimidia revolutio ex D per F in C perficietur: quia autem in reliquâ dimidiâ cylindri revolutione jugi extremitas K jam repulſa ſurſum versùs A, impelletur iterum ad C, pondus reſtituetur ex I in D, atque ita deinceps reciprocando impulſionem tum ponderis adnexi in L, tùm extremitatis K. Hinc ſi ex laqueari pendeat ſtatua ventum referens, & in ſpeciem volantis ingentes alas expandens junctas jugo K L, atque in ſuperiore conclavi adſit qui cylindrum circumagat, alis reciprocantibus commovebitur aër, & aura excitabitur ad refrigerandum.

Pro variis demum uſibus ſtatuetur cylindrus modò horizonti, tanquam Ergata, perpendicularis, modò velut Sucula, parallelus: Erítque expeditiſſima ejus converſio, ſi centrum Ellipſis nulli polo innitatur, ſed cylindrus ipſe congruo loculamento ita inſeratur, ut in eo ſit verſatilis, &, quam primò dederis, poſitionem

ſitionem deinceps ſervet, ac neutram in partem nutet. Id quidem paulò longiorem cylindrum exigit; non tamen eſt neceſſe unius perpetuæ craſſitiei eſſe cylindrum; ſæpè enim nimis craſſum atque incommodum eſſe contingeret; ſed fruſto cylindrico craſſiori obliquè ſecto firmiter inſeri poterit gracilior cylindrus, ita ut axis axi conveniat, & rectam lineam conſtituant; atque hic in foramen immiſſus, in quo verſatilis eſt, dum contorquetur, craſſiorem cylindrum pariter convolvit.

CAPUT V.

Cuneum perpetuum Circulus inclinatus imitatur.

TErtiam hanc cunei perpetui ſpeciem duabus ſuperioribus adjicere non inutile fuerit, ut legenti hujus libri cap. ult. prop. 6. conſtabit, quanquam fortaſſis alicui à ſuperiore parùm diſtare videatur; ibi enim Ellipſim ex cylindri recti ſectione obliquâ, hìc circulum ſuo quidem centro inſiſtentem, ſed inclinatum proponimus. Ut autem res clariùs exponatur, concipiamus circulum à plano horizontali R S ſectum per centrum A, ita ut eorum communis ſectio ſit diameter B C, ſemicirculus autem ſuperior ad horizontem inclinatus ſit B D C; qui per A D bifariam ſecetur plano Verticali ad ſubjectum planum R S horizontale recto; ſítque horum planorum communis ſectio recta A E. Tum ex D Quadrantis extremitate demittatur per 11. lib. 11, perpendicularis ad ſubjectum planum recta D E; quæ propterea ex defin. 3. lib. 11. facit cum rectâ A E angulum rectum. Accipiatur arcus D F, & per F in circuli plano ductâ F G parallelâ ipſi A D, per eam ductum intelligatur planum parallelum plano tranſeunti per A D. Igitur planum horizontale plana illa parallela ſecans, per 16. lib. 11. facit ſectiones A E & G H parallelas, ac proinde, cum duæ rectæ A D & A E duabus rectis G F & G H ſint parallelæ,

rallelæ, etiam per 10. lib. 11 anguli D A E, & F G H (cum illæ sint similiter positæ) sunt æquales. Jam ex F demittatur in subjectum planum perpendicularis F H, quæ cum rectâ G H constituit angulum rectum. Cum itaque duo triangula A E D & G H F rectangula habeant angulum D A E angulo F G H æqualem, & reliquus reliquo æqualis est, atque similia sunt triangula: Quapropter ut A D ad D E, ita G F ad F H, & permutando ut A D ad G F, ita D E ad F H. Eadem erit ratiocinatio in triangulo K L I similiter facto, quod erit reliquis simile, & ut A D ad K I, ita D E ad I L: atque ita deinceps de cæteris omnibus triangulis, quæ efformari possunt à lineis parallelis Radio A D, tanquam hypothenusis, & à perpendicularibus cadentibus in subjectum planum ex peripheriâ circuli inclinati, & à rectis, quæ jungunt punctum, in quod cadit perpendiculum, cum extremitate altera hypothenusæ. Quoniam verò omnes lineæ parallelæ Radio A D sunt Sinus arcuum à puncto C incipientium (sic I K est Sinus arcûs I C, F G est Sinus arcûs F C) omnium illarum Ratio manifesta est ex Canone Sinuum, si arcuum quantitas in gradibus data sit, vel nota; quare etiam nota est Ratio perpendiculorum D E, F H, I L. Hæc autem, quæ de Quadrante D A C dicta sunt, etiam de reliquo Quadrante D A B intelliguntur; & quæ de hoc superiore semicirculo demonstrata sunt, etiam de inferiore semicirculo vera sunt, quatenus ille ad hoc idem planum horizontale R S refertur, à quo circulus bifariam secatur.

Jam verò integer circulus cum alio plano horizontali non Secante, sed Tangente circulum inclinatum in puncto infimo, comparetur: sunt autem duo hæc plana horizontalia invicem parallela; & perpendiculum à puncto D cadens in planum horizontale Tangens, est duplum perpendiculi D E, quemadmodum totius circuli diameter est dupla Radij A D. Quapropter cum nota sit dati circuli diameter secundùm certam mensuram, & data sit circuli inclinatio, sive perpendiculi longitudo, qui est Sinus anguli inclinationis, facile est invenire singularum perpendicularium quantitatem. Nam si datur angulus inclinationis circuli ad planum Tangens (cùm hoc sit parallelum plano Secanti) angulus ille æqualis est angulo D A E: quare sicut in triangulo D A E rectangulo datur hypothenusa A D Radius circuli,

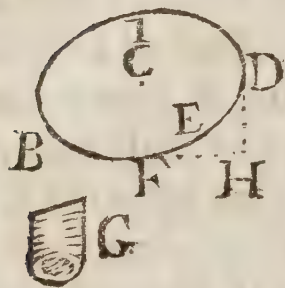
circuli, & angulus acutus adjacens D A E, ex quibus invenitur latus D E, ita manifeſtum fit perpendiculum à ſummo circuli inclinati puncto D in planum horizontale Tangens, quod eſt duplum lateris D E inventi.

Sivè igitur detur puncti D à plano horizontali Tangente diſtantia, ſivè inveniatur, diſtantia hæc bipartitò dividatur, ejúſque medietas tribuatur perpendiculari D E. Tum Quadrans D C in quotlibet partes æquales diviſus intelligatur, puta in decem, & ex Canone accipiantur ſingulorum arcuum Sinus gr. 81. 72. 63. 54. 45. 36. 27. 18. 9: deinde fiat ut Radius ad ſingulos Sinus, ita notum perpendiculum D E ad aliud, & proveniet ſingulorum perpendiculorum in planum Secans cadentium menſura: quibus ſingillatim addenda eſt quantitas ipſius D E, hoc eſt dimidia altitudo ſumma, ut habeatur ſingulorum altitudo ſuprà planum horizontale Tangens. Ponatur ſumma circuli elevatio à poſitione horizontali, palmi unius: igitur D E eſt ſemipalmus, qui intelligatur diſtinctus in particulas 100.000, adeóque totus palmus in part. 200.000. Ideò in ſuperiori Quadrante ſingulis perpendiculis addito ſemipalmo perpendiculorum altitudo ea eſt, quam adjecta tabella exhibet.

Perpendicula.			
Superioris Quadr. Gr.		Inferioris Quadr. Gr.	
90	200000	90	0
81	198769	81	1231
72	195106	72	4894
63	189101	63	10899
54	180902	54	19098
45	170711	45	29289
36	158778	36	41222
27	145399	27	54601
18	130902	18	69098
9	115643	9	84357
0	100000	0	100000

Pro inferiori autem Quadrante ponendo gr. 90. in puncto contactûs circuli cum plano Tangente, lineæ perpendiculares ad

planum Secans auferendæ ſunt à ſemiſſe datæ elevationis, hoc eſt ex ſemipalmo part. 100000, & reſiduum eſt diſtantia perpendicularis à ſubjecto plano Tangente ſingulis partium punctis reſpondens; quemadmodum adjectæ tabellæ pars altera oſtendit.

His fundamentis poſitis innititur ſpecies hæc cunei petita ex circulo inclinato, qui eandem ſervans inclinationem circa ſuum centrum convertitur. Sit enim circulus B F E D, cujus centrum C, ad horizontem, ſive ad planum Verticale inclinatus, & ſit in D pondus impellendum. Potentia in B exiſtens, circulumque retinens in eâdem inclinatione, ſi illum circa ſuum centrum C circumagat, paulatim pondus impellit, prout illud tangitur modò à puncto E, modò à puncto F, donec demum à puncto B infimo ad extremum motûs terminum deducatur. Quare potentiæ motus definitur à ſemicirculi peripheriâ B F E D, motus verò ponderis à rectâ D H.

Ut autem circulus in converſione eandem ſemper inclinationem ſervet, fruſtum ligni G obliquè in parte ſuperiori ſectum, inferiùs affigatur circulo (aut contrà in parte inferiori ſectum ſuperiùs affigatur, prout commodius acciderit) atque in ligno foramen fiat reſpondens circuli centro C, per quod foramen tranſeat polus, cui centrum inſiſtit. Cum enim foramen illud perpendiculare maneat ad horizontem, circulus eandem retinet in converſione inclinationem.

Verùm quia priùs ſtatuendum eſt ſpatium D H, per quod ponderi commeandum eſt, quàm circuli amplitudo definiatur, non ſolùm ut Potentiæ motus ad ponderis motum Rationem habeat majorem pro circuli ſemiperipheriæ longitudine, ſed etiam ut quàm minimum fieri poſſit, inclinatio ipſa recedat à paralleliſmo cum plano, ad quod inclinari dicitur, ſive illud horizontale ſit, ſive Verticale, quò enim minùs directioni motûs potentiæ opponitur pondus, eò minùs reſiſtit: Propterea data linea D H ſtatuatur ut Sinus anguli inclinationis, & Radio reſpondebit diameter circuli opportuni. Sic ſi recta D H ſit linea palmaris, & angulus inclinationis ponatur gr. 10: fiat ut

gr.

gr. 10 Sinus 17365 ad Radium 100000, ita 1 palmus ad palmos 5 $\frac{76}{100}$ ferè, quæ eſſet diameter circuli eam inclinationem habentis; atque adeò motus potentiæ cum circulo in gyrum actæ eſſet ad motum ponderis ſaltem noncuplus. Ex quibus ſatis apertum eſt ampliorem circulum præ minore utiliorem eſſe, cæteris paribus.

At circulum ipſum convolvere aut non placet, aut non licet, quia fortaſſe pondus illius peripheriæ adnexum eſt, atque idcircò non niſi in gyrum pariter cum circulo ageretur. Idem planè aſſequemur, ſi circulum horizonti, aut plano Verticali, conſtitutum parallelum potentia urgeat in B; tùm puncto D applicetur pondus; deinde potentia pergens in F & E percurrat circuli ambitum illum deprimendo & inclinando; quandoquidem utroque modo mutatur diſtantia ponderis ab infimo puncto circuli. Ponatur enim punctum F æquè diſtans à puncto B, atque punctum E diſtat à puncto D. Si potentia manens applicata eidem puncto B convertat circulum ita, ut ipſa potentia diſtet à pondere arcu B E, pondus non adnexum circulo impellitur pro Ratione, quam arcus ille exigit: at verò ſi manente pondere applicato ad punctum D, cui adnectitur, potentia pergat ex B in F, ſimiliter diſtat à pondere arcu F D, qui eſt æqualis arcui B E; atque proinde æqualiter deprimitur, prout idem arcus exigit, juxta ſuperius explicata, & in tabellâ expoſita; atque ita deinceps, donec potentia veniat in D: ſingulas autem impulſiones metitur differentia perpendicularium.

Hìc igitur ubi pondus circulo adnexum ponitur, manifeſta eſt motûs reciprocatio: potentia ſiquidem ubi per F & E venerit in circuli punctum D, & impulerit pondus uſque in H, percurrendo reliquum ſemicirculum D I B iterum retrahit pondus ex H in D. At quando pondus non connectitur cum circulo, & circulus ipſe convertitur, tunc opus eſt aliquo artificio, ut pondus ex H remeet in D, quemadmodum indicatum eſt capite ſuperiori.

Porrò circulus iſte non convolutus, ſed à potentiâ ejus ambitum percurrente ſecundùm alias atque alias partes inclinatus, non eſt à Ratione Cunei excludendus; quandoquidem parùm intereſt utrùm ſimili motu potentia atque organum moveantur, an verò diſſimili motu. Quando potentia in eodem puncto B

ſemper applicata in gyrum pergit, ſimili motu cum circulo in gyrum acto movetur: quando verò potentia quidem circulariter movetur, ſed non ſecum rapit circulum, quem ſolummodò inclinat, eſt quidem diverſus potentiæ motus à motu organi, ſed ponderis motus idem planè efficitur in utroque caſu, & æqualis eſt potentiæ ipſius motus determinatus à Rationibus Cunei, quamvis hic non promoveatur, ſed ſolùm impellatur.

CAPUT VI.

Unde oriatur vis Percuſsionis.

CUnei vires, quatenus ex ejus formâ proveniunt, hactenus conſideravimus; nunc ad id, quod potiſſimum in hac tractatione videtur, tranſeundum eſt, videlicet ad percuſſionem, qua dum adigitur Cuneus, multo faciliùs conſequitur motus (ſive ſciſſio ſit, ſive ſimplex impulſio, citrà corporis diviſionem) quàm ſi onere impoſito prægravaretur, aut Vecte ſeu aliâ qualibet Facultate augerentur Potentiæ momenta. Certè Ariſtoteles Mechan. quæſt. 19. quærit, *Cur ſi quis ſuper lignum magnam imponat ſecurim, deſupérque illi magnum adjiciat pondus, ligni quippiam, quod curandum ſit, non dividit: Si verò ſecurim extollens percutiat, illud ſcindit; cum alioquin multo minus habeat ponderis id, quod percutit, quàm id quod ſuperjacet, & premit?* Id quod in cæteris quoquè percuſſionibus, ubi nulla intervenit Cunei Ratio, manifeſtum eſt; quemadmodum in ſimplici compreſſione, ut cùm lamella aurea in ſubtiliſſimam bracteolam diducitur repetitâ mallei percuſſione; quod enim, licèt immenſum, pondus vi ſuæ gravitatis tantumdem præſtare poſſet? Percuſſionis igitur natura inveſtiganda eſt, ut ejus vires in Cuneo innoteſcant.

Certum autem eſſe debet, & extra omnem controverſiam poſitum nihil eſſe in hac rerum univerſitate, quod vacet corpore, ſed corporibus omnem obſideri locum, nullúmque eſſe inane, in quod ſe recipere valeant, ac propterea corpora omnia

nia ita sibi vicissim suâ mole obsistere, ut nullum moveri valeat, quin alterius in locum succedat; quod proinde loco pelli necesse est, quantum satis fuerit, ut subeunti corpori spatium concedat; sive id contingat, quia obsistens corpus inter angustias deprehensum se comprimi patiatur, sivè quia divisum in latera secedat, sive quia circumfusa corpora circumpellat, quæ abeuntis vestigia sequantur. Cum itaque nec omnia planè corpora perpetuò quiescant, nec omnia æquali prorsus agitatione commoveantur, fieri non potest, quin aliquibus vis aliqua saltem aliquando inferatur, seu quia non licet diu juxta naturæ institutum quieta consistere, seu quia externo pulsu ad velociorem motum incitantur. Quare nullius corporis ex loco in locum migratio excogitari potest, cui nullum aliud corpus adversetur & repugnet, vel ut suo se tutetur in loco juxta præscriptum à natura ordinem, vel ut partium nexum, & naturalem earum positionem servet citrà divisionem, aut compressionem, aut distractionem. Ex quo & illud consequens est, quod nullum reipsa (quicquid animo finxeris) quiescit corpus ad omnem omninò motum adeò indifferens, ut nihil prorsus retundat impetûs ab alio corpore commoto sponte concepti, aut extrinsecùs impressi: nullum quippe est, quod neque quicquam habeat proni, neque sursum subvolare contendat, si disparis secundùm speciem gravitatis corpori permeabili proximum consistat, ubi fortè ordinem perturbari contigerit: ac propterea ad motum indifferens censendum non est, nisi ut exquisitam circuli peripheriam circa centrum gravium percurrat externâ vi impellente: id quod animo fingere facile est, opere exequi, ut mitissimè loquar, difficillimum; certè semper incertum.

Hoc verò discrimen est inter corpora (quantum quidem ad præsentem disputationem attinet) quod aliqua ita liberè fluunt, ut nusquam adhærescere videantur, quemadmodum aër, & extenuatus vapor: Alia liquida & fusa manant, atque labuntur, ut aqua cæteríque humores, per quos transire & permeare licet, dirempti enim iterùm coëunt. Alia partibus constant, quæ junctione aliquâ tenentur, & sub certâ quidem conformatione, atque figurâ consistunt, quandiu nullo impellente urgentur; quia tamen facilè comprimi queunt, in aliam figuram transferuntur; cujusmodi sunt lutum, cera, & reliqua mollia ac tene-

ra, quæ aut ita tractabilia ſunt, ut quamcumque in formam fingantur, aut ita flexibilia, ut ſequantur quocumque torqueas: Alia denium ſolida & dura ſunt, quæ figuræ terminos, quibus circumſcribuntur, non facilè mutant, & ſi fortè ſe aliquatenus comprimi patiantur, priſtinam formam ſibi reparant. Ex hiſce quatuor corporum generibus priora rationem medij ſubire poſſunt, in quo reliquorum corporum motus exerceantur, ut ex alio in alium locum commigrent; poſteriora, ſi unum in aliud incurrat, aut ſi ſibi invicem occurrant, ea ſunt, per quæ tranſitus non pateat, ſed aliorum corporum motui tantiſper mole ſuâ unumquodque obluctatur, dum pulſu externo removeatur.

Porrò Impulſionem à Percuſſione diſtinguere opus eſt, niſi vocabulis abuti velimus; quamvis enim utraque objecti corporis reſiſtentiam inveniat, nemo tamen dixerit idem eſſe, apprehenſum manu Vectem impellendo, atque illum percutiendo deprimere, innatans aquæ lignum conto propellere, atque inflicto ictu illud à ripâ longiùs abſtrahere, etiamſi æquè & Vectis deprimatur, & lignum promoveatur. Simplex nimirum Impulſio nullum per ſe antecedentem corporis impellentis motum exigit: at Percuſſio ob idipſum, quia Percuſſio eſt, corporis percutientis motum requirit, qui ipſorum corporum colliſionem præcedat. Quare in Percuſſione intervenit inſtituti jam & inchoati motûs interruptio ex novâ objecti corporis reſiſtentiâ. Hinc Ariſtoteles lib. 4. Meteor. ſumma 3. cap. 2. ait, *Eſt autem Pulſio, motus à movente, qui fit à tactu; Percuſſio autem, cum à latione.*

Hæc omnia conjunctim Percuſſio poſtulat: Primò inchoatum eſſe jam & inſtitutum motum oportet: quamvis etenim impulſio omnis vincat corporis urgendi aut ſcindendi reſiſtentiam etiam primo motûs momento; quia tamen præcedens corporis impellentis motus, quo antè acceſſit ad corporis impulſi contactum, quàm illud urgere incipiat, omnino præter Impulſionis naturam accidit (hæc ſi quidem eadem ſequetur, etiam ſi priùs in mutuo contactu diutiſſimè quieſcant) propterea non ſatis eſt reſiſtentiam invenire, ſed hanc inſtituto jam motui intervenire neceſſe eſt, ut ſit Percuſſio. Deinde, licèt præceſſerit motus, atque adhuc continuatus novam inveniat reſiſtentiam,

tiam, quia alias medij ejuſdem ſcindendi partes offendit; ſi tamen æquabilis perſeveret priſtinam velocitatem aut tarditatem nulla ex parte imminutam continenter ſervans, non eſt cenſenda nova reſiſtentia; ſed quemadmodum continuus eſt idem motus aliis atque aliis partibus ſibi ſuccedentibus, ita continuatur eadem reſiſtentia, nec poſteriores medij partes percuti dicuntur, ſed, ut priùs, præcisè impelli, aut ſcindi: quia videlicet præcedens motus nihil confert ad novam hanc impulſionem prioribus omnino ſimilem. Quod ſi corpus in motu ob idipſum quia movetur, majorem atque majorem adhiberet celeritatem, adeò ut in medio, hoc eſt aëre ipſo, reſiſtentiæ modus augeretur, facilè acquieſcam contendenti aërem verberari & percuti: ſed quia nimis facilem ſe præbet aër ad hoc, ut ſcindatur, non de hujuſmodi percuſſione medij, in quo fit motus, mihi hìc eſt ſermo, ſed potiùs de percuſſione corporis, ad quod per medium accedit corpus percutiens. Hinc aquam percuti non negaverim, quando enſis bonitatem examinaturi, utrùm ſcilicet ritè & æquabiliter in chalybem temperatum ſit ferrum, horizontalem aquæ ſtagnantis ſuperficiem plano gladio vehementer percutimus; per aërem ſcilicet, tanquam per medium antecedentis motûs, ad aquam devenit gladius; quicquid ſit, quod & ipſa aqua ad ulteriorem motum, quo enſis profundiùs immergatur, medij rationem habere poſſit. Similiter aërem ipſum percuti à corpore, quod ex aquâ emergit, haud ægrè conceſſerim, ſi id quidem ex vi præcedentis motûs contingat: eſto, minùs obſiſtat aër, quàm aqua, obſiſtit tamen, ſi à quiete dimoveatur, aut velociùs moveri cogatur, quàm moveretur, ſi hujuſmodi nova impulſio vi præcedentis motûs non accideret: Neque aër, cùm primùm emergens corpus in eum incurrit, habet rationem medij, ſed perinde ſe habet primo illo momento, atque ſi tabella ſuſpenſa horizonti parallela faciem aquæ proximè contingeret, & in eam ex aqua emergens corpus incurreret; quanquam ab hac majorem, quàm ab aëre, reſiſtentiam ſubiret, atque adeò validiorem huic ictum infligeret.

Sed quid vocabula in quæſtionem fruſtra vocamus? De his loquere, ut libet: per me ſanè licebit, quando corpus ab uno fluido, per quod inchoatus eſt motus, ad aliud fluidum tranſit

(ſive

(ſive hoc magis, ſive minùs craſſum atque concretum fuerit) hujus poſterioris fluidi primum contactum cum impulſione Percuſſionem æquè appellare, atque ſi non fluidum eſſet, ſed durum; validiùs ſcilicet impetitur vi antecedentis motûs, quàm ſi corpus incurrens tunc primùm à quiete recederet. Hìc ſolidorum atque conſiſtentium corporum percuſſiones perſequimur, quarum vim inquirimus, & modum recipiunt à reſiſtentiâ corporis percuſſi, quæ quò major eſt, validior quoquè cæteris paribus efficitur percuſſio. Sic ſi quis velit alteri alapam infligere, nullus erit ictus, ſi æquè velociter ad eaſdem partes moveantur tum percutientis manus, tum is, cui deſtinata eſt alapa; quia nulla eſt reſiſtentia motum manûs impediens, aut retardans: erit verò ictus genere ipſo validiſſimus, ſi ſibi occurrant, & quò majore impetu atque velocitate occurrent, eò validior; quia nullum eſt majus reſiſtentiæ genus, quàm ſi duo oppoſiti motus ſe invicem retundant. Quod ſi demum percutientis manus moveatur velociùs, quàm is, qui percutitur, quamvis ad eaſdem partes moveantur, ictus infligetur validus pro Ratione exceſsûs velocitatis, cui motus tardior reſiſtit, quatenus corpus tardum tandem à velociore deprehenditur, atque urgetur: antè ictum verò ſi corpus percuſſum quieſcat, quo velocior erit percutientis motus, validior quoquè erit ictus; ad eandem enim reſiſtentiam major motus habet majorem Rationem, quàm minor.

Vim igitur percuſſionis ex antecedenti motu originem ducere manifeſtum videtur; non quidem quâ motus eſt ex loco in locum tranſitus, hic enim ante corporum contactum ictum nullum infligere poteſt, in ictu autem ipſo motus omnis præcedens evanuit, nec jam extinctus quicquam efficere poteſt, etiamſi motui præſenti vis aliqua efficiendi tribueretur. Sed quia cum motu illo antecedente acquiſitus eſt impetus, qui adhuc durans ipſo percuſſionis momento longè plus habet virium, quàm ſi tunc omnino inciperet motus cum impulſione; augetur ſiquidem in motu impetus ab eâdem cauſa movente productus ſingulis momentis, ſemper enim ad agendum cauſa neceſſaria applicata eſt, atque, ſi maneat, utilitate non caret impetus, quem ſubſequi poteſt motus. Quid nimirum cauſæ eſt, quare ligneus globus leniter aquæ impoſitus innataret, ſi

verò

verò ex editâ turri in subjectam fossam dimittatur, aquam altiùs penetrat? nisi quia impetum in motu globus acquisivit, quo perseverante terminos suæ gravitati à Naturâ præscriptos transilit, eóque demum languescente, aut illum aqua sursum extrudet, aut vi suæ levitatis sponte ascendet. Sic citrà notabilem doloris sensum sustinemus capiti impositum lapidem fortè bipedalem, at non item scrupuli duorum digitorum ex altitudine centum cubitorum decidentis ictum ferre possumus citrà incommodum non sanè leve: id quod ex acquisito impetu contingere palàm est, nulla quippe alia præter impetum in promptu est causa, cui vis hæc efficiendi commodè, atque probabili conjecturâ, tribuenda sit.

Hunc impetum in motu acquisitum *Gravitatis* nomine indigitare placuit Aristoteli, cùm propositæ quæstioni 19. satisfacere contendens ait, *An quia omnia cum motu fiunt, & grave ipsum gravitatis magis assumit motum, dum movetur, quàm dum quiescit? Incumbens igitur connatam gravi motionem non movetur; motum verò & secundùm hanc movetur, & secundùm eam, quæ est percutientis.* Neque enim adeò in rebus Physicis Aristotelem, ejúsque peritiores asseclas cæcutiisse dixerim, ut gravitatem corpori insitam, quæ prima radix atque origo est, cui motus debeatur, in ipso motu revera augeri existimaverint (quamvis nullâ factâ naturæ, saltem constipatis partibus, mutatione) haud secus, ac calori calor addatur. Sed idcirco plus gravitatis assumi dicitur à corpore gravi dum movetur, quàm dum quiescit, quia in motu vi ac potestate se movendi æquiparat corpora graviora, atque adeò plus habet gravitatis non Formaliter, sed Virtualiter & Æquivalenter, ut ipsorum Peripateticorum vocabulis utar. Cæterùm *gravitatis* nomine non ipsum pondus intelligi ab Aristotele suadet ipsa loquendi formula, qua gravitatem assumptam dum movetur, confert cum gravitate assumptâ dum quiescit, ut hæc illâ minor censeatur: videtur enim Aristoteles in corpore gravi ad motum prono agnoscere assumptum impetum, quo fieret connata ipsi corpori gravi motio, nisi impediretur, dum quiescit, & præter hunc impetum, alium in motu acquisitum, adeò ut demum utroque impetu moveatur, ac proinde dicatur in motu plus assumere gravitatis.

Quòd si hæc philosophandi ratio placeat, qua corpori gravi

idcircò ſaltem ad ſpeciem quieſcenti, quòd removere non valeat ea, quæ obſtant, & motum, qui ſub ſenſum cadat, impediunt, conceditur impetus Innatus, qui ſit ipſa actualis gravitatio inſitæ gravitati addita, reipſa connitens aut adversùs ſubjectum corpus, aut contra vim ſuſpendentem: Cùm gravitas in motu alium atque alium adhibeat novum conatum ad deſcendendum, perinde videtur contingere, ac ſi toties multiplicata fuiſſet eadem gravitas, quoties multiplicatus fuit conatus priori illi æqualis. Hac autem ratione non ineptè dixit Ariſtoteles grave ipſum aſſumere plus gravitatis in motu, quia ſublato motûs impedimento & impetus Innatus ſuas omnes vires exerit, & augetur Acquiſito: ac propterea minor gravitas ſic æquivalenter multiplicata longè plus efficit, quàm ſi major gravitas incumberet, cujus impetus Innatus impediretur, ne motum efficeret ullum neque compreſſionis corporis ſubjecti, neque diſtentionis corporis ſuſpendentis. Quando autem nullus omnino motus, ſivè qui ſub ſenſum cadat, ſive qui aciem omnem fugiat, tribuitur corpori gravi, nullus quoquè ſuperadditus Impetus ipſi connatæ gravitati reſpondens concedendus eſt; neque enim deorſum reipſa connititur; quamvis in ſe habeat principium & originem gravitandi, ſi impedimentum ſaltem ex parte removeatur.

Cùm itaque omne id, quod percuſſionis ictum conſequitur, ab impetu oriatur, neque impetum gravitas, aut ulla movendi facultas, concipere valeat, quin aliquo ſaltem motu ipſa moveatur; nil mirum, ſi ingens moles prohibita, ne prorsùs moveatur, nullam labem inferat ſubjecto lapidi, quem minor gravitas cadens, atque percutiens in fruſta comminuit: minor ſcilicet gravitas liberè deſcendens multum concipit impetum, quem lapidi percuſſo communicans cogit eum in fruſta diſſilire, ſi vis impetûs ſuperet partium nexum, aut ſaltem eum concutit. Nullum autem effectum impetûs ab ingenti mole prorsùs quieſcente expectare poſſumus, quippe quæ nullum imprimere poteſt impetum ſubjecto corpori.

Hinc mirari ceſſent, qui plumbeum globulum primo mallei ictu certam compreſſionem pati obſervant, ſecundo verò ictu priori omninò æquali adhuc magis comprimi, quamvis minore compreſſione, quia particulæ jam per vim conſtipatæ validiùs rejiciunt

rejiciunt majorem violentiam. At ſi globulum ſimilem ſubjiciant ponderi, quod illum æquè comprimat, ac prior ictus mallei, addito adhuc æquali pondere non ſequitur compreſſio globuli tanta, quæ reſpondeat ſecundo ictui mallei: ex quo ſatis conſtat duplicis percuſſionis vires non æquari à duplici gravitate. Si enim animum attentè advertant, videbunt mallei motūs tam in primâ quàm in ſecunda percuſſione planè æquales eſſe, tùm ratione velocitatis, tùm ratione ſpatij, ac proinde æquali impetu malleum percutere: At factâ jam primâ ſubjecti globuli compreſſione, in qua gravitas incumbens motum habuit illi compreſſioni reſpondentem, manifeſtum eſt, propter majorem globuli jam compreſſi reſiſtentiam, non poſſe ſecundam gravitatem priori æqualem additam æquali motu, nec æquali velocitate moveri, atque propterea neque poſſe æqualem impetum concipere, quo poſſit effectum ſecundo mallei ictui ſimilem producere. Adde quod ſecundum pondus additum priori, atque illi impoſitum, ſuum habet gravitatis centrum, & commune totius ponderis globulo incumbentis centrum gravitatis transfertur in aliud molis compoſitæ punctum; ideóque linea directionis non ſimiliter incurrit in ſubjectum globulum, adversùm quem ſimiles exhibeat vires. Neque mihi facilè perſuadebis tam accuratè ſecundum pondus adjectum priori, ut poſterius gravitatis centrum in eadem ſit lineâ directionis, nec ab illâ quicquam deflectat. Quare vel poſterior hæc gravitas addita priori, jam quieſcenti, ubi facta eſt vis comprimendi par virtuti reſiſtendi, omni prorſus motu caret, & nihil impetûs poteſt concipere, aut imprimere; vel ſolùm tenuiſſimum, & qui vix poſt multum tempus conſpicuus fiat, motum habet, & non niſi levem impetum imprimit, quo ſubjectus globulus demum aliquantulo compreſſior appareat: ideò, ut compreſſio ſimilis illi, quæ fit à ſecundo mallei ictu, habeatur, neceſſe eſt gravitatem additam eſſe adhuc majorem, ut gravitas tota compoſita impetum efficere valeat, quem conſequatur motus æqualis ſecundæ illi compreſſioni à malleo factæ.

Cur itaque ſecuris ligno incumbens, quamvis ingenti prægravata pondere, vix levem fiſſionem inferat ſubjecto ligno, quod tamen altiùs penetratur ab eâdem ſecuri cadente & percutiente, in promptu cauſa eſt: quia videlicet compreſſio, quæ

& impulſio eſt, cum motu quidem fit, ſed ipſo ſtatim initio & in progreſſu adeſt reſiſtentia, ne producatur totus impetus, quem vis motiva poſſet efficere, & motus non eſt, niſi quantum impellitur objectum corpus; ideóque ſecuris vi ponderis incumbentis non valet in hujuſmodi motu alium impetum concipere præter illum, quem fert præſens motus, qui valde exiguus eſt: At percuſſio ea eſt, ut cùm primùm ſecuris cadens applicatur ligno, jam multum habeat concepti imptus in aëre libero, & nihil adhuc reſiſtente ligno, ac propterea poſſit velociùs moveri comprimendo & dividendo ſubjectum lignum. Ex quo fit onus ſecuri impoſitum tantæ gravitatis eſſe oportere, ut quæ Ratio eſt ſpatij à ſecuri cadente decurſi ad ſpatium, quo illa penetrat lignum, ea ſaltem ſit Ratio gravitatis conflatæ ex ſecuri & addito pondere ad gravitatē ſimplicis ſecuris, ut fieret æqualis ſciſſio ab eâdem ſecuri: ut videlicet tantumdem impetûs concipiatur à magnâ gravitate in exiguo motu præſente reſiſtentiâ, quantum impetûs concipitur à ſecuri in antecedente motu longiore abſque reſiſtentiâ ullâ, præterquam medij.

Similiter nullum adhiberi poſſe pondus, quo aureæ lamellæ impoſito hæc diduci poſſit in ſubtiliſſimam bracteolam, quemadmodum vi mallei percutientis, ex iiſdem principiis conſtat. Attende enim, quanto motu moveri poſſit illud pondus comprimens; utique non niſi quantum eſt altitudinis diſcrimen inter lamellam & bracteolam: at tantillum ſpatium, in quo exercendus eſſet motus, quam Rationem habet ad toties multiplicatum ſpatium, in quo iteratis ſæpiùs ictibus liberè movetur malleus? Cùm itaque minimus motus, aut etiam fortaſsè nullus, poſt tenuiſſimam auri compreſſionem ingenti illi oneri conveniat, nil mirum ſi exiguo impetu ferè nihil efficiat, cùm tamen malleus novo ſemper impetu ſingulis ictibus concepto aliquam, licèt ſemper minorem atque minorem, compreſſionem efficiat.

Ut autem res hæc pleniùs innoteſcat, obſerva impulſionem, qua corpus urgetur, opponi tractioni, & compreſſionem partium diſtractioni, atque ſicut corporis, quod urgetur, particulæ aliquando comprimuntur, ita corporis, quod trahitur, particulas aliquando diſtrahi, aut divelli, neque diſſimilem eſſe reſiſtentiam corporum vi ſuæ gravitatis, ne impellantur, aut

ratione

ratione positionis partium, ne comprimantur, ac ne trahantur, aut particularum nexus dissolvatur. Quapropter ubi primùm incipit impulsio aut tractio, sive compressio aut distractio, incipit etiam resistentia, quæ eò major evadit, quò majorem violentiam subit corpus. Hinc est potentiam impellentem aut trahentem semper minore impetu ferri, quàm si liberè moveretur, dum nulla adesset resistentia. Sic si quis funiculum, quem retinet clavus parieti infixus, arripiat, atque jam extentum trahat, illum quidem multo nisu intendit, sed nec illum disrumpere valet, nec clavum revellere: sed si eodem conatu funiculum languidum nec dum extentum trahat, celeriter movetur manus, antequam funiculus extendatur, & facilè aut hic abrumpitur, aut ille revellitur. Quia nimirum extenti jam funiculi resistentia, ne intendatur, impedit, ne potentia pro Ratione sui conatûs moveatur, multo impetu absumpto in vincendâ illâ resistentia; neque movetur potentia nisi cunctabunda, & per brevissimum spatium, quantum vi intensionis funiculus magis extenditur: At ubi languidus est funiculus, potentia absque ullo retinente per aliquantum spatij liberè movetur, & totum impetum suo conatui respondentem in efficiendo celeri motu impendit, quem jam notabiliter auctum invenit funiculus, cum primùm est extentus, & adhuc magis augetur perseverante eodem conatu. Quare cùm multò major sit impetus, satis esse potest non solùm ad intendendum funiculum, verùm etiam ad illum disrumpendum, aut, si, hujus particulæ validiore nexu jungantur, ad revellendum clavum.

Ex his habes, quid respondeas doctissimis viris vim percussionis investigantibus. Ut apparet, quantâ vi plumbeus globulus unciarum duarum ex cubitali altitudine cadens percuteret subjectum corpus, existimârunt satis innotescere, si globulus ille funiculo cubitali adnecteretur chordæ arcûs medio loco inter extremitates. Tum sublatus globulus usque ad chordam ipsam, dimissus est, atque observatum est punctum, ad quod adducta est chorda: proclive enim erat arguere, globulum tantâ vi percussurum subjectum corpus, quantâ vi inflectebat balistæ arcum. Quare tentando varia pondera addiderunt chordæ arcûs, donec demum pondus decem librarum chordam ad idem punctum adduxit, ad quod adducta fuerat à globo ca-

dente, atque in eodem flexionis ſtatu chordam & arcum detinuit. Arguebant igitur percuſſionem globi plumbei duarum unciarum ex cubitali altitudine cadentis æquiparari preſſioni decem librarum. Ulteriùs autem progrediendo, adhibita eſt baliſta alia validior, cujus arcus ob duriorem ferri temperationem minùs erat flexibilis: quapropter cum ejuſdem potentiæ eadem ſit vis, ejuſdem globuli ex eâdem altitudine ſimiliter cadentis non niſi eædem eſſe poterant vires ad vincendam æqualem reſiſtentiam: atque adeò durioris arcûs minor flexio æquè reſiſtens, ac major flexio arcûs mollioris, breviore termino definivit deſcenſum globuli plumbei, & ad propius punctum adducta eſt chorda. Verùm, ut in eodem flexionis ſtatu fortior hic arcus retineretur, non ſatis fuit decem libras appendere, ſed viginti librarum pondere opus fuit. Hinc inferebant eandem ejuſdem globuli duarum unciarum percuſſionem æquare non ſolùm vires librarum decem, ſed & viginti: atque uſque eò argumentationem deducebant, ut aſſumpto robuſtiore aliquo arcu concluderent, ne pondus quidem librarum mille ſatis eſſe ad arcum illum in eâ poſitione retinendum, ad quam fuiſſet adductus à globo duarum unciarum cadente: id quod vim quandam percuſſionis infinitam indicare videbatur.

Verùm quamvis hos ingenioſorum hominum conatus non modò non improbem, ſed multâ commendatione dignos exiſtimem, liceat tamen mihi argumentationis infirmitatem exponere; tam enim non eſt vis percuſſionis duarum unciarum infinita, quàm infinita non eſt vis preſſionis decem librarum. Quando enim vi ponderis adnexi flectitur arcus, utique pondus deſcendit, & ſuâ gravitate ſuperat rigidi chalybis vires, donec demum æqualitas quædam intercedat inter vim arcûs elaſticam, & gravitatis conatum ad deſcendendum; tunc ſcilicet fit conſiſtentia. Prout igitur robuſtiores ſunt arcus, minùs permittunt deſcendere pondus chordæ appenſum, ſi omnia ſint paria: Nam ſi brevior ſit arcus mollis & languidus, longior verò arcus durioris temperationis, fieri poteſt, ut idem pondus æqualiter adducat longiorem chordam atque breviorem, ſimili planè ratione ac de ponderibus fune ſuſpenſis præponderantibus atque æquilibribus dictum eſt lib.3. cap.12: ideò ponendi ſunt arcus ita ſimiles & æquales, ut ſolâ ferri temperatione diſcrepent.

crepent. Si igitur validioris arcus repugnantia, ut flectatur ad duos digitos, tanta eſt, quanta repugnantia mollioris arcûs, ut flectatur ad ſex digitos, patet non eſſe eumdem impetum decem librarum deſcendentium ſolùm per duos priores digitos, atque per ſex: ac proinde cùm decem libræ applicatæ arcui validiori ſolùm poſſunt per duos digitos (& quidem lentiùs propter majorem reſiſtentiam) moveri, minus poſſent, quàm per impetum conceptum in motu ſex digitorum; & propterea neque poſſent illius robuſtioris arcûs chordam adducere ad duos digitos; ſed neque adductam ab aliâ potentiâ poſſent retinere in eo ſtatu ac poſitione: quia etiam ſi vis elaſtica arcûs robuſtioris inflexi ad duos digitos par eſſet virtuti elaſticæ arcûs imbecillioris inflexi ad ſex digitos, cui reluctantur decem libræ; hæ minùs repugnant, ne ad duos digitos, quàm ne ad ſex attollantur; igitur decem libræ minùs reſiſtunt virtuti elaſticæ arcûs fortioris, adeóque nec poſſunt in eo flexionis ſtatu retinere arcum fortiorem & chordam: ſi enim pares ſunt vires elaſticæ arcûs inflexi ad duos digitos, & arcûs inflexi ad ſex digitos, pari impetu ſe reſtituunt, ut parem violentiam excutiant; at pondus par utrique chordæ adnexum non pari velocitate movetur, ſi ad duos ac ſi ad ſex digitos attollatur; igitur minùs reſiſtunt decem libræ motui duorum, quàm motui ſex digitorum.

Porrò vis globi cadentis non eſt comparanda cum pondere quatenus retinente chordam in eadem flexione, ſed quatenus illam adducente & flectente, ut motus cum motu, non verò motus cum quiete comparetur. In eo autem motu ponderis adducentis chordam, & arcum inflectentis, quò major eſt reſiſtentia, eò minor eſt impetus & velocitas, qua pondus illud movetur: igitur idem pondus non parem vim habere poteſt, ubi diſpari impetu & velocitate movetur. At globus cadens antequam incipiat trahere chordam, nullum prorſus habet impedimentum, ſed ſivè fortior, ſivè mollior ſit arcus, eodem impetu & velocitate movetur; ubi verò reſiſtentiam invenit, ſolùm deſcendit ulteriùs pro ratione repugnantiæ; & factâ demum æqualitate inter vim deſcendendi à globulo acquiſitam, & vim elaſticam in arcu, ceſſat deſcenſus, atque extincto impetu acquiſito, vi elaſticâ vincente globuli gravitatem, hic ſurſum

ſum trahitur. Cùm itaque quicquid vi extrinſecùs aſſumptâ movetur, moveatur juxta exceſſum virtutis motivæ ſupra reſiſtentiam; ſi æqualis reſiſtentiæ menſura, quæ ex diſſimilium arcuum majori aut minori flexione deſumitur, eumdem exceſſum virtutis motivæ exigat, ut vincatur, & hunc exceſſum habeat globulus cadens, nil mirum, ſi idem globulus cadens id præſtare poſſit, quod ſuperat vires alicujus ponderis, cujus vis movendi non eumdem ſemper exceſſum habet ſupra illam reſiſtentiam priori reſiſtentiæ æqualem; quia videlicet non æquali impetûs intenſione aggreditur motum, ubi ipſo ſtatim initio major invenitur difficultas, & tardior eſt motus. Non eſt igitur vis infinita globuli duarum unciarum nullo impedimento prohibiti, quin ad trahendam cujuſcumque arcûs chordam ſemper afferat, exempli gratiâ, centum gradus impetûs in motu acquiſitos, quando pondera majora & majora tractionem incipientia à quiete non parem habent impetûs exceſſum, ſed minorem & minorem pro duriore arcûs temperatione. An infinitam dixeris equi virtutem, qui ſolus in liberâ planitie currum trahat, ad quem trahendum in eâdem planitie altioribus atque altioribus nivibus obſitâ requiruntur plures & plures equi? igitur nec infinita eſt vis decem librarum, qua flectitur arcus mollis, quia ad flectendos arcus fortiores majus & majus pondus requiritur: huic autem virtuti decem librarum æqualis eſt vis globuli cadentis; hæc igitur & ipſa finita eſt. Nimirum aucta reſiſtentia quodammodo imminuit virtutem agendi; ac propterea non ſatis aptè comparantur decem libræ cum viginti libris perinde, atque ſi utræque eſſent omnino liberæ; ſed unumquodque pondus componi debet cum ſuâ reſiſtentiâ, ut demum habeatur exceſſus virtutis motivæ ſupra reſiſtentiam.

At, inquis, arcus fortior retinetur à libris viginti, & infirmior à libris decem. Ita planè eſt: ſed hìc pondera propriè non habent rationem efficientis, ſed potiùs reſiſtentis, quatenus impediunt arcuum vim elaſticam, ne ſe reſtituant: cùm verò virtutes elaſticæ ex genere ſuo propter diſparem temperationem inæquales ſint, nil mirum, ſi ab inæqualibus reſiſtentiis impediendæ ſint, ne agant. Hinc autem non eſt deſumenda ulla comparatio cum virtute globuli cadentis, quippe qui acquiſitum impetum amittens non habet vim retinendi arcum in

eo

eo ſtatu; ad quem illum adduxit: at ponderis adnexi gravitas manet, & ibi retinet arcum, quò eum adduxit; niſi fortè aliquem impetum acquiſierit in deſcenſu, quo pereunte, aliquantulum præpolleat vis elaſtica, & ſurſum retrahat appenſum pondus. Licet igitur globulo cadenti æqualiter reſiſtere dicantur arcus fortior qui minùs flectitur, & mollior qui magis flectitur; poſtquam tamen jam per vim inflexi ſunt arcus, naturaliter partes minùs flexibiles validiùs conantur ſe reſtituere, quàm flexibiliores: quemadmodum gravitas ut quatuor, & gravitas ut duo, ſi moveantur per vim motu reciprocè ſubduplo, æqualiter reſiſtunt moventi; ſed ſi utraque ſuſpendatur, inæqualiter conantur ſuos motus naturales.

CAPUT VII.

Quàm diſpares ex motûs velocitate ſint percuſſiones.

PErcuſſionem ex ea parte, quatenus à ſimplici Impulſione diſtinguitur, motum exigere antecedentem, quo impetus acquiratur, ſuperiori capite definitum eſt. Nunc verò, quia pro motuum velocitate diversâ diſpares ſunt percuſſionum vires, quærendum eſt, unde diſſimilitudo iſta procreetur, & quænam ſervari Ratio videatur, ſivè inæquales ejuſdem corporis, ſive diverſorum corporum percuſſiones inter ſe comparentur. Eſt autem conſiderandum in Impetu, qui eſt proximè efficiens motum, aliud eſſe ejus quantitatem, ſivè entitatem accipere, aliud in ejuſdem Intenſione conſiſtere: intenſionem conſequitur velocitas motûs, at ex entitate ipsâ magis extensâ, quamvis minùs intensâ, ac proinde ex motu tardiore, oriri poteſt validior ictus, de quo in ſequentibus. Ex motûs autem velocitate, quæ corpori vi præcedentis motûs congrueret, ſi nihil obſtaret, percuſſionem fieri majorem tam certis experimentis conſtat, ut vel cæci, ſi quando præſidentes concitatiùs ambulando caput ad objectum parietem allidunt, id abundè teſtari valeant; corpus

ſiquidem, quod motui reſiſtit, majori & velociori motui magis reſiſtit, quare & percuſſio fit validior.

Ubi verò de motûs velocitate ſermo eſt, non videtur diſſimulanda medij ſcindendi reſiſtentia; hoc quippe tardiori motui minùs, velociori magis obſtat. Si enim ex lento & flexili virgulto abſtractam virgam per aërem molli brachio huc, illuc, ſurſum, deorſum duxeris, hæc, aëre tenuiſſimam aut ferè nullam compreſſionem ſubeunte, vix, aut ne vix quidem, tantulum à directâ ſuarum partium poſitione deflectet: at ſi eam vehementiùs agitaveris, aëre tantam particularum compreſſionem renuente, manifeſtè inflexam videbis, & illatam ſibi vim aër acuto ſibilo prodet. Sic baculo aquam ſenſim ac leniter dividens non admodum repugnantem experiris; at velociùs concitanti illa validè reſiſtit, eóque validiùs, quò craſſior fuerit baculus. Ex his liquidò conficitur de percuſſione philoſophantem fruſtra medij reſiſtentiam mente abſtrahere: Nam ſi nulla eſt ſine motu percuſſio, nullus motus niſi per medium, neque ſinè certa velocitatis aut tarditatis menſurâ, cui medium inæqualiter reſiſtit; utique & motum à percuſſione ita mente pariter ſejungere poteris, ut nihil prorſus de motu cogites, ſi nullam cum medio rationem habendam exiſtimas: At motum, ejúſque velocitatem attendendam eſſe in percuſſione nemo negat; igitur neque medij reſiſtentiam, quæ velocitati modum aliquem ſtatuit, omnino contemnere oportet.

Hinc duæ ferè ex diametro oppoſitæ ſententiæ cavendæ ſunt, quarum altera gravium inæqualium motum ſtatuit ipſorum gravitatibus analogum, ut decuplò velociùs moveatur illud, quod eſt decuplò gravius: altera æqualem omnibus velocitatem tribuit. Utramque manifeſta experimenta falſitatis redarguunt, ſi ex congruâ altitudine inſtituantur: Si enim ex valdè editâ turri inæqualia corpora, aut ejuſdem, aut diverſæ ſecundùm ſpeciem gravitatis dimittas, illud, quod gravius eſt, terram citiùs attingere obſervabis, ſed tam brevi momentorum diſcrimine, ut nulla ſubeſſe poſſit ſuſpicio ſervatæ velocitatum cum gravitatibus analogiæ, neque tamen de velocitatum inæqualitati dubitari queat. Meis ſcilicet auribus & oculis fidem abrogare nequeo, quicquid obtrudant aliqui in contrarium ſua aut aliorum experimenta afferentes ex nimis brevi altitudine.

Nam

Nam & sæpiùs in profundissimum puteum inæquales lapides dimisi simul, & ictuum sonitum alium alio priorem semper audivi; id quod satis est ad illam velocitatum omnimodam æqualitatem rejiciendam, quamvis uter prior aquam attigerit, certò dignoscere non valeret auris; quòd si alter in subjectam peluim æneam, alter in vas ligneum decidisset, potuisset auris dijudicare ex sonitu: Et ex altissimâ turri Bononiensi dimissa pondera inæqualia observavi initio quasi æqualiter descendere ita, ut oculus nullam velocitatum dissimilitudinem adhuc dignosceret; deinde procedente descensu paulatim gravitas major præcurrere notabiliter incipiebat, sempérque magis augebatur velocitas, adeò ut aliquando gravitas major terram attigerit, quando minor adhuc aberat intervallo pedum quadraginta, quemadmodum ex notâ in turris latere dimetiri licuit. Verum quidem est brevissimâ temporis mensurâ & hanc minorem in terram decidisse. Id quod fortasse fucum fecit non animadvertentibus magnæ velocitati multum respondere spatij, quod quasi momento percurritur; ac propterea æqualitatem velocitatum utrique gravitati tribuendam censuerunt, quia exiguum erat temporum discrimen. An vellus, quantum pugno comprehenditur, æquè velociter ac prægrande saxum descensurum existimas? Figuræ dices tribuendum plurimum, non enim ab omnibus corporibus æquè facilè dividitur aër nunquam non fluctuans. Ita sane: igitur si aër inæqualiter resistit, inæqualiter moveri possunt corpora cadentia. Adde non dissimiliter gravia & levia ad suos motus à naturâ incitari; atque adeò si, ubi plus est levitatis, velociorem motum sursum observamus, etiam, ubi plus est gravitatis concitatiorem motum deorsum arguere debemus. Aquam in longiore fistulâ vitreâ aliquandiu agita, ut aër fistulæ inclusus aquæ admisceatur: ubi ab agitatione cessatum fuerit, majores aëris particulas citò ascendentes videbis, dum minores cunctabundæ paulatim moventur: id quod clariùs constabit, si aquæ loco hydrargyrum in fistulam admiseris. Quidni igitur gravia pariter deorsum dispari velocitate moveantur, si inæqualia fuerint?

Non tamen servandam esse gravitatum analogiam hinc apertè constat, quod in corporibus ejusdem speciei Ratio gravitatum eadem est ac magnitudinum: magnitudines autem

ſunt in triplicatâ Ratione homologorum laterum : At impedimentum, quod ex medio ſcindendo oritur, & velocitati modum ſtatuit, non eſt ipſis magnitudinibus analogum, ſed ad ſummum ea eſſe poteſt Ratio, quæ inter corporum ſuperficies intercedit; hæ autem tantùm ſunt in duplicatâ Ratione laterum homologorum. Non igitur velocitates, quatenus ab impedimento temperantur, ſunt directè gravitatibus analogæ. Ubi autem corpora non ejuſdem ſecundùm ſpeciem gravitatis, habuerint gravitates magnitudinibus reciprocè analogas, atque adeò æquali gravitate abſolutâ, ſeu pondere, prædita fuerint, adhuc inæquales eſſe aëris reſiſtentias, ſi figuræ ſimiles ſint, ſatis probabiliter concedimus, plus ſiquidem majori repugnat, quàm minori: ſi verò & diſſimiles figuræ, & inæquales gravitates ponantur, ex omnibus ſimul compoſitis quodammodo conflari reſiſtentiarum Rationem facile eſt opinari; ſed Rationis terminos temerè definire non auſim.

Porrò certam legem, qua in reſiſtendo aër contineatur, omninò afferre non poſſumus, ſi quemadmodum ille reſiſtat, perpendamus. Non eadem eſt aquæ & aëris reſiſtendi Ratio, ne dividatur; aqua enim nondum in vaporem extenuata, & fuſa, conſtipari ſe, & in anguſtiora ſpatia coarctari non ſinit; ſed ubi locum deſcendenti ex aëre corpori concedere cogitur, ſuperficiem intrà vas, quo continetur, attollens tantumdem aëri, quem impellit, ſurripit ſpatij, quantum immerſo corpori permittit. Aut ſi non deſcendat corpus, ſed obliquè feratur (ut ſi baculum partim aquæ immiſſum, partim extantem tranſverſum agas, aut navis prora illam findat) tunc quæ motui opponitur, aqua criſpatur, & baculus ſivè navis foveam ponè relinquit, in quam deinde aqua refluat; quò autem craſſior baculus aut amplior prora, & vehementior atque concitatior fuerit motus, aqua impulſa altiùs aſſurgit, & magis depreſſa fovea apparet. Ex quo ſatis apertè conſtat à corpore, quod movetur, proximas aquæ oppoſitæ particulas impelli, & per has interjectas etiam reliquas in aëris locum protrudi.

At verò aër, quem facilè comprimi & dilatari tam multis experimentis novimus, dum locum corpori commoto concedit, neque opus eſt, ut ſupremi ætheris regionem invadat locum ſibi quærens, neque in foveam excavatus vel ad momentum hiat;

hiat; sed tantisper dum ejus particulæ circumpulsæ in abeuntis corporis relictum spatium succedant, quæ antè sunt, comprimuntur, quæ ponè, dilatantur; compressæ autem se explicantes aërem lateribus adhærentem repellunt, quem dilatatæ attrahunt se contrahentes. Si tardus sit motus, exiguâ aëris constipatione aut distractione opus est; at si velocior, oppositæ aëris particulæ magis comprimuntur, sequentes magis dilatantur; quæ proinde se restituere vehementiùs conantes, etiam velociorem efficiunt reliquarum particularum circumpulsionem. Verùm quia sapientissimo Naturæ instituto ita comparatum est, ut quàm minimum ejus ordo perturbetur, & minimam, quoad fieri possit, corpora singula patiantur violentiam, hanc pluribus potiùs dispertiendam censuit, quàm uni subeundam: propterea si digitale spatium multo aëri surripiendum est, exigua contingit singulis particulis naturalis spatij jactura, quam dissimulanter ferunt, nec admodum repugnant; contra verò si modicus sit aër, & tantumdem de ejus spatio demendum sit, reluctatur acriùs, ut pro viribus naturæ jura tueatur. Hinc si corpus, quod movetur, brevi intervallo absit à corpore solido & duro, quod ejus motum obsistendo compescet, atque adeò etiam aërem impulsum remoratur, hunc inter angustias deprehensum magis constipari necesse est, magísque resistere. Non est tamen aëri denegandum, quod cæteris corporibus ultro concedimus; nam & ipse jam commotus ex concepto per impulsionem externam, aut ex vi suâ elasticâ, impetu faciliùs pergit institutum iter conficere, quàm si tunc primùm à quiete recederet: Ex quo fit in motu corporis accelerato, licèt ratione habitâ velocitatis augenda esset resistentia aëris, hanc tamen non augeri nisi pro excessu velocitatis illius supra motum, quo aër moveretur ad easdem partes, nisi acriùs ab ipso corpore urgeretur.

Hanc aëris resistentiam paulò explicatiùs commemorare placuit eo consilio, ut mihi ipse persuadeam non modò ipsum nihil omnino non officere motui, verùm etiam tam fieri non posse, ut percussionibus certissimam legem statuamus, quàm evidens est adeò inconstantem & variam esse aëris resistentiam, ut ad calculos subtiliter & exquisitè revocari nequeat, quippe quæ ex tam variis causis pendet: quemadmodum enim

aquæ, cæterorúmque liquorum diſſimilium reſiſtentia inæqualis conſpicua eſt, ita purum ac tenuem aërem non æquè reſiſtere atque craſſum & concretum ratio ſuadet: quis autem ſyncerum aërem ab aëre cum terræ expirationibus permiſto diſcernat? Quid ſi corpus in motu aërem aliò directum, aut in contrarias partes reflexum, aut turbine aliquo perverſum atque adhuc agitatum offendat? an non aliquis velocitatis gradus imminuitur? Sed quis certum habeat, utrùm quieſcat aër, neque corporis impetum frangat, aut reprimat alienâ impreſſione adverſus, an verò ad eaſdem partes dejatus motui obſecundet, & velocitati faveat? Quare laudandi quidem quicumque percuſſionum naturam veſtigantes, & ea, quibus in ejus notitiam deduci poſſent, conjectura proſpicientes, in inſtituendis experimentis ſedulò ſe exercuerunt; parùm tamen mihi de veritate blandiri me poſſe arbitrarer, ſi hæc quaſi Apodixes temerè reciperem; ſed neque ore tam duro fuerim, ut ea prorsùs rejiciam. Confirmatis igitur experimentis me duci ſinam, quatenus ad veritatis ſimilitudinem me proximè acceſſurum ſpero.

Percuſſio itaque, ſi motum naturalem ex gravitate ortum ſubſequatur, certam aliquam Rationem ob idipſum ſortiri videtur, quia cum velocitate conſentit impetus: velocitas autem ex ſpatio deprehenditur æqualibus temporibus reſpondente; ſpatia verò cum temporibus comparata certis Rationibus definita videri, iterata experimenta docuerunt, quæ vix quiſquam ſanus neget; in iis ſiquidem tot doctiſſimi viri poſt Galilæum verſati ſunt pari exitu, & ſummo conſenſu, ut in his omnibus inſit quidam, ſine ullo fuco veritatis color. Hujus rei ſpecimen exhibeamus in globo argillaceo unciarum octo, qui ſpatio unius ſcrupuli ſecundi (quantus ferè eſt pulſus arteriæ hominis ſani) obſervatus eſt percurrere pedes Romanos 15; duplo autem tempore incipiendo à quiete, hoc eſt ſcrupulis ſecundis duobus, pedes 60: quare ſi priori ſcrupulo ſecundo reſpondent pedes 15, poſteriori tribuendi ſunt pedes 45: igitur motus eſt celerior, cùm majus ſpatium pari tempore confecerit. Plura hujuſmodi experimenta (ſi te à tentando abſterreat labor) ſuppeditabit Ricciolius tom. 1. Almag. lib. 9. ſect. 4. cap. 16. ex quibus demum infertur velocitatis incrementa fieri juxta incrementum progreſſionis Arithmeticæ numerorum imparium ab unitate

te incipientis 1.3.5.7.9.11.13, &c. adeò ut, ſi quod ſpatium primo momento percurritur, ſtatuatur ut 1, triplo velociùs moveatur corpus grave deſcendens in ſecundo momento, quintuplo velocius in tertio, ſeptuplo velociùs in quarto, atque ita deinceps. Quoniam verò numerorum imparium ſeries ab unitate incipiens hoc habet, quòd, ſi colligantur in ſummam, numeros quadratos conſtituant; hinc eſt, quòd collectis in ſummam omnibus incrementis velocitatis (hoc eſt omnibus ſpatiis, ex his quippe dignoſcitur velocitas) habeatur numerus quadratus temporis, quod duravit motus. Collatis igitur invicem duobus motibus naturalibus ejuſdem corporis gravis, ſed non iſochronis, erunt ut quadrata temporum ita & ſpatia, atque è converſo ut ſpatia inter ſe, ita & temporum quadrata.

Hinc cognito ſpatio, quod à dato corpore gravi percurritur dato tempore, ſtatim innoteſcet, quantum ſpatij conficere valeat alio tempore dato, vel quanto tempore aliud datum ſpatium. Quæratur enim, quantum ſpatium deſcendendo percurret uno horæ quadrante globus idem argillaceus, qui uno minuto ſecundo Romanos pedes 15 percurrit? Datum tempus, ſcilicet horæ quadrans, ſcrupula Secunda 900 continet, cujus numeri quadratum eſt 810000. Fiat igitur ut 1 ad 810000, ita pedes 15 ad 12150000: qui pedum numerus in milliaria Italica reſolutus dat milliaria 2430, quæ uno horæ quadrante conficeret. Viciſſim quæratur quantum temporis idem globus inſumeret in primo milliari percurrendò, hoc eſt ped. 5000. Fiat ut 15 ad 5000, ita 1 quadratum dati temporis, ſcilicet unius ſcrupuli ſecundi, ad 333 $\frac{1}{3}$ quadratum quæſiti temporis; cujus quadrati Radix inveſtiganda eſt, & demum invenitur Scrup. ſec. 18 $\frac{1}{4}$ & paulo ampliùs; nam huic tempori præcisè reſpondent ſolùm pedes 4995 $\frac{15}{16}$.

Incrementa hæc velocitatis ex concepti impetûs incremento deſumenda eſſe nullus dubito; ſed operoſum videri poſſet augeſcentis impetûs cauſam exponere. Cùm junior Ariſtotelem interpretarer, & primas curas hujuſmodi rerum contemplationi impenderem, hanc excogitavi hypotheſim; videlicet impetûs producti diuturnitatem maximam duobus tantùm momentis circumſcribebam, ita ut primo momento oriretur, ſecundo

æqualem

æqualem ſibi impetum gigneret, in quo ſuperſtes eſſet, tertio periret: gravitati autem ſingulis momentis vim producendi certum impetûs gradum ſibi congruentem tribuebam. Hinc corpus deſcendens primo momento primum habebat impetûs gradum à gravitate productum; ſecundo momento primus ille gradus alium gradum gignebat præter eum, qui à gravitate tunc oriebatur; quare duo novi gradus cum uno antiquo tres gradus conſtituebant. Tertio momento primus gradus peribat, duo ſecundi gradus duos pariter producebant, & gravitas ſuum tertium gradum; quare quinque gradus erant. Quarto momento duobus ſecundis gradibus pereuntibus, tres gradus tertio momento producti reliqui erant, & ſibi tres alios gradus addebant, quos producebant, atque gravitas ſuum quartum gradum efficiebat, ut in univerſum eſſent ſeptem gradus. Ex his ſeptem quinto momento peribant tres tertij gradus; quatuor reliqui item alios quatuor adjiciebant quinto gradui à gravitate proficiſcenti, & erant novem. Atque ita deinceps, tot pereuntibus gradibus, quotum erat momentum uno interjecto præcedens, & tot productis, quotum erat ipſius motûs momentum. Sic momento vigeſimo nono peribant gradus 27 producti momento vigeſimo ſeptimo, remanentibus gradibus 28 productis momento vigeſimo octavo, à quibus totidem producebantur unâ cum gradu proprio gravitatis, hoc eſt gradus 29, & tunc erat impetûs intenſio graduum 57 momento vigeſimo nono. Quemlibet verò terminum in ſerie numerorum imparium facilè invenies, ſi illi duplicato demas unitatem: ſic quærens octavum terminum ex denominatore termini duplicato, ſcilicet bis 8, hoc eſt 16, deme unitatem, & 15 eſt octavus terminus: ſic terminus ſeptuageſimus habetur demptâ unitate ex 140, & eſt 139.

Huic hypotheſi cum Phenomeno optimè conveniebat, & ea ſtatuebatur impetûs intenſio, quæ velocitati efficiendæ par eſſet, ſervatâ incrementorum Ratione, quæ ex iteratis experimentis innotuerat. Verùm commentitia, & fabulæ proxima videbatur tàm brevis impetûs vita, quam non niſi duo momenta metirentur: in iis ſanè, quæ vi externâ moventur, & longiùs projiciuntur, aut in gyrum aguntur, licet extinctâ effectrice causâ impreſſus impetus diutiùs permanet; quidni & impetus ſponte

ſponte ſuâ conceptus, ſuæque origini cohærens aliquandiu perſeveret? quippe qui aut ejuſdem, aut ſaltem non deterioris naturæ cenſendus eſt. Adde nimis incertum eſſe, an impetus impetum producere valeat in eodem corpore, cui ineſt, quamvis impetum in alienis corporibus percuſſis efficiendi vis illi concedatur: nam & calor, & cæteræ qualitates effectrices, quas deperditas ſibi forma ſubſtantialis reparare incipit, non alios ſimiles gradus ſibi addunt, licèt eos in proximo corpore efficere valeant. Præterquam quod, cur illo ipſo momento, quò primùm exiſtit impetus, ſimilem gradum non producit? nihil ſcilicet illi deeſt, nullo impedimento prohibetur, neque cauſam ætate præcedere effectum, ſed origine, neceſſe eſt. Si autem primo momento & oritur impetus, & impetum efficit, hic pariter ſuam vim primo eodem momento exerens alium impetum producit, & infinita graduum impetûs æqualium multitudo conſurgit; cujus ne veſtigium quidem apparere poteſt, cùm in cauſarum & effectuum ſerie ſemper ab infinitate natura diſcedat.

Quare impetum à gravitate deſcendente productum, ex tam expedito interitu vendicandum, & virtute ſe novo impetu augendi ſpoliandum, longè probabiliore conjecturâ cenſui. Impetum igitur certâ quadam menſurâ gravitati corporis congruente, ſtatim ac in motum erumpere poteſt, produci exiſtimo, & quandiu motus perſeverat, permanere; eadem enim gravitas, quæ primo momento illum effecit, reliquis conſequentibus momentis conſervare valet; finis, quò refertur, & cujus causâ productus eſt, adhuc obtineri poteſt, videlicet motus; liberè deſcendenti corpori nullum objicitur impedimentum; nihil adeſt, quod ipſius concepti impetûs interitum exigat: ergo impetum à gravibus deſcendentibus conceptum non perire in motu ſi dixerimus, ſimilitudinem veri nos conſecutos arbitror. Quoniam verò gravitas inter eas cauſas enumeratur, in quibus ineſt efficiendi neceſſitas, & quandiu opus eſt juxta naturæ propoſitum, quantum poſſunt, efficiunt; ſingulis momentis, quibus poteſt deſcendere, ſingulos impetûs gradus æquales prioribus adjicit, adeò ut, quot momenta motum metiuntur, tot gradus impetûs poſtremo momento intenſionem conſtituant, cui motûs velocitas reſpondeat. Velocitatum igitur incrementa fiunt juxta naturalem numerorum progreſſionem 1.2.3.4.5,&c.

nam juxta hanc eandem ſeriem impetûs, velocitatis cauſa, augetur, ſingulis gradibus in ſingula momenta additis.

Ab omni tamen infinitatis ſuſpicione recedendum eſt hìc, ubi momentorum vocabulum uſurpo, quaſi infinita puncta temporis agnoſcerem, & ad vim percuſſionis infinitam adſtruendam, infinitis momentis ſingulis impetûs gradum tribuerem. Quemadmodum enim corpora punctis prorsùs individuis non conſtare ſuadetur multiplici argumento præſertim ex Aſymptotis lineis deſumpto, ita motui atque tempori puncta omnibus omnino partibus carentia nunquam concedenda cenſui. Sed huic verbo, cum momentum dico, ſubjecta notio eſt, minima temporis particula Phyſica, quæ licèt particulas alias adhuc minores contineat ſibi ordine ſuccedentes, ex quibus illa conſtituitur, tota tamen ad primi impetûs effectionem ita requiritur, ut juxta naturæ leges nihil effici poſſet motûs, niſi integra illa temporis particula ſuppeteret. Hujuſmodi autem non individuas particulas minimas certas atque æquales in tempore, aut motu, finito non eſſe niſi certo numero definitas manifeſtum eſt: Quapropter ſicut momentorum, ita & graduum impetûs æqualium multitudo finita eſt.

Verùm nemo temerè hanc momentorum multitudinem ad calculos revocare inſtituat; res enim planè incerta eſt. Utique tardiſſimos reperiri & languidiſſimos motus aliquos novimus, qui diu latent, nec niſi poſt tempus benè conſpicuum demum innoteſcunt: Ex quo deprehendimus in tempore aut motu, qui ſenſibus percipi poſſit, multas numerari hujuſmodi momentorum myriadas: ſi enim in uno aliquo motu exiguo particulæ illius ſibi ex ordine ſuccedentes reſpondent motui longiſſimè majori (cujuſmodi eſt cælorum motus) ex quo definitur tempus, & in hoc plurimæ partes notabiles, & ſub Phyſicam menſuram cadentes numerantur, utique & in illo plurimæ particulæ omnem ſenſus aciem fugientes inveniuntur. Et quidem ſi cum illis Aſtronomis philoſophemur, qui cæleſtium graduum minuta uſque eò in ſexageſimas partiuntur, ut demum in ſcrupulis Decimis conſiſtant, cùm Æquatoris gradus quindecim in Primo mobili uni horæ reſpondeant, ſatis conſtat, quantus ſit hujuſmodi ſcrupulorum Decimorum numerus, in quorum fluxum unica hora reſolvatur: ac proinde in uno horæ minuto Secun-

do, hoc est in pulsu arteriæ, continentur plusquam decies millies millena millia myriadum hujusmodi scrupulorum Decimorum, quæ momenta appellari possunt. Quapropter illud unicum generatim statuere possumus, in quolibet tempore Physicè notabili plurima esse momenta, quamvis eorum certum numerum explicare nequeamus: ideóque cùm incrementa velocitatum mensuram desumant ex momentorum numero, qui semper unitatis additione augetur, intensio autem impetûs habeat graduum numerum parem numero momentorum; quàm difficiles explicatus habet momentorum multitudo, tam obscura est impetûs intensio; si minutam subtilitatem persequamur. Sed si datum tempus in aliquot particulas nostro arbitratu distinguamus, quo plures fuerint hujusmodi particulæ, eò propiùs accedemus ad id, quod experimentis deprehensum est; videlicet, etiam si spatia in motu decursa juxta seriem naturalem numerorum augeantur in motu, demum eorum collectiones incipiendo à quiete habere inter se duplicatam Rationem temporum inveniemus.

Comparatis igitur invicem motibus alicujus corporis gravis descendentis, cujus motus unus jam innotuerit, quantum scilicet spatij dato tempore confecerit, innotescet, quantus futurus sit alio tempore motus, si fiant ut quadrata datorum temporum, ita & spatia; vel quanto tempore percurrendum sit spatium definitum, si fiant ut Radices quadratæ datorum spatiorum, ita & tempora. Quia nimirum posita illa incrementa impetûs, & velocitatum, atque spatiorum juxta seriem naturalem numerorum ab unitate incipientem constituunt collectiones habentes inter se proximè Rationem duplicatam temporum. Habemus experimento globum argillaceum unciarum octo percurrere uno minuto Secundo horæ pedes 15, & duobus Secundis pedes 60, hoc est spatium quadruplum, & quia tempora sunt ut 1 ad 2, spatia sunt ut quadrata, scilicet ut 1 ad 4. Ponamus in uno Secundo esse momenta 10000; sunt igitur ultimo momento 10000 gradus velocitatis similes & æquales primo gradui primi momenti, & spatium ultimo hoc momento decursum, ad spatium primi momenti est ut 10000 ad 1. Coge igitur in summam omnia spatia incipiendo ab unitate usque ad 10000, videlicet ultimi termini dimidiato quadrato adde ejusdem ultimi

termini ſemiſſem, & prodibit omnium ſpatiorum ſumma. Ultimi termini 10000 quadratum eſt 100000000, cui adde ipſum ultimum terminum; & hujus ſummæ medietas 50005000 eſt ſumma minimorum ſpatiorum, quibus conflantur pedes 15. In duobus Secundis erunt momenta 20000, & ſimiliter invenitur ſumma 200010000 minimorum ſpatiorum, quibus conſtant pedes 60. Non ſunt quidem duæ hujuſmodi ſummæ hìc inventæ 50005000 & 200010000, omnino ut 1 ad 4, ſed ut 1 ad $3\frac{49995}{50005}$: verùm tantula differentia $\frac{10}{50005}$ quid officit allato experimento? an potuit obſervari? Si 4 ſunt pedes 60, quid ſunt $3\frac{49995}{50005}$? utique pedes $59\frac{49855}{50005}$; deeſt igitur pedis particula $\frac{150}{50005}$, hoc eſt unciæ quaſi pars vigeſima ſeptima. Quis autem tam minutæ ſubtilitati locus ſit in obſervando motu?

Ut autem perſpicuè appareat hanc hypotheſim incrementi juxta ſeriem naturalem numerorum conſentire cum experimentis, & ſpatia ſe habere ut quadrata temporum, ſtatuamus eadem ſpatia, ut primum ſit ad ſecundum in Ratione 50005000 ad 200010000. Radix primi ſpatij eſt $7071\frac{5959}{14142}$, Radix autem ſecundi ſpatij eſt $14142\frac{6918}{14142}$; quæ ſunt ut 1 ad 2, ſi fractiones contemnantur; nec repugnat experimentum; nam tantula differentia temporum, ne ſit Ratio præciſè dupla, diſcerni non potuit: quarum enim partium $7071\frac{5959}{14142}$ eſt unum minutum Secundum horæ, deeſt unius partis $\frac{5000}{14142}$, ut ſint duo minuta Secunda, hoc eſt unius pulsûs alteriæ pars una vicies milleſima deſideratur, ut ſint planè duo Secunda. Quære argumenta, ſi qua potes; an experimento revinces eſſe planiſſimè duo minuta Secunda, nec vel unicum momentum defuiſſe?

Hoc idem, quod exempli causâ in Ratione duplâ temporum & quadruplâ ſpatiorum explicatum eſt, in cæteris pariter deprehendes. Fac enim eſſe tempus quadruplum, hoc eſt Secundorum 4, hoc eſt minimorum temporis 40000. Tota collectio ſpatiorum erit 800020000. Quare 50005000 ad 800020000 eſt ut 1 ad $15\frac{49945}{50005}$, quaſi ut 1 ad 16; eſt autem defectus $\frac{60}{50005}$. Spatium igitur uno Secundo decurſum cum ſit ped. 15., quatuor Secundis erit ped. 240 minùs una ferè ſexageſima nona particulâ unciæ. Viciſſim ut tempora invenias in ſubduplicatâ

Ratione

Ratione ſpatiorum, quære illorum tanquam quadratorum Radices; & primi quidem Radix eſt, ut priùs fuit inventa $7071\frac{5959}{14142}$, ſecundi Radix eſt $28284\frac{8836}{14142}$, quarum Ratio eſt quadrupla, ſi fractiones ſpernantur; at aliquid deeſt, ut ſint integra quatuor Secunda minuta horæ; qui defectus demum vix major eſt quàm $\frac{1}{6667}$ unius pulsûs arteriæ.

Cùm itaque conſtituta hypotheſis incrementi ſpatiorum, velocitatis, atque impetûs juxta ſeriem naturalem numerorum ſit naturæ conſentanea, nequè Phyſicè repugnet experimentis, non debemus eſſe ſolliciti, ut aliam quæramus hypotheſim ad ſtatuenda incrementa exquiſitè juxta numeros impares; cùm maximè in aquâ ob majorem reſiſtentiam, quam in illâ dividenda inveniunt corpora gravia deſcendentia, non exactè ſervari eandem Rationem incrementorum, quæ in aëre apparet, experimenta iterata declarent, quamvis ad illam Rationem proximè accedant, ut apud Ricciolium tom. 1. Almag. lib. 9. ſect. 4. cap. 16. n. 16. varia experimenta afferentem legi poteſt. Præterquam quod ſi tam in aëre quàm in aquâ adhibeantur in experimentum corpora ſecundùm gravitatem ſpecificam ab illis minimum diſcrepantia, ſtatim apparebit non ſervari illam temporum atque ſpatiorum Analogiam: id quod pariter obſervabitur, ſi in diverſis liquoribus eadem gravia corpora dimittantur: varia ſcilicet eſt reſiſtentia; hæc autem latet, quando grave dimiſſum valde differt à gravitate, aut levitate medij.

His ita conſtitutis, percuſſionis vires, quatenus ex velocitate oriuntur, proximè definire poterimus, ſi innoteſcant ſpatia, per quæ idem corpus grave liberè deſcendit; nam hinc innoteſcet Ratio intenſionum impetûs ultimo deſcensûs momento, quo contingit percuſſio. Eſt ſiquidem numerus graduum impetus in motu naturali libero concepti par numero momentorum motûs; at momenta, quibus conſtant tempora motuum inæqualium, ſunt in Ratione ſubduplicatâ Rationis ſpatiorum: igitur ſicut Radices quadratæ ſpatiorum indicãt Rationem temporum, ita pariter eædem indicant Rationem intenſionum impetûs. Quare ſi alicujus gravis ex datâ altitudine cadentis percuſſio manifeſta fuerit, facilè inferemus, quanta proximè ſit futura ejuſdem percuſſio ex majori, aut minori altitudine, ſi fiat

ut Radix datæ altitudinis prioris ad Radicem posterioris altitudinis, ita nota percussio ad quæsitam percussionem.

Neque hìc conabor dicta confirmare experimentis tùm à Ricciolio loc. cit. cap. 16. n. 12, tùm à Mersenno tom. 3. in Reflexionibus Physico-Mathemat. cap. 8. allatis, ex quibus proximè infertur hæc Ratio subduplicata spatiorum. Nam cùm adhibita sit libra, ut in alteram lancem cadens pondus ex diversis altitudinibus dimissum elevaret pondera inæqualia oppositæ lanci imposita, res est anceps & incetta. Quandoquidem, ut observavi jam tum ab anno 54 labentis sæculi scriptis Romæ de hoc eodem argumento publicè traditis, & funiculi, ex quibus lanx percussa pendet, distrahuntur, & libræ jugum flectitur, immò & lanx ipsa ictum cadentis ponderis excipiens flexilis est; ac propterea impetûs vim retundunt, cùm maximè vi elasticâ se restituentes conantur sursum. Præterquam quod, si pondus cadens non exactè incidat in lancis centrum respondens extremitati jugi, plurimum interest ad varianda momenta, prout libræ brachium aut decurtatum aut productum intelligitur. Quò autem majus est pondus in oppositâ lance attollendum ex vi depressionis lancis percussæ, magis resistit, ac proinde locus est flexioni majori ipsius libræ, aut funiculorum distractioni, præsertim si lanx fuerit concava, & cadens pondus illam tangens prolabatur in depressiorem lancis locum. Ex quo accidit, ut docuit experientia, aucto pondere elevando non satis esse dimittere pondus cadens ex altitudine, quæ sit ad priorem altitudinem ut quadratum ponderis majoris ad quadratum ponderis minoris initio elevati; percussio enim contingit in lance, cujus resistentiam ad hoc, ut vi ponderis cadentis deprimatur, metitur resistentia ponderis elevandi in oppositâ lance: at hæc si fuerit major quàm resistentia jugi, aut lancis, ne flectatur, aut funiculorum ne distrahantur, in hac flexione aut distractione insumitur vis percussionis, quin opposita lanx attollatur. Quapropter ex altitudine adhuc majori dimittendum est pondus cadens; nam adhuc majore impetu concepto tam validè percutiet lancem, ut resistentia jugi & lancis ad flexionem ulteriorem, atque funiculorum ad longiorem distractionem, major sit quàm resistentia ponderis oppositæ lancis: atque adeò lanx percussa non deprimetur solùm, quantum funiculorum

distractio

diſtractio & ipſa flexio permittit, ſed adhuc ulteriùs; atque oppoſita lanx attolletur, quatenus impetûs vires excedunt oppoſitæ gravitatis reſiſtentiam.

Ex his, quæ de Percuſſionibus corporum gravium naturaliter deſcendentium hactenus dicta ſunt, conjectura ſumenda eſt de reliquis percuſſionibus, quæ motûs originem non à ſolâ gravitate ducunt: nam in his pariter ex motûs velocitate, qua indicatur intenſio impetûs, oritur validior percuſſio: nam ſive conceptus à potentiâ vivente impetus, ſivè extrinſecùs impreſſus (niſi novam offendat reſiſtentiam, quæ illum retundat ac minuat) augetur novo impetu, quem potentia ſimiliter applicata, iiſdémque viribus prædita, nec obſtaculo ullo aut retinaculo impedita, ſequentibus momentis efficere poteſt: ideóque quò major eſt potentiæ percutientis motus quoad ſpatium, cæteris paribus, validiùs percutit. Cæteris, inquam, paribus; nam ſi poſterioribus momentis motûs, minor impetus addatur à potentiâ movente, quàm deperdatur ex priore impetu impreſſo, quem natura repugnans excutit, langueſcit motus, & minuitur impetus: aut ſi tantumdem acquiratur impetûs, quantum deperditur, motus eſt æquabilis, nec ad validiorem percuſſionem quicquam confert diuturna potentiæ moventis applicatio, cum eadem ſit impetûs intenſio in fine horæ, atque in primo momento. Quia tamen frequentiùs (etiam ſi fortè aliquid antiquioris impetûs ex novâ reſiſtentiâ deteratur) plus additur, velocitas incrementum ſumit, ſi potentia maneat diutiùs applicata.

Hinc patet, cur, cum quis hoſtem ſariſsâ confodere tentat, aut poſtes craſſiore fuſte arietare, brachium retrahat quantum poteſt; ut nimirum potentia diutiùs applicata maneat in motu, ſempérque novum impetum gignens ſariſſæ aut fuſti imprimat. Sic duobus digladiantibus, ſi alter alteri ſiniſtrum latus obvertat, & tam longo enſe utatur, ut protecto corpore poſſit manum valde retrahere, hic validiſſimum ictum infliget extento dextro brachio, tùm quia ex celerrimâ corporis totius converſione impetus aliquis brachio communicatur præter impetum, quem conferunt muſculi movendo brachio deſtinati, tùm quia diutiùs movetur gladius à manu per majus ſpatium. Quod ſi eo ictu, quem Itali *Quartam* vocamus, hoſtem impetat, adhuc validior

dior erit ictus, quia longior motus; nam in conversione corporis obvertitur hosti dextrum latus præcisè ita, ut brachium totum extendi queat; & præterea pars exterior manûs deorsum convertitur, ex quo propter conformationem juncturarum cubiti & manus ictus evadit duos ferè digitos longior, quàm si non fieret hujusmodi manûs conversio: demum cùm sinistrum brachium in posteriora projiciatur extentum, fit, ut corpori major impetus in anteriora possit imprimi citrà periculum cadendi; brachium siquidem eo pacto in posteriora projectum, translato gravitatis, ut gravitationis, centro servat totius corporis æquilibrium.

Nec dissimili ratione manifestum fit, cur pugnum validiùs impingant, qui brachium magis contrahunt, ideóque validiores ictus ab iis proveniant, qui longiora habentes brachia ea magis contrahunt; sicut calce fortiùs impetunt, qui longiora habent crura: quia videlicet diutiùs moventur, magisque impetum augent & velocitatem, antè ictum. Sic vides ab equis calcitronibus pedem in anteriora retrahi, & ab irato tauro collum depressum in posteriora inflecti, corpore pariter curvato, & quasi in posteriora retracto, ut longiore motu validiùs impetant: hinc qui propior est equo calcitranti, minùs læditur, quia nondum tantum impetum concepit, quantum longiore motu concepisset.

Hujusmodi percussionibus à potentiâ vivente, quæ suos motus ex arbitrio temperat, provenientibus certam legem statui non posse nemo non videt, sive corpus percutiens impetu extrinsecùs assumpto feratur naturâ omnino repugnante, sive impetus impressus cum impetu vi interiore acquisito in eumdem motum conspirent. Hoc unum tanquam manifestò compertum atque deprehensum tenemus, quod in longiore motu factâ novi impetûs accessione velocitas augetur, & vis percussionis est major. Hinc sicut quando fistucâ cadente pali in terram adiguntur, initio illa modicum attollitur, quia exigua superanda est resistentia, hac autem crescente quò altiùs adacti fuerint, magis illa attollitur; sic lignarios fabros clavum in tabulam infigentes, initio quidem breviore mallei motu uti videmus, quem deinceps augent, donec demum totâ brachij extensione connitantur; prout resistentiæ incrementa validiore percussione

vinci

vinci oportet. Sic ruſticos ligna findentes altiùs elevare ſecurim, aut tuditem, quo cuneum percutiant, obſervamus, quò major eſt ſcindendi difficultas, ut auctus impetus velociorem motum efficiat, quem percuſſio conſequitur.

Cum itaque duæ velocitates inter ſe comparatæ conferri poſſint vel ratione temporis, vel ratione ſpatij, ita ut vel æqualia ſpatia inæqualibus temporibus, vel inæqualia ſpatia tempore eodem conficiant; illa utique erit major velocitas, quando in motu temporis brevitas, & ſpatij amplitudo conſenſerint. Hinc percuſſio contingit validior à corpore, quod multum ſpatij brevi tempore decurrat, quàm à corpore conficiente minus ſpatij longiore tempore. Propterea quæ de velocitate dicta ſunt, & percuſſionum viribus, ſpectatâ diuturnitate motûs, ita intelligenda ſunt, ut corpus percutiens vel eodem tempore plus ſpatij, vel breviore tempore æquale ſpatium, vel breviore tempore plus ſpatij decurrat: hoc enim ex majore impetûs intenſione oritur.

CAPUT VIII.

An validior ſit ictus Mallei à ſitu Verticali ad Horizontalem, an verò ab Horizontali ad Verticalem deſcendentis.

Certum eſt percuſſiones fieri validiores, quando cum impetu ab extraneâ potentiâ impreſſo conſentit vis intrinſeca ipſius corporis percutientis motu naturali deſcendentis; ipſum enim ſuum pariter impetum concipit, quem addit impreſſo: ſic ſaxum, quod ex editâ turri deorſum rectâ projicis, validiùs percutit, quàm ſi illud dimitteres ſponte ſua caſurum. Hinc qui malleo deorſum percutit aliquod corpus, ad motum eundem, cum percutientis impulſu conſpirantem invenit mallei gravitatem, & citrà omnem controverſiam majorem ictum infligit, quàm ſi ſurſum, aut in latus urgeret malleum, gravitate aut repugnante, aut ſaltem nihil juvante.

Porrò cùm circa juncturam brachij cum humero, tanquam circa centrum, deſcribatur ſemicirculus deſcendens, in quo ſunt duo Quadrantes, alter cùm brachium ſummè elevatum in perpendiculo exiſtens deſcendit, ut fiat horizonti parallelum, alterùm brachium à poſitione horizonti parallelâ ad imum deprimitur, ut iterum in perpendiculo ſtatuatur; dubitari poteſt, an mallei ictus juxta duas haſce poſitiones ſint omnino æquales, an verò inæquales; & hoc quidem non ex vi impulſionis externæ, quam æquabilem ponimus, homine æqualiter connitente, brachio æqualiter extento, & datâ eâdem manubrij longitudine, ſed ratione ipſius gravitatis mallei naturaliter deſcendentis. Prioris motus, quo in circulo Verticali malleus deprimitur uſque ad planum horizonti parallelum, in quo fit percuſſio, exemplum præbent tùm fabri ferrarij incudem tundentes, tùm lignarij clavos aſſeribus in plano horizontali conſtitutis infigentes. Poſterioris autem motûs, quo malleum horizonti parallelum uſque eò deprimimus, ut fiat perpendicularis, ſpecimen habemus, cum corpus in pavimento jacens, aut non procul ab illo, ita percutimus, ut percuſſum moveatur horizonti ferè parallelum; cujuſmodi eſſet, quando cuneum jacenti ſaxo ſubjicere conamur, aut ligneam pilam ludentes malleo excutimus.

Ut autem dilucidè propoſita quæſtio exponatur, ſecernendus eſt mallei motus naturalis ab ea parte, quam externa impulſio addit; & perinde conſiderandus eſt malleus, atque ſi manubrij extremitas axi infixa eſſet circa eum verſatilis, adeò ut ſibi relictus malleus arcum deſcendendo deſcriberet. Sit malleus A B; & manubrij extremitas A ſit circa axem in A verſatilis; centrum autem gravitatis mallei intelligatur in B: quod quandiu in perpendiculo imminet axi A, totam ſuam vim in illum exerens ſuſtinetur,

nec

nec motum inchoat, niſi à perpendiculo B A removeatur; hoc verò ubi tranſgreſſus fuerit malleus, deſcenſum molitur: ſed quia rigido manubrio connectitur cum Axe A, cogitur in latus ſecedere, & deſcribere arcum B C, cui motui reſpondet ſolùm deſcenſus B D Sinus Verſus anguli B A C; & deſcripto integro Quadrante B E, deſcenſum metitur Radius B A.

Verùm quamvis motus hujuſmodi per arcum B E ſit conſentaneus propenſioni gravitatis, quæ proinde ſingulis momentis novam impetûs particulam concipiens motum, quantum poteſt, accelerat, non tamen illa Ratio ſervatur, de qua ſuperiori Capite dictum eſt, ut Ratio ſpatiorum ſit in duplicatâ Ratione temporum; neque enim hìc liberè deſcendit malleus, ſed in ſingulis punctis Quadrantis alia atque alia habet momenta deſcendendi, ſingula minora momento, quod haberet idem malleus nullo impedimento prohibitus; quod momentum integrum ille obtinet tantummodo in Quadrantis extremitate E, ubi nullâ ratione ſuſtinetur aut retinetur ab axe A manubrium ſuſtinente, aut retinente. Eſt autem momentum gravitatis in unoquoque arcûs puncto, quaſi illa eſſet in plano ibi circulum tangente, ac propterea inclinato: idcirco, ut lib. 1. cap. 13. dictum eſt, ejuſdem gravitatis momentum in plano inclinato, ad momentum in lineâ perpendiculari eam Rationem habet, quam in triangulo rectangulo, cujus angulus Verticalis ſit æqualis angulo inclinationis plani, habet Perpendiculum ad Hypothenuſam. Quare in puncto C malleus habet momentum, ac ſi eſſet in plano inclinato F C, & ad momentum liberum ita ſe habet, ut D F ad F C, hoc eſt per 8. lib. 6. ut D C ad C A, & ſimiliter in puncto G ut I G ad G A. Ex quo patet momentorum incrementa analoga eſſe incrementis Sinuum Rectorum arcubus ſubinde majoribus convenientium.

At hìc, ubi de gravitatis momentis ſermo inſtituitur, cavendum eſt, ne quem fortè in errorem inducat ambiguitas nominis. Nam quando in C momentum dicimus eſſe ut D C, & in G momentum eſſe ut I G, hoc intelligendum eſt præcisè ratione poſitionis, quatenus in hoc aut illo puncto conſtituta gravitas concipitur, nullâ habitâ ratione antecedentis motûs aut quietis: & ſub voce momenti Gravitatis hæc ſubjecta eſt ſententia, ut gravitas mallei, quæ non impedita ſingulis punctis

temporis conciperet novum impetum ut A C, A G &c. quia à rigido manubrio modò magis, modò minùs ſuſtinetur, quando eſt in C, impeditur, ne concipiat impetum niſi ut D C, & in G ut I G, atque ita de cæteris, donec in E concipiat impetum ut A E. Cæterùm quia in præcedentibus temporis punctis acquiſitæ ſunt particulæ impetûs reſpondentes Sinubus Rectis præcedentium arcuum, ea fit impetûs intenſio, ac proinde motûs velocitas, quæ omnium illorum Sinuum aggregato ferè reſpondeat: Et in fine Quadrantis in E vis eſt complectens omnes impetus, quibus additio facta eſt ſemper non tamen æqualis primo impetui, qui valdè languidus fuit, ſed ſemper major atque major, prout Sinus Recti excreverunt.

Et hæc quidem de Superiore Quadrante. Jam inferior Quadrans conſiderandus eſt, in quo Axis A retinet malleum, ne ex E recto tramite deſcendat, ſed eum cogit deflectere, & arcum E S deſcribere, in cujus ſingulis punctis momentum perinde eſt atque in plano inclinato. Quare in L intelligitur deſcendens in plano inclinato K L, & ibi ejus momentum ad momentum liberum eſt ut R K ad K L, hoc eſt ut M L, ad L K, hoc eſt per 8. lib. 6. ut M A ad A L, hoc eſt ut Sinus Complementi arcûs E L ad Radium. Similiter in N eſt ut P A ad A N; & ſic de cæteris. Eſt autem manifeſtum hujuſmodi Sinus Complementorum eoſdem planè eſſe cum Sinubus Rectis Superioris Quadrantis, ſed ordine præpoſtero acceptis, atque adeò horum aggregatum eſſe illorum ſummæ æquale.

Non tamen hinc ſtatim conficitur eandem eſſe in S vim mallei deſcendentis ex E, atque eſt in E vis ejuſdem deſcendentis ex B. Non inficior æqualem in utroque Quadrante produci impetûs entitatem, ſi in ſummam referantur omnes impetûs particulæ, quæ momentis ſingulis efficiuntur; ſed an æqualem demum conflent intenſionem, ex qua vis percuſſionis oritur, non omninò temerè, ut mihi quidem videor, ſubdubito. Cùm enim acquiſitus impetus interveniente reſiſtentiâ imminuatur, ac debilitetur, & quidem eò magis, ſi à rectâ ſecundùm naturam lineâ magis declinare cogitur; utique inſtitutâ Superioris cum Inferiori Quadrante comparatio oſtendit in illo quidem reſiſtentiam ſemper decreſcere, in hoc ſemper augeri, ac proinde impetum prioribus momentis acquiſitum, licèt aliquid in

conſequen

conſequentibus amittat, tamen hujus decrementi menſurâ magis ac magis extenuatâ, non adeò in Superiore Quadrante langueſcere, ſicut in inferiore, ubi reſiſtentia ſemper augetur, & impetus magis ac magis deteritur. Adde impetum de novo productum in poſterioribus momentis, in ſuperiore quidem Quadrante eſſe majorem, in inferiore verò minorem. Quare cùm in poſtremis motûs momentis in ſuperiore Quadrante multus producatur impetus, & ferè nulla ſit reſiſtentia, in inferiore autem Quadrante multa inveniatur reſiſtentia, & valdè exiguus impetus producatur, ſatis probabili conjecturâ aliquam ſtatuemus ictuum inæqualitatem, ita ut aliquanto validior ſit ex B in E, quàm ex E in S.

Neque obſtat, quod in E maximus producatur impetus, qui deinde in L & N, atque conſequentibus punctis additamentum accipiat, licèt ſemper minus ac minus, quo ita augetur, ut ſemper incitetur motus. Hoc enim non facit, quin impetus in E conceptus majoribus ſemper decrementis imminuatur uſque in S, & impetus in L conceptus ſimiliter magis langueſcat, atque ita de cæteris. Finge ſcilicet nullum impetum novum concipi in L, aut nullum in N, adhuc impetus in E conceptus deorſum tenderet, ſed retinaculo illo debilitatus languidiùs adduceret malleum in S: idem dic de quolibet impetu ſingulis momentis concepto, qui creſcente reſiſtentiâ majoribus decrementis imminueretur, & languidè veniret in S. At quoniam plurima ſunt momenta in breviſſimi temporis particulâ, tot ſunt reliqui impetus, ut ſimul conſtituant notabilem intenſionem.

Quod autem reſiſtentia in ſuperiore Quadrante minuatur, argumento non eſt opus; manifeſtum quippe eſt gravitatem in arcu B E deſcendentem ſubinde transferri à plano magis inclinato in minùs inclinatum, & magis accedens ad perpendiculare: quis autem neget deſcendenti gravitati eò minùs obſtare planum ſubjectum, quò fuerit minùs inclinatum? Atqui angulus C A F minor eſt angulo G A H, anguli autem ad C & G ſunt recti; igitur angulus A F C major eſt angulo A H G; atque propterea planum F C eſt magis inclinatum, quàm planum H G, & cætera plana conſequentia uſque ad planum perpendiculare in E. Contra verò in inferiore Quadrante reſiſten-

tiam ſemper augeri ex eo conſtat, quòd à plano perpendiculari ad inclinatum, immò ad ſemper magis atque magis inclinatum, fit tranſitus, donec demum deſcendens gravitas veniat ad planum horizontale. Angulus videlicet inclinationis plani eſt æqualis angulo, quem denotat arcus in inferiore Quadrante decurſus. Nam in triangulo A L K, cujus in baſim A K cadit perpendicularis L M, ex 8. lib.6. angulo K A L æqualis eſt angulus K L M, & propter paralleliſmum linearum M L & K R, angulo K L M æqualis eſt alternus L K R angulus inclinationis plani K L; igitur hic angulus inclinationis eſt æqualis angulo, quem denotat arcus E L. Idem dic de angulo E A N & cæteris, qui ſemper majores indicant gravitatem tranſire ad plana magis & magis inclinata.

CAPUT IX.

Quomodo percuſsiones ex mole pendeant.

QUamvis ad validiorem ictum infligendum corporis percutientis velocitas, impetûs intenſionem indicans, plurimum conferat, ut dictum eſt; non ad hanc tamen velut ad unicam cauſam referenda eſt vis percuſſionis; ſed & corporis ejuſdem percutientis moles attendenda eſt: videmus ſcilicet ex mole ipsâ percuſſiones augeri, cæteris paribus; perinde enim eſt, atque ſi tot corpora percutientia eſſent, quàm multiplex eſt moles major collata cum minore. Nam ſi nota eſt vis percutiendi, quæ ineſt globulo duarum unciarum cadenti ex certâ quadam altitudine utique probabilis conjectura & ratio ſuadet ſextuplam eſſe vim globi ex ſimili materiâ unciarum duodecim ex altitudine eâdem cadentis: gravitas ſiquidem ſexies multiplicata etiam impetum efficere poteſt ſextuplum, non quidem intenſivè, ſed entitativè; neque enim pro Ratione molis augetur velocitas, quippe quæ requireret ſextuplam intenſionem. Hanc tamen majorem vim Ratione molis ita intelligi velim, ut medij reſiſtentia diſſimuletur: nam eo ipſo, quod mo-

les

les ejuſdem ſecundùm ſpeciem gravitatis augetur, etiam ſuperficiem augeri neceſſe eſt, quæ non eâdem facilitate medium dividit. Sed quoniam ita augeri poteſt moles, ut non ſimilem ſervet figuram, ſed alias atque alias induat figuras manente æquali gravitate, ac propterea valde incerta eſt reſiſtentiæ menſura, quæ ex medij diviſione oritur, prout hanc aut illam faciem medio dividendo obvertit ipſa moles; hinc eſt, quod illam reſiſtentiam tantiſper diſſimulare licet, dum reliquas percuſſionis cauſas veſtigamus. Cæterùm illius quoque ratio eſt habenda, ut aliquid virium detractum intelligatur percuſſioni, ubi & moles & ſpatium conſideratur; quatenus velocitas, auctâ mole, hoc eſt aucto ex medij reſiſtentiâ impedimento, aliquantulum imminuitur, ita tamen ut pariter plures majoris molis partes, collatis viribus medium urgentes, aliquid afferant facilitatis in dividendo medio, adeóque etiam velocitatis.

Ex his habetur percuſſionis vires componi ex mole & ex velocitate corporis percutientis: Moles ſiquidem determinat entitativè menſuram impetûs ſingulis momentis producti, velocitas indicat intenſionem, hoc eſt ſummam impetuum in motu acquiſitorum, hoc eſt ejuſdem impetûs gravitati, aut potentiæ virtuti, primo momento reſpondentis multiplicationem. Quare ſi duorum corporum ictus comparentur, percuſſionum Ratio erit compoſita ex Rationibus velocitatum, & gravitatum, ſeu potentiarum, quibus vis movendi tribuitur. Velocitatem autem illam intelligo, quæ ratione impetus acquiſiti conveniret corpori eo momento, quo percutit, niſi inveniret reſiſtentiam: Hujuſmodi verò impetûs eo momento intenſionem indicat ſpatium in antecedenti motu decurſum, ex quo, prout dictum eſt cap. 7. cognoſcitur Ratio temporum, quibus eſt analoga intenſio impetûs. Hinc ſi cadat ex altitudine 100 palmorum globus unciarum duarum, deinde ex altitudine decem palmorum globus unciarum 12, ſunt duæ Rationes, altera velocitatum, hoc eſt intenſionum impetûs in ſubduplicatâ Ratione altitudinum, videlicet ut 10 ad $3\frac{16}{100}$, altera gravitatum ut 1 ad 6; quæ compoſitæ dant Rationem ut 10 ad $18\frac{96}{100}$; ac proinde percuſſio globi minoris eſtimari poterit proximè ut 10, majoris ut $18\frac{95}{100}$: Nam duæ unciæ majoris deſcendendo per decem palmos haberent impetum

impetum ut $3\frac{16}{100}$: ergo ſexies duæ unciæ habent entitativè impetum ut $18\frac{96}{100}$. Quare ſi gravitates fuerint reciprocè ut velocitates, hoc eſt impetûs intenſiones, erunt æquales percuſſiones, ut eſt manifeſtum.

Hoc autem, quod de gravitate motu naturali deſcendente dictum eſt, de potentiis pariter, ſervatâ analogiâ, eſt intelligendum (aſſumendo ſcilicet loco gravitatis vim ipſam potentiæ, quæ ſimiliter conata perſeveret in motu antecedente percuſſionem) ſi innoteſcat, quantum potentiæ inæqualiter conentur, & per inæqualia ſpatia moveant idem corpus, quo ictum infligunt; nam ex Rationibus conatuum, & velocitatum componitur Ratio percuſſionum. At ſi potentiæ duæ inæqualiter conantes per inæqualia ſpatia moveant inæqualia corpora, quibus alteri corpori ictus infligatur, attendendum eſt, an ſolùm tam diuturnus ſit motus ictum præcedens, ut nihil impreſſi impetûs deteratur: nam ſi alternis quibuſdam incrementis & decrementis modò augeatur, modò minuatur, non eſt habenda ratio totius temporis, aut ſpatij, in quo factus eſt motus: quis enim exiſtimet aptè computari poſſe, utrùm navis percurrerit ſex, aut octo milliaria, ut ejus ictus, quo cymbam percutit, cognoſcatur? Quare ſatius erit in hujuſmodi motibus ab impetu extrinſecùs impreſſo provenientibus, qui ut plurimum repugnantem habet ipſius corporis naturam, nec totus permanet quemadmodum impetus acquiſitus, ipſam velocitatem conſiderare, quatenus apparet non multo tempore antè ictum: tunc enim, quia potentia movens eum impetum imprimit, qui ſatis ſit ad molem illam movendam tantâ velocitate, ut impetus hujuſmodi innoteſcat, & molis & velocitatis ratio habenda eſt; atque idcircò ad comparandas invicem percuſſiones componenda eſt Ratio ex Rationibus molium, & velocitatum. Hinc ſi navis oneraria lentè moveatur velocitate ut duo, & navis alia ſextuplo minor moveatur velocitate ut decem (quia videlicet paulò antè ictum obſervatum eſt, quo tempore illa procedebat duos paſſus, hanc percurriſſe decem paſſus) ictus majoris ad ictum minoris erit ut 12 ad 10, compoſitis ſcilicet Ratione molium 6 ad 1, & Ratione velocitatum 2 ad 10.

Hìc autem ubi Molis nomen uſurpamus, cavendus eſt in vocabuli

vocabuli ambiguitate lapsus: neque enim corporis tantummodo amplitudinem, quatenus sub Geometricam dimensionem cadens spatium occupat, intelligere oportet, verùm etiam naturam ipsam atque substantiam: ea scilicet, quæ minore secundùm speciem gravitate prædita sunt, sub magnis dimensionibus parum habent substantiæ atque materiæ, ideóque & tenuem movendi ac impetum producendi virtutem; neque propterea quod molem magnam præseferant, validiora in percutiendo censenda sunt, quasi à globo ligneo librarum duarum, quia ferè decuplo major est globo plumbeo ejusdem ponderis, expectari posset validior ictus, si ex eâdem altitudine dimittantur: nam vis producendi impetum connata est substantiæ, quâ substantia talis est, non quantitati, prout extensio est. Quare ubi molis habendam esse rationem diximus, ut fiat Rationum Compositio, ex qua percussionum incrementa aut decrementa innotescant, ipsam potissimùm substantiam intelligimus, quam, non nisi intra idem genus corporis, extensio major aut minor consequi solet: propterea si ferrei cylindri ictus, atque lignei, conferre invicem volueris, non ipsos cylindros, quatenus cylindri sunt sub tantâ basi & altitudine, dimetiri oportet, sed potiùs eorum gravitatem, ut quanta sit moles virtutis ipsi naturæ atque substantiæ respondens, ex gravitate inferatur.

Non tamen idcircò extensionis atque figuræ animadversio otiosa est, aut contemnenda, in percussionibus; quinimmò non oscitanter consideranda, ut deprehendatur, qua sui corporis parte validissimum ictum infligat instrumentum percutiens. Hoc autem tripliciter potissimùm movetur, videlicet, primò ad perpendiculum descendendo motu naturali; deinde horizontaliter, seu obliquè, cùm à dextrâ in sinistram, aut vicissim à lævâ in dexteram, aut in anteriora extrinsecùs motu rectò impellitur; demum in orbem, circuli arcum describendo.

Et quidem corpus sponte suâ descendens, quodcumque tandem illud sit, suam habet Directionis lineam, per quam in motu Centrum gravitatis progreditur. In infimâ igitur corporis parte ipsa Directionis linea definit punctum, in quo si fiat corporis percutientis contactus, ille erit validissimus ictus, quem hujusmodi corpus ex datâ altitudine descendens infligere potest, ibi quippe maximam reperit resistentiam, cum æquales

vires hinc atque hinc consistentes ibi conspirent, & obicem motui directè oppositum offendant, adeò ut neque in hanc, neque in illam partem Centrum gravitatis dirigatur. Quod si punctum contactûs corporum collisorum non sit in lineâ Directionis corporis cadentis, sed à latere; eò validior erit ictus, quo minore intervallo punctum contactûs ab hujusmodi lineâ Directionis aberit; magis videlicet opponitur motui directo, quàm si ab eâ longiùs abesset: quando enim contactus procul est à lineâ Directionis, ab hac minùs deflectere cogitur centrum gravitatis, quod multò magis repellendum esset à contactu propiore. Sic globus, cujus centrum gravitatis sit C, descendens per lineam Directionis C D, si percutiat puncto D, omnium validissimum ictum infligit, quia corpus percussum omninò opponitur motui C D, nec centro C relinquit locum saltem obliquè descendendi: at verò si contactus fiat in E, impeditur quidem descensus globi per rectam C D ulteriùs productam, potest tamen centrum gravitatis descendere describendo circa punctum E manens arcum C F; quapropter in E minorem invenit resistentiam quàm in D, ubi nihil descendere potest, si subjectum corpus loco non cedat. Similiter si contactus fiat in G, adhuc impeditur motus directus per C D, attamen centrum gravitatis C potest obliquè descendere describendo arcum C H. Sed quoniam per arcum C F magis declinat à perpendiculo, & minùs descendit, quàm per arcum C H (quamvis arcus illi æquales ponantur paribus Radiis E C, & G C descripti) propterea magis impeditur motus in contactu E propiori lineæ Directionis, quàm in G remotiori. Cum itaque eò validiorem ictum infligant corpora percutientia, quò majorem inchoato motui resistentiam offendunt, manifestum est in corporibus naturali motu descendentibus validissimum esse ictum in puncto, quod lineæ directionis motûs respondet, semperque imbecilliores esse ictus, quò magis puncta contactûs absunt à lineâ Directionis.

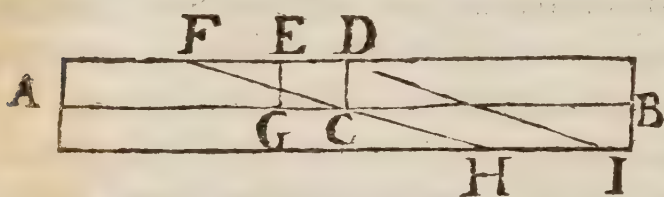
Hoc idem, quod de lineâ Directionis gravium sponte suâ descendentium dictum est, analogiâ servatâ, traducendum est

ad

ad ea corpora, quæ externo impulſu agitata motu recto ſivè Horizonti parallelo, ſivè ad Horizontem aut obliquè, aut ad perpendiculum, inclinato moventur. Cum enim, ex hypotheſi, partes omnes hujuſmodi corporis impulſi æquali velocitate per æqualia ſpatia moveantur, æqualem impetum ſingulæ recipiunt, à movente impreſſum. Similiter igitur in corpore illo concipiendum eſt punctum, quod *Centrum Impetûs* vocari poteſt, quia illud æquales hinc & hinc Impetus circumſtant, quemadmodum Centrum Gravitatis dicitur, circa quod æqualia gravitatis momenta diſpoſita intelliguntur. Hinc ſi corporis particulæ fuerint omnino homogeneæ, adeóque æquè capaces impetûs recipiendi, illud idem erit Centrum Impetûs, quod eſt centrum molis, ſeu magnitudinis; nam eadem plana, quæ molem æqualiter dividunt, etiam æqualiter dividunt Impetum per ſingulas particulas æquabiliter diffuſum. At ſi non ejuſdem generis fuerint partes corpus illud componentes, ſed raræ aliæ, aliæ denſæ, hoc eſt ex materiâ partim tenui, partim conſtipatâ, ſicut non eſſet idem Centrum Gravitatis, atque Centrum Magnitudinis, ita neque idem eſt cum Molis centro Centrum Impetûs impreſſi; quia, ut ex Projectis conſtat, ea quæ ſecundùm ſpeciem leviora ſunt, cæteris paribus, minorem impetum concipiunt (& globuli ex argillâ efficti, quos baliſtæ evibrant, majorem ictum infligunt, quàm pares globuli lignei, qui ſunt argillâ leviores) ac proinde Centrum Impetûs impreſſi aſſumi poteſt idem, ac punctum illud, quod in motu naturali eſſet Centrum gravitatis ipſi corpori inexiſtens.

Quare in motibus corporum externâ vi impulſorum attendenda eſt pariter linea, ſecundùm quam dirigitur motus hujuſmodi Centri Impetûs: & punctum illud in corporis percutientis ſuperficie, quod linea directionis motûs à Centro Impetûs ducta deſignat, ipſum eſt, in quo corpus percutiens vim ſuam validiſſimè exercet. Cum enim omnia plana per hanc Directionis motûs lineam tranſeuntia (quorum illa eſt communis ſectio) dividant univerſum Impetum in partes hinc & hinc æquales, quippe quæ etiam per Centrum Impetûs tranſeunt, ita ex percuſſione in puncto illo impeditur motus, ut neque ad hanc, neque ad illam partem deflectere poſſit corpus impactum in obicem, qui reſiſtit. Quod ſi punctum contactûs fuerit ex-

tra lineam Directionis motûs, inæquales ſunt impetus, & majore præpollente, corpus pergit in motu, quamvis ad latus inflectatur ſivè magis, ſivè minùs, prout majus aut minus fuerit intervallum inter punctum contactûs, & lineam Directionis motûs.

Sit corpus A B, quod tranſlatum à potentiâ impellente habeat Centrum Impetûs C, & linea, per quam dirigitur motus, ſit C D, cui parallelæ ſunt lineæ à ſingulis partibus in motu deſcriptæ. Si ergo in obicem incurrat punctum D, ita impeditur motus, ut ulteriùs promoveri nequeat corpus, niſi obex loco cedat; quia nimirum impetus in D A æqualis eſt impetui in D B, ideò neutra pars æquali impetu affecta promoveri poteſt: eſt igitur maxima reſiſtentia, & ictus validiſſimus. Sin autem non puncto D, ſed puncto E fiat percuſſio ſecundùm eandem directionem G E, jam impetus ſunt inæquales, & minor impetus eſt in E A, quàm in E B; proinde pars E B validior pergens in motu inflectitur circa obicem in puncto E, tanquam circa centrum, & reſiſtentia eſt minor, quàm ad punctum D. Simile quid contingit, ſi fiat percuſſio in puncto F, multo enim major impetuum inæqualitas intercedit inter F A, & F B, quàm inter E A, & E B, atque faciliùs fit converſio & inflexio motûs circa obicem in puncto F, quàm in puncto E: arcus ſiquidem majore Radio F D deſcriptus minùs deſciſcit à rectitudine lineæ, per quam dirigitur motus, quàm arcus minore Radio E D deſcriptus. Quò igitur magis punctum contactûs in percuſſione abeſt à puncto D, eò infirmior eſt ictus, minorem quippe invenit reſiſtentiam.

At ſi corpus idem A B ita impellatur, ut linea directionis motûs ducta ex C centro impetûs ſit C A, ſimiliter conſtat validiſſimum ictum fieri in A, imbecilliorem verò in extremis angulis ejuſdem ſuperficiei. Hinc vides, cur ex vetere diſciplinâ Poliorceticâ ad murorum, aut poſtium expugnationem, arietes, quibus concutiebantur, non planâ facie, ſed convexâ communiter, aut acutâ conſtruerentur: quia ſcilicet trabem ferro

in

in capite armatam funibus suspensam (ne sustinendi laborem subirent, sed vires omnes in motu impenderent) retro ducentes, ac deinde propellentes, non planè horizontaliter, sed quasi circulariter movebant; planum autem si fuisset trabis caput, ictus inflictus fuisset ab extremo illius superficiei latere, non verò à partibus circa medium existentibus, à quibus multò validior ictus expectari potuisset; quemadmodum certiùs contingit facie convexâ, aut in apicem desinente.

Si demum linea directionis motûs esset C F, utique in F esset validissimus ictus, quia planum F H bifariam divideret æqualiter universum impetum, & impetus F A H æqualis esset impetui F B H. Esset autem infirmior ictus, quem infligeret punctum D, cujus directio D I parallela directioni Centri F H inæqualiter divideret impetum, & pars impetûs D B I minor esset parte D A H I; quapropter hæc circa obicem in D moveri posset, & minorem inveniret resistentiam quàm in F.

Ubi observandum est non aptè quæri, quonam in puncto validissimus fiat ictus, nisi pariter statuatur, quænam sit linea Directionis motûs: Nam in eodem puncto D validissimus est ictus, si directio fuerit C D, quia tunc est maxima resistentia; nullus est ictus in directione C A, quia nihil illi opponitur; imbecillis est ictus in Directione C F, quia mediocrem offendit resistentiam. Præterea comparatis invicem Directionibus C D & C A, validior est ictus in A quàm in D; plures siquidem partes in eandem longitudinis lineam directè conspirantes plus obtinent virium, quàm pauciores in lineâ latitudinis: præterquam quod partium ad latera adjacentium lineæ, quæ propiores sunt lineæ Directionis Centri Impetûs, quasi in unam Physicè coalescunt; id quod non contingit partibus notabili intervallo disjunctis ab illâ Directionis lineâ: quæ eatenus solùm in percussionem consentiunt, quatenus cum intermediis conjunctæ nexu non facilè dissolubili eas pariter juvant; nam si esset corpus percutiens in plures partes, ceu virgulas, dissectum, iis, quæ obicem contingerent, manentibus, reliquæ sinè ictu excurrerent: propterea etiam conjunctæ faciliùs à directâ positione deflectentes corporis longitudinem inflectunt: ut in tenui & gracili ligno accidere potest extremis partibus A & B, quæ ex impulsu, quo promoventur, possunt circa punctum D inflecti; ex quo infirmior

percuſſio, quàm cùm tanta eſt corporis craſſities, ut pro longitudine breviore non valeat flecti. At ſi cum his directionibus C D & C A, ad perpendiculum incidentibus in faciem corporis percutientis, comparetur Directionis linea C F obliquè incidens, licèt longior ſit linea C F, quàm C D, non idcirco validior eſt in F ictus Directionis C F, quàm in D ictus Directionis C D: id quod oritur ex minore reſiſtentiâ ratione obliquitatis; faciliùs quippe poteſt ulteriùs excurrere corpus obliquè percutiens, quàm ſi directè percuteret.

Porrò non levis error obreperet minùs accuratè perpendentibus ea, quæ hactenus de Centro Impetûs diſputata ſunt, ſi hoc Centrum abſolutè in eo inſtrumento, quo ad percutiendum utimur, quærendum eſſe exiſtimarent: non enim raro etiam ejus, à quo inſtrumentum impellitur, conſiderandus eſt impetus & motus. Sic quando duo lanceis concurrunt, non eſt æſtimanda percuſſio ex ſolo impetu lanceæ impreſſo, verùm etiam ex eo, quem militis corpori imprimit equus, cui currenti inſidet, immò & ipſius equi impetus, quem virtute ſuâ animali concipit: univerſum quippe hunc impetum retundi oportet ab eo, qui ictum recipit: hinc ſi miles minùs robuſtus fuerit, infirmior eſt ictus, quia ipſo ictûs momento ille cedit, & perinde eſt, atque ſi lancea ipſa cederet, aut flecteretur. Non eſt igitur Centrum impetûs in lanceâ ipsâ, ſed potiùs in corpore militis non procul ab equo; ac proinde inclinata lancea, ut, quam minimùm fieri poſſit, recedat à poſitione parallelâ lineæ Directionis motûs, & ab hac lineâ non longè abſit, validiſſimum ictum infliget: hoc autem quia faciliùs obtinetur longiore lanceâ, quàm breviore, ideò, cæteris paribus, præſtat longiore lanceâ uti.

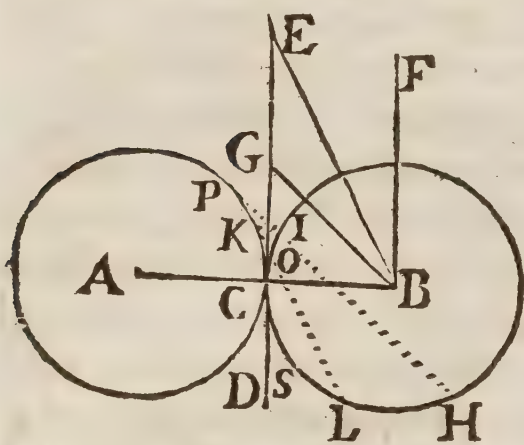
Res autem aliter ſe habet, quando percuſſio contingit inſtrumento non ampliùs cohærente ipſi cauſæ, à qua impetum recipit, ſed jam ab eâ disjuncto; in eo enim præcisè eſt Centrum Impetûs, & attendenda eſt linea Directionis motûs ab hujuſmodi centro ducta, ut vis percuſſionis maxima innoteſcat.

At hìc quæris; ſi haſtam manu ſtringentes impetum illi imprimimus, & brachium pariter impetum concipit, atque ex utroque impetu æſtimandus eſt ictus; cur validiùs haſtam eandem intorquemus jaculantes, quàm manu tenentes? Sic antiquis,

quis, ad acriùs feriendum, placuit hastis amentatis uti, ut post ejaculationem hastam loris ligatam retraherent, iterúmque evibrarent: Esse autem validiorem ictum hinc cognosces, quòd hastæ evibratæ mucro altiùs infigitur objectæ tabulæ, quàm cùm illam manu retinentes similiter tabulam cuspide percutimus. Ex multiplici causâ id petendum videtur. Et primò quidem, quia cùm hastam manu stringimus, caro, quæ est in volâ manûs, illicò cedit, ac obicem hastæ resistentem offendit, ex qua cessione minuitur impetûs; qui & multo magis debilitatur, si brachium pariter in posteriora modicè revocemus timentes, ne ex præconcepto impetu, & corporis percussi resistentiâ oriatur nimia aliqua partium convulsio, aut dolor: hoc autem incommodum vitatur in hastâ jam emisâ. Deinde quando aliquid jaculamur, ultimo momento, quo illud tenemus, brachium validissimo conatu in anteriora movemus, statímque retrahimus dimittentes missile, cui propterea plurimus impetus imprimitur: constat autem non posse à nobis hastam retinentibus (alia scilicet est musculorum contentio & motio) moveri brachium motu adeò concitato. Demum impetus brevissimo illo motu tantâ vi productus in missili suam retinet directionem (quicquid sit, an gravitas insita aliquid officiat) quæ in longiore motu brachij si non dimittatur, aliquantulum labefactatur, eo quod plures motus circa diversa centra, videlicet circa os humeri, & os cubiti, misceantur; atque ex diversa illâ directione vis impetûs minuitur. Cùm itaque ex omnibus hisce causis major inveniatur impetus in hastâ evibratâ, quo momento illa percutit, majorem quoquè ictum ab eâ infligi consequens est.

Ad hoc percussionum horizontalium genus spectat illa percussio, qua in ludo minoris tudiculæ globus unus tudiculâ impellente emissus alium globulum percutit. Si enim in eâdem directionis motûs lineâ reperiantur centra utriusque globi, percutientis scilicet & percussi, maximus ictus infligitur, quia maximam invenit resistentiam, cum totus globulus percussus toti percutienti opponatur, cujus singularum partium lineæ directionis motûs si producantur, occurrunt globulo percusso (æquales sunt globuli ex hypothesi) quamvis sola linea directionis Centri illum contingat. Sin autem globus emissus ita alium quiescen

quiescentem tangat, ut recta linea per contactûs punctum ducta sit utriusque globi Tangens; & lineæ directionis motûs parallela, nullus est ictus, quia nullum motui impedimentum infertur. Demum si linea, per quam dirigitur centrum globuli emissi, non occurrat centro globi percussi, ita tamen se habeat, ut lineæ utrumque globulum Tangenti occurrat extra punctum contactûs, tunc major aut minor erit ictus pro ratione impedimenti & resistentiæ, prout majori aut minori parti globuli percutientis opponitur globulus percussus: Ex quo fit eò majorem esse resistentiam, quò linea directionis motûs Centri percutientis propiùs ad punctum contactûs occurrit lineæ Tangenti.

Sit globus B emissus adversùs globum A quiescentem, & linea, per quam dirigitur motus centri B, sit B C occurrens puncto contactûs C, atque adeò, ut colligitur ex 12. lib. 3. etiam centro A, si producta intelligatur. Hìc invenit maximam resistentiam globus percutiens, neque ad hanc, neque ad illam partem deflectere potest à priori directione; linea siquidem Directionis B C ad angulos rectos incidit in Tangentem D E, & omnes singularum partium directiones occurrerent globulo A, si productæ intelligantur extra globulum B. Quòd si linea directionis motûs fuisset B F parallela Tangenti D E, nullum planè inferretur impedimentum motui à globo quiescente A; nam partium globi impulsi Directiones parallelæ lineæ B F, ex essent, ut earum nulla incurreret in globum A, ideóque nullus esset ictus, ubi nulla est resistentia. At si globus B habeat Directionem B E, aut B G, & quiescentem globum tangeret in C, etiamsi neque B E, neque B G directiones centri incurrerent in globum A, tamen partium aliquarum ejusdem globi B Directiones parallelæ Directioni B E, aut B G, si productæ intelligantur, incurrerent in globum A, atque invenirent ex eo impedimentum. Sit enim Directio B E, & in globo B linea L O ipsi B E paralla, quæ producta contingeret in K globum A: utique omnes partes segmenti

menti O L S habentes Directionem parallelam Directioni B E, quæ eſt directio Centri, inveniunt reſiſtentiam, cum earum directiones incurrant in oppoſitum globum A. Similiter ſi Directio Centri ſit B G, parallela Directio H I producta tangit in P globum A, qui proinde opponitur Directionibus omnium partium ſegmenti I H S. Cùm autem ſegmentum I H S majus ſit ſegmento O L S, etiam major eſt ictus, quando Directio B G ea eſt, ut Tangenti lineæ D E occurrat in puncto G non ita procul à contactu C, quàm ſi directio B E ea eſſet, quæ in puncto E remotiore à contactu C occurreret eidem Tangenti D E: Maximam ſiquidem habet veritatis ſpeciem, in hujuſmodi ictibus impetum in globo percuſſo eâ intenſione imprimi, quæ proportione reſpondeat partibus, quæ directè ſecundùm illam Directionis lineam impediuntur. Quoniam verò impetus globo percuſſo impreſſus illum afficit æquabiliter, hinc eſt, quod ille non poteſt à percuſſione determinari, niſi ut moveatur per lineam Directionis, quæ conjungat punctum contactûs C cum centro A: quandoquidem æquales ſunt globi partes circa centrum, adeóque & æquales impetus.

Obſerva hìc à me aſſumptos eſſe circulos pro globis, & lineas vice planorum ſecantium globos, ut res faciliùs explicaretur: cæterùm quæ de lineis dicta ſunt, ſi de planis per lineas illas tranſeuntibus intelligantur, rem ſimiliter ob oculos ponent, ſi ipſa parallela fuerint, aut inclinata, prout de lineis conſtituta eſt hypotheſis. Supereſt tertius percutientis motus, videlicet in arcûs circularis ſpeciem ductus, quando, altera extremitate manente, corpus in gyrum movetur. Experimentis autem docemur validiſſimum ictum non ſemper fieri ab extremitate, quamvis hæc velociſſimè moveatur præ cæteris punctis alteri extremitati manenti propioribus. Ut igitur inveniatur punctum, in quo corpus percutiens maximam habeat reſiſtentiam, ponendum eſt illud eſſe æquabiliter ductum, & ex materiâ homogeneâ æqualiter capaci impetûs; atque ibi ſanè maxima erit reſiſtentia, ubi impetûs momenta æqualiter dividuntur: id quod contingit in puncto ita remoto à motûs centro, ut cadat inter beſſem, & dodrantem totius longitudinis, quæ habet rationem Radij, quo arcus deſcribitur.

Sit corporis percutientis longitudo A B. Si motu naturali ſponte ſuâ deſcenderet, & in motu poſitionem horizonti parallelam ſervaret, utique validiſſimus eſſet ictus in D puncto, quod reſpondet centro gravitatis C; eſſent enim hinc atque hinc æquales gravitates, & æqualia impetûs momenta, ut ſuperiùs dictum eſt. At manente extremitate A, tanquam centro motûs, & corpore ipſo vi ſuæ gravitatis deſcendente, licèt ſingulæ particulæ, utpote naturæ ejuſdem, paribus viribus ſint præditæ, non tamen æquali momento feruntur; ſed cum in A retineantur, quæ puncto A propiores ſunt, magis detorquentur à directione naturalis gravitatis, adeóque plus momenti habent partes inter D B, quàm inter A D conſtitutæ. Porrò momenta ſunt in Ratione Diſtantiarum: Momentum ſiquidem eſt Exceſſus virtutis moventis ſupra reſiſtentiam, qua impedimentum prohibet, ne ſequatur motus juxta naturalem propenſionem: quare ſingularum partium momenta ex earum motu dignoſcuntur: moventur autem per circulorum arcus ſimiles, quorum etiam ſimiles ſunt Sinus deſcenſum metientes, qui ſunt in Ratione Radiorum, hoc eſt diſtantiarum ab A communi centro. Sic momentum puncti D eſt ut A D, puncti G ut A G, puncti H ut A H, atque ita de cæteris. Hinc eſt omnium momentorum ſummam conflari ex illorum aggregato, quaſi ex aggregato arcuum quos deſcribunt, aut Sinuum arcubus ſimilibus reſpondentium, quorum Ratio eadem eſt cum aggregato Radiorum, ex quibus deſcribuntur arcus. Cum autem univerſa longitudo A B in particulas æquales diviſa intelligatur, manifeſtum eſt diſtantias à centro A conſtituere Progreſſionem Arithmeticam juxta ſeriem naturalem numerorum, ac proinde punctum, quod vocari poteſt *Centrum Momentorum Impetûs*, illud eſſe, in quo momenta illa bifariam æqualiter dividuntur.

Hoc verò punctum eſſe ultra beſſem totius longitudinis hinc apparet, quòd, ſi longitudo A B in tres æquales partes diſtincta intelligatur, prima centro A proxima habet momentum ut 1, ſecunda ut 2, tertia ut 3: igitur poſt finem ſecundæ, hoc eſt in G, videtur

videtur esse æqualitas momentorum; nam A G habet ut 3, & G B item ut 3. Sed non esse in G momentorum æqualitatem constat, si adhuc plures in partes A B distincta intelligatur, & eadem sit Ratio dupla A G ad G B. Sit A B partium 6; A G est 4, G B 2: Momenta A G sunt 10, G B 11; sunt scilicet ipsius A G momenta quatuor distantiarum 1. 2. 3. 4. hoc est 10, G B verò momenta quintæ & sextæ distantiæ 5 & 6, hoc est 11. Quod si ponatur A B partium 9, & A G 6, G B 3; momenta A G sunt 21, G B sunt 24. Similiter statuamus longitudinem A B partium 12, scilicet A G 8, G B 4, momenta A G sunt 36, G B 42. Item A B sit partium 15; A G 10, G B 5: momenta A G sunt 55, G B 65. Demum A B sit partium 18; A G 12, G B 6: momenta A G sunt 78, G B 93. Non igitur momentorum æqualitas est præcisè in G ad bessem longitudinis A B, sed est ultra G versùs B.

Verùm, si A H sit dodrans longitudinis A B, non in H, sed citrà H, inter G & H est quæsitum punctum, in quo momentorum æqualitas invenitur. Nam si A B sit partium 4, atque A H sit 3, H B verò sit 1; momenta A H sunt 6, & H B 4: Si A B sit part. 8: & A H 6, H B 2; momenta A H sunt 21, H B 15; & sic de cæteris servatâ eâdem Ratione triplâ A H ad H B. Cum itaque momenta A G minora sint quàm momenta G B, contrà verò momenta A H majora sint momentis H B, constat æqualitatem momentorum esse inter G & H, hoc est inter bessem & dodrantem. Ubi autem proximè sit hujusmodi punctum, deprehendes, si totam A B statuas partium 576, & A I partium 407: Cum enim momenta omnia totius A B sint 166176, & momenta A I sint 83028, remanent momenta I B 83148, proximè æqualia momentis A I. Est autem Ratio 407 ad 576 minor Ratione 3 ad 4: & Ratio A I ad I B minor est Ratione A H ad H B, hoc est minor Ratione Dodrantis ad Assem: item Ratio 407 ad 576 major est Ratione 2 ad 3, hoc est Ratione Bessis ad Assem. Quæ de lineâ A B hactenus dicta sunt, in reliquis pariter illi parallelis vera esse deprehenduntur simili ratiocinatione; ac propterea à lineâ I L omnes in eâdem Ratione secantur. Maxima igitur percussio à corpore A E circa lineam A F in gyrum acto fiet in lineâ I L; in qua medium punctum K denotat locum validissimi ictûs; in eo sci-

ſcilicet omnia momenta impetûs æqualiter dividuntur tam juxta longitudinem,quàm juxta latitudinem.

Sed quoniam raro contingit corpus, quo percutimus,ita æquabili ductu partes omnes diſpoſitas habere, ſicut hactenus hypotheſim in cylindro aut priſmate conſtituimus, idcircò frequentiſſimè centrum hoc momentorum Impetûs, ex quo ictus vehementia pendet, aut magis ad centrum motûs accedit, aut ab hoc magis recedit, prout ad hanc aut illam extremitatem plures ſunt partes majoris impetûs, aut majorum momentorum capaces: fieri ſiquidem poteſt, ut plures partes centro motûs proximæ tenuioribus momentis ſint præditæ, pauciores autem partes ab hujuſmodi motûs centro remotæ majora obtineant momenta, adeò ut inæqualitas partium reciprocâ quadam inæqualitate momentorum compenſetur; & fieri poteſt, ut plures partes cum majore diſtantiâ componantur, adeò ut centrum momentorum impetûs proximum ſit extremitati, quæ velociſſimè movetur. Hinc quia malleo & ſecuri infligendus eſt ictus, in illorum manubriis ſtatuendis cavendum eſt, ne nimis gravia ſint, ne fortè extra malleum aut ſecurim, quibus fit percuſſio, ſit centrum momentorum impetûs. Centrum hoc momentorum ſi appellare libeat *Centrum Percuſſionis*, per me licet; neque enim hæreo in vocabulis.

Ut autem oblato quocumque corpore ad percutiendum apto, quo utendum ſit motu circulari, cujuſmodi eſt malleus, clava, ſecuris, & ſimilia, ejus centrum Momentorum impetûs Phyſicè & Mechanicè habeamus, hæc methodus fortaſſe non inutilis accidat. Extremam illam partem, quæ manu apprehendi ſolet, ex clavo immobili ita ſuſpende, ut circa illum liberè moveri valeat: tum ſuſpenſam clavam à perpendiculo remove, & in hanc atque illam partem vibrari permitte. Interim ex ſubtiliſſimo filo æreus, aut plumbeus, globulus pendeat, qui pariter vibretur: & hujus perpendiculi vibrationes cum clavæ ſuſpenſæ vibrationibus compara, an videlicet ſingulæ ſingulis iſochronæ ſint, hoc eſt æqualis durationis, an verò inæqualis; ſi una perpendiculi vibratio diuturnior ſit, quàm una clavæ vibratio, decurtandum eſt filum, ſi brevior, producendum uſque eò, dum perpendiculi vibrationes ſingulæ ſingulis clavæ vibrationibus iſochronæ fuerint. Hoc ubi conſecutus fueris, haud temerè pronun

pronunciabis quæſitum Centrum momentorum Impetûs clavæ tanto intervallo abeſſe à puncto ſuſpenſionis, quanta eſt perpendiculi longitudo, non quidem exactiſſimè & Geometricè, ſed quantum ſatis eſt ad Phyſicum opus. Cur ita argumentari liceat, ſi rationem repoſcas, hæc ſatis probabilis afferri poteſt; quia ſcilicet Centrum momentorum Impetûs eſt punctum illud, in quo cum ſit æqualitas momentorum, omnes ipſius clavæ partes ſuam vim exercent ad motum illius oſcillationis; quemadmodum in centro globuli ex filo pendentis (filum ex hypotheſi nullum habet notabile momentum ad motum adnexi globuli variandum) eſt æqualitas momentorum ejuſdem deſcendentis, & ad poſitionem perpendicularem ſe reſtituentis. Eſt igitur clava quaſi perpendiculum tantæ longitudinis, quantum eſt intervallum inter Centrum motûs atque Centrum momentorum Impetûs. At perpendicula æqualis longitudinis ſunt iſochrona: igitur invento perpendiculo iſochrono cum oſcillationibus clavæ, nota erit ex hujus longitudine etiam longitudo rigidi illius perpendiculi, quod concipitur in clavâ, videlicet diſtantia Centri momentorum Impetûs à Centro motûs.

Hìc tamen animadvertas velim ex hac methodo non haberi exactè punctum Centri momentorum in clavâ, ſed illud adhuc paulò longiùs abeſſe; quia nimirum perpendiculorum omnino æqualium, præterquam in gravitate ponderis appenſi, illud, quod gravius eſt, plures vibrationes eodem tempore perficit; atque perpendiculorum omnino æqualium, præterquam in longitudine, illud, quod longius eſt, paucioribus vibrationibus eodem tempore agitatur. Cum autem clava ſit perpendiculum gravius globulo, qui ex filo pendet, poſitâ æquali longitudine, clava velociùs moveretur: Si igitur motus clavæ eſt iſochronus cum motu globuli ex filo ſuſpenſi, neceſſe eſt longitudine gravioris inferente vibrationum raritatem compenſari ejus gravitatem, quæ crebriores efficeret vibrationes. Quare hoc certum habebis, quæſitum Centrum Momentorum eſſe ultra punctum illud inventum ex longitudine perpendiculi adhibiti.

Sed & illud præterea obſervandum eſt, motus iſtos circulares corporum percutientium communiter non habere pro ſui motûs Centro alteram extremitatem, niſi fortè, quando ad ſolius manûs motum moventur, cubito ac brachio immotis: cæterùm

pro centro motûs habent aut cubiti, aut humeri juncturam, prout cubitus, vel totum brachium movetur: & tunc Centrum momentorum transferri contingit, nec opus eſt adeò longa eſſe manubria; ut vides malleos, quibus ad contundendos libros utuntur bibliopægi, brevioris eſſe manubrij, quia extento brachio percutiunt, quod fungitur vice valde longi manubrij: contra verò fabrorum ferrariorum mallei, bipennes, & cætera inſtrumenta, quæ utrâque manu apprehenſa tractamus, longiora habent manubria, tunc enim brachium adeò extendere nequimus.

CAPUT X.

Quid conferat reſiſtentia corporis percuſsi.

EAtenus ictum corpori percuſſo infligi, quatenus hoc motui corporis percutientis opponitur, illíque obſiſtit, dictum eſt cap. 6. eóque vehementiorem eſſe percuſſionem, quò major eſt reſiſtentia. Hæc autem reſiſtentia originem ducit ex ipsâ corporum naturâ; omne ſiquidem corpus, quâ corpus eſt, nulli corpori penetrabile eſt, neque fieri poteſt, citrà Divinam virtutem longiùs, quàm naturæ termini poſtulant, excurrentem, ut uno eodémque in ſpatio duo corpora collocentur, quemadmodum duæ ſubſtantiæ ab omni prorſus ſenſu disjunctæ, ſed quæ ſolâ ratione, & intelligentiâ comprehenduntur, ſe viciſſim eodem in loco facilè patiuntur. Corpus igitur percuſſum tùm ex ſuâ conſtitutione, & temperie, tum ex recedendi difficultate, tùm ex poſitione, ſecundùm quam ictum excipit, habet, ut modum percuſſioni ſtatuat; ex triplici enim hoc capite reſiſtentiarum varietas petenda eſt, qua corpus percuſſum reluctatur, ne loco cedat.

Et ad primum quidem quod attinet, corpora dura magis reſiſtere, quàm mollia, manifeſtum eſt ex ipsâ Duri & Mollis notione. *Eſt autem Durum*, ut ait Ariſtoteles lib. 4. Meteor. ſumma 2. cap. 1. *quod non cedit in ſeipſum ſecundùm ſuperficiem:*

Molle

Molle autem, quod cedit, non circumobſiſtendo, aqua enim non Mollis, non enim cedit compreſſione ſuperficies in profundum, ſed circumobſiſtit: aqua ſcilicet, & humores urgenti quidem cedunt, at non induendo ſuperficiem, quæ maneat, (ut ceræ ac luto accidit) ſed ita ſecedendo, ut, urgente remotò, ad ſuperficiem antiquæ ſuperficiei ſimilem confluant particulæ, quæ ſeceſſerant. Quapropter ad mollium genus, in rem præſentem ſpectare cenſenda ſunt, quæcumque ſe premi patiuntur, hoc eſt, externo impulſu in ſe ipſa coëunt, cùm in profundum ſuperficies permutatur, nec dividitur; ſivè imprimi & formari poſſint, pulſu tantùm, ut cera & argilla, aut percuſſione, ut plumbum; ſivè impreſſionem & formam rejiciant, ut lana, & ſpongiæ. Ea autem, quæ dura ſunt, ſed ductilia, quia *eâdem percuſſione poſſunt ſimul in latus, & in profundum ſecundùm ſuperficiem transferri ſecundùm partem*, ut ferro candenti, aliiſque metallis ſub fabri malleo contingit, aliquatenus ad mollia pertinere videntur, ſaltem comparatè, quia videlicet cedunt percutienti, quod propterea durius cenſetur. Sic in arce Antuerpienſi memini me vidiſſe ænea aliquot ingentia tormenta bellica, olim ex Sckenckianâ munitione, cum in Hiſpanorum poteſtatem venit, aſportata, in quorum tubis non mediocres contuſionum notæ ab hoſtilibus globis impreſſæ apparebant. Quæ verò corpora dura ſunt, neque ſe ita comprimi patiuntur, ut ſuperficies depreſſa craſſitiem minuat, ſed ſolùm, ſervatâ longitudine, flexibilia ſunt eâ ratione, ut à rectitudine ad curvitatem, aut viciſſim à curvitate ad rectitudinem torqueantur, cedunt quidem, ſed inter mollia, ex hoc quidem capite, recenſenda non ſunt. Quod ſi vehementiore percuſſione non ſolùm flectantur, ſed etiam frangantur (quemadmodum contingit craſſiuſculo baculo, cujus extremitates in acumen deſinentes innituntur duobus vitreis cyathis; qui circa medium valido fuſte percuſſus flectitur, & inflexione declinans vitra, iis integris frangitur) in magnas partes dividuntur, & ſeparantur: at ſi in partes plures diſſiliant ex unicâ percuſſione, friantur, ut vitrum, lapis, fictile; id quod ex duritie oritur.

Hæc eadem corporis habitudo, quæ particularum componentium complexionem reſpicit, æquè in percutiente, ac in percuſſo attendenda eſt; quandoquidem ſi diſpar fuerit eorum durities,

durities, fieri poteſt, ut ex ictu labefactetur potiùs percutiens, quàm percuſſum: ſic globus plumbeus ex editâ turri decidens in ſubjectum ſilicem ex ictu contunditur, rotundâ ſuperficie in planam mutatâ, qua parte fuit contactus; & vitrum ad ſaxa alliſum friatur; & follis luſorius in parietem impactus comprimitur. Hinc tamen non fit, quò minus corpus illud, in quod plumbeus globus, aut vitrum, aut follis incurrit, percuſſum dicatur; ex ictu enim ſaltem concutitur, & contremiſcit. Neque tremorem hujuſmodi temerè confictum ſuſpicabitur, quiſquis longiſſimæ trabis extremitati aurem admoverit, ut alterâ extremitate quamvis leviſſimè digito percuſsâ ſonitum audiat, aut noctu ſcrobiculo in terrâ facto aurem immiſerit, ut adventantis alicujus adhuc procul poſiti paſſus percipiat: nullum verò ſonum fieri ſine tremore & motu, extra controverſiam poſuit experientia.

Porrò ſpectatâ corporum temperie, percuſſionum vehementiâ æſtimatur ex iis, quæ conſequuntur reſiſtentiam ortam ex corporum colliſorum duritie ſeu mollitudine majori au minori, tùm abſolutè, tùm comparatè. Cum *Abſolutè* dico, alterutrius ſolùm duritiem ſeu mollitudinem conſidero ita, ut aut corpora percuſſa inter ſe, aut corpora percutientia ſimiliter inter ſe conferantur: *Comparatè* autem, quando percutiens cum percuſſo comparatur, prout duritie ſe excedunt. Si corpus percutiens valdè durum ponatur, & corpus percuſſum molle fuerit, hoc cedendo retundit ictum; ex levi enim illâ reſiſtentiâ tandiu durante, quandiu fit partium compreſſio, minuitur in percutiente impetus, & quod corpori molli ſubjectum eſt corpus, leviſſimam impreſſionem ex ictu recipit. Sic apud Sinas, ut in Atlante Sinico pag. 127. *In flumine, per quod ad Ienping navigatur, Catadupæ aquarum multæ ſunt, & periculoſiſſima Syrtibus loca, duo præſertim propè Cinglieu, unus Kieulung, alter Changcung dictus. Cum naves tranſeunt, ne cum aquâ decidentes fractionis incurrant periculum, ſcitè præmittunt aliquot ſtraminis faſces, ad quos navis leviùs impingat, ac tranſeat.* Sic ferreis tormentorum globis objecti ſacci lanâ aut terrâ repleti illorum vim elidunt, ne diruant muros hujuſmodi ſaccis protectos: ſic farti goſſypio thoraces non levi munimento ſunt digladiantibus. Quò autem mollius fuerit corpus percuſſum, quia magis cedit, minùs læ-

ditur

ditur à percutiente; & viciſſim quò durius illud fuerit, magis ab eodem percutiente læditur, cujus impulſum excipit.

Hinc vides cur ferreos militum thoraces, & galeas noſtro hoc ævo aliter temperare oporteat, ac antiquis temporibus, quando gladiorum, haſtarum, ſagittarum ictus tantummodo repellere opus erat; tunc enim durâ temperatione ſolidandum erat ferrum, ne prorſus cederet, hujuſmodi armorum mucronem admittendo: nunc verò ut innoxiè excipiantur ictus globorum à Sclopis emiſſorum, ferrum molle eſſe expedit, ut contuſum flectatur, & aliquantulum cedens ita imminuat globi ejaculati vires, ut penetrare ulteriùs non valeat. Quod ſi in chalybem temperatus eſſet thorax militaris, nec admodum craſſus eſſet, ne gravitate nimiâ incommodus, aut inutilis accideret, facilè chalybs ex globi ictu diſſiliret, & vulneri locum aperiret. Sed quia globi plumbei ſunt, & ſe comprimi patiuntur, ex hujuſmodi percuſſione compreſſio quaſi diſtribuitur inter plumbeum globum exploſum, atque ferreum thoracem, qui multo magis contunderetur (aut fortè etiam perforaretur à globulo ferreo; globulus autem plumbeus, ſi thorax aut ipſa galea nihil cederet, magis comprimeretur, quemadmodum cùm in marmor exploditur.

At ubi corpus percuſſum non cedit in ſeipſum ſecundùm ſuperficiem, flectitur tamen, adhuc minùs reſiſtit, quàm corpora rigida, nec flexioni notabili obnoxia. Notabili, inquam, ne in quæſtionem vocemus, utrùm flecti dicenda ſint illa corpora, quæ ex ictu tremorem concipiunt, ut æri campano, cum pulſatur, accidit: nam vix excogitari poteſt corpus aliquod, cui ex vi percuſſionis accidere nequeat tremor; cum & terram ipſam licèt altiùs defoſſam in cuniculis concuti & contremiſcere oſtendant lapilli, & fabæ in tympani militaris planâ facie ſubſilientes ex profundo illo ligonis ictu. Certè, ſi Atlanti Sinico pag.57. credimus, ubi in IV Provinciâ Xantung mentionem facit de monte, cui nomen Mingxe, hoc eſt Sonorum lapis; *in hujus montis vertice cippus erectus ſtat centum altus perticas* (Pertica apud Sinas eſt decem cubitorum) *qui vel leviter digito percuſſus ad tympani modum ſonum edere dicitur, à quo monti nomen*; nullus autem ſonus abſque corporis ſonori tremore efficitur. Quod ſi non niſi leviſſimè flecti queat corpus percuſſum, ſed ci-

tra tremorem frangatur, aut frietur, indicium eſt majoris reſiſtentiæ, ac proinde, cæteris paribus, vehementiorem futuram percuſſionem, quàm ſi conſpicuam flexionem admitteret. Cæterùm reſiſtentia ferè maxima eorum corporum eſt, quæ & partes nexu ægrè diſſolubili copulatas habent, & congruâ craſſitudine prædita non niſi creberrimo & minutiſſimo tremore concuti poſſunt, ſi percutiantur. Nam omnium reſiſtentiarum abſolutè maxima eſt, cùm prorſus immotum à percuſſione manet corpus.

Hinc ſi percuſſi corporis durities major fuerit, quàm percutientis, fieri poteſt, ut impetus qui corpori percuſſo imprimi non poteſt, disjiciat ipſius percutientis partes, aut in latus impellat ita, ut vel contundatur, vel frangatur, vel frietur, ſitque percutientis conditio deterior, quàm percuſſi. Hujuſmodi eſſet apud nos conditio gladij, quo marmor percuteremus; neque enim noſtrates enſes comparandi ſunt cum illo, de quo Atlas Sinicus pag.159.in XV Provincia Junnam ad urbem Chinkiang, ubi hæc habet. *Ad urbis Borealem partem ad hæc uſque tempora ingens conſpicitur lapis, ubi Mung Rex Sinulo alterius Regis legatos excipiens, cum illi minimè ſatisfacerent, extracto gladio lapidem ita percuſſit, ut ictus ad tres cubitos penetraret, verbis inſuper minacibus legatos alloquens; Ite, & Regi veſtro renunciate, quales apud me gladij ſint.*

Altera reſiſtentiæ origo habetur ex difficultate recedendi; quando videlicet corpus percuſſum ſivè ratione figuræ, ſivè ratione molis & gravitatis, ſivè ratione obſtaculi alicujus, aut retinaculi, ſivè ratione motûs oppoſiti, nequit obſecundare motui percutientis, ſed potiùs illum aut cohibet, aut retardat, aut reflectit; hæc enim tria accidere poſſunt motui percutientis ex percuſſi reſiſtentiâ. Primum ſiquidem ſi corpus percuſſum volubile non fuerit, & in orbem incitari nequeat, ſed planâ facie incumbat ſolo, præſertim ſalebroſo, quò ampliori facie fit contactus, eò difficiliùs impelli poteſt. Deinde etiamſi rotundum fuerit corpus, & facilis motionis principium habeat ſpectatâ figurâ, ſi tamen ingens fuerit globus marmoreus, aut æreus, tanta eſſe poteſt gravitas, ut vix, aut ne vix quidem, loco dimoveri queat. Non tamen ſemper faciliùs moventur ex percuſſione, quæ leviora ſunt; nam ſi quis ex cupreſſu galbulum, aut

ex

ex quercu gallam decerpat, & malleo percutiat, ob nimiam galbuli, & gallæ levitatem multo infirmior erit ictus, quàm si æqualem globulum eburneum percuteret. Ad hæc, forma quidem apta esse potest, nec gravitas aut moles nimia, sed quia corpus percussum nequit percutienti cedere, nisi corpus aliud proximum repellatur, propterea augeri potest resistentia: sic sublicas acuminatas in terram adigimus fistucâ sivè directas ad perpendiculum, sivè pronas; sed ea potest esse telluris densitas compressionem respuens, ut sæpiùs cadens fistuca parum proficiat. Demum si corpus percussum antè ictum non quiescat, sed opposito motu occurrat percutienti, quò velociùs movetur, & directione magis oppositâ, etiam magis resistit, & utrumque vicissim est percutiens & percussum; nisi quod percutientis vocabulum validiori conceditur. Contra verò languidior accidit percussio, si corpus percutiens assequatur aliud, quod ad easdem partes tardiùs movetur; eóque minor est resistentia, quò minor est in velocitate motuum differentia. Sic decidentis ex altitudine non modicâ lapidis ictum manu citrà læsionem excipimus, si illius motui, ubi manum attigerit, exiguo minoris velocitatis discrimine obsecundemus: hæc siquidem exigua resistentia modicum quid impetûs deterit, & quia aliquot momenta durat, ita sensim extenuatur impetus, ut demum qui reliquus est nocere non valeat.

Hoc artificio procul dubio utebatur quidam, qui ante aliquot annos, ut ex viro fide digno tanquam rem notissimam accepi, Mutinæ ensem eâ dexteritate in altum projiciebat, ut perpendicularis recideret mucrone deorsum converso, quem capendentem nuda manûs vola innoxiè excipiebat; sed cum aliquando invitus cogeretur, ut id noctu experiretur in conclavi multis facibus illustrato, cùm (deficiente constanti & clarissimâ diurnâ luce, quam æmulari non potest tremula & inconstans facium, quamvis multarum, flamma) non ita exactè assequeretur descendentis gladij motum & velocitatem, finem fecit ludo manum trajectam referens.

Postremum caput, ex quo resistentiæ modus desumitur in percussionibus, est ipsa positio corporis percussi, prout directè, aut obliquè, ictum excipit, hoc est quatenus linea directionis motûs, quo fertur corpus percutiens, incurrit in corporis per-

cuſſi ſuperficiem ad angulos æquales, aut inæquales. Si enim ad angulos æquales opponatur Directioni motûs, cum ad neutram partem corpus percutiens declinare poſſit, tota vis ictus excipitur à corpore percuſſo. Sin autem obliquè, & ad angulos inæquales, à corpore percuſſo excipiatur percutientis ictus, quò major erit angulorum inæqualitas, eò languidior erit percuſſio, minùs quippe motûs Directioni opponitur ſuperficies percuſſa, quò fuerit angulus Incidentiæ magis acutus. Ut autem horum ictuum Ratio aliqua innoteſcat, nulla mihi congruentior methodus occurrit, quàm ſi philoſophemur ſimili planè ratiocinatione, ac cùm lib. 1. cap. 14. expendimus gravitationem corporis in planum inclinatum; ſicut enim ibi gravitatem cum ſuâ directione deorſum ad centrum gravium conſideravimus, ita hìc in percuſſione impetum corporis percutientis, & ejus directionem accipere oportet: & quemadmodum in plano inclinato gravia obtinent momenta deſcendendi majora, aut minora, prout angulus inclinationis plani cum perpendiculo minor eſt, aut major; ſimiliter in percuſſione momentum progrediendi juxta conceptam aut impreſſam directionem motûs iiſdem tenetur legibus, juxta plani percuſſi obliquitatem; ac proinde minor invenitur reſiſtentia, ubi majus eſt progrediendi momentum. Quare hìc ſatis erit recolere, quæ dicta ſunt lib. 1. cap. 13. & 14. de gravitatione in plano inclinato, & in planum inclinatum, eáque percuſſionibus ſervatâ analogiâ applicare.

Cum itaque in percutiente conſideranda ſit & moles, & motûs velocitas, & Directio motûs, & durities; in corpore autem percuſſo & naturæ temperatio, & recedendi difficultas, & poſitio, ſecundùm quam excipitur ictus, ſpectanda ſit; manifeſtum eſt ex his omnibus ictuum vim temperari; atque adeò ſi duo ictus comparandi ſint, aſſumendæ ſunt in corporibus percutientibus invicem comparatis Rationes omnes & molis ad molem (hoc eſt gravitatis ad gravitatem, aut virtutis moventis ad virtutem moventem) & velocitatis ad velocitatem, & directionis ad directionem, & duritiei ad duritiem; & ſimiliter in corporibus percuſſis Rationes eorum, quæ in illis conſiderantur: atque demum facta Rationum compoſitio indicabit Rationem ictuum. Hinc vides quàm multæ fieri poſſint hujuſmodi

Rationum

Rationum complexiones; quas si juxta earum varietatem in Propositiones digerere otium esset, in molem non exiguam hæc scriptio excresceret, sed non majore fructu, quàm si tu ipse Rationes, ut indicatum est, componas.

CAPUT XI.

Quomodo ex Percussionibus determinentur Reflexiones.

UT Percussionis natura plenè perfectéque innotescat, dispiciendum superest, quomodo ex illâ determinetur Reflexio. Motus siquidem, qui propriè est reflexus, percussionem consequitur, quatenus id, quod motu directo ferebatur, invenit obicem, ne ulteriùs juxta eandem Directionem progrediatur: sed quia adhuc acquisitus, seu impressus, impetus superest, aliam inire viam cogitur; eóque magis reflectitur, quò majorem invenit resistentiam ortam ex utriusque corporis impenetrabilitate, atque duritie. Quòd si utrique corpori, percutienti videlicet atque percusso, summa durities inesse poneretur, ita ut in neutro ex vi percussionis ulla sequeretur partium compressio, aut depressio, aut attritio seu divisio, perfecta quoquè intelligeretur reflexio, in qua corpus percutiens non nisi in transitu, citrà omnem vel brevissimam morulam, contingeret corpus, à quo reflectitur; & nulla fieret impetûs acquisiti, sive impressi, diminutio præter eam, quam secum trahit nova reflectentis determinatio opposita lineæ directionis, secundùm quam priùs movebatur. Nemini autem dubium esse debet, an corpus reflexum pergat moveri ex vi impetûs adhuc residui post motum directum: nam corpus reflectens prorsus immotum & quiescens non potest impetum illi communicare; cum perpetuis experimentis doceamur nihil moveri ab alio quiescente.

Sæpiùs tamen contingit (si quis dixerit *semper*, quibus argumentis eum coarguerem manifestæ falsitatis, me non habere

candidè profiteor) non fieri puram reflexionem ex merâ resistentiâ; sed in alterutro saltem corporum collisorum, ex percussione sequitur aliqua partium violenta compressio, aut distractio; hanc autem naturæ repugnantem partium positionem excutere dum nititur, séque in pristinum statum restituere, novum impetum concipit, quem & potest reflectens reflexo imprimere, atque in eo diminuti ex resistentiâ impetûs jacturam, aliquâ saltem ex parte, resarcire. Hinc, in rem præsentem distinguere oportet, quid inter Compressionem & Depressionem intersit: quæ enim deprimuntur, ut plumbum, cera, argilla, non resiliunt secundùm superficiem, ut pristinam figuram induant; ideóque quando hujusmodi corpora in aliud impinguntur, vel aliud in illa impingitur, valdè debilitatur reflexio, si modò aliqua contingere potest. Quæ verò comprimuntur, externâ vi deficiente se in pristinam figuram absque cunctatione restituunt concepto novo impetu. Exemplum ex folle pugillatorio peti potest, ut res in apertum deducatur. Cadens in subjectum pavimentum follis lusorius, ritè inflatus, impeditur, ne ulteriùs procedat; sed quia inclusi aëris particulæ eæ sunt, quæ per vim constipari ampliùs possint, ideò ex illis anteriores hinc urgentur à posterioribus, quæ vi acquisiti impetûs inchoatum iter prosequuntur, hinc tellure resistente, hinc alutâ continente, inter angustias deprehensæ comprimuntur: id quod cùm motum exigat, certam aliquam brevissimi temporis mensuram requirit, quo fluente, terra à folle tangitur, motúsque aliquatenus impeditur (nunquam tamen ita, ut cesset omnino motus illarum saltem partium, à quibus anteriores urgentur ac premuntur) & quò diutiùs hujusmodi compressio durat, eò magis impeditur motus totius follis, atque adeò plus impetûs deperditur. Sed quoniam status ille majoris compressionis aëri intrà follem constipato contra naturam accidit, ubi primùm, debilitato impetu urgente, restituere se potest aër, impetum sibi imprimit, quo moveatur ad ampliorem locum occupandum, si facta fuerit condensatio, vel certè ad partes in pristino & naturali statu constituendas (quemadmodum alutæ contingit, cujus partes aliæ compressæ, aliæ distractæ sese restituunt) cúmque id præstare nequeat motu ad terram directo, quippe quæ resistit, in oppositam partem motum dirigit;

novóque

novóque hoc impetu ſi non æquatur, qui reſiſtentiâ diminutus fuerat, ſaltem incrementi alicujus compenſatione lenitur incommodum detrimenti, & major fit motus, quàm pro Ratione reſidui impetûs ante percuſſionem & compreſſionem concepti.

Hæc eadem proportione dicenda ſunt, quando non corpus percutiens, ut follis in terram decidens, ſed percuſſum comprimitur aut diſtrahitur, & virtute elaſticâ ſe reſtituit; impetum enim concipiens, quo amiſſam figuram recuperet, etiam percutienti impetum imprimit, quo repellitur. Sic in ſphæriſterio immiſſæ pilæ ſi reticulum ex contortis animalium inteſtinis in plagas diſtinctum objeceris, validiùs reflectitur pila, quàm objecto batillo ligneo, intenti enim nervi illi, ex impetu pilæ inflexi, validiſſimè ſe reſtituunt, id quod ligno non contingit, quippe quod vix elaſticam hanc virtutem exercet, ſi tamen à pilâ impactâ quicquam inflexionis recipit, quæ compreſſio ſit potiùs, quàm depreſſio. Quæ ſcilicet corpora eam partium texturam habent, ut minùs ferant ſe à priore poſitione & figurâ dimoveri, illa ſeſe majore impetu reſtituunt.

Ex his conſtat, cur partium depreſſio officiat reflexioni corporis percutientis: quia nimirum à poſterioribus illius partibus urgentur anteriores contactui proximæ, quæ interim vel quieſcunt, vel multò tardiùs moventur, vel ad latus ſecedunt, & idcircò vel totum, vel ferè totum, ſuum impetum deperdunt: poſteriores verò dum urgent ac premunt, moventur quidem, ſed reperiunt reſiſtentiam ſubſidentium partium anteriorum, atque adeò in illis pariter minuitur impetus; ſæpiúſque tanta fit impetûs diminutio, ut, depreſſione abſolutâ, partes illæ poſteriores reliquum non habeant tantum impetûs, qui vincere valeat gravitatem, & reflexionem efficere; neque enim aliquid amiſſi impetûs compenſatur ab impetu novo partium ſe reſtituentium, quemadmodum fieri diximus in compreſſione. Quando autem depreſſio partium accidit corpori, ad quod alliditur corpus percutiens, ut cùm in arenam ſiccam ac pulverulentam, aut in limoſam terram decidit globus, tunc multum impetûs deperditur, ut dictum eſt ſuperiùs de ictu, qui eò infirmior eſt, quò mollius eſt corpus percuſſum; reflexio autem eò major eſt, quò validiore ictu percutitur corpus reflectens. Quòd ſi utrumque corpus, tam percutiens, quàm percuſſum, patiatur

compreſſionem aut depreſſionem, aut partium attritum, tunc multò minor eſt reflexio, quia dum invicem cedunt, aliquo tempore durat reſiſtentia, multóque magis minuitur impetus: id quod adhuc magis contingit, ſi ſe invicem conterant, & particulæ aliquæ majores reſiliant.

Quapropter cum incerta ſemper, & varia ſit complexio hujuſmodi reſiſtentiarum & ceſſionum, juxta variam corporum temperationem; ut reflexionis certæ regulæ ſtatuantur, ſemotis iis, quæ percuſſionis accidunt, conſideranda & aſſumenda eſt reſiſtentia abſque ullâ ceſſione, perinde atque ſi duriſſimorum corporum colliſio fieret.

Cum itaque in reflexione, corporis duri in aliud decidentis, aut impacti, motus ad novam lineam dirigatur, nova hæc directio oritur ex lineâ directionis prioris motûs quatenus comparatâ cum plano reflectente, videlicet quatenus ad illud inclinatur, & cum eo angulum conſtituit in puncto contactûs. Quando autem ſuperficies corporis reflectentis eo loco, ubi percutitur, plana non eſt, ſed convexa (ſimile quid dicendum, ſi cava fuerit) ſivè ſphærica ſit, ſivè Elliptica, ſivè Conica, reverâ nullum ibi eſt planum reflectens (niſi fortè hujuſmodi convexas ſuperficies ex plurimis planis minimis conſtitui fingas, quemadmodum circuli peripheriam ex infinitis lineolis rectis, quarum rectitudo ſenſum omnem fugiat, componi opinantur aliqui) ſed communiter mente concipiunt planum, quod in puncto percuſſionis tangeret ſuperficiem convexam; & ex illo angulos tùm Incidentiæ, tùm Reflexionis definiunt.

Porrò planum reflectens (quod quidem ſpectat ad novam directionem motûs ſtatuendam corpori percutienti, quem ponamus eſſe globum) ita ſe habere videtur, ac ſi in globum quieſcentem motu parallelo impingeretur ipſum planum tanto impetu, quanto impetu fertur globus adversùs planum: ſi enim ex duobus colliſis alterum quieſcit, alterum movetur, ad rationem ictûs nil refert, utrum illorum quieſcat, aut moveatur, modò cætera omnia paria fuerint; ad rationem verò reflexionis, quà reflexio eſt, attenditur potiſſimum ordinatio novæ lineæ motûs, quæ ex obſtaculi poſitione deſumitur, adeò ut nova linea directionis, quatenus à plano reflectente pendet, & à

centro

centro gravitatis deſcendentis, aut à centro Impetûs corporis impacti, certâ Ratione reſpiciat priorem lineam directionis. Eo igitur ipſo quod concipimus planum reflectens moveri motu parallelo, hoc eſt ſervatâ poſitione priori poſitioni parallelâ, adversùs globum quieſcentem, manifeſtum eſt novam determinationem ex illo ortam eſſe versùs lineam plano perpendicularem, ex puncto contactûs erectam: nam impetus, qui ex illo plani motu imprimeretur globo quieſcenti, hunc deferret per lineam jungentem punctum contactûs cum centro globi: hæc autem linea ex centro ſphæræ ducta ad punctum contactûs plani eſt ipſi plano perpendicularis, ut ex Sphæricis conſtat. Quamvis igitur res contrario modo ſe habeat, ſcilicet planum quieſcat, & globus moveatur, directio tamen, quatenus orta ex reſiſtentiâ plani, eodem modo ſe habet, & eſt versùs perpendicularem ex puncto contactûs. Sed quia cum impetu globi ut plurimùm manet adhuc prior directio, ex his duabus motuum ordinationibus oritur tertia mixta; ita ut neque ad perpendiculum reflectatur, niſi incidentiæ linea perpendicularis fuerit, neque recta inſtitutum iter proſequatur.

Quoniam igitur ex puncto contactûs innumeræ lineæ exire poſſunt cùm variâ inclinatione ad planum reflectens, nec ulla peculiaris eſt cauſa, cur ad hos potiùs, quàm ad illos angulos, reflectatur corpus percutiens, qui majores ſint aut minores angulo incidentiæ, quem linea directionis motûs conſtituit cum eodem plano reflectente; reliquum eſt, ut angulo incidentiæ æqualis ſit angulus reflexionis; hæc ſiquidem linea ad angulum priori æqualem reflexa unica eſt, quæ inter innumeras alias lineas magis aut minùs inclinatas potiori quodam jure exigitur à naturâ prioris directionis leges, quoad fieri poteſt, retinente. Non eſt autem neceſſe tyronem monere, duas lineas, directam & reflexam in puncto reflexionis concurrentes eſſe in uno & eodem plano, ut conſtat ex. 2. lib. 11. ab hoc autem plano ſecari planum reflectens, ac proinde ad lineam, quæ eſt duorum planorum communis ſectio, referendam eſſe linearum illarum inclinationem.

Quare ſit plani reflectentis, & plani, in quo fit motus,

communis sectio linea A B, & super planum ad rectos angulos cadat linea directionis prioris D C, per quam movetur globus tanto impetu, ut nisi planum obstaret, ulteriùs procederet rectà versùs E: Verùm quoniam à plano obsistente repellitur per lineam perpendicularem C D, nova hæc determinatio ad motum est omninò & adæquatè opposita priori directioni D C, ideóque ictus est validissimus propter maximam resistentiam. Hinc quia ex resistentiâ oritur reflexio, maxima est reflexio, quæ fit per lineam perpendicularem, nihil enim remanet de priori directione: in hoc quippe comparantur invicem reflexiones, ut illa major dicatur, in qua nova motûs ordinatio magis minuit priorem directionem, ut scilicet minùs pergat ad eam partem, ad quam ferebatur motu directo corpus percutiens. In reflexione autem perpendiculari ita tollitur prior directio, ut nullo pacto globus, qui ex D per D C movebatur, ampliùs versùs E tendat. Cùm ergo nova ordinatio sit per perpendicularem C D ad angulos rectos, manifestò constat, angulum reflexionis esse æqualem angulo incidentiæ; nam omnes anguli recti sunt æquales.

At moveatur corpus per lineam F C, & fiat incidentiæ angulus F C B acutus: nisi planum resisteret, progrederetur corpus juxta eandem directionem ultra C in G; quo motu recedens à puncto C partim tenderet à C versùs A, partim à C versùs E, ita ut à lineâ C A distaret intervallo A G, à lineâ autem C E intervallo E G; esset enim directio C G æquivalens directioni mixtæ ex C A, & C E. Verùm nova motûs ordinatio à plano reflectente, quatenus opponitur ulteriori motui, est per lineam perpendicularem C D; hæc autem priori directioni F C G adversatur solùm, prout æquivalet Directioni C E (nam quatenus æquivalet directioni C A, non illi opponitur; globo scilicet, qui per C A moveretur, planum non resisteret, nec illum reflecteret) ac propterea dat oppositam directionem C D, cujus longitudinem ponamus æqualem ipsi C E. Manente igitur directione per C A, & directione C E mutatâ in C D, est

est ex utrâque mixta directio C H, secundùm quam movetur corpus reflexum. Quoniam itaque directionum singularum mensuræ sunt C A, & C E, per A ducatur parallela ipsi D E; & per E, atque per D, ducantur E G & D H ipsi C A parallelæ. Est ergo rectangulum H E; & quia C D assumpta est æqualis ipsi C E, etiam A H & A G sunt illis æquales. Quapropter cum in triangulis C A H, C A G rectangulis, latera A C & A G æqualia sint lateribus A C & A H, atque angulus comprehensus ad A sit rectus, per 4. lib. 1. angulus A C H (qui est angulus Reflexionis) est æqualis angulo A C G: at angulo A C G æqualis est ad verticem angulus incidentiæ F C B, per 15. lib. 1: ergo angulo F C B incidentiæ æqualis est A C H angulus reflexionis.

Eâdem methodo, si angulus incidentiæ fuerit I C B, ostendemus angulum reflexionis K C A esse illi æqualem; quandoquidem directio C M mutatur in C N, & manet directio C A; ac propterea directio mixta ex C N, & C A, est C K. Atque ita de cæteris.

Ex quibus observabis, quò acutior fuerit angulus incidentiæ, in reflexione ita misceri novam directionem cum antiquâ, ut magis prævaleat antiqua; nova siquidem ad antiquam, secundùm id, quod de illâ remanet, se habet ut Sinus Rectus anguli incidentiæ ad Sinum Complementi. Nam si incidentiæ angulus sit F C B, & illi æqualis H C A, nova directio C D, hoc est A H ad antiquæ residuum C A, se habet ut H A ad A C: Sin autem incidentiæ angulus fuerit I C B, hoc est illi æqualis angulus reflexionis K C A, nova directio ad id, quod de antiquâ remanet, est ut K A ad C A. Est autem major Ratio A C ad A K minorem, quàm ejusdem A C ad A H majorem per 8. lib. 5. Quare quandiu angulus incidentiæ minor est semirecto, majus est residuum antiquæ directionis (attentè observa me de solâ directione loqui) quàm nova ordinatio: ubi fuerit angulus semirectus, sunt æquales; si angulus incidentiæ fuerit semirecto major, nova ordinatio major est eo, quod remanet de antiquâ directione: ubi demum fuerit angulus rectus in perpendiculari incidentiâ, nova directio ad priorem se habet ut Radius ad

nihil, motus enim reflexus nihil retinet de priori directione.

Antè tamen quàm in hac diſputatione procedamus, mentis oculos tantiſper in globum C, à quo percutitur planum A B, convertamus; hactenus enim univerſa contemplatio in meris lineis verſata eſt. Et quidem ſi directionis linea ſit R S perpendicularis tranſiens per globi centrum C, & punctum contactûs S, nulla eſſe poteſt difficultas, quin per eandem lineam S R reſiliat ad angulos rectos. Sed ſi in planum obliquè incidat linea directionis globi per centrum C deducta, & ſit M N; certum eſt in plano A B punctum N, in quod directionis linea M C producta incurrit, non eſſe punctum contactûs; alioquin linea à globi centro ducta ad punctum contactûs, caderet ad angulos inæquales ex hypotheſi, cum tamen angulos rectos conſtituere demonſtretur in Sphæricis. Eſt igitur contactus in puncto S, extra lineam directionis centri, ideóque angulus reflexionis non eſt B N Q æqualis angulo A N M. Propterea in globo attendendum eſt punctum S, à quo reipsâ percutitur planum; & ſicuti in circulo globum bifariam dividente punctum I delatum eſt per lineam M I, ita punctum S per lineam O S ipſi M I parallelam (pono hìc globum non rotari dum movetur, ſed recto itinere deduci) venit ad contactum & percuſſionem plani. Cum igitur O S & M N ſint parallelæ, anguli O S A, & M N A ſunt æquales: & ſicuti ſi punctum I ſolitarium eſſet, atque juxta ſuam directionem veniret in N, reflecteretur per N Q, ut reflexionis angulus Q N B eſſet æqualis angulo Incidentiæ M N A; ita punctum S globi reflectitur per S P, & angulus reflexionis P S B æqualis eſt incidentiæ angulo O S A; ac proinde anguli P S B, & Q N B ſunt æquales inter ſe. Centrum igitur

igitur C cùm in directione M N haberet directionem mixtam ex directione C S versùs planum, & directione S B, cum impediatur à globi soliditate ne ad planum ulteriùs accedat, mutatâ directione C S in C R, atque retentâ priore directione S B, habet directionem mixtam C H omnino similem directioni puncti S; atque propterea C H est parallela ipsi S P. Quod si globus rotari intelligatur, loco linearum, de quibus hactenus fuit sermo, concipe plana, in quibus puncta illa suas periodos describerent in motu rotationis; & plana illa essent ad planum reflectens similiter inclinata, ut de lineis dictum est.

In cæteris verò corporibus non rotundis idem de eorum reflexione dicendum est, servatâ analogiâ, quantum ferre potest anomala eorum figura, & dispar partium positio circa centrum gravitatis aut magnitudinis: in multis enim hujusmodi æqualitas angulorum incidentiæ & reflexionis non exactè servatur. Sic hastam si obliquè contorqueas in rupem, non modò inæqualitatem angulorum deprehendes, sed vix reflexionem fieri admittes; quia videlicet extremo hastæ calce rupem tangente, reliquæ partes habentes circa centrum gravitatis inæqualia momenta, valdè turbant motum: solùm autem quando hasta in planum impingitur, aut cadit, ad perpendiculum, servatâ reflexionis regulâ ad angulos rectos resilit; quia tunc partes omnes circa centrum gravitatis paria habent momenta. Hæc autem momentorum diversitas in globo non reperitur, nisi fortè aut deficiat à perfectâ rotunditate, aut centrum magnitudinis non sit idem cum centro gravitatis, adeò ut linea punctum contactûs cum centro gravitatis, jungens non sit plano reflectenti perpendicularis; tunc enim perturbaretur globi reflexio.

Ex dictis satis apertè constat reflexionem non ex impetu desumendam esse, sed ex directione motus, cui opponitur corpus reflectens, juxta hujus positionem perpendicularem aut obliquam: multus enim impetus aliquando officere potest æqualitati angulorum, si ex collisione corporis impacti cum corpore reflectente, aut alterutrum, aut utrumque notabiliter cedat, adeò ut non contingat sincera reflexio. Cæterùm cum semper in reflexione sit nova directio priori directioni opposita, aliquid impetûs perit pro Ratione oppositionis. Ex quo fit in re-

flexione ad angulos magis acutos impetum minori decremento minui, quia nova directio minùs opponitur antiquæ, & minùs impeditur motus; idcirco globus ad angulum valde acutum reflexus, si offendat in motu reflexo aliquem obicem, multò validiùs illum percutit, quàm si ad angulum minùs acutum reflecteretur, quia, cæteris paribus, majore impetu superstite ictum infligit.

Quapropter obvium est cuique rationem reddere omnium, quæ in pilæ ludo contingunt circa saltus in pavimento, in quod pila emissa decidit, & reflexiones ad parietem, in quem illa impingitur. Duo tamen potissimùm observare placet. Primùm, quando pila cadit obliqua in pavimentum non procul à pariete, sæpè fit duplex reflexio, altera scilicet à pavimento, altera à pariete: ex quo fit, ut pila aliquando longè altiorem saltum edat, si multum habeat impetus; quia videlicet à pavimento resiliens, si in parietem non incurreret, lineam curvam in reflexione describens vi suæ gravitatis impetum extrinsecùs impressum temperantis, citiùs deprimeretur, & magis à recto tramite deorsum deflecteret: at quia proximus ponitur esse paries, linea primò reflexa nondum differt notabiliter à lineâ rectâ; atque proinde in secundâ reflexione altiùs pila assurgit, quàm à pavimento distaret apex lineæ curvæ, quæ ex primâ reflexione describeretur; nam directio illa secunda magis elevata supra horizontem minùs permittit pilam à rectâ lineâ declinare; ut in balistarum & bombardarum globis cum majori elevatione emissis constat. Deinde quando reticulis luditur, non raro reticulum movetur in plano aliquo horizontali, aut valde inclinato (nos Itali dicimus *Tagliare, ò Trinciare una palla*) ita ut, dum pilam rectâ expellit, illi etiam motum quendam imprimat, quo ipsa circa suum centrum movetur: unde fit, ut, nisi pilam excipias, repellásque antè, quàm pavimentum attingat, frustra deinde saltum illius expectes juxta regulas reflexionis, quia nimirum pila terram tangens, dum pergit moveri circa suum centrum motu orbiculari, nequit à plano impediente recipere directionem illam, cujus esset capax, si solùm simplici motu centri mota fuisset; motus enim peripheriæ globi contrarius est motui centri. Idem accidit quando pila leviore affrictu funem perstringit; tunc scilicet concipit motum circularem, adeóque

saltus

ſaltus fallit. Quantum autem in motu valeat directiones commiſcere, alteram centri rectam, alteram peripheriæ circularem ſed oppoſitam, ſatis norûnt, qui minoribus orbiculis ludentes globum quaſi pendentem ex manu tenent, dúmque illum projiciunt, manu ei motum circularem communicant; unde oritur, quod, ubi terram globus attigerit, vel ſiſtit ſe, ſi directio peripheriæ ad motum circularem eſt æqualis directioni centri ad motum rectum; vel tardiùs promovetur, quàm ſi ſolam centri directionem haberet, prout directio centri major eſt directione peripheriæ, quæ cum primùm terram attingit, apta eſt ſuâ converſione retrahere centrum versùs projicientem.

Quandoquidem verò in ludicris philoſophamur, liceat hìc vulgarem errorem retegere; quando ſcilicet rotundum verticillum impreſſus impetus in gyrum agit, ſi verticillus corruat, movetur, quoad impetus extinguatur, ſed ita ut videatur omnino in contrarias partes agi, ac priùs: id quod communiter tribuunt reflexioni, quia in pavimentum recidit. Nullam hìc reflexionem intercedere, & eandem permanere motûs directionem, memini me aliquando aſſerentem viſum fuiſſe pluribus, qui aderant, paradoxum loqui: ſed ubi inter nos convenit eundem motum eſſe, quandiu circà axem ita fit convolutio, ut quæ partes peripheriæ verticilli præcedebant axe inſiſtente, eædem axe inclinato & procumbente præcedant; juſſi aliquas notas peripheriæ imprimi, ut priores à poſterioribus diſcerni poſſent; deinde verticillo corruente, & procumbente obſervatum eſt partes, quæ priores erant in circuitione, eaſdem ſubinde altiùs attolli à pavimento, atque circa axem eandem fieri converſionem: & quia verticilli pes quaſi centrum retinet inclinatam peripheriam, illa eadem converſio circa axem facit, ut peripheria ſecundùm poſteriores partes ſubinde attingat ſubjectum alveolum, adeóque ratione habitâ alveoli videatur in contrarias partes ferri ac priùs. Quare cùm nulla ſit nova motûs directio ex plani oppoſitione, nulla quoque eſt reflexio.

At ſi duo corpora ſibi invicem occurrant, ſibi mutuo obſiſtunt, & diminuto ex reſiſtentiâ impetu, ſi quid adhuc reſiduum fuerit impetûs, qui excedat inſitam repugnantiam ex gravitate ortam, fit reflexio, aut alterius tantùm, ſi in reliquo impetus obtundatur, aut utriuſque, ſi fuerint ſibi invicem percutiens

cutiens & percussum : ut cùm duo globi sibi in motu occurrunt aut æquali, aut non immodicè inæquali impetu acti. *Æquali* inquam, *impetu*, non *æquali velocitate*; si enim inæquales fuerint globi, fieri potest, ut eorum velocitates sint in Reciprocâ Ratione gravitatum; tunc scilicet impetus æquales sunt; contingere siquidem potest majorem globum tardè quidem moveri, sed multo impetu respondente ejus moli, adeò ut excedat minoris globi impetum, qui propterea non præcisè reflectatur, sed à majore globo & impetum recipiat, & directionem non ex solâ resistentiâ definitam, sed etiam ex ipsius majoris globi motu. Id quod si contingat, minor quidem reflectitur, sed qui majore impetu ferebatur, modicam inveniens resistentiam non reflectitur, quia dum minor globus cedit, plurimum impetûs deperditur à majore; & ubi resistentia minor est cessione, esse nequit reflexio.

Ponamus itaque globos duos tanto impetu actos, ut possit uterque reflecti. Non placet inter illos ad punctum contactûs interjicere planum, ut ex angulis determinetur reflexio; hoc enim planum cogitatione nobis ipsi fingimus; sed, licèt in idem res recidat, tamen ad veritatem sinceriùs me accessurum spero, si rem ex ipsis motuum directionibus & resistentiis definiero. Quare occurrant sibi globi in puncto A; & illorum directiones primò eæ sint, quæ sibi maximè adversantes in rectam lineam B C coëant : haud dubium quin globus V per rectam A B, & globus R per rectam A C resiliat, uterque per lineam, quâ venit, jungentem cum puncto contactûs Centrum impetûs : simplici enim directione alter adversùs alterum fertur, & sibi toto conatu repugnant. Deinde obliquus sit morus, & globi R directio sit D E: quapropter R E directio quædam est mixta ex lineâ maximæ resistentiæ R A, & ex lineâ nullius resistentiæ R I, ita ut partim versùs A, partim versùs I tendat : priorem directionem versùs A metitur linea R F, posteriorem versùs I metitur linea F E. Cum igitur

igitur globus V solùm priori directioni R F opponatur, hæc mutatur in oppositam R G, manet autem directio versùs I æqualis ipsi F E, & est G H: propterea motus centri R est R H parallelus motui puncti A, quod per lineam K A incidens in Tangentem M N, reflecteretur ad angulos æquales K A N & L A M percurrendo lineam A L. Simili ratione, si globi V directio sit P O, à globo R occurrente in A reflectitur centrum per rectam V S.

CAPUT XII.

Quomodo impetus in percussione communicetur.

ANtè satisfaciendum est Physicis, quàm percussionum contemplationem dimittamus. Quoniam percussio omnis motum antecedentem exigit; motus non habetur absque impetu concepto aut impresso; ex impetu pendet ictus, quo corporis percussi resistentia aliqua vincitur, sivè illud totum impellatur, sivè expellatur, sivè concutiatur, sivè flectatur, sivè comprimatur, sivè deprimatur, sivè dissiliat in partes earum unione solutâ, sivè quamcumque aliam vim subeat; corporis percussi partes, vel omnes, vel aliquæ saltem, moveantur, & impetum recipiant necesse est, à quo motus ipse efficiatur impressi impetûs intensioni respondens. Quærat autem Physicus, cuinam tribuenda sit virtus efficiendi impetum corpori percusso impressum.

Existimabit fortasse non nemo à virtute eâdem, quæ in corpore percutiente insidet, ut seipsum moveat, effici novum impetum, quo corpus percussum impellatur, aut agitetur. Sed quid? si percutiens neque animans sit, cujus in potestate posita sit motio, neque juxta insitæ gravitatis directionem seipsum agat. Huic certè inhærens facultas se movendi planè otiosa est, quippe quæ prorsus immota consisteret, nisi impetum extraneum reciperet. Aliunde igitur quàm ex hac se movendi facultate originem ducit impetus corpori percusso impressus. Dein-

de certum est corporis percutientis naturam non priùs imprimere posse percusso impetum; quàm illud attingat: at in ipso percutientis appulsu ea est percussi resistentia, ut ejusdem percutientis motum ex ipsâ naturâ provenientem imminuat: cùm igitur natura percutientis vix seipsa movere valeat, quàm tenues habet vires ad vincendam obicis resistentiam? Præterea, nisi facta fuerit notabilis in longiore motu naturali acquisiti impetûs accessio, manifestò apparet valdè languida & enervata percussio; &, quamvis sivè longior, sivè exiguus motus præcesserit, eadem manens virtus movendi, nec sibi dissimilis, varietatem in se habet nullam: cum tamen ex disparibus incrementis impetûs in motu acquisiti dissimiles fiant percussiones: Non igitur à solâ insitâ vi movendi producitur in percusso impetus.

Propterea, ut una atque eadem in percussionibus omnibus assignetur producti impetûs causa, sivè percutiens sponte suâ, sivè per vim sibi illatam moveatur, percutientis impetum plures censent dicendum esse principium & causam effectricem impetûs percusso impressi; ab illo enim, prout major fuerit, aut minor, hujus mensuram pendere satis innotuisse videtur ex quotidianis experimentis.

Verùm, ne raptim in hanc sententiam pedarius Philosophus curram, illud me remoratur, quod, sicuti eam esse constat impetûs naturam, ut illico prorsus pereat, ac motus cessat omnino illius corporis, in quo priùs inerat motum efficiens, ita pariter eodem momento impetum minui necesse est, eáque Ratione, quo momento, & qua Ratione illius ejusdem corporis motus ex parte impeditur. Quò igitur magis impeditur percutientis motus, eò magis ejusdem impetum minui consequens est: propterea, quo momento à percutiente attingitur corpus percussum, extenuatur in illo impetus, quia tunc illius motus impeditur; eóque minor evadit in percutiente impetus, quò majus invenit impedimentum motûs. Cùm autem effectui tenuitatem importet causæ imbecillitas, exiguum utique impetum in corpore percusso efficere valeret attenuatus percutientis impetus, quo momento accidit appulsus atque allisio; eóque minorem impetum reciperet corpus percussum, quò magis resistens plus inferret impedimenti motui percutientis, quippe

cujus

cujus impetus fieret languidior; neque enim quicquam juvat antiqua virtus, ſi nunc eſt effœta. Quò igitur magis reſiſtit corpus percuſſum, languidiorem ictum exciperet, cum levior infirmiórque impetus in eo efficeretur à tenuiore & languidiore percutientis impetu. Sed cum manifeſta refragetur experientia validiores ictus à majore reſiſtentia ortos demonſtrans, quæſo à Philoſophis, ut in hac causâ mihi dent hanc veniam, ut patiantur me ab eorum placitis aliquantulum diſcedere, nec percutientis impetui tribuere facultatem effectricem impetûs in corpore percuſſo, lyceo quamvis reclamante; cui ſilentium ſi tantiſper indicere poſſem, dum me audiret poſtulantem id, quod æquiſſimum eſt, ut ne quid huc præjudicati afferat, meam fortaſſe in ſententiam volens deduceretur.

Cùm itaque nec à virtute movendi, quæ corpori percutienti inhæret, nec ab impetu ejuſdem percutientis effici novum impetum in corpore percuſſo, ſatis probabili conjecturâ dicendum videatur, quænam demum erit cauſa impetûs, & eorum, quæ impetum conſequuntur, in corpore percuſſo? Ut quæſtionibus ſatisfiat, quas percuſſiones excitant, nihil ſe mihi offert vero propius, quàm ſi dicamus ex percutiente in corpus percuſſum migrare impetum, aut totum, aut ex parte, prout alicujus motûs capax fuerit corpus, quod motui percutientis reſiſtit. Si totus impetus à percutiente recedat, hoc neque reflectitur ab obice percuſſo, neque quicquam procedit in motu: Si quid impetûs in percutiente remaneat, hoc aut juxta inſtitutam directionem pergit moveri unà cum corpore percuſſo, ſive lentiùs illud ſequitur, aut aliò reflectitur, pro reſidui impetûs intenſione, aut vibratur, & concutitur.

Hinc quia graviſſima ſimul & duriſſima corpora tantum impetûs obtinere à percutiente nequeunt, quanto opus eſſet, ut motum aliquem conſpicuum ex percuſſione reciperent, propterea validiſſimè reſiſtunt, & reflectunt, cùm univerſus ferè impetus in percutiente remaneat: in corpus enim percuſſum non migrat niſi impetus, qui reſpondeat motui, cujus illud tunc eſt capax. Contra verò à corporibus, quæ leviter reſiſtunt, & facilè moventur aliquo motu, aut nihil, aut languidè reflectitur percutiens; quia illa plurimum impetûs recipiunt, & exiguus impetus in percutiente reliquus eſt. Hinc

pariter globus æqualem in mole & gravitate globum percutiens eâ directione, quæ per utriusque globi centra transeat, consistit in loco, ubi percutit, & percussum globum vehementer excutit; quia videlicet globus æqualis satis resistit, & capax est totius impetûs eum æquali intensione afficientis, hic destituens globum percutientem æquè velocem motum percusso conciliat, & percutiens omni destitutus impetu consistit. Sin autem percutiatur globus major & gravior; hic quidem (nisi nimia sit gravitatis aut molis differentia) loco cedit; sed quia ad motum æquè velocem plus requirit impetus, quàm illi imprimere valeat globus minor, propterea minore intensione affectus tardiùs movetur, & minorem globum aliquando reflectit. Si demum globus major minorem & leviorem percutiat, hic languidiùs resistens impetum recipit velociori motui congruum; & quia in globo majore adhuc aliquid superest impetûs, ille pariter pergit moveri, sed tardiùs.

At, inquis, impetus ex eo genere est, quod Accidentia tanquam partes complectitur: Accidentia autem ex subjecto in subjectum non transire, ipsi scholarum parietes clamant. Multa istiusmodi, non diffiteor, dicuntur in scholis: verùm an satis examinata, momentóque suo ponderata fuerint, ignoro: non pauca quippe habemus de manu, ut aiunt, in manum tradita, non ad aurificis stateram revocata, sed populari trutinæ permissa. In illis certè Accidentium generibus, quæ postremis novem Categoriis comprehenduntur, si sex demas, Relationem, Actionem, Passionem, Ubi, Quando, Situm, quos alij (liberaliter-ne? dicam, an prodigè?) *Modos* certæ naturæ, à qua avelli nequeunt, affixos appellant, alij minimo contenti, & parciùs philosophantes, nihil esse præter mera nomina, aut abstractas à rebus inter se comparatis intelligentias existimant; vix tria reliqua genera Quantitas, Qualitas, Habitus constituere controversiam possunt. Et quidem de Habitu nullus videtur relictus ambigendi locus; quis enim neget potuisse Thersitem eâdem Achillis galeâ, eodémque thorace armari, & regiâ chlamyde servum indui? mutatâ scilicet armorum aut indumentorum Ubicatione comparatâ cum hominis, qui armatus dicitur, aut vestitus, Ubicatione & positione. Quantitatem verò, qua locus obsidetur (nam de Numero, qui præter individua cogitationi

tioni ea complectenti subjecta nihil est, non attinet dicere) quam multi à materiâ non dividunt? quot Philosophi suâm singulis corporeis rebus tribuunt quantitatem? De solâ igitur Qualitate oriri potest quæstio: cujus tamen species aliæ meram membrorum aut terminorum corporis collocationem & conformationem dicunt, ut Forma & Figura; aliæ particularum in extimâ superficie positionem, ut asperitas & lævor; aliæ earumdem toto corpore diffusarum complexionem, ut mollitudo & durities, raritas & densitas; aliæ non nisi intelligentiâ secretæ accidere dicuntur Naturæ, cujusmodi non paucæ Naturales Potentiæ & Impotentiæ; aliæ Patibiles Qualitates aut Passiones immissione corpusculorum effluentium communicantur, quemadmodum Odores & Sapores, & fortè etiam quas Primas Qualitates vocant.

Sed quicquid tandem de hujusmodi Accidentibus asserere placeat (neque enim hìc de iis philosophandi est locus) ultro demus ea esse, quæ licèt à substantiâ distinguantur, per se tamen stare nequeant, & necessariò subjectam aliquam naturam afficiant, in qua inhæreant: verùm Qualitates omnes (nisi ex earum genere sint, quos Modos appellant, quia Actuales Determinationes, cujusmodi sunt cogitationes, appetitiones, & motus, quibus actio vitæ continetur) quid prohibet nunc huic, mox illi subjecto inhærere, quemadmodum in locum pereuntis Causæ Effectricis, cujus virtute hactenus conservabantur, aliam substitui causam, cujus vi adhuc permaneant, omnes fatemur? Nonne causâ effectrice magis indigent Accidentia, quàm Materiali & Subjectivâ? Divinâ siquidem vi accidentia à Subjecto avulsa permanere posse docemur ex Mysteriis Eucharisticis; at sinè ullâ causâ effectrice consistere nullatenus possunt: hanc subinde permutant citrà Naturæ incommodum; quidni & subjectum? Nihil igitur extra modum absonum & absurdum loquatur, qui impetum migrantem ex percutiente in percussum ita subjectum mutare dixerit, quemadmodum omnes novum impetum à percutiente malleo produci in percusso & excusso globo opinantes, aliam ejusdem impetûs, quandiu durat, causam, à qua conservetur, ultro admittunt.

Quamvis autem hoc cæteris qualitatibus ratum ac firmum esset, quod ita subjecto, cui semel inhæserint, affigantur, ut

aut in illo insidere necesse sit, aut interire; impetui tamen privatam legem à Naturâ irrogatam fuisse non est incongruum, quippe qui motui efficiendo, & locorum commutationi, tamquam proxima causa, destinatus est; si enim illi corporum translatio tribuenda est, quidni & ipse à corpore, quod jam commovere nequit ob resistentiam, in aliud corpus proximum faciliùs mobile transmittat, ut submoveatur impedimentum? Neque mihi videor temerè in hanc sententiam discessisse: observavi scilicet quàm multum intersit in vehementi brachij projectione, si verè lapidem manu longiùs excutias, ac si tantummodo, eâdem quidem contentione, sed manu vacuâ, te lapidem jactare mentiaris: hoc enim postremum sinè dolore non accidit, quia impetus à brachio in lapidem jactandum transferendus si in brachio permaneat, hoc secum rapit, & nexum distrahit, quo tenetur cum humero colligatum. At ne fortè me potiùs opinionis commento, quàm re ductum suspiceris (quamquam & alij hunc eundem brachij dolorem experientes non semel probârunt) balistæ arcum chalybeum intento nervo inflecte, ac sæpiùs, nullo adjecto globo aut telo, quod explodat & ejiciat, submoto nervi adducti retinaculo dimitte: an diutiùs inani hoc ludo uti licebit? sexcenties utique & millies balistâ hac globos argillaceos ejaculaberis citrà arcûs detrimentum; sed non item sine incommodo sæpiùs vacuum nervum dimittes, quin arcus ipse in periculum ac discrimen vocetur, ne facilè disrumpatur: impetus siquidem, quem missili imprimere oportuit, in arcu, dum sese vi elasticâ restituit, permanens illum validiùs concutit, ac sæpiùs labefactans demum diffindit.

Quapropter, cùm ex projectionibus satis habeamus argumenti, posse impetum ex projiciente migrare in projectum, quo momento projicitur; cur non item poterit impetus ex percutiente in percussum transire, quo momento percutitur, prout hoc motum aliquem concipere potest pro impetûs Ratione?

Neque ut percussi impetum à percutientis virtute tunc primò productum adstruas, conferenda est Percussio cum Impulsione; non enim par est in Perçussione aut Projectione, atque in Simplici Impulsione aut Tractione philosophandi ratio: Potentia enim corpori impulso aut raptato applicata quandiu cum illo nectitur, & se, & illud movet quasi corpus unum ex utro-

que

que conflatum: propterea ſicut muſculi in animante oſſa ſibi cohærentia attollentes & ſe movent, & oſſa; ita potentia Vecti applicata & ſe movet, & vectem, & pondus, atque equi currui adjuncti non modò ſeipſi, ſed & currum, trahentes movent. At Percuſſio ſæpè corpus percuſſum procul à percutiente ejicit, quemadmodum & Projectio. Quod ſi cum Percuſſione jungatur Impulſio (quæ ſemper Projectionem præcedit) impetus in Impulſione producitur à potentiâ impellente; ſed ſicut momento Projectionis qui erat in projiciente impetus, migrat in projectum, quod diſcedit; ita in Percuſſione primo Percuſſionis momento tranſit impetus in corpus percuſſum pro ejus capacitate: quod ſi præterea impellatur à corpore percutiente, cujus motus juxta ſuam directionem procedat, & urgeat partes corporis percuſſi (ut in iis, quæ deprimuntur, aut comprimuntur contingit & cùm ſublicas, dum panguntur, fiſtuca ex caſu non reſiliens impellit) impetum aliquem habet ab impellente productum præter impetum ab eodem tamquam percutiente, ipſo percuſſionis momento communicatum: ſed qui ab impellente efficitur, non admodum multus eſt, ſi cum eo componatur, qui ex percuſſione habetur.

Simile quid Impulſioni, quæ Percuſſionem ſequitur, habetur in Tractione; quam Excurſus præceſſit, in quo acquiſitus eſt impetus: quo enim momento Excurſus ceſſat, & incipit Tractio, tranſit impetus, & minuitur in trahente; ut ſi lapis in pavimento jacens fune jungatur alteri lapidi paulò minori, funis autem orbiculo verſatili inſideat, & lapis ille minor cadens, donec funem intendat, impetum ex motu acquirat; ſtatim ac intentus eſt funis, & lapis jacens deſcendentis lapidis motui reſiſtit impetus acquiſitus migrat ad vincendam jacentis lapidis reſiſtentiam, atque acceptâ à trahentis motu directione cogitur aſcendere, quandiu alter deſcendit, & hunc aliquantulum trahit; ſed impetu impreſſo langueſcente in lapide graviore hic deſcendit, & ſurſum viciſſim rapit eum, à quo vim paſſus fuerat. Sic potentia velociter languidum funem intendens multum concipit impetum, quem ponderi adnexo imprimit, dum illo deſtituitur, cum primùm reſiſtentiam patitur, ſed & aliam impetûs particulam trahendo producit atque efficit in pondere.

Cum

Cum igitur duplex ſit in motu ſubmovendorum impedimentorum genus, alia, videlicet, quæ inchoatum motum abrumpunt, alia quæ obſiſtunt, ne fiat motus; illa tollenda ſunt per impetum, quo motus continuandus fuiſſet, niſi impedimentum occurriſſet; hæc verò ſuperat pars impetûs producta à potentiâ, quæ ſe tardiùs movet, quia vires dividit, partem impetûs ſibi reſervans, partem impertiens obſtaculo, quod removet impellendo aut trahendo. Quare nil mirum, ſi impetus, qui periturus eſſet in percutiente, cujus motus impeditur, tranſeat in obicem percuſſum, quem ſubmovendo locum relinquit ulteriori motui, ſi facultas ſe movendi ſuppetat corpori percutienti.

CAPUT XIII.

Cunei uſus promovetur.

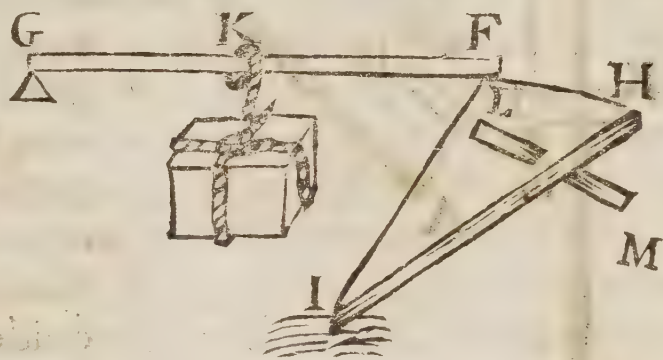
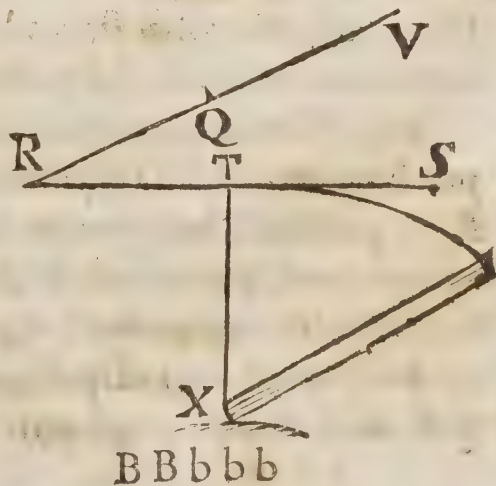
NE quis fortè Cuneum ſolis ruſticis ad findenda ligna uſui eſſe ſibi perſuadeat, fontes aliquos indicare placet ex quibus non levis utilitas derivatur. Ad Machinarum ſcilicet Rationem pertinet potiſſimùm motus corporis, cujus reſiſtentia ſuperatur, ſivè illa demum ex gravitate oriatur, ſivè ex nexu, quo colligatur cum proximo corpore; id quod iis contingit, quæ in corpus unum coaleſcunt, & fiſſione ſejunguntur.

PROPOSITIO I.

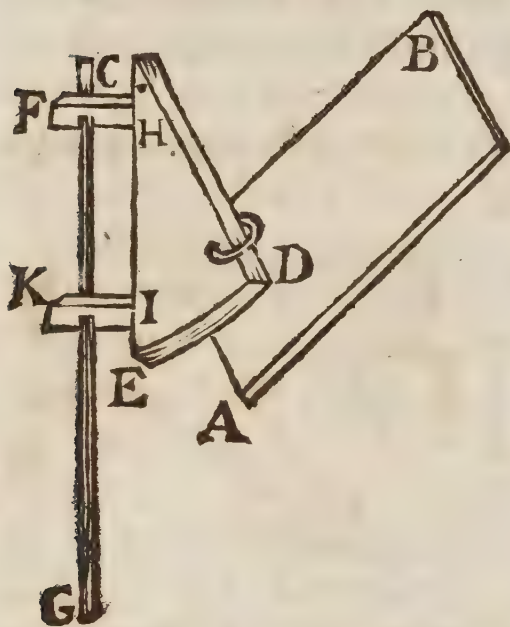
Vectis vires Cuneo augere.

COntingit aliquando potentiam incommodè applicari vecti, ut cum hominem valde curvari oportet ad vectem ſecundi generis ferè in ſolo jacentem attollendum; tunc ſubſidium à Cuneo non incongruè peti poteſt. Sit Vectis A B ſubjectus foribus D C ſuis è cardinibus avellendis,

dis, ut reficiantur: hypomochlium eſt in A, & pondus in C. At ſi potentiam adeò inclinari atque curvari oporteat, ut arripiat extremum vectem B, ſatis manifeſtum eſt, quanto id incommodo fiat. Subjiciatur vecti in B (ſiquidem ſolum æquo mollius fuerit) aſſeris aut lapidis pars, quæ compreſſioni reſiſtat, atque inter illam & vectem apex Cunei E immittatur. Nam ſi tudite cuneum percutias, vectem facilè attollet, ac proinde etiam valvas in C incumbentes.

Quod ſi vectis ſecundi generis F G habens hypomochlium in G ita fuerit altiùs collocatus, ut ægrè brachiorum contentione attollere valeas pondus in K adnexum, utere cuneo inflexo F H, quem ſolo in I incumbentem, & vecti in F ſubjectum, ſi propellas lateri H I, arrepto manubrio L M, applicatus, prout commodiùs acciderit, vectem cum pondere eatenus elevabis, quoad latus I H longius, ſolo ad pendiculum inſiſtat. Vectem autem, qua parte cuneum hujuſmodi contingit, ita extenuatum eſſe oportere, ut cunei orbitæ excavatæ congruat, ne elabatur, res per ſe ipſa loquitur.

Maximè verò opportunum duxerim hujuſmodi cuneo inflexo uti, ubi tertij generis Vectis adhibendus fuerit R S, & pondus adnexum ex S in V ſuſtollendum: Nam ſi loco Potentiæ deſtinato in T ſubjicias cuneum inflexum T P, ſolo in X incumbentem, & hunc urgeas ex latere X P, aut trahas ex latere T X, ubi P venerit in Q, pondus ex S erit in V.

PROPOSITIO II.

Vecte, aut Trochleâ, aut Succulâ, Cunei inflexi vires augere.

INſtrumenta preſſoria varij generis excogitantur; ſed ad ſubitum uſum, & non ſinè compendio, uti aliquando poſſumus Cuneo inflexo, cui, ſi validiùs premendum ſit, vectem adjicere licebit. Sit craſſior tabula A B, cui ſupponatur id, quod premendum proponitur. Paretur cuneus inflexus D E, & pro illius motûs centro ſtatuatur punctum C, cui axis infigatur: Nam urgendo longius latus C E, aut trahendo brevius C D, ſubjectam tabulam A B premes. Quod ſi validiore preſſu opus fuerit, lateri longiori C E Vectem F G adhibe: potentia ſiquidem in G majorem arcum deſcribens circa centrum motûs C, majora obtinebit momenta, quàm ſi proximè illa applicaretur Cuneo: illa tamen momenta potentiæ in G ſenſim minuuntur, prout cunei partes tabulam contingentes propiores ſunt extremo puncto E. Ne verò ipſa eadem tabula A B impedimento ſit, ſi lateri C E proximè vectis adhæreret, affigatur cuneo unum aut alterum Chelonion H F, I K, in quæ conjectus vectis F G diſtet à Cuneo citrà periculum incurrendi in ſubjectam tabulam A B.

Vel ſi Vectem cuneo affigere non placuerit, ipſius vectis caput hypomochlio reſpondens ita collocetur, ut vectis horizonti ferè paralleli longitudo tranſverſa cadat in latus cunei D E, ſéque non procul ab E decuſſent: hac enim ratione vecti ſua conſtabunt momenta, quibus momenta cunei augeantur.

At ſi fortè loci diſpoſitio non ferat, ut vectis adhibeatur impellendo cuneo, trahatur ille ex D, ubi aut annulus infigatur,

aut

aut foramini inſeratur funis, cui deinde trochlea ſive ſimplex, ſive multiplex adnectatur, prout opus fuerit. Immò & Succula addi poterit, ad quam funis caput religetur: erúntque momenta potentiæ, quæ componuntur ex Rationibus Succulæ, Trochleæ, & Cunei.

PROPOSITIO III.

Cuneum inflexum validiſsimum conſtruere ad Véctem tùm trahendum, tùm repellendum.

ASſumatur planum aliquod circulare circa axem per centrum ductum verſatile, ita craſſum & validum, ut in eo inſculpi poſſit profundiùs ſpira, quæ Vectis caput ferreo clavo capitato, & in globum rotundato, armatum contineat, ne elabatur. Hinc enim fiet, ut in ſpiræ cavitatem immiſſum Vectis caput aut propellatur, aut attrahatur, prout plani illius motus in hanc aut illam partem dirigitur: tantus ſcilicet erit Vectis motus, quanta erit Radiorum à centro ad ſpiræ ambitum ductorum differentia. Ex quo orietur tractio, aut impulſio; Radiis enim decreſcentibus trahitur Vectis ad centrum, illis creſcentibus propellitur à centro. Potentia igitur certæ plani illius circularis parti applicata integrum circulum deſcribit, dum vectis caput per unum ſpiræ flexum excurrit, & tot circulos potentia deſcribit, quot ſpiræ flexus vectis caput ſubinde complectuntur. Quare comparanda eſt diſtantia à centro plani circumacti, quam in motu caput Vectis mutavit, cum univerſis circulis, quos potentia interim deſcripſit, & ſtatim innoteſcet Ratio momentorum. Hinc ſi plano hujuſmodi, in quo excavata eſt ſpira, addideris circa extremam orbitam Radios, quemadmodum Axi in Peritrochio, motus potentiæ ſatis amplos circulos deſcribet.

Statuamus, exempli gratiâ, plani circularis aſſumpti diametrum cubitalem, hoc eſt ſeſquipedalem, ſeu digitorum 24; ſit autem inter ſpiræ excavatæ flexum & flexum intercapedo digitorum duûm, adeò ut, peractâ circulatione unâ, vectis caput per ſpiram excurrens digitos duos à primâ ſuâ ſede dimotum

fuerit : at potentia in extremâ orbitâ plani circularis conſtituta ſuo motu integram peripheriam circuli, cujus diameter digitorum 24, deſcripſerit, hoc eſt digitorum 75. Motus igitur potentiæ ad motum capitis vectis eſt ut 75 ad 2 : cui ſi addatur Ratio ad ipſum Vectem ſpectans, quatenus cum pondere comparatur, fiet Ratio Compoſita indicans Rationem motûs potentiæ ad motum ponderis.

Quapropter etiamſi ad conciliandum ponderi motum paulò velociorem, uteremur Vecte primi generis ſed inverſo, ita ut ab hypomochlio plus diſtaret pondus, quàm potentia capiti vectis applicata, adhuc haberetur non modicum momentorum compendium. Sit enim diſtantia potentiæ in capite vectis ab hypomochlio ut 1, ponderis verò ut 5; atque adeò, dum Vectis caput deprimitur digitos duos, pondus attollatur digitos decem: Componantur duæ Rationes 75 ad 2, & 1 ad 5; erit Ratio 15 ad 2, & potentia ſpiræ applicata movebit pondus hujuſmodi vecti adnexum lib. 150, quo conatu abſque ullâ machinâ moveret pondus lib. 20.

Hanc propoſitionem hìc potiùs afferre placuit, quàm in ſequentem librum de Cochleâ reſervare, quia hìc caput vectis excurrit per ipſam ſpiram, & proximè pertinere videtur hìc motus ad motum ſuper faciem Cunei inflexi: in Cochleâ verò, prout communiter illa uſurpatur, pondus movetur ad motum cylindri, cui inſculpta eſt Cochlea. Dixi, prout communiter uſurpatur, quia aliquid ſimile contingit Cochleæ infinitæ, ut videbimus.

PROPOSITIO IV.

Flatum vehementem non interruptum excitare follibus adhibitis.

GLebam metallicam ex fodinis erutam valido igne excoquere oportet, ut metallum fluat, atque id, quod utile eſt, ab inutili ſecernatur. Ignis autem ut ex carbonibus excitetur eâ vehementiâ, qua opus eſt, etiam vehementem flatum, qui ex follibus exprimatur adhibendum manifeſtum eſt omnibus:

neque

neque enim ubique commodum reperiri potest conclave hypogæum, in quod præceps delapsa aqua aërem vapori mistum per tubum in camini focum impellat. Quare præter vulgarem & notissimam methodum folles alterno motu agitandi, ex his, quæ hujus lib. cap. 3. dicta sunt, rationem aliquam inire possumus, qua plurimum flatus in carbones accensos immittamus.

Quod ad folles ipsos spectat, non illos simplices vellem, sed singulos duplices, ita videlicet conformatos ut singuli ex binis asseribus constent invicem secundùm alteram extremitatem inclinatis, quasi in angulum coituri essent, qui omnino stabiles permaneant. In ipso autem tigillo, cui firmiter infixa manent asserum illorum capita, excavatus sit congruè ductus, per quem flatus exprimatur in tubum adnexum, quo ad focum defertur: atque opportuno loco in singulis asseribus, ut moris est, foramen excipiendo aëri destinatum assario muniatur. Hos inter immotos, planum aliud simile, ad extremitatem fibulâ versatili connexum cum tigillo illo communi, adjiciatur, & cum extremis asseribus corio plicatili jungatur, adeò ut duo sint conjuncti folles, quorum alter clauditur, alter recluditur, cùm ex medio hoc plano mobili exiens ansa adducitur & reducitur: hoc enim mobile planum est diaphragma sejungens folles, ne ex altero in alterum compressus aër effugiat, sed per infimum ductum in tubum erumpat, per quem ad focum devehatur. Quatuor parentur hujusmodi folles duplices, quorum bini sibi ex diametro oppositi ita statuantur, ut inter illos discus circularis congruæ magnitudinis interjectus eorum ansas subinde propellere valeat: bini autem oppositi funiculo jungantur aut loro, aut catenulâ, ansas connectente longitudinis æqualis diametro circuli: Ex quo fiet, ut operâ eâdem follis unius ansa propellatur, oppositi verò ansa trahatur.

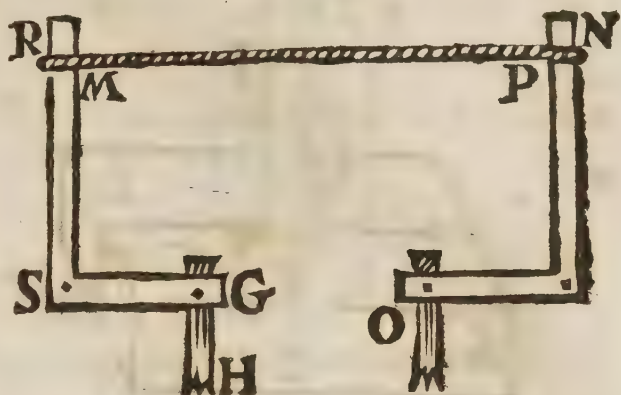
Porrò attendendum est, quantum spatij percurrat singulorum follium ansa ultro citróque remeando, quo loco illa tangitur à circulo: hujus enim spatij semisse definietur intervallum, quo circuli centrum abesse oportet à centro, quod statuendum est, ut circa illud fiat ejusdem circuli convolutio. Huic motûs centro infigendus est firmiter axis, sivè ille sit communis exteriori rotæ ab aquâ fluente convolutæ, sivè cui vectis opportu-

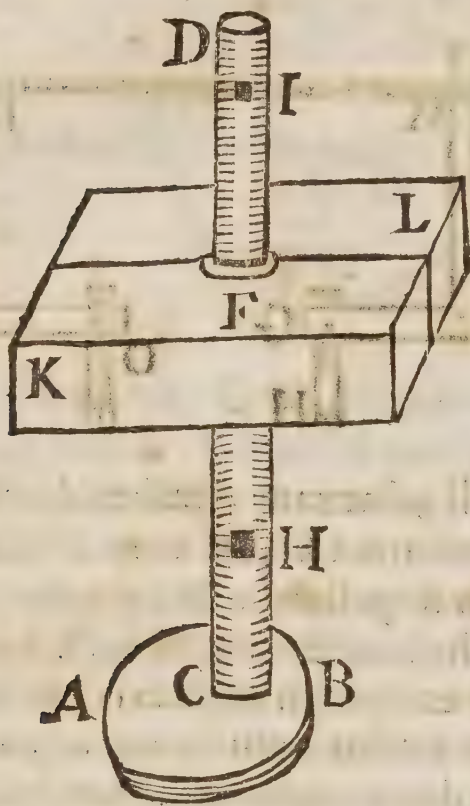
næ longitudinis adjiciatur, ut ab homine, aut à jumento contorqueatur. Sic anſæ motus univerſus. Sit ex. gr. A B circuli centrum ſit C: accipiatur intervallum C D ſubduplum ipſius A B, & erit in D infigendus axis, ex cujus convolutione circulus pariter circumagatur, & follium anſas in quatuor oppoſitis punctis A, E, G, F ſubinde tangat, eáſque viciſſim propellat, & trahat: Cùm ſcilicet incipit propelli follis anſa, quæ eſt in E, propellitur pariter ea, quæ eſt in G (ſi quidem converſio fiat ex E in F) atque ex adverſo tantumdem trahitur quæ eſt in A, quantùm propellitur quæ eſt in E; atque ſimiliter tractio ejus, quæ eſt in F, eſt æqualis impulſioni anſæ, quæ eſt in G.

Si igitur circulus non ſit in plano Verticali, & axem in D infixum non habeat communem cum rotâ, quæ ab aquâ volvatur, ſed ſit in plano horizontali, axi infixo in D addatur vectis D H, ut potentia in H vectem impellens aut trahens circumagat circulum. Quo autem loco ſtatuendus ſit vectis, pendet ex loci poſitione, prout vel in ſuperiori, vel in inferiori, vel in eodem conclavi folles collocantur; axis ſiquidem certam non exigit longitudinem, ſed ea illi tribuenda eſt, quæ commodior acciderit. Vectis tamen longitudinem ita temperare oportet, ut, dum potentiæ movendi facilitatem affectas, nimiam tarditatem compreſſionis follium effugias.

Ex his ſatis apparet, quantùm aëris impellatur in prunas à quatuor follibus, qui clauduntur, dum quatuor reliqui recluduntur, perpetuúſque eſt flatus nunquam interruptus. Quòd ſi potentia movens viribus abundet, & circulus fieri poſſit amplior ita, ut non quatuor ſolùm follibus duplicibus, ſed etiam ſex aut octo ſimilibus in gyrum diſponendis commodus locus ſuppetat, ſatis vides, quantus excitari poſſit flatus.

Quoniam verò ex dictis infertur folles eſſe erigendos, ut in eorum anſas circulus horizonti parallelus incurrat, obſerva poſſe illos etiam jacentes (modò aſſarium ſuperioris aſſeris foramen claudens

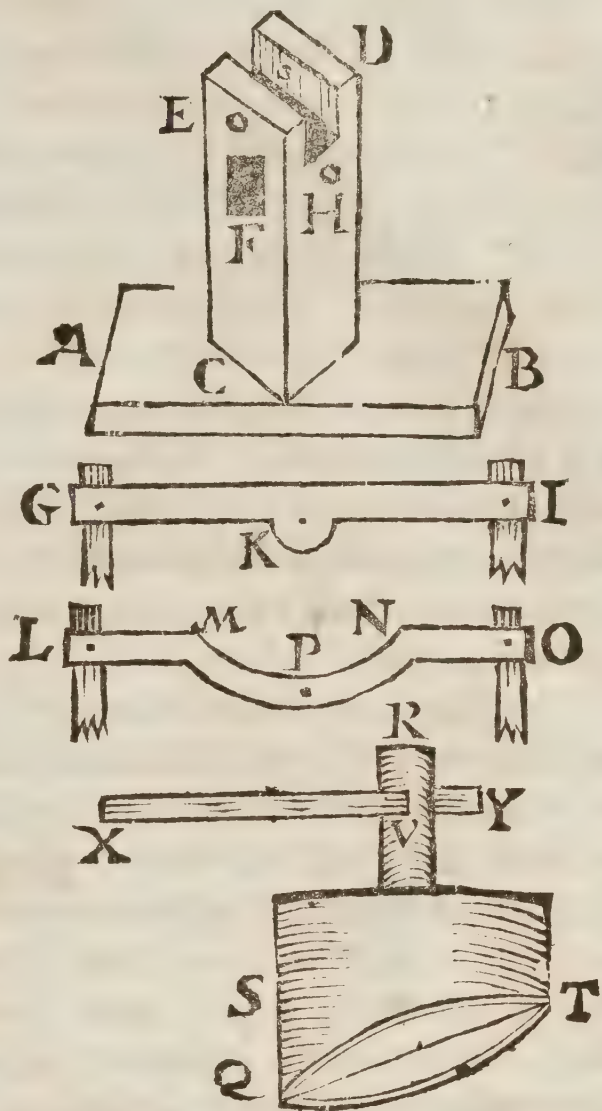
claudẽs exactè fungi possit suo munere) usui esse posse, si artificiũ aliquod adhibeatur, quo ansa attollatur, atque deprimatur. Fiat inflexus vectis, seu quasi vectis R S G, cujus angulo S addatur axis, circa quem facilè converti possit, & ad extremitatem G sit regula G H follis ansæ adnexa; & similia omnia ex adverso parentur, atque funiculo M P conjungantur. Nam circulus impellens in R attollet extremitatem G, ac proinde ansam illi adnexam, trahendo autem funiculum M P deprimet extremitatem O, & cum illâ ansam oppositi follis: atque ita vicissim impellendo N, attolletur O, & deprimetur G. Hinc colliges hoc eodem artificio, si hastulæ G H non follis ansam, sed antliæ embolum adjeceris, fieri posse machinam, qua, multiplicatis antliis, plurimum aquæ sursum impellere valeas. An autem disci circularis exteriorem orbitam ferreo annulo polito & lævi munire, atque ferream laminam pariter politàm ansæ follis, aut vecti inflexo, apponere præstet, ut quàm minimo tritu inter se confligant, non est opus monere, si fuerit operæ pretium machinæ diuturnitati consulere, & faciliorem motum exhibere.

Quòd demum spectat ad ipsius circuli collocationem, quamquam cylindrus illi infixus possit inniti polis, circa quos versetur; ut tamen subter circulum liberrimè trahi possint funiculi, placeret potiùs illum omnino suspensum pendere ex crassiore (sive simplici, sive ex duobus compacto) tigno, cujus foramini inseratur cylindrus, ferreo annulo munitus tam in superiori, quàm in inferiori parte, qua foramini respondet, ita ut neque sursum agi, neque deorsum descendere valeat, sed intrà foramen illud convertatur, quod pariter utrinque circulis ferreis muniatur respondentibus superiori & inferiori annulo cylindri. Sit circularis discus A B, in quo motûs centrum sit C, cui infigatur cylindrus C D convertendus à vecte, sivè in I, sivè in H immittendo. Horizonti parallelum tignum

tignum K L ſecundùm ſuas extremitates in pariete, aut aliter, firmetur; in eóque ſit foramen F capax cylindri: foramen ferreo circulo, quoad fieri poſſit, lævi atque polito muniatur, cui æqualis annulus cylindrum veſtiens, illíque affixus, reſpondeat. Manebit ex F ſuſpenſus cylindrus D C unâ cum adjuncto circulari diſco A B. In inferiore tigni facie ſimiliter ſit circulus ferreus, & annulus, ne ſurſum excurrere queat cylindrus. Si tignum quidem valde diſtet à circulo A B, immitti poterit vectis in H; at ſi exiguum fuerit intervallum inter tignum & circulum A B, atque tignum exiſtat infra planum, in quo homo aut jumentum vectem impellens aut trahens movetur, vectis in I immittatur.

PROPOSITIO V.

Plures antlias duplices perpetuo ductu agitare.

UBi jumentorum operâ uti oportet ad agitandas antlias, quibus aqua in ſuperiorem locum aut attrahitur, aut impellitur, illa in gyrum agere neceſſe eſt; id quod multo tempore eget; neque enim circuitus illos currendo efficere poſſunt: quapropter rotarum dentatarum complexionem conſtruere ſolemus; ut, dum ſemel jumentum ſuam converſionem abſolvit, ſæpiùs antliæ agitentur. Verùm minore impendio abſque rotis idem fortaſſe aſſequemur, ſi potiſſimùm aqua in altum propellenda ſit.

Ad

Ad perpendiculum erigatur tignum, quod imo puteo innitatur, sive solidiori tigno A B putei lateribus infixo insistat brevius tignum C D, ita tamen obliquè constitutum, ut hujus anguli latera illius respiciant, quatenus hastulæ ex hoc exeuntes, medio jugo, nullum recipiant à subjecto tigno A B impedimentum. Suprema pars tigni C D ita secetur, ut circa axem in E infixum liberè versari possit jugum, cujus extremitatibus adnexæ sunt hastulæ antliarum embolos attollentes atque deprimentes. Paulò infra axem E aperiatur foramen F, cui pariter immitti queat jugum alterum versatile circa axem H infixum paulò infrà crenam superiori jugo subservientem.

Porrò utriusque jugi non eadem est forma: Nam superius jugum axi E infixum rectum est G I, additamento ad K auctum, ut paulo depressius sit foramen K ad recipiendum axem, quàm sint axes ad G & I, quibus junguntur cum jugo hastulæ ad embolorum motum perficiendum destinatæ. At verò jugum inferius non nisi extremitates L M & N O rectas habet, cætera inflexum est, & ad mediam curvaturam habet in P foramen, quo innitatur axi in H infixo. Quantam autem esse oporteat hujusmodi inflexionem M P N, ex hoc definies, quod ubi jugum G I in suo axe consistens horizonti parallelum fuerit, etiam inferioris jugi in suo axe H consistentis extre-

mitates L M & N O in eodem horizontali plano cum G I conveniant.

His paratis fruſtum cylindricum diametri (ſi id quidem commodè fieri poſſit) non multo minoris , quàm ſit jugi G I intercapedo inter haſtularum axes , conſtruatur. Quod ſi tantæ craſſitudinis lignum præſto non fuerit , plura aptè compinge , atque ferreo circulo conſtringe , ne diſſilire valeant. Tum deſtinatæ embolorum depreſſioni atque elevationi æqualis ſaltem pars Q S toreutæ operâ rotundetur ; deinde ſerrâ obliquè ſecetur , ut fiat ellipſis Q T : cujus limbus ferreâ lamellâ exactè planâ & politâ muniatur tùm ad perpetuitatem , ne lignum atteratur , tùm ad faciliorem motum , ut minor ſit cum ſubjectis ligneis jugis conflictus : interiores autem ellipſis partes ſcalpro eximi poſſunt , ut factâ cavitate nullum motui impedimentum afferant tigni C D ſupremi anguli.

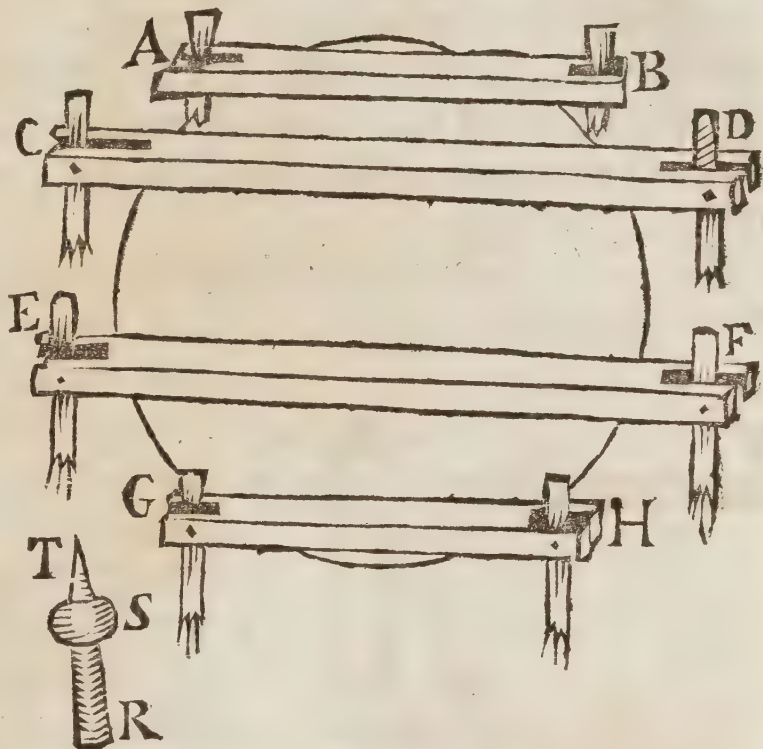
Fruſto huic cylindrico ad axem firmiter inſeratur minor cylindrus V R , cui immitti poſſit vectis X Y à jumento in X circumducendus. Minor hujuſmodi cylindrus methodo ſuperiùs indicatâ ſub finem prop. 4. ſuſpendatur eâ lege , ut jugo G I maximè inclinato conveniat ellipſis diameter Q T , minori autem ellipſis Axi conveniant extremitates L M & N O inferioris jugi , quæ erunt horizonti parallelæ. Hinc fiet , ut converſo cylindro ſubinde deveniant ad maximam depreſſionem , atque viciſſim ad maximam elevationem , ſinguli antliarum emboli.

Quod ſi liceret in puteo , ubi aqua ſcaturit , aut in vaſe , in quod aqua influit , in altum elevanda vi antliæ propellentis , non quadratum tantùm , ſed hexagonum aut octogonum priſma erigere ad perpendiculum , & in oppoſitis faciebus foramina excavare , quibus immitterentur inflexa juga , eâ inflexione , quæ ſatis eſſet , ut demum omnium extremitates in eodem horizontali plano convenirent , ſatis manifeſtum eſt tribus aut quatuor jugis poſſe deinceps ſex aut octo antlias agitari.

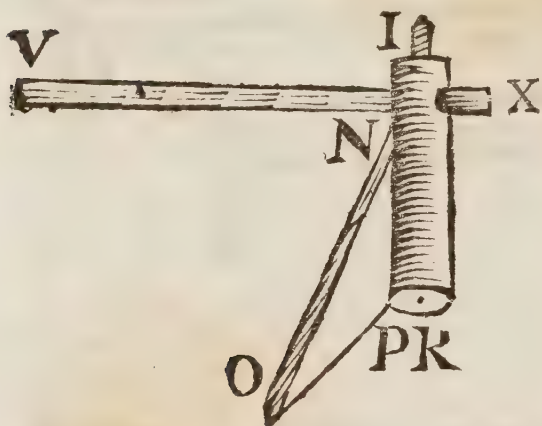
PROPOSI

PROPOSITIO VI.

Alia ratione plures antlias componere.

EX iis, quæ hujus libri cap. 5. dicta sunt, genus aliud ad Cuneum pertinens excogitare possumus, quo simul plures antlias agitare possit potentia, cui maximè virium copia suppetat, & valde simplex machina construenda proponatur. Ex solidis asseribus compingatur circulus: hic in octo partes distribuatur, & duæ proximæ confixum habeant tigillum A B, cujus extremitates ita extra circulum promineant, ut incisis crenis hastulæ embolo adnexæ circa suum axem versatiles sinè impedimento moveri queant. Tres similes tigilli transversarij affigantur C D, E F, G H extremitatibus similiter prominentibus extra circuli ambitum, & excavatis in crenas hastularum capaces. Hastularum verò formam suaderem, quæ prope embolum essent plicatiles in dextram atque sinistram, quemadmodum in supremâ parte, ubi transversariis cohærent, sunt circa axem flexiles in anteriorem atque in posteriorem partem: ex hac enim flexibilitate in omnem partem facilior oritur motus. Duos autem tigillos C D & E F existimo apponendos esse transversarios, ad majorem circuli firmitatem: quamquam sufficeret ad propositum finem breviores apponere ad C E & D F, omnino similes & æquales ipsis A B & G H.

His paratis alius æqualis circulus superponatur, firmitérque

cum inferiore cohæreat. Tum validus ſtylus ferreus R T figuræ primùm cylindricæ, deinde ad S ſphæricæ, demum in T deſinens in conum conſtruatur, & columnæ, cui univerſa machina inniti debet, ad perpendiculum infigatur. Ad centrum verò circuli inferioris foramen fiat, per quod facilè globus S immitti poſſit, & in centro circuli ſuperioris aliud pariter foramen aperiatur, ſed tantùm capax coni S T, adeò ut machina ſuſtineatur à globo S, & in quancumque partem facilè inclinari queat: id quod etiam faciliùs continget, ſi foramen illud ſuperioris circuli, qua parte globum S contingit, annulo, ſeu limbo ferreo muniatur. Quod ſi circulus ille ſuperior craſſior fuerit, quàm ut facilè inclinari poſſit, ne ſuperior ora foraminis incurrat in conum, abradi poterit, quantum ſatis fuerit, in calathoidem, ut magis pateat, atque liberam inclinationem permittat.

Circulari hac compage impoſitâ ſtylo R S, haſtulæ embolorum ſuis axibus adnectantur extremitatibus tigillorum prominentibus. Tum ad conciliandum motum machinæ, cylindrus I K ſuo centro K innitatur apici ſtyli T, & in ſuperiore loco, axis I congruo foramini immiſſus ſervet cylindri poſitionem perpendicularem. Sit autem in cylindri latere profundiùs excavata crena, cui inſeri poſſit triangulum O P N obtuſangulum ad P, quod validum ſit, & cum cylindro firmiſſimè cohæreat: ſic enim fiet, ut trianguli extremitas O tangens circulum, illum à poſitione horizonti parallelâ removeat, & in eam partem inclinet, atque ex adversâ elevet. Potentia verò vecti V X applicata, & cylindrum volvens, alam pariter N O P circumducet; quæ aliis atque aliis ſubjecti circuli partibus ſubinde applicata illas deprimet, & ex diametro oppoſitas elevabit: intermediæ autem aliæ deprimentur, ad quas ſcilicet extremitas O accedit, aliæ elevabuntur, à quibus eadem extremitas O recedit.

Quantum autem extremitas O infra baſim cylindri deſcendere

dere oporteat, definiendum est primò ex motu, quem embolus elevatus atque depressus perficit; cujus motûs medietas accipienda est: deinde attendenda est distantia basis cylindri à plano circuli, si hoc constitueretur horizonti parallelum; hæc verò distantia addenda est semissi motûs emboli, ut innotescat, quantum oporteat extremitatem O deprimi infra basim cylindri. Neque cuiquam dubium esse potest, an sic definienda sit hujusmodi depressio extremitatis O; siquidem inclinato circulo tantum extremitas altera diametri deprimitur infra planum horizontale, quantum altera attollitur; hæc autem duplicata differentia dat universum motum emboli; igitur hujus mo ûs semisse definitur circuli depressio & inclinatio. Quia autem ad faciliorem motum, tùm ne cylindri crassities plano circuli inclinato occurrat, tùm ne latus PO circulum tangat præterquam extremitate O, ad vitandum tritum atque conflictum partium, præstat cylindrum non proximè adhærere circulo; propterea distantia basis cylindri à centro subjecti circuli computanda est.

Porrò expedire extremitatem O munitam ferreâ láminâ percurrere in subjecto circulo laminam pariter ferream exquisitè politam, non opus est monere: satis quippe per se patet. Illud cavendum est, ut modum serves in alæ NOP amplitudine; nam si nimis exigua sit, paulò difficiliùs movet, quia nimis distat ab hastulis embolorum: sin autem æquo amplior fuerit, cùm maximam resistentiæ partem illa sustineat, subit periculum luxationis. Cæterùm hoc pendebit ex circuli amplitudine, cujus diametrum constituendam esse habitâ ratione motûs embolo antliæ communicandi, nemo ignorat; quémadmodum & in simplici antliâ ex hoc eodem definitur distantia hastulæ à centro motûs. Quoniam enim motus ille depressionis & elevationis emboli connectitur cum motu circulari semidiametri circuli, cui hastulæ adnectuntur, eum Radium circulo tribuere oportet, ut arcus ab extremo puncto descriptus quàm minimùm differat à lineâ rectâ; sic enim faciliùs movetur embolus. Quare arcus ejusmodi describendus est, ut illius medietas Sinum Versum habeat, quoad fieri poterit, minimum. Ponamus universum emboli motum esse unciarum 4, ejus semissem

unciarum 2 : Sit circuli Radius B D unciarum 8. Inveniatur in Canone Sinuum arcus, cujus Sinus ad Radium ſit ut 2 ad 8, & eſt proximè gr. 14. 28′ 40″. Eſt igitur arcus ab extremâ ſemidiametro D deſcribendus C E gr. 28. 57′. 20″: quo bifariam diviſo in D eſt arcus C D gr. 14. 28′. 40″; cujus Sinus C I; & Sinus Verſus I D eſt totius Radij B D $\frac{3}{100}$, hoc eſt unius unciæ $\frac{4}{25}$; quæ deflexio arcûs C E à rectitudine non admodum nocet. Satis igitur fuerit, ſi circuli diameter ſit unc. 14. & tigilli hinc atque hinc aliquantulum præter unam unciam promineant, ubi illis haſtulæ embolorum adnectuntur; ſic enim fiet, ut haſtulæ ſatis commodè moveantur, maximè ſi longiores fuerint.

Quod ſi ligneis tigillis uti nolueris, ſed potius ferreis priſmatibus inter utrumque ligneum circulum aptè conſerendis, adeò ut circuli plana ſibi viciſſim adhæreant, non dubium, quin multò firmior futura ſit machina: hoc te monitum volo, quod circulos craſſiuſculos eſſe oportet, ut in illis opportunum foramen excavetur, quo commodè machina inſiſtat ſtyli globulo, &, prout oportet, inclinetur.

MECHA

MECHANICORUM LIBER OCTAVUS.

De Cochlea.

POSTREMO loco inter Mechanicas Facultates numeratur Cochlea, non tamen poſtremo loco habenda, ſi ejus vires perpendantur; immò ſi cum cæteris Facultatibus comparetur, omnium efficaciſſima cenſenda erit, cæteris paribus, ut ex iis, quæ hoc libro diſputabuntur, manifeſtum fiet. Cur de Cochleâ poſtremus habeatur ſermo, ſi quis inquirat, non pauci ex iis, qui inter Mechanicas facultates cognationis nexus quoſdam perveſtigant, ideò poſt Cuneum numerari Cochleam autumabunt, quia Cochlea longior quidam Cuneus cylindro convolutus cenſeri poteſt, cujus propterea vires ad Cuneum revocare contendunt. Mihi tamen, qui Facultates ſingulas ita à reliquis abſolutas agnoſco, ut nullo alio vinculo invicem copulentur, niſi quatenus omnes ab uno eodémque principio ortum ducunt, ea tantummodo eſſe videtur cauſa, quod reliquæ Facultates ſimplices ſint, ac faciliùs parabiles, quàm Cochlea, atque hæc ſi ſolitaria adhibeatur, nec cum ullâ reliquarum Facultatum componatur, licèt validè urgeat, aut trahat, eâ tamen communiter non utamur ad majores motus efficiendos, quos unâ aliquâ reliquarum Facultatum, minore operâ, conſequimur.

Hùc autem non ſpectat Archimedea Cochlea ad aquam in altum evehendam inſtituta: eſt enim tubus in ſpiram convolutus circa ſuperficiem conicam aut cylindricam, ſeu in cono ipſo aut cylindro ita excavatus, ut aquam continere valeat, quam extremum tubi oſculum ex ſubjectâ profluente hauſit: dum ſci-

licet

licet circa ſuum axem Conus aut Cylinder ad horizontem inclinatus convertitur, quæ ingreſſa fuerat aqua, per ſpiras aſcendens ad alteram tubi extremitatem ſuperiorem demum effunditur; atque hac ratione ad tantam altitudinem illa attollitur, quantus eſt Sinus anguli, quo ad horizontem inclinatur axis coni aut cylindri, poſito eodem axe tanquam Radio. Hic, inquam, motus aquæ in tubo hujuſmodi ſpirali aſcendentis, non eſt præſentis diſputationis, aqua ſiquidem non trahitur ſurſum, ſed ſemel ingreſſa in tubo ſpirali convoluto ſponte deſcendit, donec ad ſupremum oſculum provehatur; haud ſecus ac plumbeus globulus in eundem tubum immiſſus, ſi volvatur cylinder, non valens conſiſtere in eâ ſpiræ parte, quæ priùs infima & horizonti proxima, modò in converſione removetur ab horizonte & attollitur, ſuâ autem gravitate repugnans aſcenſui, ſponte deſcendit per tubum tanquam per planum inclinatum, atque ita deinceps, quoad ex ſupremo tubi oſculo erumpat. Idem planè contingit aquæ in hujuſmodi tubo ſpirali vi ſuæ gravitatis ſubinde fluenti ac deſcendenti in ſingulis ſpiris ſtatim, ac modicum quid elevata eſt in converſione.

Cochlea igitur, de qua hìc diſputabitur, ea eſt, quæ ad vim gravitati inferendam, ſi repugnet, inſtituta eſt, adeò ut corporis vim paſſi motus impulſui à Potentiâ per Cochleam communicato adæquatè tribuendus ſit; & ſi quid gravitas ipſa conferat, id planè contingens reputetur. Nomen autem Cochleæ inditum eſt ex ſimili quadam convolutione in teſtâ limacis, quæ in ſpiras contorquetur, ſicut & Cochlides dicuntur ſcalæ, per quas in gyrum aſcenditur.

CAPUT I.

Cochleæ forma & virtus deſcribitur.

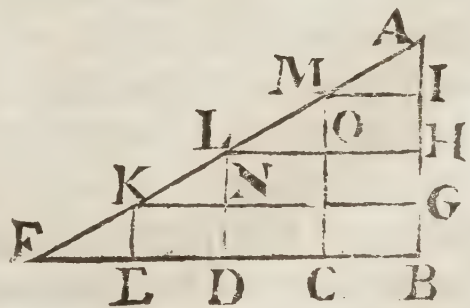
COchlea, quam explicandam ſuſcipimus, ex limacis teſtâ eatenus ſolùm ſimilitudinem ducit, quatenus in ſpiras ducitur, cæterùm animalis illius ſpiræ inæquales ſunt, & major

ſpira

ſpira minorem quaſi complectitur, non quemadmodum helix in plano deſcripta, ſed ferè ſicut ſpira in coni aut globi ſuperficie deformata. Spira autem conicè ducta, aut ſphæricè, parùm utilis accideret Machinatoris inſtituto; cum enim, ut firmetur, inſerenda ſit foramini ſimiliter in ſpiram excavato, majores coni, aut globi, ſpiræ non congruerent minoribus ſpiris foraminis conici aut ſphærici in modum ſcaphij, nec per eas promoveri poſſent; atque minores coni, aut globi, ſpiræ in amplioribus ſpiris foraminis firmari nequirent. Oportet igitur ſpiram omnino ſimilibus ductibus, atque æqualibus conſtare; id quod non niſi in cylindro obtinetur. Quapropter Cochlea, de qua hìc agimus, eſt ſolida ſpira in ſuperficie excavati cylindri efformata; quæ vitium Capreolos arboris ramum complexos imitata vulgari vocabulo *Vitis* (& fortaſſe aptiùs) nominatur. Receptaculum verò concavum, cui cylindrus in helicem deformatus immittitur, habétque ſpirales cavitates ſolidæ cylindri ſpiræ congruentes, *Matrix* dicitur, alij *Tylum*, *Cochlidium* alij, vocabulo ad hanc ſignificationem detorto, vulgus *Matrem Vitis* nuncupat.

Ut autem ſpiram cylindro æqualibus atque ſimilibus gyris circumductam intelligas, concipe triangulum rectangulum, cujus perpendiculum æquale ſit dato lateri aut Axi cylindri Recti, baſis verò trianguli toties contineat perimetrum baſis cylindri, quoties ſpira cylindrum ipſum complecti debet; nam hujuſmodi trianguli hypothenuſa lineam ſpiralem omnino ſimiliter ductam in cylindri ſuperficie deſcribet, ſi triangulum cylindro circumvolvatur.

Sit cylindri altitudo A B, ejúſque baſis circulari peripheriæ ſit æqualis recta B C ad rectum angulum C B A conſtituta. Oporteat autem ſpiram quatuor gyris complecti cylindrum; idcirco recta B C producatur, ut tota B F ſit ipſius B C quadrupla: ducta enim hypothenuſa F A, ſi triangulum cylindro circumplicetur quadruplici convolutione, deſignabit in cylindri ſuperficie quatuor ſpiras omnino ſimiles & æquales. Spirarum æqualitatem & ſimilitudinem fa-

A M I L O H K N G F E D C B

cilè demonſtrabis, ſi trianguli baſim B F, & altitudinem B A, utramque in quatuor æquales partes diſtinxeris; deinde ex ſingulis diviſionum punctis rectas C M, D L, E K altitudini B A parallelas, & rectas G K, H L, I M parallelas baſi B F excitaveris; ſibi enim occurrentes in punctis K, L, M, divident hypothenuſam in quatuor æquales partes, ut patet ex 2. lib. 6: Nimirum ut F E ad E D, ita F K ad K L; & ut F D ad D C, ita F L ad L M; & ut F C ad C B, ita F M ad M A: ſunt autem F E & E D ex hypotheſi æquales, igitur etiam F K & K L æquales: F D poſita eſt ipſius D C dupla, ergo F L ipſius L M dupla; ergo L M æqualis eſt ipſi K L, aut F K: Demum F C ex conſtructione eſt ipſius C B tripla; igitur etiam F M eſt tripla ipſius M A; quare M A æqualis eſt ſingulis reliquis partibus F K, K L, L M; & tota hypothenuſa diviſa eſt in quatuor æquales partes. Item in parallelogrammo K D, per 34. lib. 1. æqualia ſunt oppoſita latera K N & E D, atque in parallelogrammo L C æqualia ſunt L O & D C, quemadmodum & in parallelogrammo M B æqualia ſunt M I & C B: Sicut igitur rectæ F E, E D, D C, C B ex hypotheſi ſunt æquales, etiam F E, K N, L O, M I ſunt inter ſe æquales. Similiter oſtendes ſicut æquales ſunt ex conſtructione B G, G H, H I, I A, ita æquales inter ſe eſſe E K, N L, O M, I A. Cum itaque triangula F E K, K N L, L O M, M I A habeant tria latera ſingula ſingulis æqualia, & ſimiliter poſita, ipſa ſunt quoque æquiangula, ac proinde ſimiliter inclinatæ ſunt ſingulæ ſpiræ F K, K L, L M, M A, quæ pariter demonſtratæ ſunt æquales. Quam ſimilem inclinationem oſtendit æqualitas angulorum ad F, K, L, M, propter linearum paralleliſmum. Triangulum igitur A B F ſuâ hypothenuſâ F A deſignat in cylindri ſuperficie quatuor ſimiles & æquales ſpiras.

Verùm quid juvaret in exteriore cylindri ſuperficie ſpiralem lineam exquiſitè deſcripſiſſe, niſi corpus ipſum cylindricum in ſolidam ſpiram deformaretur? Quapropter neceſſariò cylindrum circumplectuntur duæ ſpiræ, cava altera & depreſſa, altera convexa & prominens, quibus ſimiliter atque æqualiter depreſſæ & prominentes duæ ſpiræ in receptaculi ſeu Matricis foramine cylindricè excavato requiruntur ita illis reſpondentes, ut depreſſam receptaculi ſpiram ſubeat prominens cylindri ſpira,

ſpira, & viciſſim prominentem receptaculi ſpiram excipiat depreſſa cylindri ſpira. Ex quo fit, ut convolutus circa ſuum axem cylindrus attollatur aut deprimatur, adducatur aut reducatur, prout opus fuerit, atque cum eo corpus baſi illius proximum, ſeu adnexum urgeatur, aut trahatur, elevetur, aut prematur.

Vulgatiſſimus autem & frequentiſſimus eſt hujus Facultatis uſus, ubi potiſſimùm opus eſt validâ preſſione, ut in prælis vinariis ad exprimendum ex uvæ jam preſſæ reliquiis tortivum muſtum, apud typographos ad imprimendos ſubjectæ chartæ ex typis characteres, apud bibliopægos ad comprimendos libros, jam compactos, apud fabros ferrarios ad firmandas ferreas laminas limâ expoliendas, atque apud alios artifices. Quamquam & ſæpiſſimè clavorum loco, quibus ligna, aut metallicæ laminæ configuntur citrà mallei percuſſionem, cochleis utimur, & quidem ad validiorem atque perennem firmitatem; neque enim revelli poteſt cochlea, aut excuti, quemadmodum clavus. Sed tunc hujuſmodi cochleæ non exercent vim facultatis Mechanicæ; eatenus ſcilicet validiùs, quàm clavi, duo corpora, quæ compinguntur, connectunt, quatenus multiplices in cylindruli facie ſolidarum ſpirarum ductus pluribus cavis foraminum ſpiris implicantur ex cylindruli convolutione; qui propterea eximi non poteſt, niſi in contrarium revolvatur; quandiu quidem incorruptum permanet lignum neque ex humore putreſcens, neque vermiculo erodente carioſum, neque calore nimio ita diſcedens atque dehiſcens, ut laxato foramine jam non ampliùs ſolida cylindruli ſpira congruentibus ſtriis coërceatur.

Hinc eſt in ſuſtentando pondere ex cochleâ ſuſpenſo proprie non exerceri vim Mechanicam; nihil enim ampliùs conante Potentiâ (quemadmodum in Vecte, aut Axe in Peritrochio, aut fune Trochlearum retinendo opus eſt, quæ pondus elevavit convoluto cylindro in cochleam deformato, ſola ſpirarum cavæ atque convexæ complexio efficit, ut cylindrus cum adnexo pondere retineatur, ne recidat, quatenus à ſubjectâ loculamenti ſpirâ ſolidâ ſuſtinetur: quemadmodum & ſubſcudibus compagem cohibentibus accidit, quatenus ſecuricla ex minore in majorem amplitudinem explicata decreſcentis recepta-

culi anguſtiis coërcetur, ne excurrat; adeóque confixum hujuſmodi ſubſcude corpus grave inferius retinetur, ne à ſuperiore disjungatur, & cadat.

Tota igitur vis Machinalis à Cochleâ exercetur in motu, quem à potentiâ illam circumagente recipit. Et ſanè ſi potentiæ cylindrum verſantis motum comparemus cum motu ponderis, quod à cochleâ urgetur, aut trahitur; ſtatim apparebit potentiam quidem circulum deſcribere circa convoluti cylindri axem, pondus verò rectâ moveri, prout promovetur, aut retrahitur cylindrus. Cum itaque in ſingulis cylindri converſionibus ejus motum definiat ſpiræ à ſpirâ intervallum; ſi hoc cum circulari peripheriâ conferatur, innoteſcet motuum Ratio, & Potentiæ momentum, quæ eò minorem in pondere reſiſtentiam invenit, quò tardiùs hoc movetur. Hinc ſi cylindri altitudo ad ejuſdem diametrum ſit ut 20 ad 1, numeratáſque ſpiras cylindrum complectentes inveneris eſſe 35, rectè definies convolutionibus 35 reſpondere totum cylindri motum, atque adeò ſpiræ à ſpirà intervallum eſſe ad cylindri diametrum ut 4 ad 7: ex quo infertur circuli peripheriam ad ſpirarum diſtantiam, hoc eſt potentiæ motum ad motum ponderis, eſſe proximè ut 22 ad 4, atque potentiæ conatum ut 4 vincere poſſe quamlibet reſiſtentiam minorem quàm ut 22, ſpectatâ Ratione, quam infert cylindri craſſities, & ſpirarum obliquitas.

Verùm quia non niſi parvulis cochleis, aut ubi levis conatus requiritur, ita applicatur potentia, ut cylindri ſuperficiei applicata intelligatur, complanatâ ſcilicet ejuſdem cylindri extremitate, quam ſummis digitis apprehendere valeas, communiter adhuc majus eſt momentum Potentiæ, quàm ut ex circuli peripheriâ baſim cylindri ambiente circumſcribatur; additur enim aut Radius cylindri Capiti quadrato infixus, aut aliquid manubrij rationem habens, adeò ut potentia longè majorem circulum deſcribat, quàm ſit cylindri in ſpiram deformati baſis: ac proinde non ex cylindri craſſitie, ſed ex diſtantiâ potentiæ ab axe cylindri definiendus eſt ejuſdem potentiæ circulum perficientis motus, atque cum ſpirarum intervallo motum ponderis metiente comparandus.

Hinc ad imprimendas metallicæ laminæ ex argento, aut auro, aut cupro imagines citrà percuſſionem, ſuper ſolido pla-

no

no erectis atque infixis ad perpendiculum duobus ferreis pedibus ferreo pariter transversario firmatis, in quo excavata cochleæ congruens Matrix, typus inter laminam & cylindrum interjectus validè urgetur ex cylindri convolutione, & imaginem exprimit: quia videlicet superiori cylindri Capiti quadrato inseritur longior ferreus vectis hinc atque hinc productus, ut duplici ejus extremitati duplex potentia, si opus fuerit, applicetur. Quapropter ab axe cylindri ad vectis hujusmodi extremitatem ducta linea est Radius circuli potentiæ motum determinantis; atque si hujusmodi Radij longitudo ad spirarum intervallum fuerit ut 50 ad 1, circuli diameter est 100, ejusque peripheria major quàm 314; & potentiæ motus ad motum typi laminam prementis est ut 314 ad 1: idcirco si in vectis extremitatibus sint singuli homines perinde conantes, ac si libras 50 singuli moverent, premitur typus vi hujus cochleæ quasi à pondere librarum 31400.

Quod autem de pressione dicitur, simili ratione intelligendum est de ponderis elevatione, si fortè aut inferiori cylindri basi adnexum fuerit, aut ejus capiti impositum; sicut enim corpus prementi resistit ratione particularum constipatarum, ita elevanti repugnat ratione suæ gravitatis: utrobique igitur similem virtutem habet potentia ad vincendam resistentiam, quando utrobique eadem invenitur Ratio motuum atque momentorum. Propterea in hujusmodi cochleis, quæ infixo Radio convolvuntur, non est admodum anxiè procuranda cylindri crassities, modò satis solidus sit, nec fragilis: eadem quippe est circuli à potentiæ motu descripti peripheria, sivè major sit, sivè minor cylindri crassitudo, quando eadem est potentiæ distantia à cylindri axe, ac proinde idem est momentum.

Illud quidem ad rem facit maximè, quam obliquè inclinatus sit spirarum ductus; hinc enim oritur intervalli Ratio inter proximos spirarum circuitus, qui frequentissimi sunt, ac brevi intervallo disjuncti, si linea spiralis sit maximè inclinata, rari autem atque notabiliter sejuncti, si illa fuerit ad majorem angulum (acutum tamen) erecta: Est nimirum hujusmodi intervallum æquale Tangenti anguli inclinationis, posito Radio ambitu basis cylindri; ipsa autem spira est ejusdem anguli Secans. Quare datâ cylindri diametro, invenitur peripheria basis; &

dato ſpirarum intervallo, invenitur angulus huic intervallo tanquam Tangenti oppoſitus, ſcilicet inclinatio ſpiræ, & hypothenuſa tanquam ejuſdem anguli Secans dat ipſius lineæ ſpiralis longitudinem.

Quod ſi totius lineæ ſpiralis univerſum cylindrum complectentis lineam deſideras, toties peripheriam baſis multiplica, quot ſunt ſpirarum circuitus, & habebis Radium; cylindri altitudo dabit Tangentem, cui reſpondens Secans indicabit totius ſpiræ integram longitudinem. Sit ex. gr. cylindri altitudo ped. 3. hoc eſt unciarum 36. ejus diameter unciarum 7; ergo baſis perimeter unc. 22: Spirarum circuitus ſint 25: igitur ductâ perimetro 22 in 25, habetur 550 tanquam Radius, & 36 tanquam Tangens: igitur ut unciæ 550 ad uncias 36, ita Radius 100000 ad 6545 Tangentem gr. 3. m. 45. cui reſpondet Secans 100214: Quare ut 100000 ad 100214, ita unciæ 550 ad uncias 551 $\frac{177}{1000}$ longitudinem totius lineæ ſpiralis; quam, ſi careas Canone Trigonometrico, etiam habebis ex 47. lib. 1. addendo quadrata numerorum 550 & 36, erit enim horum ſumma quadratum, cujus Radix dabit eandem quæſitam ſpiræ longitudinem.

Cum autem hæc ſpiræ longitudo, ſive univerſa, ſive particulatim aſſumatur, ſemper longior ſit, ſivè multiplici, ſivè ſingulari perimetro circuli, qui eſt baſis cylindri, utique motus potentiæ, ejúſque momentum, non ex hac ſpirali lineâ deſumendum eſt; neque enim ipſa eſſe poteſt menſura motûs potentiæ cylindro applicatæ ad ejus diametri extremitatem. Hinc eſt mihi non arridere eorum ſententiam, qui cochleæ vires referunt ad planum inclinatum, quod ab ipsâ lineâ ſpirali repræſentetur. In plano ſiquidem inclinato momentum gravitatis, ad ejuſdem gravitatis momentum in perpendiculo, ſe habet reciprocè ut perpendiculum ad ipſam lineam inclinatam; ac propterea eandem Rationem ſervant conatus Potentiæ moventis pondus aut in perpendiculo, aut in plano inclinato. At hic potentia non movetur juxta lineæ inclinatæ longitudinem, ſed breviore motu juxta baſim trianguli rectanguli, cujus hypothenuſa eſt ipſa linea inclinata: Igitur potentiæ momentum aliquanto minus cenſendum eſt, quam pro Ratione plani inclinati. Adde momenta gravitatis ponderis alicujus tunc ſolùm

fier

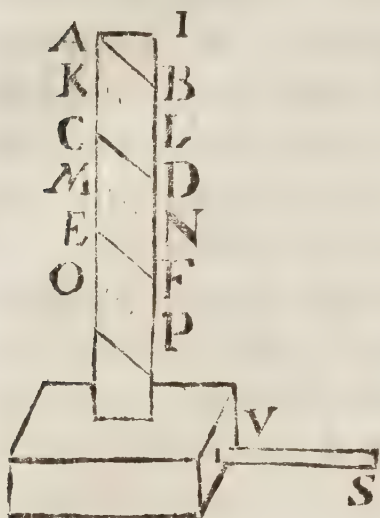
i

fieri minora in plano inclinato, quando illi insistit, & deorsum nititur premendo ipsum planum: at si pondus idem incumbat plano horizontali, verum quidem est planum verticale, quod adversùs pondus moveatur non secundùm directionem, quæ recta occurrat centro gravitatis ejusdem ponderis, sed obliquè, minus invenire resistentiæ: sed pondus illud propriè non movetur super plano, licèt ab eo obliquè repellatur; & potiùs planum movetur juxta pondus: hìc verò si pondus in plano horizontali jacens sit adnexum cochleæ trahenti, aut oppositum cochleæ repellenti & urgenti, non movetur obliquè, sed motu directo: non igitur movetur super planum inclinatum.

Porrò unum est in Cochleâ quodammodo singulare, quod in nullam aliam Facultatem æquè convenire deprehenditur: Cum enim requiratur & cylindrus in helicem inflexus, & Matrix illi congruens, ita ut alteri quies, alteri motus debeatur; perinde est si matrice immotâ cylindrus convertatur, atque si manente cylindro matrix ipsa convolvatur, modò Potentia æquali Radio utatur, sivè cylindri capiti, sivè Matrici infixo: eadem siquidem sunt potentiæ momenta, & æqualis motus ponderis; æqualiter enim promovetur matrix in cylindro stabili, atque cylindrus in Matrice immmotâ. Id quod maximè locum habet, ubi opus est compressione, & vulgatissimus est apud varios artifices usus.

Jam verò quod ad diuturnitatem spectat, diffitendum non est cochleam frequenti usu atteri, est enim perpetuus illius cum suâ Matrice conflictus, quamvis plurimùm juvet, si smegmate, aut pingui aliquo humore inungatur, quo lubrica fiat, ut faciliùs convolvatur, minúsque atteratur. Deinde quamvis unica spira matrici sufficiat, ut vel ipsa, vel cylindrus promoveatur, aut retrahatur, nihilominus faciliùs labem patitur, quàm si plures in spiras fuerit excavata: cum enim aut à gravitate ponderis sustollendi, aut à partium constipatione repugnantium compressioni, ipsa unica resistentiam inveniat, utique vel ponderis gravitas ipsi uni innititur, vel potentiæ conatus, reluctante corpore comprimendo aut trahendo, in illam solam effunditur. Propterea expedit alteram saltem, aut tertiam spiram addere, ut diviso in plures conatu firmitati consulatur.

Eandem ob causam aliquando cylindrum complectitur non unica

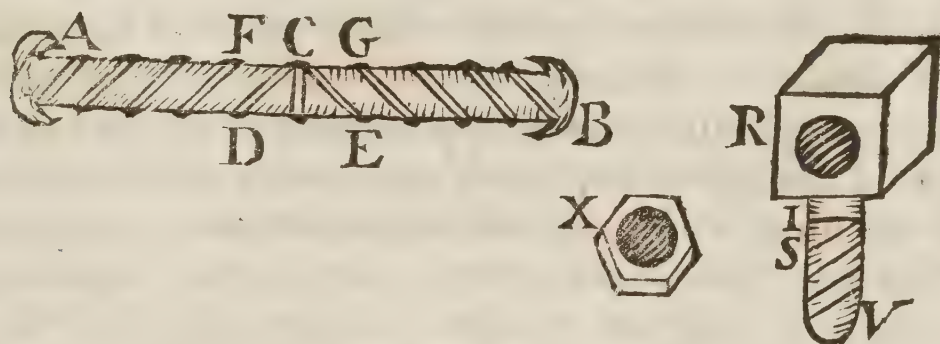
unica ſpirarum ſeries, ſed & alia illi parallela additur (neç quicquam prohibet, quin & plures duabus ſint hujuſmodi parallelarum ſpirarum ſeries) ut multo validior ac firmior ſit cochlea, ne facilè ſpira aliqua diſſipetur, aut ſi qua labefactetur, nullum ſequatur incommodum, alterâ ſpirâ parallelâ ejus vices ſupplente. Sic ſpiræ A B C D E F parallela ſtatuitur altera ab I incipiens, & per K L M N O P ſimili lapſu ſerpens. Ex hac tamen multiplici ſpirâ non augetur momentum potentiæ applicatæ Radio V S; neque enim circulus à potentiâ in S applicatâ deſcriptus comparandus eſt cum A K, ſed cum A C; unicâ ſiquidem cylindri convolutione promovetur cylindrus non ex A in K, ſed ex A in C. Propterea oblato cylindro in Cochleam deformato diligenter attendendum eſt, utrum plures ſint ſpirarum ſeries, an unica; ne fortè ex brevi inter proximas ſpiras intervallo perperam conjicias lineam ſpiralem magis inclinatam, quàm reipſa ſit; prius enim dijudicandum eſt, an illæ proximæ ſpiræ ad eandem Helicem ſpectent; attenditur ſcilicet intervallum ſpirarum ad eandem ſeriem continuo ductu pertinentium.

CAPUT II.

An utilis ſit Cochlea duplex contraria.

QUamvis ad ſuperandam modico labore reſiſtentiam non modicam corporis, quod Cochlea urget, aut trahit, hujuſmodi Facultas ſit potiſſimùm excogitata, ſæpiſſimè tamen cochleam adhibemus non ad vincendam reſiſtentiam, quæ aliquando tenuiſſima eſt, ſed unicè ad motum ita temperandum, ut pro opportunitate exiguus ſit; neque enim muſculorum motum ita attenuare pro arbitrio poteſt homo, ut ſemper quàm

minimus

minimus contingat : propterea deformato in cochleam cylindro utimur, ut majori potentiæ motui minor motus in corpore movendo reſpondeat. Sic ad excipiendas objectorum corporum ſpecies opticas aut lumen, cum non eadem ſemper tuboſpecilli longitudo opportuna ſit pro variâ tum objecti diſtantiâ, tum oculi conformatione, prudenter ab aliquibus extremus tubulus, cui lens ocularis inſeritur, in ſpiram contorquetur, ut faciliùs & citiùs juſtam longitudinem aſſequantur: id quod ægrè obtinerent, ſi rectà tubulum illum adducerent, aut reducerent, ut ſatis experientiâ conſtat.

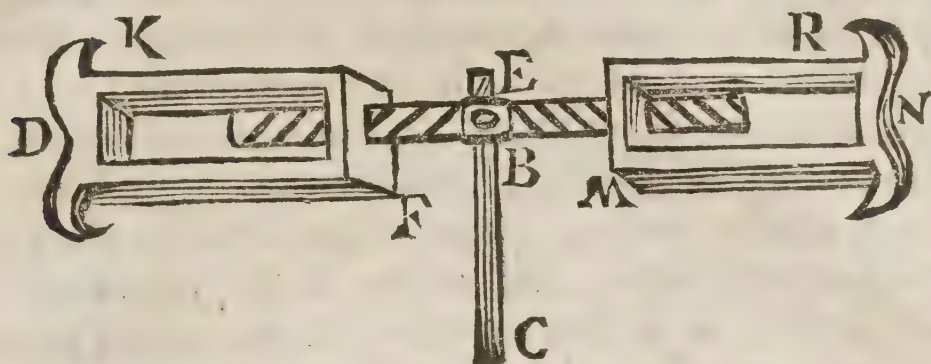
Hinc aliquando contingit oppoſitos motus conciliandos eſſe duobus corporibus ita, ut aut ad ſe mutuò accedant, aut magis invicem disjungantur, ſive illa motui valde repugnent, ſive ſola motûs tarditas requiratur. Propterea ejuſdem cylindri longitudo in duas helices diſtinguitur, quæ ſimili quidem ductu cylindrum circumplectuntur, ſed illis in diverſa abeuntibus, unius ſpiræ non ſunt alterius ſpiris parallelæ; quæ eatenus contrariæ vocari poſſunt, quatenus oppoſitos motus efficiunt, neque eæ ſunt, quæ in unam continuam ſpiram coaleſcere queant.

Ex cylindri A B medio puncto C exeant duæ ſpiræ ad eaſdem partes inclinatæ, hinc C D versùs extremitatem A procedens, hinc verò C E versùs extremitatem B; utraque enim ſuam matricem habens, cui inſeratur, dum convolvitur cylindrus, matricem longiùs à medio promovet, aut ad medium attrahit; atque cum matrice adnexa corpora ſimili & æquali motu moventur. Hinc ſi utraque matrix proxima ſit medio puncto C, ex primâ convolutione cylindri altera per C D removetur uſque in F, altera per C E in G; atque adeò ſicut matrices moventur per C F, & C G, ita eadem menſura corporum adnexorum

motum metitur, quæ invicem removentur intervallo F G; & ita deinceps in cæteris cylindri convolutionibus.

Quod si movendorum in oppositas partes corporum resistentia exigua sit, satis fuerit extremitatibus cylindri ansulas apponere, quibus circumactis cylindrus ipse in cochleas deformatus convertatur. Sic antè annos ferè quadraginta (cum non arrideret vulgaris tunc apud artifices circinorum forma, qui interjecto elatere crura divaricant; sed inflexam in arcum cochleam alteri crurum infixam, & per alterum trajectam, decurrente matrice exteriùs appositâ, dilatationem moderatur artifex) jussi mihi parari absque ullo elatere circinum, quem ipse dilatarem atque contraherem pro arbitrio, cochleam hujusmodi duplicem in hanc atque in illam partem convertens. Ad trientem totius longitudinis à nodo, singula crura cylindricum foramen habent, ut singulis inserantur cylindruli congruentes exquisitè politi, quorum superiori extremitati sunt adnexæ cochlearum matrices, inferior extremitas extra circini soliditatem exiens in helicem desinit, ut appositâ matrice cylindrulus intra foramen contineatur. Hujusmodi est cylindrulus I S crassitiei circini respondens, superior pars est matrix R, infima extra circini soliditatem in helicem deformata est S V, cui addita matrix X continet cylindrulum intrà foramen, cui inditus est, ita tamen, ut cylindruli ipsius opportunam convolutionem non impediat. Duæ igitur matrices, cujusmodi est R, coaptantur duplici cochleæ cujus deinde extremitatibus, ad facilem conversionem, ansulæ adduntur, adeò ut illæ matrices non sint exemptiles. Quare utrique crurum circini foramini, utriusque matricis cylindrulus I S inseratur, & inferius matrice X firmetur: Nam convertendo cylindrum in duplicem cochleam deformatum, circini crura divaricabis, aut adduces, ut libuerit. Neque quicquam officiet cylindri rectitudo, quia matricum cylindruli I S pro opportunitate volvuntur. Hinc circino eodem uti poteris absque cochleâ, deduci enim hæc potest, exemptis matricibus è foramine, cui inseruntur.

At verò si validiore conatu opus fuerit, ad medium cylindrum, ubi cochlearum spiræ incipiunt, oportebit foramina excavare, quibus immitti queat vectis, ut potentiæ mo-

tus

tus ad ponderum motum habeat majorem Rationem. Sic

duplici cochleâ cylindro circumductâ ad medium E ſint foramina, quibus vectis B C ſubinde inferri poſſit: duo autem membra F D, & M N ex materiâ ſatis ſolidâ, qua extremitate reſpiciunt vectem, matricem habeant cochleæ congruentem, ut ex vectis & cochleæ converſione aut ad ſe invicem accedant, aut ſejungantur: reliqua extremitas exterior D & N cava ſit, ut corpus repellendum comprehendatur, reflectatur verò quaſi in uncos K & R, ut ſi duo corpora attrahenda fuerint, iis apprehendantur, ſivè proximè & immediatè, ſivè funibus adnexa.

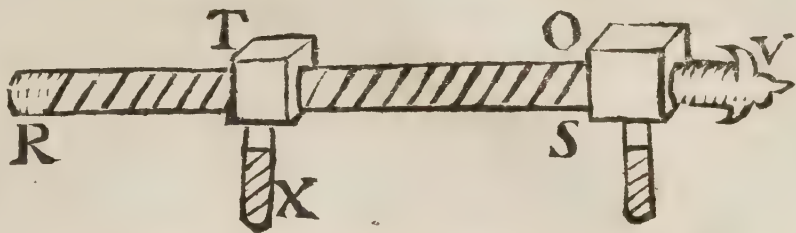
Quanta ſit hujus inſtrumenti vis, etiam ad frangenda aut dilatanda ferrea clathra, hinc patet, quòd, longiore vecte addito, potentiæ momenta notabiliter augentur; quia potentia percurrit peripheriam circuli, cujus Radius à cylindri centro ad vectis extremitatem producitur, pondera verò non niſi pro ſpirarum intervallo moventur. Ubi tamen advertendum eſt, utrum cylindrus ita ſit alicui loculamento inſertus, ut ejus medium D E nec ad dexteram, nec ad ſiniſtram declinare queat, an verò liber omnino ſit. Si enim interjectum movendis corporibus inſtrumentum omnino liberum ſit, pondera verò movenda inæqualiter reſiſtant comparatis, aut eorum gravitatibus, aut momentis ratione planorum non uno modo inclinatorum, aut ex diſparili ſuperficierum aſperitate, non ſequitur æqualis eorum motus, ſed qua parte major invenitur reſiſtentia, minor quoque eſt motus; quamvis utrumque æqualiter diſtet à medio cylindri, quod repellitur quodammodo ad eam partem, ubi levior eſt reſiſtentia. Si enim ad N ſit aliquid obſtans motui, ut paries, aut firmi-

ter infixus paxillus, ad D verò corpus aliquod repellendum; utique ex vectis B C conversione etiam cochlea convolvitur, & corpus in D positum tantumdem promovetur, quanto intervallo absunt F & M ex cochleæ conversione; nam propter impedimentum in N existens, nullo pacto ipsum M movetur. Sin autem corpus in N non omnino reluctetur motui, sed tamen resistat magis, quàm corpus in D, illud quidem aliquantulum repellitur, sed multò magis repellitur corpus, quod est in D; & in hoc motu medium cylindri punctum E ad eas partes accedit, ad quas movetur corpus in D repulsum. Quod si medium E ita esset loculamento aliquo conclusum, ut positionem mutare nequeat, sed solùm convolvi possit, tunc utrumque corpus æqualiter repellitur, quia spirarum intervalla in utráque cochleâ æqualia sunt. Hinc patet posse fieri motus inæquales, si spirarum inclinationes non fuerint æquales; minùs enim movetur illud, quod spiris spissioribus urgetur.

Quamvis autem hujusmodi duplex cochlea ad duo corpora disjungenda aut attrahenda sæpè utilis sit, ubi tamen exiguus motus requiritur, sivè ad augenda potentiæ momenta, sive ad affectandam tarditatem, præstabit simplicem cochleam adhibere. Nam in duplicis cochleæ conversione disjunguntur, aut ad se invicem accedunt matrices (ac proinde & corpora, quæ moventur) quantum est duplex intervallum, quo spira abest à spira; singulis nimirum cochleis suum respondet intervallum: at in simplicis cochleæ conversione motus respondet simplici duarum proximarum spirarum intervallo; ad quod idem potentiæ motus majorem habet Rationem, quàm ad duplex intervallum. Quare satis est, si alterutrum membrum cochleam includens longius sit, & matricem habeat; reliquum membrum, ut M N, brevius esse potest, quantum opus fuerit ad recipiendum cylindri caput extenuatum in minorem cylindrum, intrà foramen cylindricum exquisitè politum, ut facillimè converti possit: ita verò caput illud muniatur, ut ex loculamento extrahi nequeat, quando utendum fuerit instrumento ad corpora attrahenda: nam ad illa disjungenda cùm addhibetur, satis reluctatur major diameter cylindri in co-

chleam

chleam deformati , ne intrà foramen ulteriùs excurrat.

Simili planè ratione ad divaricanda aut contrahenda circini crura , uti poteram unicâ & ſimplici cochleâ R S : cylindri illius extremitas extenuetur in minorem cylindrum exquiſitè lævigatum , qui prominentis capitis O foramini cylindrico pariter polito inſeratur , & exteriore anſula V converti pro arbitrio poſſit. Alterius clavi T X caput T matricem habeat cochleæ congruentem : nam converſa anſula V adducet clavum T , & cum eo crus circini , ad O, aut ab hoc illum removebit , & crura divaricabit : & quidem faciliùs licebit minutam in accipiendis punctorum diſtantiis ſubtilitatem perſequi ; quandoquidem uni integræ converſioni cylindri reſpondet unicum ſpirarum intervallum, non autem duo intervalla hujuſmodi , quemadmodum cùm duplex eſt cochlea.

Quæ verò hìc dicta ſunt , in pluribus aliis locum habere poſſunt , in quibus pro opportunitate modò ſimplicem, modò duplicem cochleam prudens Machinator adhibebit: Et quidem ſi duplex futura ſit cochlea , neque æquali motu movenda ſint in oppoſitas partes corpora , cochleas ipſas non ſimili , ſed inæquali , ſpirarum inclinatione formari jubebit. Cochleam autem ipſam opportuno loco ſtatuet : & ſi fortè corporum ipſorum motus paulò velocior aut major requiratur , quàm ferat ipſa cochleæ convolutio , duobus vectibus decuſſatis , & circa axem in decuſſatione verſatilibus uti poterit , atque cochleam cum ſuis clavis & matricibus (ut ſuperiùs de circino dictum eſt) non procul à decuſſatione collocabit ; nam modica illius convolutio non exiguum motum tribuet corporibus in vectium illorum extremitate poſitis , quippe quæ à decuſſatione magis diſtant, quàm cochlea.

At , inquies , hoc idem Ergatâ præſtari poterit : ſi enim funes breviorum brachiorum extremitatibus C & E adnexi

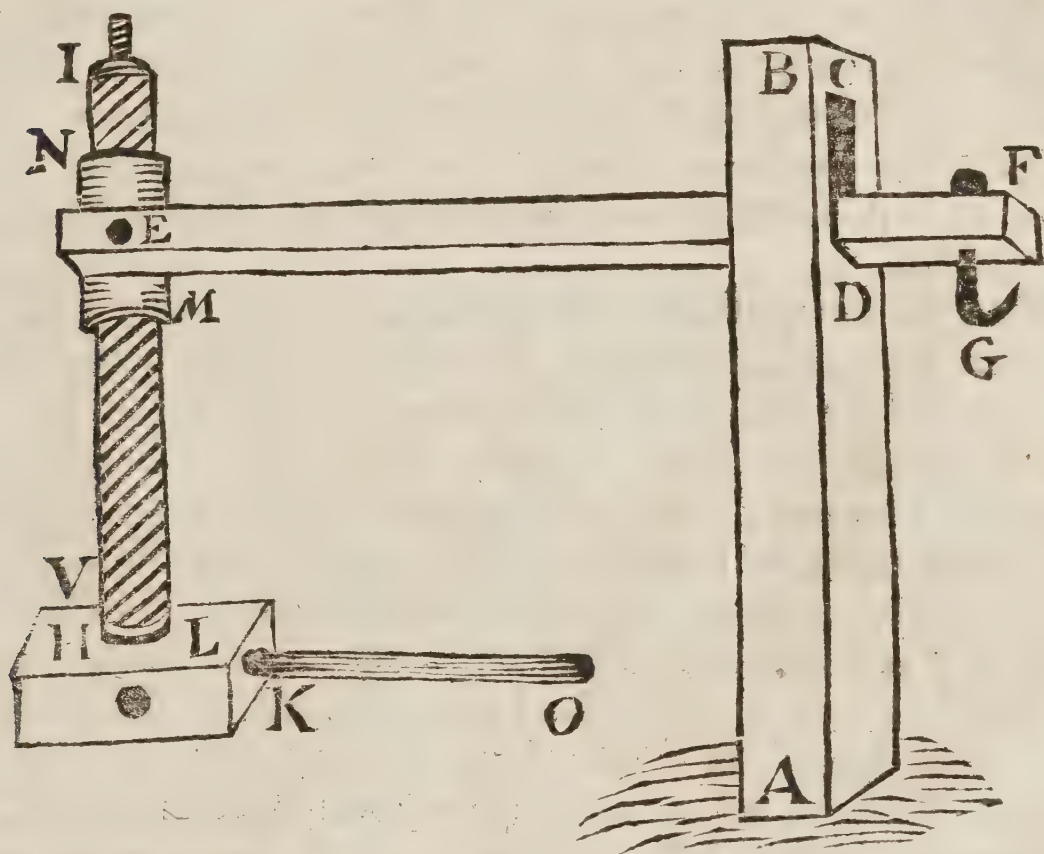
connectantur cum Ergatæ cylindro, ex hujus conversione accedent ad se invicem extremitates C & E, ac propterea etiam velociùs corpora in F & D movebuntur. Ita planè: non diffiteor: sed si extremitates C & E proximas disjungere oporteat, adeóne promptus erit Ergatæ usus, quin alio artificio opus sit, ut hujus ope disjungantur? Præterquam, quod sæpè multum spatij ad collocandam Ergatam requiritur; si maximè opus sit illi pegma construere. Quid verò si vectes ipsi promovendi sint, non retrahendi, ut in rebus scenicis contingere potest? Quid si in sublimiore loco res perficienda sit? quàm incommodè opportuna Ergata satis longo vecte instructa ibi parabitur? Sed illud potissimum attendendum est, quod vis cochleæ longè major est; nam in Ergatâ Ratio motûs potentiæ ad motum ponderis est eadem cum Ratione peripheriæ ab extremitate vectis descriptæ ad cylindri ambitum, hoc est longitudinis vectis usque ad axem cylindri, ad ipsius cylindri semidiametrum: at in cochleâ peripheria ab extremo vecte descripta non comparatur cum ipsius cylindri perimetro, sed cum proximarum spirarum intervallo, quod sæpissimè minus est (saltem potest esse minus, si magis inclinatæ & spissæ sint spiræ) quàm cylindri diameter, aut ejus perimeter: ac proinde major est Ratio motûs potentiæ ad motum ponderis.

CAPUT III.

Cochlea cum Vecte, atque cum Axe componitur.

CONtingere potest aliquando onus Vecte elevandum esse, tantam verò illius gravitatem deprehendi, ut sufficiens Vectis longitudo non suppetat pro ratione operarum, quas adhibere

adhibere poſſumus, aut ſaltem eæ ſint loci anguſtiæ, ut neque hujuſmodi Vectis longitudinem, neque operarum multitudinem capiat: plures autem Vectes componere omnino incommodum ſit, quia, ut in loco dictum eſt, minimus fieret oneris elevandi motus. Præſtabit igitur Cochleam Vecti addere, ubi maximè frequens futura ſit hujuſmodi ponderum elevatio, quemadmodum propè telonia, ubi ingentes mercium ſarcinæ attollendæ ſunt, ut plauſtris avehendæ imponantur, aut advectæ ex iis deponantur.

Erigatur tignum A B ad perpendiculum firmiter infixum plano ſubjecto, tanta verò ſit craſſities tigni, ut in eo excavari poſſit crena C D, per quam tignum aliud E F immitti facilè valeat adeò ſolidum, ut Vectis munere fungatur, ubi extremo unco G funibus adnexum fuerit onus. Ut igitur facillimè oneris elevatio perficiatur, cochlea H I priſmati H L infixa (ſatiùs fuerit, ſi ejuſdem ligni pars in priſma, pars in cochleam deformetur) ad perpendiculum erigatur inſerta matrici N M: ſit autem ita ſolida matrix, ut illi adnecti queat tignum E F clavo E, circa quem facilè verſari poſſit tignum ipſum, quando attollitur aut deprimitur. Demum ſubjecto priſmati H L non

non ſolùm in quatuor faciebus inſint foramina, quibus immittatur Radius K O, verùm etiam in infimâ baſis parte, qua reſpondet axi cylindri in cochleam deformati, ſit polus, circa quem convolvi poſſit: Hic tamen (ut ſatis manifeſtum eſt) intrà ferream laminam ritè applumbatam lapidi in terrâ firmiſſimè defixo, aut certè adeò gravi, ut longè omnem elevandarum ſarcinarum gravitatem vincat, ita contineri debet, ut indè nullo pacto eximi valeat, neque à priſmate avelli.

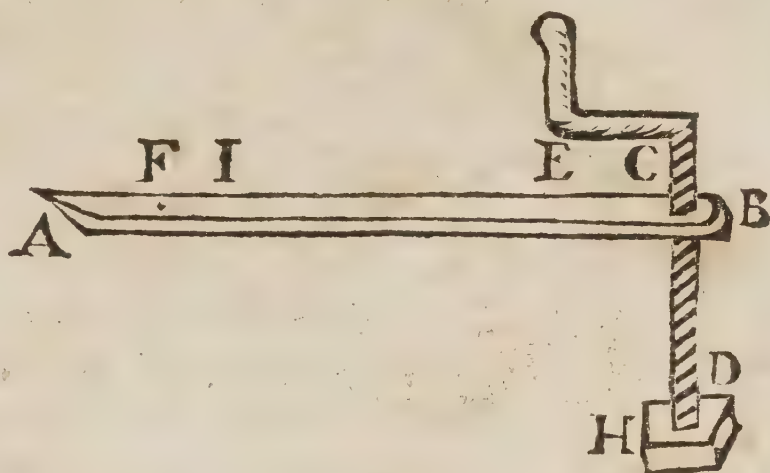
Quod ſi non fuerit inter pavimentum & laqueare intervallum enorme, faciliùs erit congruam trabis partem in cochleam deformare, illámque baſi imponere (cujus altitudo commodam Radij K O converſionem præſtet) atque circa duos polos, alterum eidem ſubjectæ baſi alterum lacunari infixum, convolvere. Aut ſaltem proximo parieti infigatur tignum horizontale, quod prominens excipiat ſuperiorem polum, atque prohibeat, ne vi ponderis ex unco G dependentis, in altum abripiatur cochlea.

Hìc vides compoſitam cum Vecte Cochleam, quæ Vectis vires notabili incremento auget. Eſt autem vectis hypomochlium in eâ inciſæ aut inſculptæ crenæ parte, quæ cochleam reſpicit, quando pondus attollitur, & vectis caput F ſupra lineam horizontalem elevatur; ſecùs verò, quando deprimitur vectis infra lineam horizontalem, tunc enim hypomochlium eſt in D. Sit igitur hypomochlium ad totius longitudinis E F beſſem; ac proinde Ratio motûs potentiæ in E, ad motum ponderis in F, eſt dupla. Ponamus Radij K O extremitatem O ab axe cylindri diſtare intervallo ſaltem decuplo intervalli ſpirarum cochleæ H V: ergo potentia deſcribens peripheriam circuli, cujus diameter eſt 20, habet motum, qui eſt, ut minimum, ut 62 ad motum H V, hoc eſt ad motum extremitatis E: hujus autem motus eſt duplus motûs ponderis in F: igitur motùs potentiæ eſt ad motum ponderis ut 124 ad 1. Quare ut major ſit motus ponderis, poterit hypomochlium minùs abeſſe ab extremitate E; vix enim tales ſunt ſarcinæ, quæ ut moveantur, citrà laborem ſuſtentandi, indigeant 60 hominibus.

At ſi loci ratio ferat, ſuaderem potiùs Vectem ſecundi generis, ita ut altera vectis extremitas inſiſteret tigno A B, & pondus inter tignum & cochleam interciperetur: ſic enim quò

pondus

pondus eſſet propius cochleæ, ad majorem altitudinem attolleretur, licèt majore conatu; ſed cochleæ vis abundare videtur, & Vectis ſecundi generis ſemper auget momenta.

Nec diſſimili ratione Vectem manu tractabilem ita cochleâ inſtruere poſſumus, ut ad ingentia pondera movenda ſatis ſit. Finge ſiquidem revellendas ſuis è cardinibus ingentes alicujus baſilicæ valvas, ut reficiantur; ferreus vectis A B paretur extremitate A ſubjiciendus ponderi, & altera extremitas B in matricem cochleæ excavetur: in hanc immittatur cochlea C D, manubrium habens C E: atque ut cochlea faciliùs convertatur, neque pavimentum atterat, paratam habeto ferream laminam H, quæ illi ſubjiciatur. Nam ſi ponderi ſupponatur vectis ex. gr. in F ad totius longitudinis ſextantem, manubrij autem longitudo C E ſit ſaltem decupla intervalli ſpirarum cochleæ, utique peripheria deſcripta à potentiâ in E, ad elevationem extremitatis B, eſt ſaltem ut 62 ad 1: elevatio autem ipſius B, ad elevationem ponderis in F, eſt ut 6 ad 1: igitur motus potentiæ ad motum ponderis eſt ut 372 ad 1. Quapropter, etſi initio parùm attollantur fores, & ſubjecto cuneo, ne recidant, atque revolutâ cochleâ deprimendus, ac promovendus ſit vectis, ut pondus ſit in I, puta ad totius longitudinis quadrantem aut trientem, adhuc potentiæ momenta erunt ut 248, aut 186 ad 1: quæ ſanè exigua non ſunt pro ſimplici hujuſmodi machinulâ.

Huc pariter ſpectat præli genus in meâ patriâ vulgare (in locis potiſſimùm montanis, ubi faciliùs ingentes lapides non procul advehendi ſuppetunt) quo ex uvæ jam calcatæ reliquiis tortivum muſtum exprimitur. Roboris, quoad fieri poteſt, longiſſimum truncum unâ cum imo caudice aſſumunt, & ita ramis omnibus ſpoliant, ut tamen bifurcum relinquant, quatenus

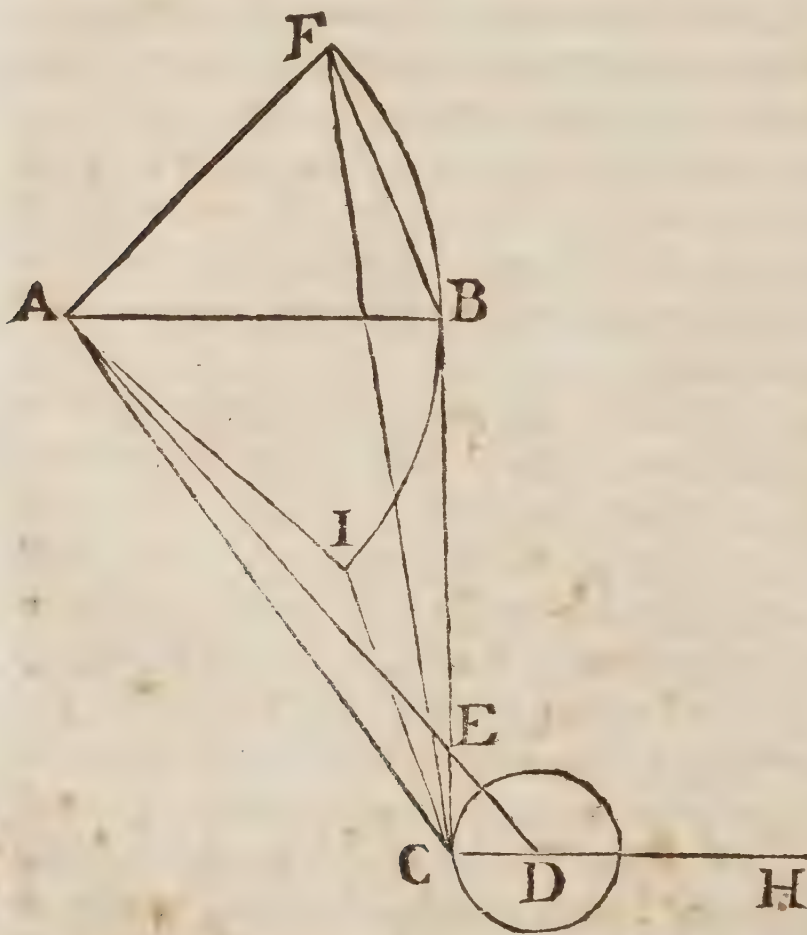
bifidæ illi extremitati inniti, atque connecti valeat matrix cochleæ, quæ convertatur circa polum ingenti ſubjecto lapidi inſiſtentem, ſed eâ ratione, ut demum etiam lapis attolli queat. Truncum verò illum, qui præli munere fungi debet, præter extremum caudicem craſſiſſimum, dedolant, ut inter bina tigna hinc atque hinc in alvei lateribus ad perpendiculum erecta interjectum prælum attolli ac deprimi poſſit citrà impedimentum, quod alioqui ipſa rudis aſperitas pareret. Porrò tigna illa bina erecta, aut ex adverſo rotundis aliquot foraminibus perforant, quibus immitti poſſit craſſiuſculus cylindrus, ſeu ferreus vectis, aut illa incidunt patente crenâ, cui inſeri valeat repagulum; eo conſilio, ut alterutra præli extremitas pro opportunitate prohibeatur, ne aſcendat, aut deſcendat. Quare convoluta cochlea attollit matricem, & oppoſita præli extremitas amotis omnibus ſubjectis repagulis ſenſim deſcendit: ubi autem eò venerit, ut non abſit ab altitudine eorum, quæ in torculari calcanda ſunt, immittitur ſuperiùs repagulum, ne amplius attolli valeat; Tum revoluta in contrarium cochleâ matricem cum præli extremitate deorſum trahit: & quoniam reliqua extremitas attolli nequit obſtante repagulo, premuntur uvæ, & in Lacum defluit muſtum. Ubi demum adeò compreſſa fuerint vinacea, ut facilius ſit lapidem cochleæ adnexum attollere, quàm illa magis comprimere, ex cochleæ converſione attollitur lapis; quem ad mediocrem altitudinem elevatum pendere diutiùs permittunt, ut, lapidis gravitate deorſum conante, à prælo exprimatur, quantulumcumque muſti adhuc vinaceis ineſt. Duplex igitur hìc conſideranda eſt preſſio: altera quidem vi potentiæ cochleam volventis; & hìc cochlea cum vecte ſecundi generis componitur; eſt enim prælum vectis, cujus hypomochlium eſt in eâ extremitate, quæ repagulo prohibetur, ne attollatur; potentiæ autem vectem hujuſmodi deprimentis vices obit cochlea claviculatim ſtriata; quæ tamen motûs originem non habens ſibi inſitam, potentiæ munus & nomen relinquit vectiariis illam verſantibus. Altera preſſio fit, ceſſante convolutione cochleæ, vi gravitatis lapidis ſuſpenſi; & tunc non niſi Ratio vectis intervenit, atque Potentia eſt ipſa gravitas.

Sed quoniam non ubique reperiuntur aut tam ingentes lapides, aut tam longæ arbores, communiter univerſus premendi labor

labor vectiariis incumbit cochleam unam, aut alteram versantibus. Si duæ sint cochleæ ad opposita torcularis latera constitutæ, matricem habent in ipso prælo excavatam, quod suâ conversione deorsum trahunt, ut ex subjectis vinaceis exprimatur mustum: & tunc nihil est, quod Vectis momenta exerceat, sed sola vis Cochleæ habetur. At si unica fuerit cochlea (quemadmodum & in typographorum torculis) præli non est usus; sed transversæ trabi superiori immotæ inseritur per excavatas congruentes strias cochlea, quæ in conversione depressa calcat impositum vinaceis planum ex solidis asseribus. Verùm contingere potest ut non sit vectiario spatium expeditum, quando, post modicam & faciliorem compressionem breviore vecte peractam, adhuc longiore Radio utendum esset ad contorquendam cochleam. Propterea ab Axe in Peritrochio subsidium facile peti potest; si videlicet extra torcularis alveum ligneus cylindrus ad perpendiculum erigatur circa suos polos, alterum subjecto plano, alterum exporrectæ è proximo pariete trabi, infixos versatilis: huic funem adnecte, qui extremo unco apprehendat annulum Radij, quo cochlea versatur: cylindro enim infixus Radius dum illum volvit, & funem illi circumducit, cochleæ vectem ad se rapit, & vehementiùs premitur subjectum cochleæ planum, quàm si eadem cochlea duplo longiore vecte convolveretur.

Unum tamen hic observandum, videlicet in hujusmodi conversione non eadem esse momenta, quandoquidem funis extentus non eundem semper cum cochleæ vecte angulum constituit; eò autem minora sunt momenta, quò magis hic ab angulo recto recedit, ut ex iis constat, quæ lib.4. cap.7. dicta sunt. Quapropter expedit cylindrum illum versatilem non longiùs à torculari abesse, ut funis minùs acutum angulum cum vecte constituat, quando vectis extremitas incipit suæ peripheriæ arcum describere: atque adeò ita statuendus videtur cylindrus, ut quando funis angulum rectum constituet cum cochleæ vecte, hic jam percurrerit arcum non majorem semirecto angulo, respondentem gradibus 45: sic enim fiet, non nimis acutum esse angulum initio tractionis, & progrediendo augeri, donec fiat rectus: deinde, licèt momenta decrescant angulo in obtusum transeunte, ubi nimis obliquus factus fuerit angulus, poterit in

aliud foramen immitti Radius, laxato priùs fune ex cylindri revolutione. Quapropter ut potentiæ cylindrum volventis momenta ad calculos revoces, maximum momentum eſt fune ad cochleæ Radium perpendiculari: quamvis autem non ſemper progrediente motu conſtituat angulum rectum, tunc tamen perinde computandum eſt momentum, atque ſi eandem poſitionem ad angulum rectum ſervatura eſſet potentia per funem Radio applicata; præterita ſiquidem atque futura applicatio nihil minuit præſentis applicationis virtutem. In eâ verò applicatione perpendiculari, momenti Ratio deſumenda eſt ex circuli à Radio deſcripti peripheriâ, atque ex intervallo ſpirarum cochleæ: quæ Ratio componenda eſt cum Ratione Radij cylindrum volventis ad ejuſdem cylindri ſemidiametrum.

Sed ut habeantur momenta aliarum poſitionum, inquirendus eſt angulus applicationis funis ad eundem cochleæ vectem.

Et primò quidem datur Radij cochleæ infixi longitudo A B, ſemidiameter cylindri C D, & diſtantia A D. Inquiratur, in quo puncto accidat poſitio funis perpendicularis ad Radium cochleæ: hæc utique non fit, niſi fune tangente utramque peripheriam tum circuli à Radio A B deſcripti, tum cylindri; & erit B C. Quia igitur linea B C utrumque circulum tangit, ductis ſemidiametris A B & C D, anguli A B C, & D C B ſunt recti, ex 18. lib. 3: igitur ex 27. lib. 1. lineæ A B

&

& D C sunt parallelæ, & per 29. lib. 1. anguli alterni B A D, & C D A sunt æquales: sed & anguli ad verticem E sunt æquales: ergo triangula B A E, C D E sunt similia; & per 4. lib. 6. ut B A ad C D, ita A E ad D E; & componendo ut A B plus C D ad C D, ita A D ad D E: innotescit itaque D E. Quare ex quadrato ipsius D E auferatur quadratum lateris D C, & residui Radix erit recta C E. Fiat ergo ut D C ad C E, ita A B ad B E; atque additis B E & C E nota est tota B C.

Deinde assumatur positio Radij A F, ita ut arcus F B non sit major gradibus 45. Dato igitur arcu illo, hoc est angulo F A B, noti sunt anguli A F B, A B F trianguli isoscelis ad basim B F, singuli enim habent semissem residui ad duos rectos: atque adeò, si recto C B A addatur notus A B F, innotescit anguli obtusi C B F quantitas: Inventum jam est latus C B, & latus B F subtensa dati arcûs ex Canone Sinuum innotescit in partibus Radij A B; quapropter ex Trigonometria inveniri potest basis C F, & angulus B F C; qui si auferatur ex noto angulo B F A, remanet quæsitus angulus C F A applicationis funis C F ad vectem A F. Habetur itaque ex hujusmodi applicatione ad vectem per angulum acutum C F A Ratio momenti comparati cum momento applicationis ad angulum rectum C B A: est enim ex dictis lib. 4. cap. 7. ut Sinus anguli acuti ad Radium. Fiat igitur ut Radius ad Sinum anguli A F C, ita peripheria descripta à vecte A B ad aliud; & hoc inventum comparandum est cum intervallo spirarum cochleæ, ut habeatur Ratio momenti potentiæ in C constitutæ, & applicatæ ad vectem A F cum directione C F. Componenda deinde est hæc Ratio cum Ratione Radij D H cylindrum volventis, ad ejusdem cylindri semidiametrum D C, & habebitur adæquata Ratio momenti potentiæ in H.

Tertiò. Ex puncto C ad A ducatur recta C A: & cum in triangulo A B C rectangulo nota jam sint latera A B & B C circa rectum, invenitur hypothenusa A C, & angulus B A C. Tum ex 33. lib. 3. super rectâ A C descripto circuli segmento capiente angulum obtusum æqualem Supplemento anguli A F C ad duos rectos, in puncto I, ubi hujus segmenti arcus secat peripheriam à Cochleæ vecte descriptam, concurrant duæ rectæ A I & C I. Est igitur triangulum C A I, in quo data sunt

latera C A & A I unâ cum angulo A I C noto, utpote ex constructione æquali supplemento ad duos rectos anguli jam noti A F C. Quapropter inveniatur angulus I A C, qui demptus ex jam invento angulo B A C, relinquit angulum B A I; ac propterea notus est arcus B I, qui additus arcui B F dabit totum arcum F I, in quo primùm momenta crescunt ex F in B, deinde decrescunt ex B in I, ubi angulus obtusus tantumdem excedit rectum, quantum à recto deficit acutus A F C; atque adeò in F & I æqualia sunt momenta.

Antequam verò praxim hanc exemplo illustrem, ut subductis calculis noverit Machinator, quonam pacto omnia disponenda sint, monendus est lector à me ideò semper idem punctum C assumptum fuisse, quia in re Physicâ nullus subrepere potest error notabilis. Cæterùm si funem extentum consideremus semper quasi lineam tangentem cylindri peripheriam, satis manifestum est, si linea B C est tangens in puncto C, & angulus B C D est rectus, non posse lineam à puncto F productam ad contactum cadere in punctum C, sed ultrà illud, ita ut demum veniat punctum contactûs in C, quando positio vectis fuerit A B, & iterum punctum contactûs recedat à C, quando positio vectis fiat A I. Verùm quia exiguum est hujusmodi discrimen, propterea unum idémque punctum C assumptum est, cum non sequatur physicè ullum incommodum ex hoc Geometricæ accurationis contemptu.

Sit igitur ex. gr. spirarum cochleæ intervallum unc. 2; & vectis longitudo A B cubitorum 3, hoc est unc. 36: quare integra peripheria hoc Radio est unc. 226; atque ideò in B, ubi applicatio est ad angulum rectum, Ratio motuum seu momentorum est ut 226 ad 2, hoc est 113 ad 1. Sit cylindri semidiameter D C unc. 3, atque D H similiter unc. 36: est igitur Ratio motûs seu momenti potentiæ in H, ad motum seu momentum in C ut 12 ad 1. Ratio itaque composita ex Rationibus 113 ad 1, & 12 ad 1 est Ratio 1356 ad 1: quæ longè major est, quàm si cochleæ adhiberi potuisset Radius cubitorum 6, non addito Axe in Peritrochio. Ut inveniatur longitudo B C, primùm fiat ut A B plus D C ad D C, hoc est ut unc. 39. ad unc. 3. ita distantia A D data unc. 65, ad E D unc. 5. Igitur in triangulo E C D rectangulo, cujus hypothenusa E D unc. 5. latus

tus D C unc. 3. est latus E C unc. 4: atque adeò ut D C 3 ad C E 4, ita A B 36 ad B E 48; cui addita C E 4 dat totam perpendicularem B C unc. 52.

Ponatur arcus F B gr. 45; ergo ejus subtensa 76536 partium, quarum Radius A B unc. 36 est 100000, erit unc. 27 $\frac{1}{2}$: anguli verò A F B, A B F sunt singuli gr. 67. 30′. Quare in triangulo F C B datur angulus C B F gr. 157. 30′. comprehensus à lateribus C B unc. 52, & B F unc. 27 $\frac{1}{2}$. Invenitur ergo angulus B F C gr. 14. 45′, qui ex angulo B F A gr. 67. 30. demptus relinquit angulum A F C gr. 52. 45′; cujus Sinus est particularum 79600. Igitur ut Radius 100000 ad 79600, ita momentum Applicationis per angulum rectum, quod erat ut 113, ad 90 proximè, momentum Applicationis per hunc angulum A F C acutum. Compositis itaque Rationibus 90 ad 1, & 12 ad 1, momentum potentiæ in H erit 1080.

Demum in triangulo A B C rectangulo ex lateribus A B 36, & B C 52, reperitur hypothenusa A C 63 $\frac{1}{4}$, & angulus B A C gr. 55. 18′. Quapropter in triangulo A I C datur latus A C 63 $\frac{1}{4}$, & angulus illi oppositus A I C gr. 127. 15′. & præterea latus A I 36: ex quibus invenitur huic oppositus angulus I C A gr. 26. 56′. Igitur tertius angulus C A I est gr. 25. 49′: qui si auferatur ex angulo B A C gr. 55. 18, reliquus est angulus B A I gr. 29. 29′. Igitur totus arcus F I est gr. 74. 29′.

Ut autem appareat, quid conferat amplitudo arcûs B F, statuatur hic gr. 60. & huic æquales sunt anguli ad basim B F; quæ recta B F est ipsi A B æqualis, hoc est unc. 36. Quare in triangulo F B C datur latus F B unc. 36. & latus B C unc. 52, & angulus ab iis comprehensus gr. 150: invenitur ergo angulus B F C gr. 17. 47; qui ablatus ex B F A gr. 60. relinquit C F A gr. 42, 13′: cujus Sinus est partium 67193. Igitur ut Radius 100000 ad 67193, ita 113 ad 76, quod est momentum Applicationis per hunc angulum acutum: atque compositis Rationibus 76 ad 1, & 12 ad 1, momentum potentiæ in H est ut 912. In triangulo verò A I C dantur latera A I unc. 36, & A C unc. 63 $\frac{1}{4}$ & & Supplementum anguli A F C ad duos rectos est angulus A I C gr. 137, 47′: ergo invenitur angulus A C I gr. 22. 29′. Est igitur angulus I A C gr. 19. 44′: qui demptus ex angu-

lo

lo B A C gr. 55. 18′. ſuperiùs invento, relinquit angulum I A B, hoc eſt arcum I B gr. 35. 34′. Quare totus arcus F I eſſet gr. 95. 34′. Ex quo vides intra eoſdem terminos æqualium momentorum, minora eſſe extrema momenta in F & I, ſed per majorem arcum, ſi incipias motum in majore diſtantiâ à puncto Applicationis per angulum rectum: propterea ſatius videtur majora obtinere momenta, & minorem arcum deſcribere: ideò dixi aſſumendum eſſe arcum B F non majorem gradibus 45.

His ſimilia de Succulâ dicenda ſunt, quæ de Axe perpendiculari diximus, ſi ſucculâ potiùs utendum loci & motûs quæſiti opportunitas ſuadeat: id quod ita per ſe clarum eſt, ut in his diutiùs immorari non ſit opus.

CAPUT IV.

Cochleæ Infinitæ vires explicantur.

VAlidiſſimam omnium Facultatum Cochleam eſſe ex ſuperioribus manifeſtum eſt: ſed illud accidit incommodum, quod nimis brevibus terminis coërcetur; quos nimirum ejus longitudo definit; ſivè illa circa ſuum axem convoluta intrà Matricem immotam moveatur, ſivè illa poſitionem non mutans ex convolutione attrahat aut repellat Matricem & pondus ei adnexum. Propterea alius cochleæ uſus excogitatus eſt citrà ullam Matricem, cui inſeratur, atque ejuſmodi, ut cochleæ converſioni nullus ſtatuatur finis, eaſdémque ſemper exerceat vires. Hinc Cochleæ Infinitæ, aut Viti Perpetuæ nomen inditum eſt.

Cylindrus circa ſuum axem, appoſito manubrio, verſatilis in brevem cochleam deformatur unâ aut alterâ ſpirâ contentus: ita autem ad tympani dentes accommodatur, ut eorum intervallum ſit ſpirarum intervallo congruens; hoc eſt initium ſpiræ apprehendat unum tympani dentem; dúmque ex Cochleæ convolutione dens primus tantum promovetur, quantum exigit ſpirarum diſtantia, unâ converſione abſolutâ iterum initium

tium ſpiræ apprehendat ſecundum tympani dentem proximè conſequentem, ex tympani convolutione jam conſtitutum in eodem loco, in quo erat primus dens initio motûs: atque ita deinceps omnes ſubinde dentes apprehenduntur à cochleâ; ſemélque revoluto tympano, iterum à primo dente incipit ſecunda illius convolutio. Hinc quia cochleâ hujuſmodi, quatenus ad ſe pertinet, nullum ſtatuit convolutionibus terminum, etiamſi definitum habet ſpirarum numerum, immò unicam habeat ſpiram, Infinita dicitur, nam & tympanum orbitam habens in ſeſe redeuntem plurimis ſine fine convolutionibus circumagi poteſt. At ſi tympani loco rectam appoſueris laminam denticulatam, quæ ex Cochleæ hujuſmodi converſione alium atque ſubinde alium dentem apprehendentis adduceretur, aut repelleretur; an illa appellanda eſſet Cochlea Infinita, quia longiorem atque longiorem ſinè fine laminam ſimiliter movere poſſet; iis examinanda relinquatur quæſtio, quibus de vocabulo diſputandi otium eſt.

Tympano autem infixus eſt Axis, ſive ille ſimplex ſit, cui ductarius funis circumvolvatur, ſivè ſtriatus fuerit, qui aliud tympanum convertat, prout ſuo loco, ubi de Axe in Peritrochio diſputatum eſt. Quapropter vis Cochleæ componitur cum vi tympani, quod ab illâ convertitur: idcirco huic Machinæ Cochleæ Compoſitæ aliqui nomen fecerunt. Cùm itaque ſingulis cochleæ converſionibus ſinguli dentes tympani promoveantur, toties convertitur cochlea, quot in tympani orbitâ numerantur dentes. Potentiæ igitur motus, quo illa manubrium verſans deſcribit circuli peripheriam, ducendus eſt per dentium numerum, ut habeatur Ratio motûs Potentiæ, ad motum orbitæ tympani. Cum verò data ſit Ratio tympani ad ſuum Axem, data eſt Ratio motûs orbitæ tympani ad motum ponderis fune ductario attracti. Hæ duæ Rationes componantur, & nota erit Ratio motûs potentiæ ad motum ponderis. Sit cochleæ manubrium digitorum 7; igitur peripheria circuli à potentiâ manubrio applicatâ deſcripti eſt ferè digit. 44: tympani ſemidiameter ad ſui Axis ſemidiametrum ſit ut 4 ad 1: Sit autem tympani orbita in dentes 24 diſtincta; ac propterea dum ſemel tympanum cum ſuo Axe volvitur, motus Potentiæ eſt digitorum ferè 44 vicies & quater ſumptorum hoc eſt digit. 1056.

Si igitur tympani ſemidiameter ſit digit. 4, & Axis ſemidiameter dig. 1, illius peripheria eſt ſaltem digit. 25, hujus verò peripheria ſaltem digit. $6\frac{1}{4}$, quantus eſt ex unâ tympani converſione motus ponderis. Itaque motus Potentiæ ad motum ponderis eſt ut 1056 ad $6\frac{1}{4}$, hoc eſt proximè ut 169 ad 1.

Hinc ſi plura fuerint Compoſita Tympana, eorum Ratio, quæ ex Rationibus diametrorum tympanorum ad ſuorum Axium diametros componitur, aſſumenda eſt, atque attendendum quoties volvatur cochlea, ut primum tympanum cochleæ proximum circumagatur: deinde per numerum dentium primi tympani ducendus eſt motus potentiæ manubrio cochleæ applicatæ; & ex Ratione tympanorum, atque ex Ratione Cochleæ, componenda eſt Ratio. Sit cochlea eadem, quæ priùs, eodémque manubrio inſtructa, adeò ut potentia ſemel cochleam verſans deſcribat circuli peripheriam digitorum ferè 44; & primum tympanum habens peripheriam dig. 25 in dentes 24 diſtributam, dum ſemel volvitur, potentia vicies & quater peripheriam dig. 44 deſcribens percurrit digitos 1056. Sit idem primum tympanum ad ſuum Axem ſtriatum ut 4 ad 1, ſecundum tympanum ad ſuum Axem fune ductario involutum ſit ut 3 ad 2: Ratio compoſita horum duorum tympanorum eſt ut 6 ad 1. Cum verò motus potentiæ manubrio applicatæ ad integrum motum peripheriæ tympani primi ſit ut 1056 ad 25 (nam ſingulæ converſiones manubrij cochleæ ad motum unius dentis ſunt ut 44 ad $\frac{25}{24}$) componatur hæc Ratio cum Ratione 6 ad 1, & erit motus potentiæ ad motum ponderis axi ſecundi tympani per funem ductarium applicati, ut 6336 ad 25, hoc eſt ferè ut $253\frac{1}{2}$ ad 1: atque adeò quo conatu potentia moveret libras decem; hac machinâ movebit libras 2535.

Verùm adhuc augeri poſſunt vires Cochleæ Infinitæ non multiplicatis tympanis dentatis, ſed cum illo unico, quod à Cochleâ movetur, componendo Trochleas: ſi videlicet alteri Trochleæ adnectatur pondus, altera Trochlea alicubi firmetur: tum funis ductarius, qui à Potentiâ arripiendus eſſet atque trahendus, axi tympani alligetur. Nam ſi Ratio, quam Trochleæ inferunt, componatur cum Ratione Axis in Peritrochio, atque Ratione Cochleæ, fit Ratio ex tribus Rationibus trium

Faculta

Facultatum composita. Sic Ratio Cochleæ sit, ut priùs, 44 ad $\frac{25}{24}$, Ratio Tympani ad Axem sit 4 ad 1, Ratio Trochlearum, capite funis ad trochleam ponderis alligato (sint autem Trochleæ binorum orbiculorum) sit 5 ad 1 : tres hæ Rationes Compositæ constituunt Rationem 845 ad 1. Quare quo conatu moveres libras decem , movebis libras 8450 tam facili & parabili machinâ.

Observanda sunt autem tam commoda , quàm incommoda, quæ hujus machinæ, scilicet Cochleæ Infinitæ usum comitantur. Neque in postremis illud numerandum est , quod tantula machinula facillimè transferri potest , ad pondera satis magna dimovenda ; maximè si in plano raptanda sint suppositis scytalis, & trochleæ adhibeantur , quas non adeò crasso fune connecti oportet, quemadmodum si in sublime attollendum esset pondus, & fune ipso retinendum , ne relabatur.

Adde non requiri ampliora spatia, ut cochlea hujusmodi infinita circumagatur , & vel sedentem hominem solâ , neque multâ, lacertorum manubrium versantium contentione posse motum quæsitum perficere : atque si pondus attollatur, licet potentiæ , quandocumque libitum fuerit , cessare à motu , quin pondus suspensum recidat , etiamsi neque illi fulcrum subjiciatur, neque cochleæ manubrium retinaculo aliquo firmetur. Verùm in attollendis ingentibus oneribus non expedit hac machinâ uti , nisi tympanum dentatum satis magnum fuerit , ut Axem crassiorem atque validiorem admittat, cui ductarius funis circumduci queat ; hic autem funis cum tenuis esse non possit, neque exilem Axem exigit. Præterea dissimulandum non est periculum , ne cochlea inutilis fiat ; si videlicet vel unicus tympano dens excutiatur : ubi enim in conversione ad eam lacunam ventum fuerit , illico cessat tympani conversio , cum nullus ejus dens occurrat cochleæ. Propterea rem prudenter administrare oportet , ut congrua machina eligatur.

Porrò non contemnenda utilitas ex Cochleâ hac infinitâ percipi potest ad augendas communis Cochleæ vires sivè prementis , sivè etiam attrahentis. Eo videlicet loco , ubi aptandus esset Radius ad Cochleæ conversionem, tympanum dentatum adjiciatur , ex cujus centro exeat cylindrus in cochleam deformatus , & Matrici insertus : tympani verò dentes congruâ cochleæ

infinitæ ſpirâ excipiantur: Manubrio enim verſato cochlea infinita convertitur, & ſingulis converſionibus ſingulos tympani dentes, alios ſubinde atque alios promovens, tympani covolutionem efficit, atque cum eo pariter infixa cochlea verſatur. Prudenti autem Machinatori non deerit methodus, qua hujuſmodi Cochlea infinita applicetur, & ſimul cum tympano dentato deprimatur aut attollatur, ſi opus fuerit. Quapropter Ratio peripheriæ tympani ad intervallum ſpirarum ſuæ cochleæ, componenda eſt cum Ratione peripheriæ à manubrio deſcriptæ ad intervallum ſpirarum cochleæ infinitæ: ex hoc ſiquidem intervallo pendet motus peripheriæ tympani, cujus dentes apprehenduntur; quo enim preſſior eſt cochleæ infinitæ ſpira, eò tenuiores & frequentiores inſunt tympano dentes. Sit ex. gr. ſpirarum cochleæ prementis intervallum ſubtriplum ſemidiametri tympani, cui illa infixa eſt: igitur Ratio perimetri tympani ad intervallum ſpirarum eſt ut $18\frac{84}{100}$ ad 1. At Cochleæ infinitæ manubrium ad ejuſdem ſpirarum diſtantiam ſit ut 10 ad 1: Motus igitur potentiæ manubrium verſantis eſt ut peripheria deſcripta $62\frac{83}{100}$ ad motum unius dentis tympani ut 1. Ratio itaque ex his duabus Rationibus Compoſita eſt $1183\frac{7}{10}$ ad 1. Ex quo ſatis innoteſcit, quanto virium incremento addatur cochleæ vulgari cochlea hæc infinita tam brevi manubrio inſtructa, loco vectis admodum longi, quem ſpatij anguſtiæ non caperent.

Verùm non ad augendas tantummodo vires, ſeu, ut veriùs dicam, ad momentorum potentiæ incrementum, adhiberi poteſt cochlea infinita, ſed ad motum quantumvis exiguum: ſæpè enim motum extenuare opus eſt. Sic in automatis horas indicantibus vi laminæ elaſticæ longioris in ſpiram convolutæ, ad rotarum celeritatem aut tarditatem moderandam oportet ipſum elaterem modò intendere, modò remittere: quia verò in vulgaribus horologiis id perficitur convolutione rotæ dentatæ (cujus axi intimum ſpiræ elaſticæ caput adnectitur, atque ne lamina per vim complicata ſe in laxiorem ſpiram reſtituat, axem ipſum & rotam dentatam revolvendo, obliquis rotæ ejuſdem dentibus, qua parte recti ſunt, objicitur virgula elaſtica) ut minimum dentem unum promovere aut retrahere neceſſe eſt.

est. At sæpè contingere potest, ut elasticam laminam jam valde intentam amplius intendere, quantum fert integra dentis unius conversio, celeriorem motum inferat, quàm temporis ratio postularet; propterea scientissimi artifices, rejectâ virgulâ illâ elasticâ, ita rotæ illius dentes conformant, ut cochleolæ infinitæ congruant; hæc enim convoluta valde minutis progressionibus laminam elasticam intendit, aut remittit, & ubicunque placuerit, sistitur.

Illud quoque non leve commodum (ut paulò superius indicatum est) in attollendis ponderibus animadversione dignum est, quod sublato pondere atque suspenso, cessare potest potentia; & quamvis nec ab illâ, nec ab alio quolibet retinaculo manubrium cochleæ infinitæ retineatur, neque pendenti oneri fulcrum ullum subjiciatur, ipsa per se cochlea tympanum sistit, & suspensum pondus impeditur, ne suâ vi recidat. Id quod in tympanis dentatis, neque in Succulis, neque in Trochleis, neque in Vecte obtinetur: quas Facultates si potentia dimiserit, inchoato jam motu, neque illas aliquo retinaculo coërceat, priorem laborem irritum facit gravitas sibi dimissa, ut satis apertè constat.

Postremò Cocheas infinitas cochleis pariter infinitis coagmentare si quis voluerit, is profectò momentis potentiæ immensam quandam accessionem fecerit. Si enim primi tympani dentati Axem deformaveris in cochleam, quæ aliud tympanum pariter dentatum moveat, & secundi hujus tympani Axem item in spiralem striam excavaveris, quæ tertium tympanum convertat unà cum Axe, cui ductarius funis circumducitur; ecce quot Rationibus componitur Ratio motuum potentiæ & ponderis. Prima Ratio est Peripheriæ à manubrio descriptæ ad distantiam spirarum primæ cochleæ. Secunda Ratio est peripheriæ primi tympani ad intervallum spirarum secundæ cochleæ. Secunda Ratio est peripheriæ primi tympani ad intervallum spirarum secundæ cochleæ. Tertia Ratio est peripheriæ secundi tympani ad intervallum spirarum tertiæ cochleæ. Quarta demum est Ratio peripheriæ tertij tympani ad ambitum sui Axis. Ponamus singulas peripherias ad suæ cochleæ spirarum intervallum esse ut 30 ad 1, & tertij tympani orbitam ad sui Axis ambitum esse ut 5 ad 1; componendæ sunt tres Rationes

trigecuplæ cum unâ quintuplâ, & exurgit Ratio motûs potentiæ manubrio applicatæ, ad motum ponderis ut 135000 ad 1. Quo igitur conatu potentia moveret libras decem, hac trium cochlearum infinitarum complexione movebit millies mille trecentas quinquaginta libras, ſeu, ut vulgari vocabulo utar, millionem & trecenta quinquaginta milia librarum. Quid autem, ſi plura tympana cochleas infinitas habentia addantur? utique ſi primæ cochleæ manubrio agitatæ quatuor conſequentia tympana cum ſuis cochleis addantur, eandem Rationem trigecuplam habentia, & quintum tympanum cum ſuo Axe Rationem quintuplam habeat, demum potentia momentum obtinebit ut 121.500000: &, ſi abſque machinâ moveret libras decem, hac machinâ ex quinque cochleis cum ſibi congruentibus tympanis movere poterit mille ducentos quindecim milliones librarum.

Neque ſibi quiſquam perſuadeat opus eſſe ingentibus tympanis, ut validiſſimis cochleis reſpondeant: Experimento enim didicimus valde exiguas cochleas ſatis eſſe ad ingentia pondera attollenda, modò axis funi ductario deſtinatus ſatis firmus ſit ac validus, & ferendo oneri par. Hic autem Axis (quemadmodum & in Ergatâ) ſi plurimum funem excipere debeat, ne in nimiam longitudinem protendatur, conformari poteſt in Cylindroides Hyperbolicum: nam ductarius funis illum aliquoties complexus (quantum ſatis fuerit, ne excurrat) colligi poterit, & in convolutione ſe ad apicem Hyperbolæ continebit.

At, inquis, hujuſmodi motus ponderis nimis longa temporis ſpatia exigit. Ita planè: neque aliter contingere poteſt, ſi quidem tam ingens pondus movere volueris: an non præſtat tantam molem demum loco ceſſiſſe, quam omnino immotam cuicumque conatui reluctari? Sed quid, ſi opportuniſſimum ſe præbeat proximus rivulus perennis? primæ cochleæ apponatur loco manubrij rota cum pinnis, in quas aqua incurrat; illa enim circumacta cochleam & conſequentia tympana verſabit, ac demum vel dormientibus operis moles ab exiguâ aquâ dimovebitur.

Quod ſi ex pluribus cochleis infinitis compoſitam machinam tibi conſtruere volueris, ita tamen, ut modò majoribus, modò minoribus ponderibus movendis ſit idonea citrà temporis diſ-

pendium,

pendium, ubi ſatis virium habetur in potentiâ; eâ ratione in loculamento diſpone ſingulos axes in cochleam deformatos, ut eorum poli ex loculamento promineant, atque pro re natâ propelli ſeu retrahi aliquantiſper valeat hic aut ille axis, ne ejus ſtria occurrat ſubjecti tympani dentibus. Nam ſi alterius ſaltem poli extremitas in quadratam figuram deſinat, quæ inſeri poſſit manubrio, hoc poterit huic aut illi axi aptari, quin ſuperiores cochleæ hujus tympani convolutionem impediant. Quod ſi majora adhuc requirantur potentiæ momenta, proximè ſuperior axis ſuum in locum reſtituatur, ut cochleæ ſtria in ſubjecti tympani dentes incurrat. Quapropter ad minora pondera movenda adhibeantur inferiores cochleæ, ad majora ſuperiores.

CAPUT V.

Cochleæ uſus aliqui indicantur.

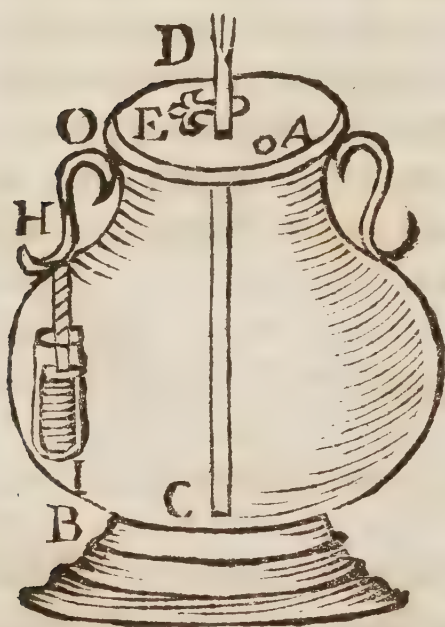
ADeò frequens eſt & vulgatus apud pleroſque artifices cochleæ uſus, ut ex tam variâ ejus cum cæteris complexione unuſquiſque facilè colligere poſſit, quid facto ſit opus, ubi eâ utendum neceſſitas aut utilitas ſuaſerit. Ne tamen ab initâ in antecedentibus libris conſuetudine in hujus operis calce recedam, pauca quædam indicare placuit, quæ in reliquis non admodum diſſimilibus facem præferant.

PROPOSITIO I.

Aërem validè comprimere, aut dilatare.

FOllibus luſoriis aërem pyulco ingerentes majorem ſubinde atque majorem difficultatem percipiunt; quo enim magis aër concluſus à naturali raritate recedere cogitur, etiam majore niſu reſiſtit, neque ſolùm magis denſari renuit, ſed & ſe latiùs explicare molitur. Hinc didicimus & pneumaticos fontes conſtruere, qui Spiritu interno urgente aquam in altum evibrant,

brant, & plumbeas glandes fiſtulis ejaculari, non pulvere nitrato ignem concipiente, ſed aëre per vim denſato ad antiquas dimenſiones recuperandas erumpente. Quoniam verò ingeſta jam in conceptaculum non exigua aëris copia difficiliùs comprimitur novâ aëris acceſſione, quàm ut manus valeat truſillum rectâ impellere; idcirco truſilli haſtulam deformatam in helicem, & ſuæ matrici inſertam, adhibere operæ pretium erit: dum enim manubrio agitante contorquetur cochlea, ſenſim deprimitur embolus, aërémque ingerit. Ne autem morâ longiore opus ſit perpetuâ verſatione manubrij, ita cochleæ matrix externam vaſis faciem contingat, ut illi adnecti, atque ab eo disjungi valeat: initio enim, quando adhuc levis eſt aëris modicè compreſſi reſiſtentia, lamella illa ſuo foramine interiùs claviculatim ſtriato cohærens haſtulæ emboli, ſi à vaſe disjuncta fuerit, unà cum haſtulâ movebitur: deinde verò, quando jam truſillus ægrè impellitur, lamella illa cum vaſe connectatur, & non niſi verſato manubrio adduci atque reduci embolus poterit; id quod ſatis lentè perficietur. Rem claritatis gratia in fonte pneumatico explicemus.

Sit vas A B ex materiâ metallicâ, in cujus ſuperiore parte labrum, ex quo per foramen A immittatur in vas aqua, ita tamen, ut non impleatur; aqua enim in vas modicè inclinatum deſcendens aërem expellet per tubulum C D. Ubi ſatis aquæ immiſſum fuerit, occludatur foramen A diligentiſſimè cochleolâ congruente, & convoluto epiſtomio E, tubus D C ſit aëri impervius ad vaſis latus ſtatuatur modiolus cum embolo congruente H I, & emboli haſtula ſit connexa cum mobili vaſis anſâ H O.

Porrò

Porrò hastula H K perforata sit, & continuo ductu usque ad emboli K S fundum pateat aëri ingredienti via H S; sed foramini S adjecta sit valvula, quæ aëri regressum obstruat. Similiter modioli fundo in I valvula exteriùs apposita aperiatur ingesto aëri transitum præbens, sed aëri intrà vas compresso cum nusquam exitus pateat, valvula ipsa modioli foramen I occludit. Hastulæ verò H K exterior facies sit in helicem striata, & lamellæ M N tanquam matrici congruat, quæ in M & N cochleolis adnecti queat exteriùs vasi, quasi esset ansæ fulcrum.

Ubi immissum fuerit quantum satis est aquæ, cochleolis M & N revolutis disjungatur matrix à vase: tum attractâ ansâ H O, unà cum lamellâ M N attrahitur embolus K S, & per apertum ductum H S ingreditur aër modiolum implens. Impulso deinde embolo, valvula ad S clauditur, & aër ex modiolo per patentem valvulam I ingeritur in vas; ex quo nequit exire, neque aquam propellere, clauso scilicet epistomio E, & foramine A: quapropter comprimitur, & densatur; ideóque attracto denuo embolo K S inclusus vasi aër se latiùs explicare connitens valvulam I valide applicat foramini modioli, sibíque exitum obstruit. Toties adducitur atque reducitur embolus, & aër ingeritur, quoad magna premendi difficultas percipiatur; ubi eò ventum fuerit, tunc lamella M N iterum vasi adnectatur suis cochleolis; nec jam embolus rectâ adduci potest; sed arreptum in O manubrium versatur, & embolus intrà modiolum circumactus sensim attollitur, qui deinde revoluto in contrarium manubrio deprimitur, & multâ vi aër in vase comprimitur. Laxato demum Epistomio E, compressus in vase aër aquam exprimit per tubum C D, primùm quidem vehementiùs, subinde remissius, prout aëris vis elastica sensim languescit.

Hoc idem quod de aëre intra vas comprimendo ad aquam evibrandam comminisci placuit, servatâ analogiâ dicendum est de aëre, tùm conatu manûs rectâ trusillum impellentis, tum ope cochleæ similiter conformatæ, intrà conceptaculum comprimendo, ut ex fistulâ deinde multâ vi emittatur plumbea glans, ubi reseratus aëri exitus illum subitò dilatari permiserit. Quin & pneumatica hujusmodi tormenta citrà conceptaculum aëris compressi construere non inutile accidat, si, quemadmo-

dum nostrates pueri surculos sambuceos fungosâ medullâ exhauriunt, & utráque tubuli extremitate papyraceis globulis obstructâ, alterum globulum congruo cylindro propellunt, atque inclusum aërem densant, quoad aëris vim elasticam, & impellentis manûs conatum non ferens extremus alter globulus edito scloppo expellatur; ita ferream fistulam longiorem paraveris, cujus alteri extremitati immittatur plumbea glans obducta papyro, aut simili materiâ, ut exquisitè tubi osculum implens demum universam aëris vim excipiat, alteram extremitatem aliquot spiris ambiat cava cochlea, quam impleat cylindrus ferreus in congruentem cochleam deformatus: Si enim hujusmodi cylindrus vix brevior fuerit, quàm fistula, & apto manubrio convolutus in fistulam sensim immittatur, totum aërem, quo fistula replebatur, ad exiguas spatij angustias adiget, ex quibus magnâ vi demum, quâ data porta, erumpens ejaculabitur plumbeum globulum.

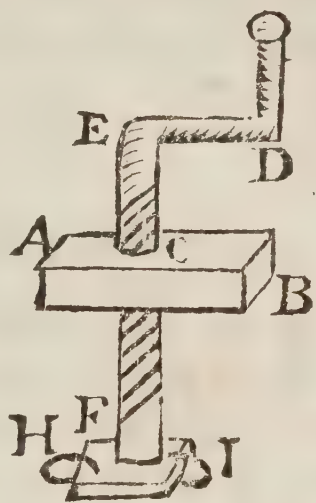
Quod si aërem non comprimere, sed distrahere atque dilatare libitum fuerit, eâdem ratione parandus est modiolus cum embolo, ac hastulâ in helicem striatâ, atque perforatâ, & cochleæ matrici inserta, nisi quod valvulæ contrariam positionem exigunt; nam modioli valvula I intrà ipsum modiolum statuenda est, ut adducto embolo aperiatur, & ex vase aër in modiolum attrahatur: Emboli verò valvula non ad S, sed in H apponenda est, ut reducto embolo, aër in modiolum admissus exprimatur per tubulum S H, sivè manu urgeatur trusillus, sive cochlea convolvatur. Aërem autem, licèt valde compressum, magis etiam convolutâ cochleâ densari, aut valde rarum magis adhuc dilatari manifestum est; id quod rectâ manûs impulsione aut attractione nequaquam fieri posset.

PROPOSITIO II.

Forcipum vires cochleâ augere.

DUplicem exerceri à forcipibus vim constat; altera est constringendo id, quod illis apprehenditur, & earum vis major aut minor ex eo æstimatur, quod brachia longè à nodo, aut prope illum, arripiantur: altera vis est in extrahendo aliquid,

quid, ut clavum tabulæ aut parieti infixum; cum enim curva ſit forceps, qua parte clavum apprehendit, adnexum in ipſo flexu habet hypomochlium, & brachia inclinando, pro eorum longitudine, vis extrahendi exercetur quaſi per vectem. At aliquando opus eſt majore conatu, quàm ut ſolis forcipibus valeat potentia infixum clavum extrahere; momentum ſiquidem potentiæ pendet ex Ratione, quam habet diſtantia potentiæ ad diſtantiam clavi ab ipſo flexu, qui fungitur munere hypomochlij. Quare vis extrahendi major communicari poteſt ope cochleæ, ita tamen, ut forceps non exerceat munus vectis.

Paretur itaque valida & ſatis craſſa lamina chalybea A B, matricem cochleæ habens in C, & ſit cochlea F E, manubrium habens E D. Cochleæ verò extremitas in cylindrum deſinat, qui craſſioris laminæ H I foramini exquiſitè polito inſeratur, & in eo facillimè convolvi valeat. Cylindri extremitas infra laminam H I ita dilatetur, ut eandem laminam H I ſuſtineat, non tamen convolutionem impediat. Porrò laminæ H I adnexi ſint duo annuli ita conformati, ut forcipis brachia excipiant: nam ſi brachia in hujuſmodi annulos immittantur, ut hi proximi ſint nodo forcipis maximè dilatatæ, antequam apprehendat clavum extrahendum, poſtmodum conſtrictâ forcipe & clavum apprehendente, elèvata lamina H I annulos ſecum rapiet, qui per forcipis brachia divaricata excurrentes demum validè illa conſtringent, nec ulteriùs excurrere poterunt. His paratis utrique extremitati A B ſubjiciantur fulcra (ſivè ſint tigillorum fruſta, ſivè quæcumque alia) inter ipſam laminam & planum, ex quo èducendus eſt clavus, interjecta: Nam manubrio D E convoluta cochlea ita matricem A B applicabit fulcris, ut firmiſſimè cohæreant cum ſubjecto plano. Jam ſi pergas cochleam contorquere, hæc ſecum rapiet laminam H I, & adjectos annulos cum forcipe, & clavo, quem revellit.

Quod ſi fortè placuerit forcipem habere peculiarem huic inſtrumento aptandam, habeat in brachiorum extremitatibus

uncos aut annulos annulis H & I inſerendos aut connectendos, eâ tamen ratione diſpoſitos, ut dum lamina H I vi cochleæ trahitur, brachia ipſa ad ſe invicem accedendo forcipem conſtringant.

Unum præterea addendum, quod non levis eſt momenti, & aliàs quoque obſervari poterit. Contingere poteſt, ut omnibus modo dicto paratis, potentia ſe infirmiorem ſentiat, quàm ut valeat circumducto manubrio D E cochleam contorquere. Hoc igitur tibi remedium compara: longiorem vectem validis funiculis colliga cum manubrio D E, & vecte illo quaſi manubrio utens experieris pro Ratione longitudinis aucta momenta; amplior ſiquidem peripheria, quæ tunc à potentiâ deſcribitur, ad ſpirarum cochleæ intervallum habet Majorem Rationem.

PROPOSITIO III.

Numerum paſſuum aut rotæ converſionem metiri.

HOc idem problema lib. 5. cap. 9. prop. 2. propoſitum eſt, & per rotulas dentatas ſingulis prioris rotæ converſionibus excipientes impulſionem ſingulorum dentium, in quos prominens paxillus incurrat, perfici poſſe indicatum eſt. Nunc aliam methodum indicare placet ex iis, quæ ſuperiore capite ſunt dicta de Cochleâ Infinitâ. Primam quidem rotulam, cui motus origo ineſt ex funiculi tractione, prout ibi dictum eſt, eandem ſtatue, & illius axis extremitas appoſito indice tot paſſus, aut tot rotæ converſiones indicabit, quot in dentes ipſa prima rotula diſtributa intelligitur. Hujus rotulæ axis in cochleam infinitam deformetur, cui ſua rotula dentata congruat; & ſingulis primæ rotulæ converſionibus ſinguli dentes ſecundæ promoventur: atque adeò quot dentes ſecundæ huic rotulæ inſunt, ut hæc integram converſionem perficiat, tot requiruntur prioris rotulæ converſiones. Similiter ſecundæ rotulæ axis in cochleam infinitam deformetur, & tertiam rotulam dentatam convertat, cujus axis pariter tertiam cochleam infinitam conſtituere poteſt, & quartam rotulam cum ſuo axe & indice convolvere. Singulorum axium extremitates in facie loculamenti adjecto indice ob oculos ponunt numerum revolutionum proximè

mè antecedentis rotulæ. Quapropter numerus à postremâ rotulâ indicatus multiplicandus est per numerum omnium dentium penultimæ rotulæ, & productus per numerum dentium antepenultimæ ducendus; atque iterum hunc productum per numerum omnium dentium antecedentis rotulæ multiplicare oportet, ut omnium passuum, aut conversionum rotæ currûs, numerus innotescat. Quare artificis industria in hoc requiritur, ut rotularum dentibus eos numeros statuat, quorum rationem inire non sit nimis operosum.

Illud autem, commodum-ne dixeris? an incommodum? in cochlearum infinitarum complexione contingit necessariò, quod axes sunt in planis invicem rectis, ac proinde indices non in eâdem loculamenti facie constitui possunt: cum enim unusquisque axis ad planum sui tympani dentati, cui infigitur, sit rectus, ipsum verò tympanum sit in eodem plano, in quo est cochlea infinita, à qua convertitur, manifestum est plana ipsa, in quibus sunt axes, esse invicem recta, atque idcirco non ad eandem loculamenti faciem pertinere eorum indices.

PROPOSITIO IV.

Lunæ motum & phases in automato indicare.

QUæ communiter parantur automata horas indicantia, indicem habent horis duodecim perficientem integrum circuitum: quapropter lunæ motum, ejusque ætatem ob oculos ponere cupiens, satis erit, si axem, cui horarum index inseritur, in cochleam infinitam deformaveris, quæ convertat tympanum in dentes 59 distributum; axis enim tympani indicem convertens ætatem lunæ commonstrabit in dexterâ, aut in sinistrâ facie loculamenti, cui automatum includitur. Cum enim lunaris mensis Synodicus complectatur dies $29\frac{1}{2}$, index autem horarum semissem diei perficiat, erunt indicis hujus conversiones 59, dum semel index lunæ suam conversionem absolvit. Si igitur index lunæ sit lamina rotundum habens foramen propè indicis lingulam, per quod appareat pictus in subjectâ facie circulus centrum habens extra indicis centrum, adeò ut primâ die lunæ nihil illius circuli appareat, & die decima-

quintâ foramen integrum exhibeat ejuſdem circuli colorem, lunæ Phaſes à foramine, & ejus ætas à lingulâ indicabuntur.

Quod ſi placuerit in eâdem facie, in qua deſcriptæ ſunt horæ, etiam lunæ phaſes & motum apparerere, oportebit axi indicis horarum aptatam rotulam denticulos habere ad perpendiculum infixos, qui curriculum, ſeu Vertebram ſtriatam convertant, ita ut vertebræ hujuſmodi una converſio planè iſochrona ſit uni converſioni indicis horarum. Curriculi autem axis in cochleam infinitam deformatus convertat tympanum in dentes 59 diſtinctum, quod collocetur faciei loculamenti parallelum; hujus ſiquidem converſio in eâdem loculamenti facie, in qua & horæ indicantur, repræſentabit lunæ phaſes.

At ſi fortaſſe volueris in eâdem Automati facie ita apparere horas & lunæ ætatem, ut proximè ſaltem indicetur, quotâ horâ accidat Novilunium aut Plenilunium, poſtquam ſemel juxta Ephemerides conciliaveris indices horarum & lunæ; non ſatis erit in dentes 59 diſtinxiſſe tympanum, cujus ſinguli dentes horis 12 promoveantur; ſiquidem menſis lunaris Synodicus complectitur dies 29, horas 12, minuta 44, hoc eſt ferè tres horæ quadrantes; atque adeò poſt duos menſes index lunæ indicaret Novilunium ſeſquihorâ citiùs, quàm par fuerit, & poſt annum index anteverteret verum Novilunium novem horis. Quare axi horas indicanti non eſſet copulandus axis cochleæ infinitæ, cujus tympanum aliam exigeret dentium multitudinem; ſed peculiaris axis ſtatuendus eſſet, cujus converſio ita temperaretur, ut horis undecim cum quadrante abſolveretur; tympanum verò, ex cujus converſione convolveretur index lunæ, diſtribuendum eſſet in dentes 63; hujus enim unica converſio reſponderet converſionibus 63 axis, cujus ſingulæ converſiones perficerentur horis 11 $\frac{1}{4}$: quapropter index lunæ ſuam converſionem abſolveret horis 708 $\frac{3}{4}$, hoc eſt diebus 29, horis 12, minutis 45. Eſſet igitur in ſingulis lunationibus paulò tardior non niſi uno minuto; ſed demum abſolutis duodecim lunationibus exiguum eſſet diſcrimen. Quod ſi rotulæ horas indicantis faciem interiorem in partes 16 diſtinxeris, & denticulos ad perpendiculum erexeris, qui Curriculum convertant, ita tamen, ut curriculus unâ converſione excipiat ſolùm quindecim denticulos, utique una curriculi converſio

perficietur

perficietur horis 11 $\frac{1}{4}$, hoc eſt $\frac{15}{16}$ horarum duodecim, ſeu horarum quadrantibus 45; qui per 63 multiplicati dant horæ quadrantes 2835, quot una lunatio complectitur.

PROPOSITIO V.

Pancratium ad onera Vecte attollenda opportunum conſtruere.

SÆpè contingit Vecte ſecundi generis attollendum eſſe aliquod onus, cui impar ſit potentia: idcirco præſtò eſſe poteſt inſtrumentum (cui Pancratio nomen fieri poſſe oſtendit vis ſatis magna) plures in alios uſus accommodatum, quod & facillimè quocumque in loco collocari valet, & quocumque transferri. Cochlea infinita cum ſuo tympano dentato congruente paretur: tympani axis ſit excavatus in tres aut quatuor ſtrias convenientes dentibus laminæ rectæ chalybeæ dentatæ ſatis ſolidæ, cujuſmodi illa eſt, quam lib. 5. cap. 6. exhibui. Nam ſi hæc includantur capſulæ paulò longiori, quàm ſit lamina illa dentata, & cochleæ axis extra loculamentum promineat, ut ei aptari poſſit manubrium; ex Cochleæ converſione volvitur tympanum, & unà cum illo ejuſdem axis ſtriatus, qui dentes laminæ chalybeæ ſubiens illam elevat. Et quoniam hujus laminæ caput ſinuatum ſubjicitur vecti, etiam vectis attollitur, & cum eo pondus. Quanta ſit cochleæ infinitæ cum ſuo tympano & axe vis ad elevandam laminam, conſtat ex dictis: Componenda eſt autem hæc Ratio cum Ratione Vectis, ut habeatur momentum Potentiæ manubrio applicatæ comparatæ cum onere.

FINIS.